シミュレーションと経済学

前田敬四郎

経済学は沢山のデータを蒐集し、それを処理して、意味ある結論を引出さなければならぬ。そのために最小二乗推定法、制限情報推定法を始めとし、一連の推定、検定の統計技術が開発されてきた。そしてコンピューターが統計技術の開発に貢献したことも衆知の処であろう。しかしコンピューターのこの分野における使用は、初歩的段階の域を出ないといっても過言ではない。電子計算機が今まで行なわれたことを、より早く、より大きく、よりよく行なうということでは、社会科学の方法論に重要な衝撃を与えることにはならないであろう。現代論理学やプログラミング理論の発展と相俟った電子計算機の工夫こそ、社会科学のあらゆる分野を変えることになるのではないだろうか。[1]

その可能性を探究する第一歩として、此処にシミュレーションを取上げて見ることにした。シミュレーションという考え自身は、元来、目新しいものではない。それは数学における帰納法の論理を適用しただけである。しかし私が強調したいのは、数学的帰納法と現代コンピューターとの結びつきによる発展である。今や経済学において、コンピューターは過去の計算器からシミュレーターとしての電子計算機に脱却しつつある。シミュレーションの発展を二つに分けて展望すれば、一つはシミュレーションをプロセス、またはシステムと呼ばれるものに対するモデルとして役立てようとする試みであり、他のものはシミューレーションで実験を行なうことである。前者は経済のシステム、またはプロセスを理解する上で大いに役立ち、後者は、経済学においていろいろの理由から、システムやプロセスの実

験が行なえないときに用いられる。シミュレーションのこの方面における適用は非常に重要であろう。
本稿においては、シミュレーションの概念分析[2]、シミュレーションと社会体系[3]、シミュレーションの適用[4]、結びの順に稿を追うことにする。

註（1） E. A. Robinson; Recursive Decomposition Of Stochastic Processes, Econometrics Model Building (Ed. By H. O. A. Wold) North-Holland, 1964, PP. 143~144.
（2） C. W. Churchman: An Analysis Of The Concept Of Simulation, Symposium On Simulation Models (Ed. By A. C. Hoggatt And F. E. Balderston), South-Western, 1963. PP. 1~12.
（3） G. H. Orcutt. Views On Simulation And Models Of Social Systems, Ibid. PP. 221~236.
（4） H. Theil, J. C. G. Boot, Teun Kloek; Operations Research And Quantitative Economics. Mcgraw-Hill, 1965, PP. 169~185.

一、シミュレーションの概念分析

概念分析というのは往々人をして退屈に陥し入れ易いので、結論から先ず述べることにしよう。チャーチマンの概念分析によれば、次に掲げるものは「XがYのシミュレーター」として考えられるときの必要条件で、諸条件を全部充たすとき充分条件となる。[1]
(1) Xの知識が（誤差限界内に）Yを予測するのに使用される。
(2) XはValidity[2]の諸法則を持つ形式言語である。
(3) Validityの諸法則は部分的には標本に基づく。
(4) Yは現実（Reality）に近づけるために考えられた形式言語である。
論理学における相等関係の基本的性質である[3]ところの

反射律：任意のXに対し xRx

対称律：xRy ならば yRx

推移律：xRy 且つ yRz ならば xRz

という衆知の関係をシミュレーションに適用すれば、それは全く失敗に終るであろう。何故ならば、「X Simulate Y」関係においてはX、Yがどのような値を取るかは決して明らかでない。Xはコンピューター、プログラム、数学的公式であったり、または、時間と共に変化する対象物とも考えられ、Yは一つの組織、人間、現実の変化するEntity(4)と考えられる。

反射性というのは、科学的使用者が相等関係について一致する最後のものであるように思えるが、シミュレートが反射的であるかどうかに関して一致はない。さらに困ったことにシミュレートが対称テストをパスするかどうかの保証もない。例えばコンピューター・プログラムは一つの在庫体系をシミュレートするが、在庫体系はそのプログラムをシミュレートするといえるだろうか。

これらの単純な問題に対し明確な解答を欠くので、より自信を持って答えられる定義を求めるために、アナロジの論理学を採用することにしよう。われわれの場合にその定義は予測というシミュレーションの実際の使用に見い出される。「Xの知識がYを予測するのに使用されるとき、一つの Entity Xの行動についての主張（Assertion）は Entity Yの行動に対する主張のインジケーター（Indicator）」である。このインジケーターの定義は検討並びに一般化を要するが「シミュレーターはインジケーターなり」と仮定するのが無難である。しかし「体系が如何に作用する」かをプログラムが示さないならば、それはシミュレーターとはなり得ない。人が午前八時に役所に向うとき、午前七時の天候条件はその人が「何を着る」かのインジケーターとなるが、午前七時の天候が午前八時の行動をシミュレートするといえるであろうか。われわれはどのようなXの主張の集合が、Yをインジケートするかをいわねばなら

ぬ。此処にインジケーターの定義は検討を要す。換言すれば、インジケーターの概念は、それらの性質がテストできる形式体系内においてのみ意味がある。Xが与えられたとき、Yの正確な予測を要求しようとしないことをわれわれが知っているから、その定義は一般化を必要とする。有用な定義というのはXの知識がYの予想値の誤差分散を減ずる範囲に予測度を開いておくことであろう。

「X Is An Indicator of Y」という表現において、われわれはXとYの領域を知らねばならぬ。その主部の領域は形式体系の類で、述部の領域は主張の集まりの類であるといわれる。XはYのインジケーターというときは、一つの形式体系が主張を予測するために形式言語を使っているのである。多くの人は物理的、精神的活動の集まりをインジケーターと考えるが、物理体系を理解するには関連する出来事を一つの主張に変換せねばならぬ。一つのコンピューター・プログラムは港に到着したり、就航する船の活動をシミュレートする。そのプログラムは一つの形式体系として表わされ、到着、就航の特性は、体系の主張の一集合として与えられる。プログラムが主張を予測するのに使用されるとき、それは活動をインジケートする。

勿論、プログラムは丁度、記号からなる糸の集まりであるが、これらの記号は次の如き論理数学の形式言語として解釈される。

一つの形式体系は Entities, 操作、性質、関係の一集合である。此処における形式体系は、通常、論理数学に見い出されるものと異なることを指摘せねばならぬ。論理数学では諸法則が適正に使用されたかどうかを誤差なしにテストする理論機械が構成し得るという意味で、正確な結果に導くと仮定される。処がシミュレーションの概念は、少なくとも若干の法則が与えられた結果に導かないような形式言語の調査研究体に言及する。それ故、その形式言語のなかに誤差理論が必要となる。われわれの法則は形式言語において、ある Entities に関しランダムな標本技術を使用する。

斯くしてわれわれはインジケーターをかなり跡付けることのできる定義へと導いてきた。
シミュレートという関係は何であるか。ある人はシミュレーションに広い意味を採用しようとして、Xの領域が体系である限りシミュレーションはインジケートと同義だと論ずる。

そのとき数学モデルは一つの形式体系で、モデルに関する若干の定理は現実の行動方法についての合理的主張であるという理由で、数学モデルは現実のある局面をシミュレートすることになる。狭い意味を求める人は「XがYの縮小した形である場合にのみ X Simulate Y が成立する」と論ずる。われわれの用いてきた枠内では、主張Yは Entity の測定可能な性質、主張Xも測定可能な性質で、そこではXで示される Entity とYで示される Entity に一対一の対応が存在する。さらに、X_1がY_1、X_2がY_2に対応し、ある性質に関しY_1がY_2より小さいならば、X_1はX_2より小さくなる。シミュレーターは部分的にシミュレートされるものにアナロガスでなければならぬという観点を採用する人達は、シミュレーションの程度を定義するように導かれるであろう。

