On the Development of Educational Software in School Mathematics

学校数学における教育ソフトウェアの開発について

三　塚　正　臣*

On the Development of Educational Software in School Mathematics

Naomi MITSUTSUKA

1．はじめに

学校にパソコンが導入されつつある現在、パソコンを用いて学習することは、授業の効果をあげることをねらっている。コンピュータを用いた算数・数学の授業では、計算問題に関しては、フィードバック機構を設けてプログラミングすれば、簡単にプログラミングができ、効果があがることはわかっている。しかし、算数・数学において、コンピュータを用いて思考を高めることをねらいとした授業においては、多くの問題がある。ここでは、コンピュータを用いた算数・数学の学習において、思考を高めるような学習においてどのようにプログラミングがなされなければならないか、そのためにはそのような教育ソフトウェアはどのようなものかを解明する。

2．研究目標

コンピュータを用いた算数・数学の学習において、思考を深めるような教育ソフトウェアの開発をはかる。

3．コース・ウェアの設計と開発

コンピュータを用いて、算数・数学の思考を高める授業においては、事前に学習内容の構造を分析し、それによって、指導の方法、学習における目標行動・下位目標行動をとらえ、設定しなければならない。また、事前に、児童・生徒の反応を調べることによって、反応に応じた学習のプログラミングがつくられ、適切な授業設計がなされる。

ＣＡＩは、授業にさいして児童・生徒の反応や特性に応じて、学習内容を設定し、プログラミングしなければ授業の効果は期待できないので、ソフトウェアの一層の開発がなされなければならない。

コースウェアの設計についてはいくつかの問題がある。学習者の思考の様相を分析すること、思考からみた目標分析と目標行動を分析すること、教材における思考の構造を明らかにすること、コース・アウトラインを設定すること、フレームの作成、フローチャートの作成、学習用ソフトウェアの作成等の問題を究明しなければ

*　三塚　正臣　金沢大学教育学部

ならない。

(1) 学習者の思考の様相の分析

コースウェアの設定にあたっては、学習者がどのような思考の様相をもっているかをとらえ、プログラミングをはかる必要がある。そうでないと、思考にそぐわないプログラミングになり、意欲的に取り組ませることにはならない。児童・生徒の思考の様相をさぐるには、教材の構造によって、指導のねらいからみて、どのような思考の様相をもっているかを調べていかなければならない。つまり、授業の設計に役立つ、つかえる資料を整えることである。どこでどのような思考をさぐるかを検討しておくことが必要である。児童・生徒の思考の様相をさぐるには、類型化をはかるならば様相の傾向が明らかになり、その類型化ごとに、教材の内容の構造や数学的な考え方、ストラテジーとの関連において、ＫＲ情報やフィードバック機構を設定しなければならない。これによって、学習過程の各段階ごとに下位目標が設定される。

(2) 教材の構造の分析

対象としている教材の構造を十分に分析しなければならない。教材の構造を分析することによって、目標行動が明らかになり、教材の内容の間の関係がとらえられ、それによって下位目標行動が設定され、コース・アウトラインがつくられる。

教材の構造を分析するとは、教材の内容と内容との間の相互関係を数学的な考え方や数学的能力によってとらえ、再構成し、これらの相互関係を連続的に連鎖としてとらえていくことである。

すなわち、問題の条件に関連している既知の内容を条件と結びつけたり、内容と内容を結びつけたり、さらに条件に関連する多様なデータを関連づけ、どのような関係になっているかととらえる。さらに、条件を図と結びつけたり、データを解釈したり、質的に異なる観点によっていろいろ考えたり、類似の方法をもとにして考えたり、多様な考え、数学的アイデアによって、内容と内容との間の関係をとらえ、これらの相互関係を連続的に連鎖としてとらえていくことにより、教材の構造が明らかになる。

教材の構造の分析においては、教材のもつ内容的構造のほかに、数学的な考え方や数学的能力を明らかにし、ストラテジーがどのように機能しているかを明らかにしなければならない。

教材の構造の分析において用いられる数学的な考え方は、数学のねらいともいわれている数学的な考え方で、類推的な考え、帰納的な考え、演繹的な考え、統合、発展的な考え等であり、思考の対象としての直観、抽象、単純化、理想化、一般化、特殊化等の考えである。また、算数・数学の内容からみた数学的な考え方として、対応の考え、集合の考え、関数的な考え、論証的な考え、図形的な考え、統計・確率的な考え等がある。さらに、教育の目的から考えて、自主的に考えること、合理的に考えること、簡潔明確に考えること等も数学的な考えといわれている。

