A characterization of the complex Euclidean space by its holomorphic automorphism group

メタデータ	言語: jpn
	出版者:
	公開日: 2017-12-11
	キーワード (Ja):
	キーワード (En):
	作成者: Kodama, Akio
	メールアドレス:
	所属:
URL	https://doi.org/10.24517/00049335

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 3.0 International License.

正則自己同型群による複素ユークリッド空間の特徴付けに関する研究

（研究課題番号　１４５４０１６５）

平成１４年度～平成１６年度科学研究費補助金（基盤研究（C)(2)）

研 究 成 果 報 告 書

平成１７年４月

研究代表者　児 玉 秋 雄

金沢大学大学院自然科学研究科教授）

金沢大学附属図書館

0500-04129-6

正則自己同型群による複素ユークリッド空間の特徴付けに関する研究

（研究課題番号　１４５４０１６５）

平成１４年度～平成１６年度科学研究費補助金（基盤研究（C）(2)）

研究成果報告書

平成１７年４月

研究代表者　児 玉 秋 雄

（金沢大学大学院自然科学研究科教授）

はしがき

本研究の主要な目的は次の基本問題：「n 次元複素多様体 M の正則自己同型群が n 次元複素ユークリッド空間の正則自己同型群と，位相群として同型ならば，M は n 次元複素ユークリッド空間に双正則同値になるか？」を解決することであったが，この問題自体は本研究期間中にロシアの数学者 A.V. Isaev と N.G. Kruzhilin によって解決されてしまった．しかし，この基本問題の解決を目指した研究過程で，複素解析学，微分幾何学，代数学，偏微分方程式論等の関連諸分野の研究分担者の協力のもとで，多くの興味ある新しい結果が得られたので報告する．

最後に，研究代表者とは異なる研究機関に所属する研究分担者との研究連絡等に対して，当該補助金が極めて有用であり，研究代表者が本研究の成果を得るに当たり大きな助けになったことをここに報告したいと思う．

平成１４年度～平成１６年度科学研究費補助金（基盤研究（C)(2)）
研究成果報告書

課題番号　１４５４０１６５

研究課題　正則自己同型群による複素ユークリッド空間の特徴付けに関する研究

研究組織

研究代表者：　児玉秋雄　（金沢大学大学院自然科学研究科教授）
研究分担者：　一瀬 孝　（金沢大学大学院自然科学研究科教授）
研究分担者：　菅野孝史　（金沢大学大学院自然科学研究科教授）
研究分担者：　加須栄 篤（金沢大学大学院自然科学研究科教授）
研究分担者：　奥山裕介　（金沢大学大学院自然科学研究科講師）
研究分担者：　小原功任　（金沢大学大学院自然科学研究科助手）
研究分担者：　今吉洋一　（大阪市立大学大学院理学研究科教授）
研究分担者：　野口潤次郎（東京大学大学院数理科学研究科教授）
研究分担者：　小松　玄　（大阪大学大学院理学研究科助教授）
研究分担者：　清水　悟　（東北大学大学院理学研究科助教授）

交付決定額（配分額）　（金額単位：千円）

	直接経費	間接経費	合　計
平成１４年度	１４００	０	１４００
平成１５年度	１１００	０	１１００
平成１６年度	１１００	０	１１００
総　計	３６００	０	３６００