シミュレーションに関し不当に広い、または狭い意味を用いることは好ましくない。例えば最初のものは、科学のすべての理論をその中に挿入してしまうほど一般的であるので、シミュレーションという言葉の効用をなくす。第二のものは余りに制約し過ぎる。シミュレーターの多くはシミュレートするものの縮小されたものであるけれど、この性質は調査研究において重要なものではない。

しかし調査研究において非常に重要なシミュレーションの局面がある。それは多くの研究において「直接推論より標本技術の方法によって諸仮定の帰結を導出する」ということである。オペレーション・リサーチでは、この区別を解析的技術と非解析的とにルーズに使っている。[5] 解析的という言葉の使用は余り香しくない。何故なら数学的分析の有力な方法が標本規則を用い得ない理由がないからである。よりよい区別は Non-Error-Free と Error-Free の法則である。上に与えた形式体系の説明に従えば、一つの法則が誤差なしに適用されるならば Error-Free, ゼロよ

り大きい推定誤差を持つ推定値を与えるならば Non-Error-Free である。

例えば形式体系において、主張 p (x) を取り出して主張 q (x) を推論することを可能にする法則がある。すなわちXのすべての値に p (x) が成立つならば、そのときその法則はXのすべての値に対し q (x) を主張することを可能にする。ある場合は p (x) と q (x) の構造だけで q (x) の推論が誤差なしに行なわれ、Xの推定値に言及する必要はない。他のケースでは、Xの領域がある方法で標本化され p (x) が真であるとき q (x) が何時でも真ならば、そのときはある信頼度を持って p (x) が q (x) を暗示するという推論をなし得る。

われわれはXからYを予測することが少なくとも部分的に非解析的法則に基づく場合にのみ、「X Simulate Y」は真なりという。

此処で指摘せねばならぬ重要な点がある。それは予測に標本が使用されるけれども、必ずしも必要だとはいえない。それは標本を使用するのが最適であるということで、先に論じた Validation の最適法則の事柄である。

最後に、標本という概念は、経験的調査を含むほど一般化されている。従って人々の演ずるビジネス・ゲームはビジネス組織のシミュレーターとなり得る。ゲームにおける人々の行動が、行動の主張の Validation に対し、標本規則を持った形式体系として示され、且つ体系が現実行動のインジケーターであるならば、そうなる。サンプリング法則が用いられる限り、コンピューター上で演ぜられるゲームもまたビジネス組織のシミュレーターとなり得る。シミュレーターの存在は、シミュレーターの構造が自然であるか、人工的であるかには依存しない。

それにも関わらず、所謂、実験は如何なる形式言語も存在しない内容で行なわれていることを指摘せねばならぬ。形式体系やその性質を欠く「実験」は此処で与えられるシミュレーションの定義には該当しない。従って教育、心理学、科学、その他の分野で行なわれた実験的研究の多くはシミュレーションではない。なんとなれば、その研究は陽表的に充分に開発された形式体系を前提しないからである。

われわれはシミュレーションに対する沢山の必要条件を示してきた。XはYをインジケートする形式体系でなければならぬ。Yは主張の集合である。Xの諸法則は部分的に Non-Error-Free である。最後の問題はこれらの必要条件が一緒になるとき充分であるかどうかである。われわれが与える答えは否である。そこには定義することが最も困難な一つ以上の必要条件があるからである。それは述部が現実のある局面である場合にのみシミュレーションが起るという条件である。換言すれば X Simulate Y の表現は現実世界の主張の集合でなければならぬ。シミュレーション研究の意図は現実について明らかにすることである。シミュレーションに取ってYの現実は欠くことのできない条件である。

われわれは現実（Reality）と呼ばれる概念の分野に駒を進めるべきかも知れないが、捕え処のないこの概念を追うことは、冒頭に述べた危険に陥り易いので概念の分析はこの辺に止めることにしよう。

註

(1) C. W. Churchman: Ibid, P. 2.

(2) Validation: 独立した根源に照して、一つの研究に偏りがないとか、または宣言された目的に一致しているという証拠を与える方法。統計学において、標本が納得ゆくような母集団を代表していること、然も蒐集された情報が正確であることを示す目的を持った標本調査にそれは一般に適用される。例えば、人間の一標本は標本の性、年齢構成をその標本が選ばれた母集団の既知数字と比較することで部分的に立証される。物論、割当標本のように、標本が一致を得るように思慮深く選択された場合は除く。Validity はデータや方法の内部一致に関連する一致性と対比される。
(Maurice G. Kendall and William R. Buckland: A Dictionary Of Statistical Terms, I. S. I. 1957, P. 309)

(3) Garrett Birkhoff and Sanders Maclane; A Survey Of Modern Algebra. The Macmillan Company, 1962. P. 31.

(4) システムの構成要素 (H. M. Markowitz, B. Hausner, H. W. Karr; SIMSCRIPT, The RAND Corpoation, 1963, P. 3)

(4) C. W. Churchman; Ibid, P. 6.

二、シミュレーションと社会体系

社会体系のシミュレーションを行なう場合にマクロ・モデル[1]で行なうのがよいか、ミクロ・モデル[2]で行なうべきかに関しては議論の分れる処であろう。オーカットは集成、再帰性、同時方程式、検定・推定などの点から、微視分析と巨視分析の功罪を論ずる。さて、彼の意見を検討することにしよう。

シミュレーション

社会体系のシミュレーションというのは、シミュレーションの背後にある目的に鑑み、有意と思われる体系を表現するように工夫したモデルを作製、操作することを含んでいる。

社会体系のシミュレーションの明確な目標として次のものが挙げられる。

一、巨視行動の予測
二、政府活動の巨視的結果の予測
三、管理、安定の研究
四、教育、訓練、理解達成の助成
五、調査指導の根源として感度研究[3]を行なう
六、検定・推定を促進する

シミュレーションはモデルの使用並びに解を求めるために行なわれるもので、考え方は古くから存在する。それは厄介な方法で、純粋な演繹方法の持つエレガンスを殆んど備えていない。シミュレーションをプログラム並びに実施する費用は非常に大きくなるかも知れない。

それでも、シミュレーション・アプローチは、過去でもそうであったが、現在はコンピューターの発展と共に、社会体系モデルの研究並びにその使用で独占的地位を確保しつつある。

シミュレーション・アプローチの長所としては、少し数学の知識があれば誰れでも容易に理解できることである。新しい知識や必要に鑑みて、特定の動作特性、パラメータ、初期条件などを変更したとき、その効果を容易に研究できるように、コンピューターにシミュレーションを組織化することができる。社会体系の行動が政策の選択や管理、安定計画の挿入によってどのように影響されるかを見い出すためのモデルを、割合い直接的方法で実験できる。

社会体系モデルの使用や研究において、シミュレーション・メソードが増加する主要な理由は、調査研究家の作製しようとする型のモデルの増加割合いが既知の純粋な演繹的方法では今日解決されないという事実である。その後の数学的方法の発展が再び形勢を変えるかも知れないが、現在の急激なコンピューターの発展は、社会体系モデルの研究、使用の方法として益々シミュレーションが用いられることを歓迎している。

微視的分析

社会—経済体系モデルの大部分は、巨視行動の予測という方面に使用されているが、社会—経済体系の固有の研究は、かような体系が形成される微視構成要素にその研究の基礎を持つべきであるというのがオーカットの意見である。何故、彼がこの立場を取るかを仮定形成、因果規定、推定・検定の三つの面から見てゆくことにしよう。

仮説形成：　モデルの本質は、その関係式や構造に入り込んでいる諸仮説である。物理学者は分子運動、或いは分子構造と同様にガス運動についての諸仮説を叙述し得る。社会科学者もそれと同様に、構成要素の望まれる集成(4)(Aggregation)水準に関して諸仮説を発見できる。しかしながら、社会科学者は、集成水準にない個人、家計、企業の微視行動の諸仮説を作るのに特別な便宜を持っている。それは社会科学者が個人であり、微視水準に生きている