これらの考え方によって、教材の内容を解釈したり、内容をとらえることができる。演繹的な考えは、一般に成り立つ命題を基にして、それから特殊な事柄についても成り立つことを推論する考えである。帰納的な考えは、特殊な事実から一般的な事柄を推測する考えである。類推は、類似な構造をもっていると考えられる二つの集合について、その一方の集合で成立する事実は、他の集合についても成立するのではないかと推測する考えである。

(3) 指導の構造の分析

①指導の内容の構造分析

学習内容の構造分析によって、教材の内容の相互の関係がとらえられ、その構造に即して指導の構造が考えられる。例えば問題解決においては、解決の過程において示された問題の内容に基づいて、これまでの学習において獲得した

り方法や原理や知識によって、条件を分析したり、さらに、条件と条件とを結びつけたり、関連づけたりしながら、掘りさげられた内容に再構成し解決していく。このような構造に即して指導を組みたてるが、指導においては、これらの内容の構造を理解させる為に、どのような数学的な考え方が用いられ、それをどのように用いさせていくかその方法を考えたり、あるいは指導のストラテジー（方略）をとらえなければならない。

②指導の方略の分析

解決過程において、これまでに得た原理や方法を用いていくが、この学習過程において、児童・生徒がおこなう認知パターンがストラテジーと考えられ、算数・数学の数学的方法が児童・生徒の主体的な解決活動の中で認知行動のパターン[1)]となったとき方略となる。

算数・数学の問題を解決していくときに必要なストラテジーは、総合的方略、一般的方略、補助的方略ある。総合的方略は問題解決の手順を示す方略で、主体的な学習活動がなされる学習過程として、問題解決過程においては、問題意識をもつ段階、課題の明確化、課題の設定の段階、課題の内容の把握の段階、課題の条件の構造分析の段階、課題の見直しと発展的な扱いの段階が解決の手順を示すものとして総合的方略といわれる。

課題の内容の把握の段階や課題の条件の構造分析の段階においては、一般的ストラテジーが働く。一般的ストラテジーは、類推の考え、帰納的な考え、演繹的な考え、特殊化、一般化の考え等のように、学習過程において、全般的ならびに一般的に用いられる方略である。一般的方略はこれらの他に、教材の構造分析過程において、「パターンをさがす」「条件に関連して既知の内容を思い出し、解決に結びつける」「振り返って考える」「Back Ward の考え」「サブゴールをつくる」等がある。また、複雑な問題を解決する場合のストラテジーとして、「似た問題の解決の方法を見直し、その解決の方法をもとにして当面している問題の解決の方法との相互関係をさぐり解決する」方略がある。さらに、「条件を単純化した簡単な類似問題の解決の方法をもとにして考える」方略もある。この方略は、単純な問題に変えるだけでは意味が少ない。単純化した問題の解決の構造をさぐることによって、その構造とともに、問題の解決の奥にある数学的な考え方や数学的能力がとらえられ、これをもとにして、複雑な問題の内部的構造や解決の構造がとらえられる。したがって、単純化した簡単な類似問題の解決の構造を十分にさぐる必要がある。また、「複雑な問題を単純な問題の小系列に分解する」方略がある。これらの一般的方略は、条件の構造を分析し、解決の糸口を見出す段階において意識的に用いるならば、解決の見通しを立てることができる。また、一般的方略を用いるさいに、補助的に用いられる方略がある。これを補助的方略というが、補助的方略として問題の内容をとらえるために、鍵となる言葉や句等本質となるものをさがす、重要な情報を鍵としてかきとめ、情景図や線分図等、図にかきあらわす、さらに絵や図で自分の問題として述べる。表をつくる、条件の分析において必要なデータを解釈する。比較する、可逆的に考える、条件と条件を結びつける。観点を変えて考える等が補助的方略となり、問題の内容の把握の段階や問題の条件の構造分析の段階において有効に用いられる。