研究発表

（1）学会誌等

1. T. Ichinose, On the norm convergence of the selfadjoint Trotter-Kato product formula with error bound, Proc. Indian Acad. Sci. (Math. Sci.) 112 (2002), No. 1, 99–106; Special Issue on Spectral and Inverse Spectral Theory.
2. T. Ichinose and B. Jefferies, The propagator of the radial Dirac equation, J. Math. Physics 43 (2002), No. 8, 3963–3983.
3. T. Ichinose, H. Neidhardt and V. A. Zagrebnov, Trotter-Kato product formula and fractional powers of self-adjoint generators, J. Functional Analysis 207 (2004), 33–57.
4. P. Exner and T. Ichinose, On product formula for quantum Zero dynamics, to appear in Proc. of the XIV-th International Congress on Mathematical Physics, July 28–Aug. 2, 2003, Lisbon, Portugal.
5. T. Ichinose and M. Wakayama, Special values of the spectral zeta function of the non-commutative harmonic oscillator and confluent Heun equations, to appear in Kyushu J. Math.
6. T. Ichinose and Hideo Tamura, Sharp error bound on norm convergence of exponential product formula and approximation to kernels of Schrödinger semigroups, Comm. Partial Differential Equations, 29 (2004), 1905–1918.
7. T. Ichinose and Hideo Tamura, Note on the norm convergence of the unitary Trotter product formula, Letters in Mathematical Physics 71 (2004), 65–81.
8. T. Ichinose, Path integral for the radial Dirac equation, to appear in J. Math. Physics.
9. T. Ichinose and M. Wakayama, Zeta functions for the spectrum of the non-commutative harmonic oscillators, to appear in Commun. Math. Phys.
10. P. Exner and T. Ichinose, A product formula related to quantum Zero dynamics, to appear in Ann. H. Poincaré.
11. Y. Imayoshi and M. Nishimura, A remark on holomorphic families of Riemann surfaces and their universal coverings spaces, to appear in Kodai Math. J.
12. Y. Imayoshi, M. Ito and H. Yamamoto, A reducibility problem for monodromy of some surface bundles, J. of Knot Theory and its Ramifications, Vol. 13, No. 5 (2004), 597–616.

13. Y. Imayoshi, M. Ito and H. Yamamoto, On the Nielsen-Thurston-Bers type of some self-maps of Riemann surfaces with two specified points, Osaka J. of Math. Vol. 40, No. 2 (2003), 659–685.
14. A. Kasue, Convergence of Riemannian manifolds and Laplace operators, I, Ann. l'Institut Fourier 52-4 (2002), 1219–1257.
15. A. Kasue and H. Kumura, Spectral convergence of conformally immersed surfaces with bounded mean curvature, J. Geom. Anal. 12-4 (2002), 663–681.
16. A. Kasue, Convergence of Riemannian manifolds and Laplace operators, II, to appear.
17. A. Kasue, Convergence of metric graphs and energy forms, to appear.
18. 加須栄篤，測度距離空間の収束とエネルギー形式，数学 55–1 (2003)，20–36，日本数学会編集，岩波書店.
19. 加須栄篤，測度距離空間の幾何解析–リプシッツ関数の微分を中心に–，"リーマン多様体とその極限" 数学メモアール第 3 巻，2004, 日本数学会, 273–383.
20. A. Kodama and S. Shimizu, A characterization of $\mathbf{C}^k \times (\mathbf{C}^*)^\ell$ from the viewpoint of biholomorphic automorphism groups, J. Korean Math. Soc. 40 (2003), 563–575.
21. A. Kodama and S. Shimizu, A group-theoretic characterization of the space obtained by omitting the coordinate hyperplanes from the complex Euclidean space, Osaka J. Math. 41 (2004), 85–95.
22. A. Kodama and S. Shimizu, A group-theoretic characterization of the space obtained by omitting the coordinate hyperplanes from the complex Euclidean space, II,「発表予定」.
23. J. Byun, A. Kodama and S. Shimizu, A group-theoretic characterization of the direct product of a ball and a Euclidean space,「発表予定」.
24. G. Komatsu, The Bergman kernel of Hartogs domains and transformation laws for Sobolev-Bergman kernels, in "Complex Analysis in Several Variables," Advanced Studies in Pure Mathematics, 42, 159–164, Mathematical Society of Japan, 2004.
25. J. Noguchi and J. Winkelmann, Holomorphic curves and integral points off divisors, Math. Z. 239 (2002), 593–610.
26. J. Noguchi, J. Winkelmann and K. Yamanoi, The second main theorem for holomorphic curves into semi-abelian varieties, Acta Math. 188 (2002), 129–161.