からである。

彼は巨視行動の仮説を完全に避けようというのではなく、大部分が微視構成要素の行動仮説に基づくモデルを研究すべきだと主張する。

因果規定：種々の機会に、われわれが観察できるのは因果関係ではなく関連性のみといわれてきた。しかしながら二つのことは明らかである。二つ以上のものが、われわれの過去の経験の外にあって、いくらか予測可能な方法で関連しているという考えは、それ自身、帰納的推論で、直接観察や演繹によって知られるものではない。われわれは過ぎ去った事件を観察するが、予測力を暗示するような意味において事物の間の関係を観察はしない。第二に政策作成者にそれぞれの活動の予測を可能にするような社会体系モデルをわれわれは望んでいる。特定活動が選好されたとき、将来どのように異なったものとなるかを予測するモデルを欲す。上述の要求は、微視構成要素の行動を研究するとき充たされるもので、高度な集成水準では殆んど達成されないと彼は主張する。

推定・検定：社会科学者は包含される変数、使用される方程式の形態並びにパラメーターを推定する前に方程式に入って来る変数の遅れなどについて信頼できる仕様を認めれるほど十分に開発、テストされた理論体をまだ持っていない。かような状態なので、有効な検定・推定には多数回の観察が必要である。使用される観察値が、実験計画について入手し得る最善の知識によって調整された実験から生じたとしても、このことは成り立つ。高度に集成された時系列は多方面の検定・推定を許すに足るほど、十分な自由度を含んでいない。事実、入手し得る集成計列は高度に自己相関、線型重合を起しており、測定しようとするもののなかで貧弱な測度となり、短期の発展を測定せず、比較的急激なフィードバックを含む操作体系のなかに深く入り込んでいる。このことは、高度に集成された時系列のみに基礎をおく推定・検定がこれまでに明らかにされている欠陥を持っていることを示す。結果を希望することの大部分は高度な集計水準にあるから、この水準に存在する検定・推定の可能性を十分利用するのが合理的である。しかしな

がら、高度に集成された時系列の使用のみにおく推定・検定に余りに大きな信頼をおくことは楽観主義の誤りをまぬがれぬと主張する。

アグリゲーション

上述したようにオーカットの立場は、調査は集成水準でなされるべきだが、有効な検定・推定の観点から、社会体系モデルはその基礎を個人、家計、企業、特定市場、他の微視構成要素・の水準で蒐集された知識の上におくべきだということである。社会体系のシミュレーションは、その体系を作ることをも含む。基礎調査の多くは微視構成要素に重点を向けるべきだが、そのことは必ずしもシミュレーション・モデルが微視構成要素の動作特性で開発されねばならぬというのではない。微視要素に対し導出された動作特性が、家計部門の如き巨視要素の動作特性を与えるために集成されることも考えられる。しかし、このアプローチには困難な点が多くある。それを次に述べることにしよう。(5)

一、動作特性に関する集成がうまく行なわれても、そのことがシミュレーションによって達成される結果に損失を暗示する。われわれは第一には集成に関心があるかも知れぬが、かような集成が個人、企業の行動、経験に関連する方法を洞察することにもまた関心がある。

二、家計部門に適する動作特性がうまく演繹されても、そのモデルのなかで何が行なわれているかを調査研究者に認知させるほど単純ではない。すなわち、計算上の大きな利益が得られるだろうということも明らかでない。如何なる場合でも、多変量分布を考慮して計算することの必要なことは明らかである。

三、フィード・バックを含まぬ状態の線型関係の集成は比較的簡単であるが、社会体系においては、非線型や複雑なフィード・バックの集成に直面する。この種の集成には未だ成功していない。

四、検定に関して一般に弱い位置を与えられるので、あらゆる集成水準でテストすることが重要である。微視要素

がより大きく、より複雑な経済モデルに集められる前に、微視要素のサブ・モデルについて基礎的検定・推定が行なわれるべきである。

微視要素は益々大きな集合に集められるから、各集成水準においてどのテストが可能かそれをテストすることも重要である。大部門の高度に集成された要素からなるモデルは、広範囲のテストを促進しない。

集成の予測は必要であるが、より適した方法は集成要素より微視要素からなる社会体系モデルを構成することである。この型のモデルは、動作特性の直接適用で微視要素の行動を作り出すのに使用される。集成変数は微視要素の行動を測定するのに使用された変数を総計して得られる。

オーカットのアグリゲーションに関する意見で特に注目すべきは、現実経済の集成は現実体系のシミュレーションから得られるべきだということである。そして微視要素によって展開される社会体系のシミュレーションが与えられるとき、動作特性の集成は一層可能になってくるといっている。

微視的解析モデル

微視解析モデルの特徴は、現実経済の微視要素に対応する諸要素をそのモデルに含んでいることである。これらの要素を大別すれば決定単位、市場、財、の三つとなる。

一つの経済のなかには、個人、家計、企業、銀行、労働組合、官庁など数種の決定単位を識別することができる。そして経済の微視解析モデルは、決定単位の種類は少ないが多数の単位からなる母集団を含んでいる。

その経済には、沢山の異なる市場を識別することができる。現実経済のなかで市場は売手、買手の媒介をしているように、モデルのなかで決定単位間の結び付きの役割を提供している。

経済のなかで、財、用役、信用手段、使用、保蔵、取引される物など異なった多くの形態を識別し得る。その経済と同様に微視解析モデルも、決定単位によって使用、保蔵、生産され、決定単位間にあって市場を通過している母集団を含んでいる。

一つのモデルのなかで、変数は何等かの方法でモデルの構成要素と関連がある。微視解析モデルの構成要素と関連して使用される変数を、産出変数、状態変数、投入変数、の三つに分類するのが便利である。

決定単位は、各種の起り得る行動＝産出物を持つ。個人は学校に行き、労働力となり、賃銀を得、結婚する。結婚した一組は、新家庭を設け、子供を生み、離婚するかも知れない。企業は原料を購入し、労働者を雇傭し、新工場を設立し、財を生産する等々を行う。これらはすべて産出物として扱われる。

与えられた期間の決定単位の産出物は、構成要素の投入物と期首の状態変数の値に依存する。

決定単位に影響を及ぼすが、それを外から与えるものは、その構成要素への投入物と考えられる。従って投入物は、天候、季節、時間、他の構成要素の以前の産出物などを含む。

状態変数というのは、ある与えられたときの構成要素の状態を示す内部変数である。例えば、個人の状態変数は年齢、性、結婚状態、教育、所得を含み、企業のは在庫、前期の販売額、貸借対照表、予想販売額などである。

一つの経済モデルが予想を生み出すならば、構成要素、構成要素に関連する変数、更に、関係式を含まねばならぬ。関係式は各変数がどのように関連し、どうして生じたかを規定する。関係式は恒等式と動作特性（Operating Characteristics）[6]の二つの型を持っている。