これらのことをもとにして、指導の構造にせまり、目標が分析され、これらの数学的な考え方や方略が有機的に結びついて、具体的なコース・アウトラインが設計される。コース・アウトラインの設計を調べてみると、これらの検討がなされないままプログラミングされているので、思考を高める授業までにはいたっていない場合が多い。

教材の構造の分析、指導の内容の構造分析、指導の方略の分析がなされ、これらのことをもとにして、プログラミングをはかり、コース・アウトラインを設定しなければならない。

③目標分析と下位目標行動の分析

学習内容の構造分析によって、学習の目標がとらえられ、授業はこれらの目標が達成されるように授業設計がなされる。授業の設計においては、下位目標をたてないで、指導案をつくっている場合が多い。この原因の一つは教材や指導の内容の分析がなされないことによる。総括目標が明確でない場合には、授業として何を目標として身につけさせるか明らかでないので意味のない授業となる。

授業においては、学習内容に即して明確な下位の目標を設定しなければならない。下位目標の設定も、学習過程の各段階において考えられる妥当な目標行動を設定し、これとの関連において、教師のねらいとしている下位目標を設定しなければならない。下位目標は、教材の内容の構造や、数学的な考え方、数学的能力、ストラテジーとの関連において考えられなければならない。妥当で適切な下位目標を設定し、下位目標を達成するような教師の行動の設定は容易ではない。それには指導の方法や方略が検討されなければならない。また、それらによる発問の構成がなされなければならない。妥当な発問の構成の為には内容の構造とともに、思考行動を分析する必要がある。目標行動は、算数・数学においては、思考としての目標行動が考えられる。これをもとにして、学習内容に即したコース設計の目標にふさわしい具体的な詳細な下位目標を考えなければならない。

算数・数学の問題解決の思考における抽象的な目標行動を述べる。思考としての目標行動を考えると、数学的な考え方、数学的能力、一般的方略、補助的方略が思考行動として考えられる。それらは、思考を高めたり、思考を促進したりする因子と考えられるからである。これらは、単独な因子として機能する場合もあるが、複合して有機的に働く場合もある。これらをもとにして、思考行動として考えてみるならば、目標行動の立場から、単純な思考行動、複雑な思考をするときの思考行動に大別される。

単純な思考行動として、既知の内容を思い出す、表現する、線分図、情景図等、図にあらわす、データを集める、他の要素から区別する、鍵となる本質的な条件を選び出す、問題場面を具体的にとらえる等である。

複雑な思考をするときの思考行動として、データをわかりやすく配列する、問題の本質的なことをとらえる、非本質的なものの細部を捨象する、分析する、データを解釈する、データを組みたてる、仮定の条件とレディネスを結びつける、多くのデータを関連づける、データを組みあわせる、多様な観点をたてる、観点を変えて考える、問題を再構成する、アイデアを示す、予測する、比較する、推理を圧縮・短縮する、仮説を設定する、スマートな解決の方法を考える、正しいかどうかを確かめる、組みあわせる、パターンをさがす、似た問題の解決の方法をもとにして考える、振り返って考える、サブゴールをつくる、もとにもどって考える、もし〜ならばと考える、もし〜でないならばと考える、帰納的に考える、演繹的に考える、類推的に考える、単純化して考える、特殊化して考える、一般化して考える、統合発展的に考える。

これらの目標行動をともにして、算数・数学の具体的な学習問題に対する学習過程の各段階に即した目標行動ならびに下位目標がつくられ、コースアウトラインが設定される。

(4)　指導構造によるコース・アウトラインの設定

これまでに、教材の構造にもとづく指導の内容の構造分析、指導の方略、数学的な考え方や数学的能力による指導過程における目標分析、とくに下位目標行動の設定について述べた。このようなことによって、適切な問題文提示、思考を高めるような発問が考えられる。教材の構造、指導の構造の検討があまりなされていないまま、コース・アウトラインが設定されているので、思考を高めることにはならない。教材の

構造、指導の構造、指導の方略によって、学習過程の各段階において、教師のねらいとしている下位目標が設定され、下位目標を達成するように、課題提示、発問が考えられる。分析した下位目標を学習の順序にしたがって、並べかえたのが、コース・アウトラインである。このさい、関連する数学的な考え方や数学的能力、ストラテジーが内容の構造と有機的に結合され、具体的なコース・アウトラインとして設計されるのであるから、これらのことを関係構造図として示していくと検討しやすい。