27. J. Noguchi, Some results in view of Nevanlinna theory, Number Theoretic Methods-Future Trends, China-Japan Seminar 2001, (2002) 339–350.
28. J. Noguchi, An arithmetic property of Shirosaki's hyperbolic projective hypersurface, Forum Math. 15 (2003), 935–941.
29. J. Noguchi and J. Winkelmann, A note on jets of entire curves in semi-abelian varieties, Math. Z. 244 (2003), 705–710.
30. J. Noguchi, Intersection multiplicities of holomorphic and algebraic curves with divisors, Proc. OKA 100 Conference Kyoto/Nara 2001, Advanced Studies in Pure Mathematics 42 (2004), 243–248.
31. J. Noguchi and J. Winkelmann, Bounds for curves in abelian varieties, J. reine angew. Math. 572 (2004), 27–47.
32. J. Noguch, Nevanlinna theory and Diophatine approximation, Proc. Conference on Several Complex Variabels, Beijin 2004, to appear in Sci. China Ser. A Math. (2005).
33. J. Noguchi, A note on entire pseudo-holomorphic curves and the proof of Cartan-Nochka's theorem, to appear in Kodai Math. J. (2005).
34. 野口潤次郎, ネヴァンリンナ理論とイロハ (abc-) 予想, 「解析的整数論の新しい展開」, 京都大学数理解析研究所講究録 1274 (2002), 70–76.
35. J. Noguchi, Geometric Diophantine Problems—有理点分布と値分布—, 「Communications in Arithmetic Fundamental Groups」, 京都大学数理解析研究所講究録 1267 (2002), 2–4.
36. K. Ohara, Y. Sugiki and N. Takayama, Quadratic relations for generalized hypergeometric functions ${}_pF_{p-1}$, Funkcialaj Ekvacioj 46-2 (2003), 213–251.
37. K. Mimachi, K. Ohara and M. Yoshida, Intersection numbers for loaded cycles associated with Selberg-type integrals, Tohoku Math. J. 56 (2004), 531–551.
38. 小原功任, Risa/Asir package for Non-commutative Groebner Bases and its Applications, 京都大学数理解析研究所講究録 1395 (2004), 45–49.
39. 岩根秀直, 小原功任, 野呂正行, 高山信毅, OpenXM の新サーバ, 新プロトコル, 京都大学数理解析研究所講究録 1395 (2004), 138–143.
40. H. Iwasaki, K. Ohara, S. Omata and T. Zhou, Numerical computations for interfaces motion related to a triple potential well problem, Advances in Mathematical Sciences and Applications 14 (2004), 457–464.
41. T. Yamazaki, S. Omata, H. Yoshiuchi and K. Ohara, Bubble motion on water surface,「発表予定」.

42. Y. Okuyama, Linearization problem on structurally finite entire functions, to appear in Kodai Math. J. (2004).
43. Y. Okuyama, Nevanlinna, Siegel, and Cremer, Indiana Univ. Math. J. 53 (2004), 755–764.
44. S. Shimizu, Prolongation of holomorphic vector fields on a tube domain and its applications, Advanced Studies in Pure Mathematics 42, 2004, Complex Analysis in Several Variables - Memorial Conference of Kiyoshi Oka's Centennial Birthday, Kyoto/Nara 2001, pp. 289-299.
45. A. Murase and T. Sugano, Fourier-Jacobi expansion of Eisenstein series on unitary groups of degree three, J. Math. Sci. Univ. Tokyo 9 (2002), 347 – 404.
46. S. Kato, A. Murase and T. Sugano, Whittaker-Shintani functions for orthogonale groups, Tohoku Math. J. 55 (2003), 1 – 64.
47. 村瀬篤・菅野孝史, 3 次ユニタリ群上の保型形式について，数学 56 (2004), 366–379, 日本数学会編集，岩波書店.