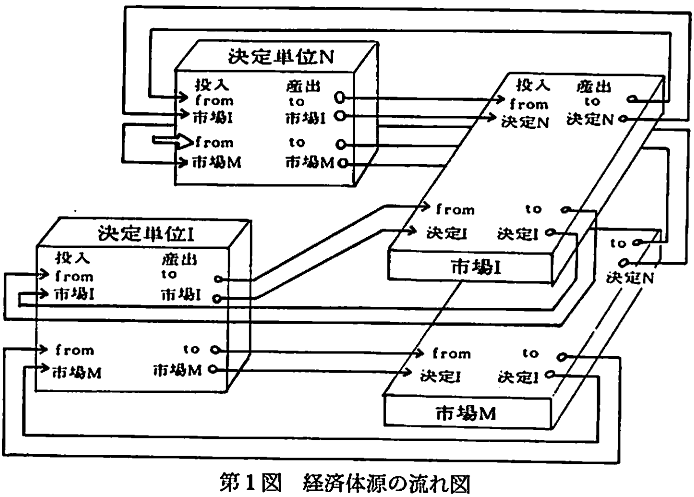
恒等式は同義反復の式である。生産物の全販売額は、購入額の全体と等しくおかれる。

動作特性というのは、一つの与えられた構成要素の特定の関係である。その関係は、構成要素の行動が状態変数、投入変数、構成要素の他の動作特性の産出物と関連している方法について仮説或いは仮定の何れかを規定する。動作

特性は、構成要素が刺戟に如何に反応し、外部刺戟がない場合でも産出物をどのようにして生ずるかを規定し、齎らされる現実の知識を具体化する。モデルの予測的使用が究極において依存せねばならぬのは主として動作特性と状態変数の初期分布に関してである。構成要素やそれに関連する変数は、現実体系のなかで直接観察されるが、動作特性は直接観察できず帰納的分析方法で結論されねばならぬ。動作特性は、調査が適当であることを示す形態を持つこともあり得る。

N個の決定単位の産出物が、M市場によってどのように送り渡され、分配されるかを示したのが一図である。決定単位の産出物は、その市場の投入物となる。簡約され、分配されて、それらは市場の産出物として現われる。それから市場の産出物は再び決定単位の投入物になる。

微視解析モデルの暗示することは、大型電子計算機を使ったシミュレーションで作り出すことができる。先ず状態変数の初期値が割当てられ、それと比例して対応する特性が現実経済の構成要素のなかに現われる。シミュレーションは一回に一期間進み、各期間にそれぞれの単位が漸次考慮される。各産出物に対し、出現確率は状態変数や投入物との関連で使



第1図　経済体源の流れ図

用される動作特性によって規定される。産出物が出現するか、しないかは、この確率分布からランダムに抽出することによって決定される。例えば、一九六七年一月を以ってシミュレーションが始まり、考慮される最初の単位は次の特性を持った人と仮定しよう。

特性　男子　白人　年齢　三四歳

これらの特性を持つ人が、この月に死ぬ確率を〇、〇〇〇二と推定し、〇、〇〇〇二は当該、動作特性によって規定された死ぬ確率であると仮定しよう。ランダム抽出は機械の作り出す乱数を使用して行なわれる。抽出結果が、この単位に対し死を示すのは一〇〇〇〇に二の機会で、そうでないのは九九九八である。その人は死亡し母集団から除去されることになるか、その月は生き残ることになるかのどちらかである。勿論、二つ以上の結果が起り得るケースもある。それは例えば家計の如き単位のとき、耐久財に消費される額＝産出物は次に示す数個の値を持ち得る。〇ドル、一～一〇〇ドル、一〇一～二〇〇ドル。

各単位の産出物がこのように考慮されるとき、最初の段階をパスする。すなわち、その月は終る。最初の段階とは大きさ、構成の両者が少し異なる単位の母集団を持って、われわれは第二の月に入る。若干の人が死亡し、結婚し、赤ん坊が生れたりする。それから全過程が第二の月に、さらに、それ以上の必要な月に亘って繰返し行なわれる。十二カ月の終りに、その体系にどんなことが起ったかを見い出すために、センサスを行ない、実際に各種の特性を持つ単位数を数える。上述したことはオーカットの唱える微視解析モデルの概要である。

変数の分類

社会体系モデルは構成要素、変数、関係式から構成される。微視解析モデルを論ずるときには、構成要素を決定単位のような広いグループに分けるのが便利なことが解った。関係式は恒等式と動作特性に分けられ、変数は産出、投

入、状態変数に分類された。オーカットは、変数の分類は目的と主題の両者によって行なわれるべきを提唱する。

経済体系のモデルを取扱う際には、変数を内生的、或いは、外生的の何れかに分類するのが役立つと述べる。外生変数はモデル体系と独立に与えられ、決定されるもので、体系に作用は及ぼすが、それに左右されることはない。内生変数はモデルの体系から生ずるもので、体系によって決定される。しかし体系の他の変数には作用することができる。

政策の適用を取扱う際には、操作変数（Instrumental Variable）を明らかにし、目標変数（Target Variable）を規定するのが有用であるとする。操作変数は政策作成者によって制御され、その支配下にある変数である。どの変数が操作変数として取扱われるかは、どのような政策を考慮しているかによるものである。従ってある変数は、国家政策を論ずるとき操作変数として取扱われ、会社管理の立場から政策決定を論ずる際は別のものとして取扱われるかも知れない。

目標変数は、政策作成者が政策行使の成功、必要を決めるのに考慮したい変数である。どの変数が目標変数と見做されるかは、どの政策が考慮されているか、並びに、諸目的が変数の位置、変化によってどのように叙述されるかの規定に依存する。

ある変数が操作変数として使用されるならば、それを外生変数と見做すのがよい。しかし考慮されている政策が、目標変数の行動に操作変数を関連させることを含んだものならば、操作変数は内生変数に変換される。目標変数は、殆んどの場合が内生変数であろう。

構成要素のサブ・モデルを論ずるときは、微視解析モデルで論じた如く、産出、状態、投入変数に分類するのがよい。

構成要素の動作特性を論ずるときには、動作特性によって生ぜられた変数を動作特性の産出変数と呼び、動作特性

に供給される変数を動作特性の投入変数と呼ぶのが便利であるといっている。

このように目的と対象によって、変数の分類を行ない、それを使い分けることとの重要性をオーカットは強調する。

確率的動作特性(7)

決定論的動作特性はプログラミングや計算時間を最小にするという観点から有利さがある。ある場合には、これらの問題が他に優先するかも知れない。それにも関わらず、益々早くなってきたコンピューターの発展や標本技術に結びついた期待値技術の使用で、確率的動作特性が一般に選好されるように思われる。

徴視要素の行動予測への確率的接近の選択は、因果律の性質について特定の哲学的立場を反映するものではない。問題なのは、徴視要素の行動についてわれわれの持つ知識を、如何に有効に表示しているかにある。われわれが観察しているものは、徴視構成要素の行動を予測するのに、どれ程多くの変数を考慮しようとするかとは関係なしに、構成要素の動作特性へのすべての投入変数の同一値に対しても、つねに種々の現実行動を観察するということである。予測しなければならぬ「説明されざる変動」について、われわれはどうすべきか。決定論的動作特性は、それを唯、無視して、産出物の期待値、平均値の如きものを生ずる。確率的動作特性は、少し進んだ考えで多数回の試行で、観察された行動が期待される平均値の廻りにどのように分布するかを述べる。このことは、よりよい予測で有用且つ意味ある予測を提供する。これはわれわれの実際に予測しようとするものが、多数の徴視構成要素の行動を集成した場合である。しかし予測しようとする行動が個人に関連したときでも、現実の不確実性の反映並びに処理を与えるという理由で、確率的動作特性が適している。処が決定論的動作特性は証拠の一部とか、可成り明きらかになった事柄でも、取扱い困難のため無視して仕舞う恐れがある。

再帰性

i方程式が先決変数並びにi以下の指数の内生変数の関数として、i内生変数を決定するように考慮されておれば、モデルは再帰と呼ばれる。[8] モデルが再帰でなければ相互依存と呼ばれる。この定義は決定論的モデルに適したものであるが、次のように一般化し得る。

$$BX_t + CZ_t + R_t = 0$$

を聯立方程式モデルの構造形としよう。ここで、X_t はn個の内生変数ベクトル、Z_t はm個の外生変数ベクトル、R_t はn個の誤差ベクトルである。Bが三角マトリックスで、内生変数の順序づけ $(i = 1, 2, \cdots, n)$ が存在し、nの共分散マトリックスが対角形ならば、すなわち、