(5) フレームの作成

フレームをつくることは難しい。下位目標を形成するフレームがつくられなかったり、逆に不必要な反応をおこさせるフレームをつくったりすることもある。コース・ウェアの目標や下位目標が児童・生徒の行動として明確にあらわれるならば、個々のフレームは具体的なイメージをもつようになる[2)]。したがって、フレームとフレームとがつながっていないということは、教材の構造の分析が十分でなく、教授と学習とが結びつかないことを意味し、児童・生徒の思考の混乱をもたらす。よいフレームは目標行動の形成に有効に機能するフレームである。

児童・生徒のフレームにおける反応は、単にキーをおすだけではない。図などを書いたり、あるいは、思考の過程をノートにかく等、推論することをも含んでいる。そして、その結果について適切なフィードバックを与え、反応が下位目標を形成するように、有効なフレームを作成すべきである。

コース・アウトラインが設定されるが、これをコーディングシートを用いてフレームとして作成される。この際、ディスプレイ上に学習内容が提示されたり、指導のストラテジーが提示されたり、学習問題文、説明文、発問あるいは、反応に対するメーセッジ、ＫＲ情報、応答に即したフィードバックを考えながらフレームを作成する。

(6) フローチャートの作成

フレームが作成されたならば、フローチャートが作成される。この際、児童・生徒の思考活動、学習の組織化が再検討され、さきに考えた教材の構造に即しているかが検討される。また、フローチャートは指導の構造を示すことになるので、学習過程の各段階において考えられた下位目標が達成されるように、内容に即した指導の方法や数学的な考え方や指導のストラテジーが用いられるように発問構成がなされているかを検討していくことによって、学習ソフトウェアが構成される。このようにして、学習フレーム、フローチャートをもとに、コース・ウェアのプログラミングがなされる。

4．教育ソフトウェアの事例

これまで追究してきたコース・ウェアの設定にしたがって、次のような学習問題を事例として教材の構造分析、目標行動、下位目標について述べ、学習フレームの作成、学習コースについて述べる。

(1) 教材の構造分析

学習問題　ア、イ、ウ、エ、オ……の10個の点を、２点ずつ結ぶとき、線は全部で何本でしょう。ただし、３点は一つの直線上にないとする。

この問題は、試行錯誤的に２点ずつを結んでも求められない。分類したり、順序よく整理したりする能力が働かないからであり、単純化したり、数学的な考え方のうちの帰納的な考え方が働かないからである。そのような意味において、高い思考力を必要とする問題であり、さらに問題解決のうちの一般的ストラテジーである「パターンを探る」方略を用いる問題である。パターンを探るといっても単に形式的に傾向を調べることを意味してはいない。

問題解決においては、問題の特徴や条件の構造をさぐるが、どのようにストラテジーを用い

たならば、問題の特徴がどのように把握され、条件の構造がどのように明らかになるかをさぐらなければならない。ストラテジーをおぼえるだけでは解決の糸口を見出すことはできない。ストラテジーの内容を解釈したり、問題解決の方法の上からストラテジーの内容を掘り下げ、構造的にとらえなければならない。

「パターンをさぐる」ことは、順序よく整理して表をつくり、表において二変量の変化を調べ、帰納的にきまりをさがすことであるといわれている。しかし、「パターンをさがす」ということは、これだけではない。「パターンをさがす」ということは、どのようなことであるか、その構造をさぐり、構造的にとらえていくことが重要である。ストラテジーの内容の意味することを質的ならびに内面的に掘り下げたものとしてとらえ、指導しなければならない。

この問題では、表をつくり、表の上から変化をとらえ、パターンをみつけるが、問題が複雑なときには、問題の条件を変えて、単純化し、変化をもとにして、帰納的に考えてパターンをさがす。それには、分類したり、整理したり、順序よく考えることが必要である。順序よく考えるということは、どこかを基準として試行錯誤的に考えたことを、順序よく考えていくことで、それにより見直されてパターンを見いだすことができる。このさい、帰納的に考えられ、パターンを見いだす過程において、類推的にとらえることができる。パターンは表の上だけでなく、表と図とを結びつけて、図においてどのような帰納的なパターンの関係があるかをさぐるならば、パターンを質的に内容的に掘り下げ、とらえることができる。さらに、単純化した場合の図を比較し、その相互関係を解明するならば、新しい関係を見い出すことができる。パターンは、表と図とを結びつけて考えたり、図と図とを比較して、構造的に相互関係をとらえることによって、パターンを探ることができる。