（2）口頭発表

1. T. Ichinose, Recent results on the selfadjoint Trotter-Kato product formula in operator norm with open problems, Workshop on Harmonic Analysis and Nonlinear Partial Differential Equations, 京都大学数理解析研究所, 2003 年 7 月 7 日.
2. T. Ichinose, On path integral for the radial Dirac equation, The Satellite "Conference on Mathematical Problems in Quantum Mechanics" to the XIV International Congress on Mathematical Physics, Lisbon, Portugal, 2003 年 7 月 21～24 日.
3. P. Exner and T. Ichinose, Product formula for quantum Zero dynamics, Session: Quantum Mechanics and Spectral Theory at the XIV International Congress on Mathematical Physics, Lisbon, Portugal, 2003 年 7 月 28 日～8 月 2 日.
4. T. Ichinose, On a product formula for quantum Zero dynamics, at International Conference Quantum Information 2003, International Institute for Advanced Study, 京都, 2003 年 11 月 5～7 日.
5. T. Ichinose and M. Wakayama, On the spectral zero function for the non-commutative harmonic oscillator, Seminar at Quantum Circle, DOPPLER

INSTITUTE for mathematical physics at the Czech Technical Univ., Prague, Czech, 2004 年 11 月 23 日.

6. T. Ichinose, On path integral for the radial Dirac equation, Workshop "Analyse en dimension infinie et intégrales de chemin", Centre International de Rencontres Mathématiques, Marseille/Luminy, France, 2004 年 11 月 30 日.
7. 一瀬孝・田村英男, Exponential product approximation to heat kernel of Dirichlet Laplacian and Zero product, 研究集会「スペクトル・散乱理論とその周辺」, 2004 年 12 月 20〜22 日.
8. 一瀬孝, On path integral for the radial Dirac equation, 関数方程式分科会研究集会「微分方程式の総合的研究」, 東京大学大学院数理科学研究科, 2004 年 12 月 25〜26 日.
9. Y. Imayoshi, A construction of holomorphic families of Riemann surfaces over the punctured disk with given monodromy, The 12th International Conference on Finite or Infinite Dimensional Complex Analysis and Applications, 国際キリスト教大学, 2004 年 7 月 27 日.
10. Y. Imayoshi, A classification of elements of mapping class groups after L.Bers I, II, 研究集会「代数曲面とレフシェッツファイバー空間」, 宮城県蔵王ハイツ, 2004 年 8 月 20〜21 日.
11. 今吉洋一, 与えられたモノドロミーを持つ, リーマン面の正則像の構成, 奈良女子大学数学教室談話会, 2004 年 12 月 9 日.
12. Y. Imayoshi, On an construction of holomorphic families of Riemann surfaces over the punctured disk with given monodromy, 研究集会「Periods -Around the Theory of Primitive Forms-」, 京都大学数理解析研究所, 2005 年 1 月 22 日.
13. A. Kasue, Convergence of metric graphs and energy forms, Riemannian Geometry and Geometric Analysis, January 10 − 14, 2005, Fukuoka International Congress Center.
14. A. Kasue, Convergence of metric graphs and energy forms, Symposium on Stochastic Calculus with Applications in Geometry and Analysis, Dec. 13-15, 2004, Math. Institut, Univ. Bonn.
15. A. Kasue, Spectral convergence of bounded metric graphs, Stochastic analysis, Geometry and related topics, 2004 年 6 月 9〜11 日, 慶応大学.
16. 加須栄篤, リーマン多様体の収束と調和写像, 東工大微分幾何研究集会, 東京工業大学, 2003 年 12 月 1〜4 日.
17. A. Kasue, Convergence of Riemannian manifolds and harmonic maps, Probability Theory and Geometric Analysis, 横浜市立大学, 2003 年 9 月 16〜18 日.