$j > i$ のすべてに対して $b_{ij} = 0$

$j \neq i$ 〃 $E\,(r_{it}\ r_{jt}) = 0$

のときモデルは再帰であるといわれる。[9] オーカットはモデルの再帰性に関して次のような見解を取る。

再帰性は計算を促進するという観点から、そのモデルに望ましい性質である。[10] 数の少ない方程式や変数に対して、線型同時方程式を解くのは容易であるが、一〇〇〇より多い位数を持つものはわれわれの手に負えない。線型同時方程式でも、高速コンピューターに解かせることは大変である。再帰でない大きなモデルは、それ自身、厳しい問題を持っている。非線型同時方程式においては、小さなものでも解くのが困難であるから、高次の再帰性はモデルを解くのに大いに助けとなる。

再帰性は推定・検定の観点からも望ましい性質を持っている。[11] 方程式体系において、パラメーターの不偏推定値を得るときに含まれる困難はよく知られているが、検定を行ない、信頼区間を決める問題についても同じことがいえ

る。検定・推定領域における困難は、技術が不充分であることだけではない。何故なら、うまく考慮された技術を持っても、識別性の問題はきびしいからである。(12)

上述の議論は、基本的な意味で社会体系が再帰か、再帰でないかどうかの関係を生み出していない。再帰モデルは大型同時方程式モデルを利用するより魅力がある。若し再帰性を持つ社会体系を示し得るならば、現在の施設、技術では手に負えない同時方程式モデルで解くよりもよい結果が得られる。

現実の社会体系が一つの再帰モデルで表わされる程度は、体系の真の性格やモデルの意図する用途に一部依存するが、大部分は時間や微視構成要素に関する集成の度合に依存する。そして巨視要素から作られ、年ベースで運営されるモデルよりも、月、週ベースの微視解析モデルがより再帰的に作られるとオーカットは主張している。

同時生産物

オーカットは再帰性について述べた件りで、個人、家計、企業の如き微視構成要素が他の構成要素の行動に遅れを持って反応するようなモデルを作ることのメリットを賞賛したけれども、此処ではそれと裏腹に産出物が同時に決定され、また、同時に決定されたとして取扱うのが実用的である場合を論ずる。例えば、一家計がより多く貯蓄すれば、それだけ少なく消費することになるというケースである。

さて、恐らく微視解析モデルの推定において、同時方程式の推定方法(13)を要求する状態が生ずることがあり得る。それにも関わらず同時産出物を取扱わねばならぬが、典型的な場合は、これらは単一微視構成要素の同時産出物で、関連期間を一カ月のように短くなしうるということで、その状態は変更し得る。この種の状態においては、政府活動の有効範囲は現実に微視構成要素の内部構造を変更しないと仮定するのが正しい。微視構成要素の内部構造が、当該範囲で不変と見做されるとき、次のようなことが適しているように思える。

同時に決定される産出変数 $X_1, X_2, \cdots\cdots X_K$ が与えられるとき、これらK個変数の値はK次元産出空間の一点を規定すると見做し得る。そこには最初の軸に X_1 が、第二の軸に X_2 が……測られるK個の直交軸がある。当該、投入変数の各結合は、産出物空間の多変量確率分布を決定すると仮定される。産出点の多変量確率分布は、それらを規定するのに使用された動作特性への投入物に関しては条件的で、モデルの総合的使用には不変と見做される。関連する実際の問題は、かような同時確率分布がどのように、限定、推定されるかの問題に集まる。

与えられた時点の、与えられた単位に対する産出空間のある点の確率を $P(X_1, X_2, \cdots\cdots, X_K)$ としよう。この確率は動作特性へのR個の投入変数と点の座標との関数である。投入変数を $Z_1, \cdots\cdots Z_K$ で示せば

$$P(X_1, \cdots\cdots, X_K) = F(Z_1, \cdots\cdots, Z_R, X_1, \cdots\cdots, X_K) \quad (1)$$

一般の確率法則によって、$P(X_1, \cdots\cdots, X_K)$ は周辺確率と多数の条件確率の積として示される。

$$P(X_1, \cdots\cdots, X_K) = P(X_1) \cdot P(X_2/X_1) \cdot P(X_3/X_1 \cdot X_2) \cdots\cdots\cdots P(X_K/X_1, \cdots\cdots, X_{K-1}) \quad (2)$$

$P(X_1, \cdots\cdots X_K)$ の因子化された確率は、次のように投入変数 $Z_1, \cdots\cdots Z_R$ と関連する。

$$P(X_1) = G_1(Z_1, \cdots\cdots, Z_R, X_1)$$

$$P(X_2/X_1) = G_2(Z_1, \cdots\cdots, Z_R, X_1, X_2)$$

$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$

$$P(X_K/X_1, \cdots X_{K-1}) = G_K(Z_1, \cdots\cdots, Z_R, X_1, \cdots\cdots, X_K)$$

$X_1, \cdots\cdots, X_K$ の対応する平均値、または期待値を $E(X_1), \cdots\cdots, E(X_K/X_1, \cdots\cdots, X_{K-1})$ とすれば

$$E(X_1) = F_1(Z_1, \cdots\cdots, Z_R)$$

$$E\ (X_2/X_1) = F_2\ (Z_1,\ \cdots\cdots,\ Z_R,\ X_1)$$

$$\begin{array}{c} \Vert \\ \Vert \\ \Vert \end{array}$$

$$E\ (X_K/X_1,\ \cdots\ X_{K-1}) = F_K\ (Z_1,\ \cdots\cdots,\ Z_R,\ X_1,\ \cdots\cdots,\ X_{K-1})$$

F_1 から F_K の関数は、通常使われる単一方程式、最小二乗法で推定できる。シミュレートされた X_1 の値は（X_1 ＋ 確率要素 U_1）の期待値を計算したものとなる。シミュレートされた X_2 の値は（X_2 ＋ 確率要素 U_2）の期待値を計算したもの、X_3 〜 X_K に対して同じように行なわれる。K個の動作特性への投入物としては、歴史的クロス・セクション、移動クロス・セクション、パネル・データが使用され、産出変数の期待値が計算される。それから、変数の実際値と期待値のそれぞれの偏差の集まりを得ることができる。これらの偏差はUの推定値となり、分布の分散や他の様相を推定するのに使用される。

註

(1) Irma Adelman And Frank. L. Adelman : The Dymamic Properties Of The Klein-Goldberger Model, Econometrica, Vol. 27, October, 1959. PP. 596-625.

(2) K. J. Cohen, R. M. Cyert, J. B. March, P. O. Soelberg : A General Model Of Price And Output Determination (Ed. By Hoggalt And Balderston: Ibid, pp. 250-289)

(3) C. F., Theil, Boot, Kloek: Ibid, PP. 190-192.

(4) 計量経済学では一般に集計と訳されている。

(5) C. F., E. Malinvaud ; Statistical Methods Of Econometrics, North-Hollad, 1966. PP. 117〜129: Methodes Statistiques L'èconomètrie. Dunod, 1964. PP. 125〜138

(6) H_1 が真であるとき、Ho を許容する確率は X_1 の関数 K (X_1) で示す。体系が閉じているならば、H_1 が真であるとき Ho を許容しない確率は 1-K (X_1) である。X_1 の異なった値に対する X_1 の関数として考慮されるならば、これは単にべき関数である。

Xの関数として考えられるK（X）は体系のOperating Characteristic（OC）と呼ばれる。横座標のXに対して縦座標にOC曲線が描かれる。
(M. G. Kendall And A. Stuart ; The Advanced Theory Of Statistics, Vol. 2, Charles Griffin, 1661, PP. 597～598.)