この問題の場合は、この問題の条件を単純化して、2点のときの本数、3点、4点のときの本数を調べ、点の数と本数との間の関係を調べるのに、点の数と本数という二量を変化させて、きまり、つまりパターンをさぐり、帰納的に考えて、10点の場合の本数を調べる。点の数が少ないので本数を求めることができるが、2点のときは1本、3点のときは3本、4点のときは6本ひかれるから、表をつくり、点の数が増えたとき、本数は何本増えるかを調べ、増え方から5点、6点のときの本数を求める。2点から3点に1点が増えたとき、本数の増え方は2本、3点から4点に1点増えたときには3本ふえるのだから、4点から5点に1点増えたときには4本増えるであろうと帰納的に推測する。このようにして10点の場合の本数を順次求める。

この問題は、さきに述べたような数学的な考え方や数学的能力やストラテジーによって解決され、このような考え方や方法を機能させることによって思考が高まっていくと考える。

この問題においては、順序よく考えるとは、例えば、単純化して5点の場合について考えると、試行錯誤的に結んだア→イ、イ→ウ、ウ→エ、エ→オ、オ→ア、ア→ウ、ア→エ、イ→エを、どこかの点を基準として順序よく整理することで、基準としてのアの点をもとにして、アと結んだ線ア→イ、ア→エ、ア→ウ…を選び出し、順序よくア→イ、ア→ウ、ア→エ…と整理していくことである。このように考えると、これまでとらえられなかったア→オを結ぶことに気づく。次にイをもとにして考えると、重複をさけて、イ→ウ、イ→エ、イ→オを選び出し、さらに、類推的にウ→エ、ウ→オ、エ→オと結ぶことを見い出す。このようにして、アを基準として、順にア→イ、ア→ウ、ア→エ、ア→オと結び、次にイを基準として、イとウ、エ、オと順に結べばよいことをとらえる。アを基準として、アとイ、ウ、エ、オを結び、次にイを基準として順にウ、エ、オと結ぶというように考えることがパターンといえる。このようにパターンは表の上だけでなく、方法として、パターンをとらえることである。

アをもとにして、ア→イ、ア→ウ、ア→エ、ア→オと結ばれた本数は4本、次にイをもとにして同様にイ→ウ、イ→エ、イ→オと3本、ウをもとにして、ウ→エ、ウ→オと結んで2本、エからオに1本結ばれ、5点の時の総本数は、（4＋3＋2＋1）本となる。この時の本数は10本と表わさないで、(4＋3＋2＋1)本と表わすことによって、パターンがあることが推測される。変数となる点の数を単純化して4点の場合を考えると、(3＋2＋1）本と推測される。このことは、アをもとにして、ア→イ、ア→ウ、ア→エと3本、イをもとにして、イ→ウ、イ→エと2本、ウをもとにして、ウ→エと1本結ばれるので、総本数は（3＋2＋1）本であることが確かめられる。したがって、7点の場合は、類推的に考えられ、帰納的に（6＋5＋4＋3＋2＋1）本ととらえられることができる。

図1

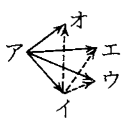
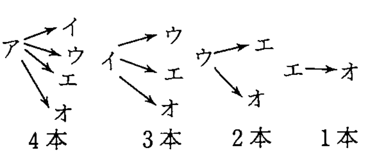


表1



いま、表の上からパターンをさぐったが、表の上からだけでなく、図と結びつけて、図においても、どのようなパターンがあるかをさぐるならば、パターンを質点に、内面的に掘りさげてとらえることができる。

いま、単純化して、3点の場合と4点の場合の図を比較し、その相互関係を解明する。3点の場合は本数は（2＋1）本、4点の場合の本数は（3＋2＋1）本となり、3本増えたことになる。このことを図において考えてみる。

いま、3点の場合と4点の場合の表を比較して考える。

表2　4点の場合

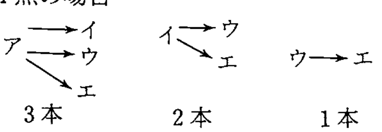
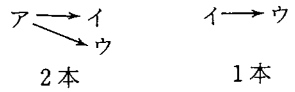


表3　3点の場合



この4点の場合と3点の場合の表とを比較してみると、ア→イ、ア→ウ、イ→ウは共通であるから、増えた本数はア→エ、イ→エ、ウ→エが増えたことがわかる。

このことを図と結びつけて、二つの場合の図を比べて関係をみつける。

図2

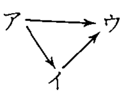
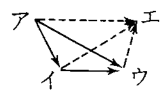


図3



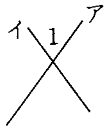
4点の場合における図をみると、ア→イ、ア→ウ、イ→ウは3点ア、イ、ウをとった場合の3本の線と考えられ、ア→エ、イ→エ、ウ→エは3点ア、イ、ウの場合から、4点ア、イ、ウ、エの場合の増えた線と考えられる。観点を変えて、このア→エ、イ→エ、ウ→エの方向を逆にみて、エ→ア、エ→イ、エ→ウと考えると、これは増えた部分であり、これは新しい点エとこれまでの3点ア、イ、ウとを結んだ部分が新しく増えた部分と考えられる。

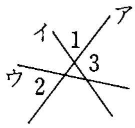
このようにして、5点の場合も類推的に考え、これまでの4点の場合のこれまでの点と新しい点とを結んだ本数だけが増えた分となり、5点の場合の本数が求められる。パターンは、このように表と図とを結びつけて考えたり、図と図とを比較して図においてパターンをさぐり、構造的に相互関係をとらえることによって、パターンを探ることができる。

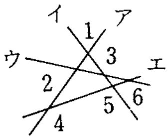
この問題は、点を直線におきかえ、結ぶ線を直線の交点と考えると、双対性が成り立ち、「三本の直線は同じ点において交わらないとしたならば、7本の直線をひいたとき、交点はいくつ

か」という問題が成立する。この問題の構造は全く同様であることがわかる。

図4　　図5　　図6







3本の直線のときは交点が3個である。図5と図6を比較すると、図6の点1、2、3は、図5の点1、2、3の交点と考えられ、図6における点4、5、6は、3本の直線から4本の直線になった場合の増えた交点となる。これは新しい4本目の直線エが、これまでの3本の直線に新しく交わった点であることがわかる。つまり、新しい直線がこれまでの直線と交わってできる交点が新しく増えた部分の交点と考えられる。

(2)　指導の構造—総括目標と下位目標

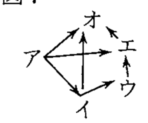
この問題においては、課題意識や課題の内容の把握は容易になされるので、課題の条件の構造分析の段階を中心として究明する。

この問題の児童の解決の予想は表をつくって10点の場合を見出そうと試みるかまたは、二点ずつを結んで見いだそうとする。

この問題のねらいとして、1つは起りうる場合について、落ちや重なりのないように調べ、特定のものをもとにして、分類整理する力を養う。また、ストラテジーとして、単純化して考えること、パターンをさがし、表の上のパターンだけでなく、表と図とを結びつけて、その関連をとらえさせ、図の場合にもパターンがあることを分析させることをねらいとしている。さらに、この時に潜在している数学的能力や類推の考えや帰納的な考え方をも養うことを目標としている。

このような立場に立って指導の構造を考える。この問題は10点の場合を考えているので、図が複雑になるので、単純化して考えることをもとにして、5点の場合について考えさせる。

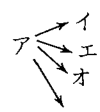
図7



児童の予測反応から図のようにア→イ、イ→ウ、ウ→エ、エ→オ、オ→ア、ア→エ、オ→イのように結んだとする。これでは落ちが出たり重なりが出たりして思考は促進しない。

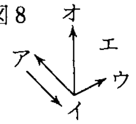
いま児童が試みた二点を結んだ方法を提示して、ア→イ、イ→ウ、ウ→エ、エ→オ、オ→ア、ア→エ、オ→イを分類整理させる。どれかを基準として調べること、つまり、アを基準として分類するならば、ア→イ、ア→エ、ア→オが選び出され、次のように整理することによって表と結びつけて考えるならば、アとウを結ぶことが落ちていることを見い出す。