（7）C. F., H. F. Dodge And H. G. Roming ; Sampling Inspection Tables (Single And Double Sampling), John Wiley, 1959, PP. 55～60.

（8）C. F., E. Malinbaud ; Ibid, PP. 59-62. M. Davis ; Computability And Unsolvability, McGraw-Hill, 1958. 渡辺茂、赤摂也訳、計算の理論、岩波書店、PP. 273-296 参照)

（9）E. Malinbaud ; Ibid, P. 512.

（10）E. Malinbaud ; Ibid, P. 514.

（11）E. Malinbaud ; Ibid, P. 512.

（12）T. C. Koopmans ; Identification Problem In Econometric Model Construction. (Ed. By Hood And Koopmans; Studies In Econometric Method, John Wiley, 1953. PP. 27～48.)
H. A. Simon ; Causal Ordering And Identifiability (Ed. By A. Ando, F. M. Fisher, H. A. Simon ; Essays On The Structure Of Social Science Models, M. I. T. 1963. PP. 5-31)

（13）J. Johnston ; Econometric Methods, McGraw-Hill, 1960. PP. 231-269.

三、シミュレーションの適用

シミュレーションには、体系をシミュレートするのと、シミュレーションによってモデルを実験することの二つの型があることは、この論文の冒頭に述べた通りである。此処では具体的に、体系をシミュレートする「ボールと呼ばれる賭遊戯」[1]、シミュレーションの実験として「マーガリン工場における機械故障」[2]の例を引用してシミュレーションの機構を見てゆくことにしよう。

賭のケース

数百万の英国人が毎週ポールと呼ばれる賭を演ずるとする。そのもっとも簡単なものは、一本の鉛筆と次週、土曜に予定されるサッカ15試合のリストで演ぜられる。演ずることは地元チームが勝つか、他所チームが勝つか、ゲームは引分けに終るかの何れかを予測することである。地元チームが勝つと予想すれば、そのゲームの傍に1と書いてこのことを示す。2は他所チームの勝の予想、3は引分けを示す。様式を充たせば、1、2、3、からなる15個の数字のリストを持つことになる。例えば、

1　2　1　3　3　1　2　1　1　2　2　1　1　3　1

それは全く単純な娯楽の一つである。それのもっとも大きいスリルは、すべての予想が的中して大きな賞金を受取ることである。一般には6～8試合が的中するだけだから、失望が待ち合せている。しかし、次週こそは賭に勝つだろうと考えて、いくらか慰めもある。

不幸なことに、そこに一つの組織的問題がある。それは天候条件が非常に悪くて、ゲームが行なわれないということである。数日雨が降り続いてフイールドが泥沼みたいになったり、寒さで氷ついて運動場がコンクリートのようになっている。そのときゲームは延期され、予想は当分の間、立証されないことになる。ゲームが実際に行なわれるまで、賭の結果が延期されただろうと考えるかも知れないが、このことは実際上彼等に不利益を齎らすであろう。そのリストを保存しておかねばならず、いかさまの可能性も増加するであろう。それとは別だが、そこには理論的な反対がある。予想は次週、土曜に行なわれるゲームに対してなされた。ゲームが後日に行なわれることになるならば、予想に基づいた環境が変化したことになる。それ故、この解は働かない。

発見された解は全くすばらしい。試合が行なわれないときは何時でも、その結論がシミュレートされる。その目的

のために、五人のエキスパート（例えばレフェリー、プレーヤ、クラブ員、ジャーナリスト）が、中止になった試合、例えばアースネル対ブラックポール試合のチームの機会を論ずるために、テレビに一緒に出演して、彼等の過去の成績やプレーヤの病気……等について、できる限り関連する環境を考慮する。その問題について突込んだ討論の結果、テレビの司会者は「すべての事情が考慮された結果は、地元チームであるアースネルが試合に勝つ機会は五五パーセント、負ける機会は唯の一〇パーセントしかない」と結論した。かくして引分けになった確率は三五パーセントに決められる。三つのお互に相反する可能性の一つ（アースネルが勝つ、負ける、引分け）が実現されねばならなかった。このことは確率が1、つまり　55＋10＋35＝100パーセント　になることを意味する。

1（アースネルが勝つ）　2（ブラックポールが勝つ）　3（引分け）の機会は、客観的に納得がいき、少なくとも充分に公開された上で決められた。次に全く興味ある出来事を見ることができる。1から100までの数字を記した100個のボールが入っている大きな壷がステージに齎らされる。1から55までの数字を記したボールの第1グループ、56から65の第2グループ、66より大きい第3グループの三つのグループに区別しよう。これらのグループは、1、2、3の結果に決定された機会と同一比率で、それぞれ55、10、35個のボールを含んでいる。それから司会者が壷からボールを1個抽出し、テレビ聴視者にその数を示す。それが1から55までの数のどれかであれば、1が正しい予想として勘定され、その結果が56と65の範囲の数ならば2と考えられ、抽出された数が65以上なら3が正しい予想と考えられる。（これらの結果はボールに関係しているだけで、競技連盟の立場には関連しない。ゲームそれ自身は後日に延期されるだろう）。ブラックポールの勝つ機会は少なく一〇パーセントしかないということは意見の一致を見たところであっても61という数が抽出されるならば、ブラックポールの勝と考える。このことは、こじつけのように見えるかも知れない。しかし、ちょっと考えれば、これはブラックポールが一〇パーセント勝つ機会を持つというわれわれの確信の論理的結果であることを確認することになるであろう。ブラックポールがその機会を持つならば、そのチー

ムに機会を与えるべきである。アースネルが、もっとも勝ちそうであると考えられる理由で、盲目的に1と記入することは明らかに誤りである。われわれは単純且つ原則的、現実的なシミュレーションの例を与えてきた。シミュレーションには、われわれの求める現実と同様な現実のイメージを示す一つのモデルを必要とする。この場合にモデルは単に1、2、3の結果の一致したチャンスからなった。アースネル対ブラックボールの試合に対しては、これらのチャンスは、それぞれ0.55, 0.10, 0.35であった。モデルとは別に、われわれはモデルをシミュレートする一つの機構を必要とする。この機構は100の続き数のボールを持つ一つの壺であった。モデルとシミュレートする機構の二つの性格がシミュレーションには必要である。実験水槽のなかで、人工的に波や流れを作って行なうモデル船のテストはシミュレーションのもう一つの例である。これは計算をチェックするために要求されるかも知れず、或いは計算が余りに複雑で現実になされないという理由から必要かも知れない。恐らく必要な計算が決して解析的に行なわれない場合にシミュレーション技術は重要な方法となり得るであろう。

機械故障のケース

ある工場において機械が毀れたために随意に操業を中止し、修繕を必要とすることがある。そのとき遭遇する不愉快な状態を「修繕屋が手持ちぶさたである」または「壊れた機械が修繕のために待たねばならぬ」の二つに区別しよう。

いま二〇の包装機械を持つマーガリン製造工場を想像しよう。包装機械は完全に自動的で、一秒間に一包の割合で動いている。長い経験から、与えられた時間に機械が故障するのは十分の一チャンスであることが証明された。かような場合には、一人の修繕屋が必要である。故障の形によって、修繕時間に関する次のデータが利用できる。その確率は

修繕が$\frac{1}{2}$時間を要す確率　0.4

修繕が1時間を要す確率			0.3
〃	1½	〃	0.2
〃	2	〃	0.1

これがモデルで、一つの機械が毀れる確率と毀れた機械を修繕するに必要な時間とからなっている。このモデルをシミュレートするメカニズムは 00, 01, 02,……………,99の数を記した100個のボールを入れた一つの袋である。そのプロセスは次の如し。