表4



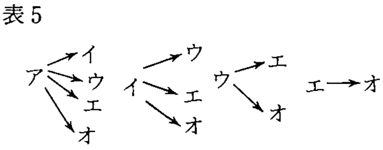
このことがもとになって、観点を考えて、類推的に、イを基準としてイ→ウ、イ→オを選び出し、図と関連づけることによって、イ→アはア→イと重複していることや、イ→エを結ぶことを落していることに気づく。

図8



樹形図にあらわすことによって、児童は主体的に次のように把握することによって、アを基準として4本、イを基準として3本、ウを基準として2本、エを基準として1本結ばれると考え、10本の本数があると考える。

表5



4本　　3本　　2本　　1本

5点の場合、(4＋3＋2＋1)本と考えることによって、10点の場合を類推的に帰納的にパターンをさぐることができる。このようにして、分類整理する力を養うことができる。

単純化して、3点の場合と4点の場合を比較すると、表ではア→エ、イ→エ、ウ→エが増えた分で、3本の部分であり、これは観点を変えて、図と関連づけて考えると、図9と図10とを比較することを意味し、関係をみつける。

図9

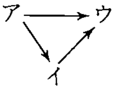
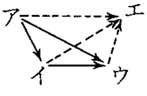


図10



4点の場合における図をみると、ア→イ、ア→ウ、イ→ウは、3点ア、イ、ウをとった場合の3本の線と考えられ、ア→エ、イ→エ、ウ→エが3点ア、イ、ウの場合から4点ア、イ、ウ、エの場合の増えた線と考えられる。観点を変えて、ア→エ、イ→エ、ウ→エを逆にみて、エ→ア、エ→イ、エ→ウと考えると、これは増えた部分であり、これは新しい点エとこれまでの3点ア、イ、ウとを結んだ部分が新しく増えた部分であることを見出す。このようにして、パターンは表と図とを結びつけて考えたり、図と図とを比較して、構造的に相互関係としてとらえさせることである。