一、一つの数を抽出せよ。その数が九〇或いはそれ以上ならば、最初の機械が最初の一時間内に毀れる。ランダムに選択された数が九〇またはそれ以上となるチャンスは一〇に一度であることに注目せよ。これは故障の確率に対応する。

二、抽出される数が九〇またはそれ以上だったならば、必要な修繕時間は次の如く決定される。抽出される数が

90, 91, 92, 93	ならば、修繕は½時間要す。			
94, 95, 96,	〃	〃	1	〃
97, 98,	〃	〃	1½	〃
99,	〃	〃	2	〃

この最後の法則は、修繕時間の確率に対応して、4：3：2：1 の比率に基づいていることは自明である。

この過程は、二〇台の機械の各々に一度、すなわち二〇回繰返される。抽出される第二番目の数は、最初の一時間内の第二の機械に関係する。などなど。それから第二の時間をシミュレートし続けることができる。それは再び二〇の数の抽出を要求する。若し三〇時間シミュレートしようと思うならば、20×30=600 の数を抽出するに足るだけ忍耐強くなければならぬ。一つの数を抽出し、それを記録し、それを戻せ。一つの数を抽出し、それを記録、それを戻す

——厄介な過程である。数字の入った袋を使用せずに、でたらめな順序で 00, 01, ……, 99の数を書き下すのが一層簡単になるだろうと考えるかも知れない。しかしながら、信じる信じないは別として、人間は本当にでたらめな順序に、これらの数を書き下すことができないことを実験が疑いなく証明した。ある形の機械的援助が必要である。勿論、数の入った袋は器用な助けとはいえないかも知れない。

そこには、素人向きと玄人向きの二つの満足のいく方法がある。素人はランド・コーポレーション(RAND Corporation) で出版された A Million Random Digits With 100,000 Normal Deviates のような乱数表を使用できる。それは各ページに 07, 93, 65, などの形を持つ二桁の数字を沢山持っている。玄人は適当に指令すれば驚異的スピードで乱数を生ずるコンピユータを利用し得る。例えば、一分そこそこで二桁の数を五、〇〇〇個作り出し得る。これは今の問題に実施したもので次の結果を持つ。(次頁表参照)

表は最初の一時間に90代の二つの数、すなわち、98と91 (*のついた数) が抽出されたことを示す。此処で二つの機械が毀れ、これらの一つ (98) は修繕に 1½ 時間を要し、他のもの (91) は半時間だけを必要とする。第二の一時間には四つの機械の故障があった (98, 94, 99, 99)。これらのうち三つは、故障を修繕するのに 1½ または二時間が必要であるという重大な性質を持っていた。第三の一時間には、故障がなかった。考慮されている七時間に一五台の機械が故障した。

われわれは三～四人の修繕屋が必要であるかどうかを決定しようとしている。それ故、同時にどれ程の機械が狂っているかどうかを知ることは非常に重要である。この目的のために、機械が毀れる時間を正確に知ろうとする。それで各々毀れた機械に対し、第二番目の乱数 (00,01,……99) を抽出しようとする。その抽出された乱数は、与えられた時間内で機械が止まる時間を示す。抽出された最初の数が17ならば、最初の一時間に最初の機械が17分後に止まることを意味する。1時間は60分しかないという事実は問題ではない。われわれは60より大きい数を無視して、次の数

機械	第1時間	第2時間	第3時間	第4時間	第5時間	第6時間	第7時間
1	04	61	29	28	87	21	93*
2	87	44	07	57	65	42	57
3	12	52	79	30	25	56	35
4	98*	58	50	86	71	03	47
5	30	09	80	28	75	73	24
6	91*	07	39	93*	90*	64	96*
7	66	45	54	31	58	58	84
8	48	62	71	50	47	73	24
9	52	46	70	19	54	37	62
10	24	40	78	91*	33	88	39
11	49	87	79	93*	04	33	76
12	20	98*	34	43	03	50	94*
13	29	05	87	34	76	74	63
14	83	94*	03	54	06	69	06
15	81	79	40	76	47	91*	55
16	86	38	79	79	56	52	33
17	54	99*	44	15	51	07	03
18	51	14	58	31	56	73	92*
19	08	76	89	60	52	88	74
20	42	99*	48	23	34	25	52

に進む。

20 24 58 (66) (81) 07 53 (70) 47
38 26 53 (99) 01 35 (99) 12 (89)
39 (84) 51 36 28 (91) 44 15 04

最初の1時間に二つの機械が、それぞれ20、24分後に毀われる。われわれが先に求めた如く、20分後に止まる機械を修繕するには$1\frac{1}{2}$時間、24分後に止まる機械を修繕するには$\frac{1}{2}$時間必要である。次の1時間には四つの機械が58、7、53、47分後に修繕を必要とする。それぞれの修繕時間は$1\frac{1}{2}$、1、2、2時間である。

唯今、すべての事実があらわれてきた。われわれは何台の機械が同時に毀れているかを一瞥してわかるために、時間軸に沿ってその結果を割当てることにする。これは第二図に与えられ、結果を中断されない軸上に得るために時間軸は累線の如く描かれる。その時間は3分間隔の20期間に分割された。その数字

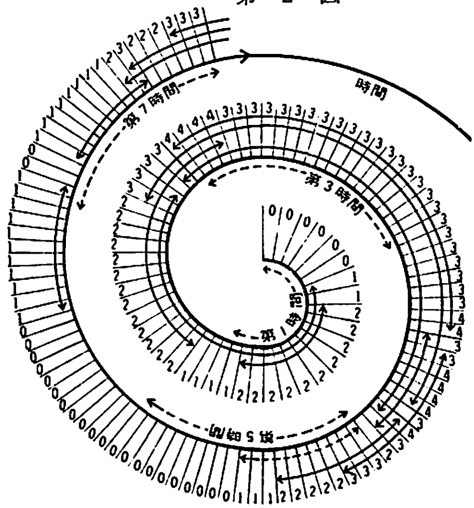
から20分後に一台の機械が毀れ、しかも修繕に1½時間必要であると結論する。これは20分から1時間50分の直線で示される。各3分期間に対し、毀れた機械の数は軸上の曲線の数を数えればすぐ求めることができる。これらは図の0、1、2、3、4という数字である。考慮されている7時間では7×20=140の期間がある。完全な結果は次の如し。

これらの結果は非常に正確ではないが、原理が明確なることはいうまでもない。より長い期間を取れば、5～6の機械が同時に狂っていることが時々起ることが解る。

最後に修繕屋の数の問題に戻る。工場は三交代で動いている。一年六七九時間、一交代で二二六時間に、四人の修繕屋がすべて必要であることを知

毀された機械の数	3分期間の数	作業時間の割合	1年360日の時間数
0	28	20	1728
1	28	20	1728
2	33	24	2037
3	40	30	2469
4	11	6	679
5	0	0	0
総　計	140	100	8640

第 2 図



る。三人の修繕屋しか出席しなければ、少なくとも一交代二二六時間の損失となるであろう。実際にはもっと大きくなる。その理由は次の通りである。三つの機械が毀れているので、第四の機械にはどの修繕屋も利用できないと仮定しよう。そのとき第四の機械は修繕を受けるまでに待たねばならぬ。従って狂っている時間は図に示された時間より長くなる。その長くなった期間に他の機械が狂うことがあり得る。そのとき毀れた機械の数は指示された水準以上に増加する。

さて、失われる一時間は五〇ドルの費用で、修繕屋一人の費用は一年七、二〇〇ドル掛る。226×50=11.300ドルは一人の修繕屋の費用七、二〇〇ドルより大きい。それで第四の人が各交代制に雇傭されるべきである。実際にはもっと多いが少なくとも 11300−7200=4100ドルの節約が行なわれる。四人の修繕屋が遊んでいる時間が二〇パーセントあるという事実にも関わらず、このことは成立する。

モデルの改善

読者はその問題が比較的単純だったから、これらの結果が非常に容易に導出されたのだと考えるかも知れない。また、この命題は数学においては成立するが、シミュレーションの場合には殆んど成立しないと考えるかも知れない。われわれはメカニズムを不当に複雑にすることなく、洗練されたモデルを認めることが出来る。それではそのモデルをより現実的にする改善を行なうことにしよう。

一、嫌疑深い人は先のモデルのなかに誤りを発見したかも知れない。すでに毀れている機械は、それが修繕を終る前に再び毀れることはない。しかし、第三の時間中に機械20は調子が狂っていたが、われわれは第三の時間に機械20の数を抽出した。その抽出した数は48であることが解ったが、それが91だったと仮定しよう。すでに調子が狂っている機械が再び毀れることのないように、次の処でこの要因を考慮しよう。

二、修繕に要する時間の分布は、一般的に一層複雑になるであろう。このことはまたシミュレーション技術によって苦もなく切抜けらる。

三、すべての機械は同一確率で毀れない。結局、そこには古い機械もあれば新しいのもある。

これらの改善は現実にはそれほど精巧ではないが、われわれが数学的アプローチをするときには、非常に悩まされる複雑さである。しかしながら、それらは容易にシミュレーション技術のなかに挿入し得る。つまり、より多い桁数を持つ乱数を抽出することで簡単にこれをなし得る。「第三の時間の最初七分間で、ある機械は調子が狂う」という第三時間における任意の機械の例を取上げよう。他のデータは次の如くである。

その機械は一時間に0.14の確率で毀れる。この事故の発生は、抽出された乱数の第一、第二桁で示される。これらの数が 00,01,……85 ならば、すべて調子よく行っている。86またはそれより大きい数が抽出されたならば、その機械は第三の時間に機能を止める。(異なった機械には、勿論、違う確率で作用する)

次表に記された第三、第四桁は、機械の毀れたときに要する修繕時間を示す。修繕時間の分布は機械によってかなり異なるであろう。

最後に乱数の第五、第六桁は、機械が完全に毀れたとき、その時間のどの辺で機械が毀れたかを示す。われわれはその時間を36秒づつの100期間に分割する。それで抽出された数字が2と5ならば、第三時間の36秒に区切った第25番目の期間に関係する。さて、機械が最初の7分間で、つまり36秒の最初の12期間で調子

修繕時間 (分)	確　率	乱数の第3，第4桁
10	0.01	00
20	0.03	01－03
30	0.05	04－08
40	0.07	09－15
50	0.09	16－24
60	0.11	25－35
70	0.13	36－48
80	0.13	49－61
90	0.11	62－72
100	0.09	73－81
110	0.07	82－88
120	0.05	89－93
130	0.03	94－96
140	0.01	97
150	0.01	98
160	0.01	99

が狂うという事実を容易に挿入し得る。最後の二桁が00～11の何処かにあれば、われわれは故障を無視する。その例をあげれば、

077631：07は00，01，………，85という数の一つであるから、その機械は毀れていない。

937910：最初の二桁の数字は機械が毀れていることを示すが、最後の二つの数字（10）は00，01，………11という数の一つだから、この情報を否定する。

898876：最初の二桁（89）は最後の二桁（76）と矛盾せず、その機械は毀れる。そして修繕（88）に一一〇分が必要となる。

われわれはそのように続け得る。（一つのコンピューターに生ずる）ますます多くの桁数の乱数を抽出することによって、多くの他の複雑性が挿入し得る。原理は簡単である。乱数が抽出されたとき、なさるべきことは注意深く乱数を管理し、それに解釈を与えることである。シミュレーションをどれ位長く続けるかの問題を生ず。信頼し得る結果を得るには七時間で充分だろうか、七〇時間必要だろうか。七〇〇時間でも未だ足らないだろうか。この問題は実用的に答え得るものである。われわれの場合の問題は0，1，2，………の機械が同時に毀れている時間のパーセントを決めることである。三時間シミュレートし、これらの割合を決める。六時間を得るには三時間加えて、その割合を再計算する。次には九時間シミュレートして0，1，2，………の機械が毀れている時間の割合を計算する。暫くして、次々とでてくる結果が異ならないことは、いわゆる大数の法則なるものによって知り得る。それで安心して止め得る。

此処で取上げた例はどちらかといえば、管理科学向きの問題であったかも知れない。そのことは経済学固有の問題にシミュレーションが適用されないことを意味するものではなく、唯、シミュレーションのメカニズムを説明しようとする私の目的に適していたからである。そのことを附記しておきたい。

註（1） Theil, Boot, Kloek; Ibid. PP. 169~171.

（2） Theil, Boot, Kloek; Ibid, PP. 171~178.

（3） シミュレーションを用いた主な論文を二、三挙げれば、

F. Billström And S. Thore; Simulation Experiments With Dynamic Price Strategie In Monopoly Theory (Ed. By H. O. A. Wold; Ibid, PP. 295-321).

Irma Adelman And Frank L. Adelman; The Dynamic Properties Of The Klein-Goldberger Model, Econometrica, Vol. 27, October, 1959, PP. 596-625.

Irma Adelman; Long Cycles—A Simulation Experiment (Ed By Hogat And Balderston; Ibid, PP. 152-181).

Meghnad Desei; An Econometric Model Of The World Tin Economy, Econometrica, Vol. 34, January, 1966. PP. 105~134.

結び

われわれの取扱うシステムはますます巨大化し、確率を含んだモデルに対して、多数回の繰返しによって解を求めるために大量の乱数と莫大な計算を必要とする。このため、コンピューターを使ったシミュレーションがますます必要とされるようになってきた。蓋し、この辺でシミュレーションの持つ欠点と限界を考えることは、今後の発展に大いに役立つことであろう。

その欠点の第一として、シミュレーションでは与えられた条件の下における状況は示してくれるが、シミュレーシ

ョンが自動的に最適な条件を求めることはしない。したがって最適条件を求めるには条件をいくつか変えて次第に近づける以外に方法はなく、これは人手に頼らねばならない。

確率モデルを含んだシミュレーションではかなり多数回の繰返しを必要とする。しかもその値はバラツイている。結論を何で出すかが問題である。さらに人間の判断を含んだシステムのシミュレーションは、コンピューターにあってはできない。(ビジネスゲームの如く人間の介在を必要とする)

上記の如き欠点はあるが、高級な理論を必要とせずにオペレーションのモデルさえできればシミュレーションは行なえるし、また出て来た解はわれわれが一見して理解しやすい形となっている、等の利点があり現在広く用いられている。[1]

シミュレーションのプログラムは逆行列や代数方程式の根を計算するような数式を取扱うプログラムと較べて、複雑なシステムの状態やシステムの状態が時間の経過とともにどのように変っていくかを取扱う点で全く異なっている。このためシミュレーション用独自の言語が開発されてきた。[2] それらの主な名前をあげれば次の如きものがある。[3]

(1) DYNAMO　(2) GPSS　(3) SIMSCRIPT　(4) SOL　(5) GASP

これらの言語は将来シミュレーション分析を進める上にも大いに役立つことであろう。われわれはシミュレーションの将来に期待を寄せつつ「シミュレーションと経済学」の稿を終えることにする。

註(1) 原野秀永、半沢久生、小貝山岡：シミュレーション技術の開発、エレクトロニクス、コンピュータサイエンス特集、一九六八―一　オーム社、四九〜五四頁。

(2) 五―六年前から主に米国の大型電子計算機メーカ等が中心に行なっている。

(3) 反町洋一：シミュレーション用プログラム　SIMSCRIPT, 数理科学シミュレーション特集、一九六七―一　ダイヤモンド社　二三〜二八頁。