このような指導の構造にしたがって、条件の構造分析の段階の学習過程における教師の指導のねらいを下位目標として設定することができる。

10点の場面においての児童の学習行動をもとにして、

①補助的ストラテジーである図において考えようとしているか。

②図にかいた順に並べてかきあらわす。

③②をもとにして順序よく並べかえ、重なりや落ちのない方法として、どこかはじめの点を基準として順序よく整理して、ア→イ、ア→ウ、ア→エ…と並べかえることに気づく。

④単純化して、5点の場合について考え、ア→イ、ア→ウ、ア→エ、ア→オと並べかえ、結ぶことに気づく。

⑤アの次には、イを基準として、イ→ウ、イ→エ…と並べかえて、重なりや落ちのないようにかきあげることができる。

⑥印をつけてぬけていないかどうかを確かめることができる。

⑦アと結ばれるのは4本、次にイと結ばれるのは3本、ウと結ばれるのは2本、エの点と結ばれるのは1本で（4＋3＋2＋1）本である。

⑧パターンをさぐって、6点、10点の場合も正しく、落ちもなく結ぶことができ、本数の増え方を調べることができる。

⑨図と表とを比べて、パターンをさぐる。

⑩観点を変えて、表だけでなく図と図とを関連づけて、3点から4点へと1点増すごとに増えた部分はどこかをさぐることができる。

⑪新しく増えた本数は、図のどこにあたるかを調べることができ、6点の場合の本数を類推して考えることができる。

⑫⑩、⑪をもとにして、新しい点とこれまでの点とを結んだ本数だけが増えた分で、図におけるパターンをとらえることができる。

これらの下位目標を達成するように、課題、発問、説明文、反応に対するメッセージ、ＫＲ情報、応答に即したフィードバックを考えながらフレームを作成する。

(3) フレームの作成

コース・アウトラインとして上に述べたことによって、コーディングシートを用いてフレームとして作成する。

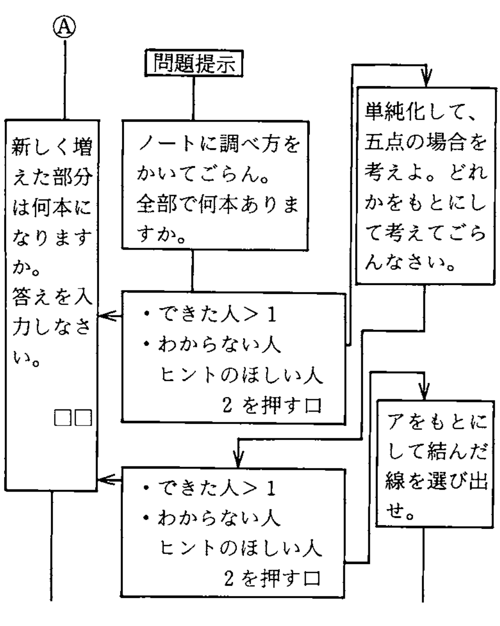
児童に対する問題を提示し、どのように考えるかノートに調べ方を書かせる。この反応によって、どのように考えていったらよいかわからない児童、あるいは、ヒントを要する児童に類別する。この問題は分類整理する力を養うことをねらいとしているので、単純化して5点の場合を考える。図にかいたものを、記号ア、イ、ウ、エ…を用いて表現させ、どれかをもとにし

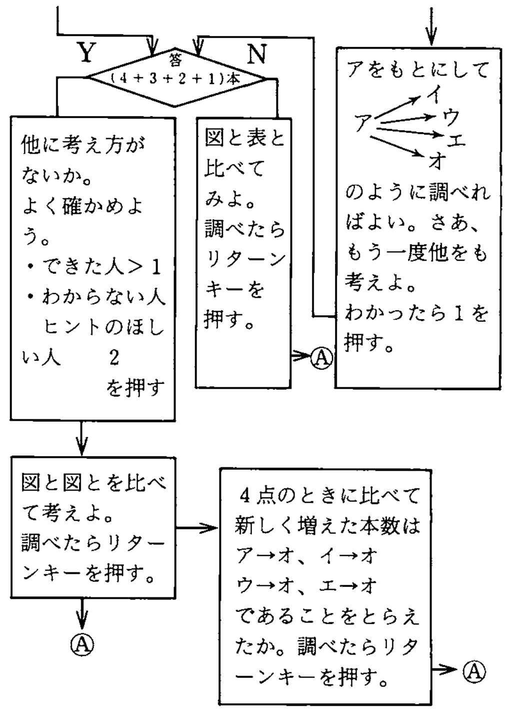
て考えればよいことを理解させるため、アをもとにして、アと結んでいる線を選び出すことを指示する。これをもとにして、順序よく並べかえ、このことによって、重なりや落ちに気づく。このことをもとにして、類推的にイをもとにして同様に考え、選び出す。さらに、ウ、エをもとにして同様に並べかえているうちに、結んだ本数は、それぞれ4本、3本、2本、1本とパターンのあることに気づく。このことから帰納的に考えれて、主体的に6点、7点…の場合も求められることに気づかせる。

さらに、多様に考えることによって、4点の場合、表において増えた部分は、樹形図においてどこであり、さらに図において増えた部分はどこかをさぐることによって、図においてどのようなパターンがあるかをさぐることができる。それには、観点を変えて、図と図とを関連づけて、比較することによって、増えた部分はア→エ、イ→エ、ウ→エで、新しい点とこれまでの3点ア、イ、ウとを結んだ線の部分である。このように図においてもパターンがあることをさぐらせることができる。

このようなことによって、学習コース・学習フレームを作成した。

(4)　学習コース・学習フレームの作成例





5．おわりに

コンピュータを用いた算数・数学の学習において、思考を高めるような学習は、どのようなことを検討しておかなければならないか、その検討の方法、プログラミングの方法、フレームの作成等について考察した。とくに、教材の構造や指導の構造を究明しないままプログラミングするならば、コンピュータによる学習をおこなっても、算数・数学における思考を高めるような授業にはならない。このような見地から学校数学における教育ソフトウェアの開発を試みた。

付記本稿は昭和62年10月、日本教育工学会第

3回大会での口頭発表を補正したものである。

引用・参考文献

1) Schoenfeld : Heuristics in the Classroom National Council of Teachers of Mathematics 1980 p. p. 9-10
2)沼野一男：フレームの作成 マイコンレーダー第3巻第2号 P.P. 43 (1987)
3) F.K.Lester : Making Problem Solving Come Alive in the Intermediate Grade National Council of Teachers of Mathematics P.P. 127-129 (1980)
4)林徳治：問題解決学習におけるＣＡＩ教材の活用 教育情報研究 第3巻第2号 P.P.40 (1987)