18. 加須栄篤, リーマン多様体の収束とエネルギー形式, 第５０回幾何学シンポジウム, 北海道大学, 2003 年 8 月 18〜21 日.
19. A. Kasue, Spectral convergence of Riemannian vector bundles, The Sixth Pacific Rim Geometric Conference, Dec. 16–19, 2002, Hong Kong Chinese University, Hong Kong.
20. A. Kodama and S. Shimizu, A characterization of $\mathbf{C}^k \times (\mathbf{C}^*)^\ell$ from the viewpoint of biholomorphic automorphism groups, The Sixth International Conference on Several Complex Variables: Several Complex Variables and Complex Geometry, Kolon Hotel, Kyung-Ju, Korea, Aug. 14–18, 2002.
21. 児玉秋雄・清水悟, A group-theoretic characterization of $\mathbf{C}^k \times (\mathbf{C}^*)^\ell$, 日本数学会秋季総合分科会, 島根大学, 2002 年 9 月 26 日.
22. 児玉秋雄, $\mathbf{C}^k \times (\mathbf{C}^*)^\ell$ の特徴づけをめぐって, 日本数学会年会（関数論分科会特別講演）, 東京大学, 2003 年 3 月 26 日.
23. A. Kodama and S. Shimizu, A characterization of $\mathbf{C}^k \times (\mathbf{C}^*)^\ell$ and related questions, International Workshop on Automorphism Groups in Complex and CR Geometry, Kolon Hotel, Kyung-Ju, Korea, March 29, 2003.
24. A. Kodama and S. Shimizu, A group-theoretic characterization of the space obtained by omitting the coordinate hyperplanes from the complex Euclidean space, 多変数複素解析葉山シンポジウム, 湘南国際村センター, 2003 年 12 月 21 日
25. A. Kodama and S. Shimizu, A group-theoretic characterization of the space obtained by omitting the coordinate hyperplanes from the complex Euclidean space, The 12th International Conference on Finite or Infinite Dimensional Complex Analysis and Applications, 国際キリスト教大学, 2004 年 7 月 27〜31 日.
26. A. Kodama and S. Shimizu, A group-theoretic characterization of the space obtained by omitting the coordinate hyperplanes from the complex Euclidean space, II, 日本数学会年会, 北海道大学, 2004 年 9 月 20 日.
27. J. Byun, A. Kodama and S. Shimizu, A group-theoretic characterization of the direct product of a ball and a Euclidear space, 多変数複素解析葉山シンポジウム, 湘南国際村センター, 2004 年 12 月 18〜21 日.
28. 小松玄, 不変なソボレフ−ベルグマン核, 大阪大学幾何セミナー, 2002 年 6 月 10 日.
29. 小松玄, Invariant Sobolev-Bergman kernels, 大阪大学談話会, 2002 年 6 月 24 日.

30. 小松玄, ソボレフ・ベルグマン核の特異性, 東京大学複素幾何解析セミナー, 2003 年 5 月 26 日.
31. 小松玄, 多変数函数論に現れる特異積分核, 東京大学集中講義, 2003 年 5 月 26 〜30 日.
32. 小松玄, ベルグマン核に現れる解析と幾何, 第 3 回岡シンポジュウム, 奈良女子大, 2004 年 3 月 6〜7 日.
33. J. Noguchi and J. Winkelmann, Bounds for curves in Abelian varieties, The Sixth International Conference on Several Complex Variables: Several Complex Variables and Complex Geometry, Kolon Hotel, Kyung-Ju, Korea, Aug. 14–18, 2002.
34. J. Noguchi, Several topics from the value distribution theory in several variables, 多変数複素解析葉山シンポジウム, 湘南国際村センター, 2002 年 12 月 20〜23 日.
35. 野口潤次郎, Q 上のある小林双曲的射影超曲面の算術的有限性, 日本数学会年会, 東京大学, 2003 年 3 月 26 日.
36. 野口潤次郎, 準アーベル多様体内整正則曲線のジェット像の構造定理, 日本数学会年会, 東京大学, 2003 年 3 月.
37. 野口潤次郎, 多変数ネヴァンリナ理論とディオファントス近似, 日本数学会年会, 東京大学, 2003 年 3 月.
38. 小原功任, 高山信毅, 杉木雄一, Quadratic Relations for Generalized Hypergeometric Functions, 研究集会「微分方程式の変形と漸近解析」, 京都大学数理解析研究所, 2002 年 6 月 3 日.
39. 小原功任, ox-math への計算中断機能の実装, 研究集会「第 11 回 Risa コンソーシアム研究集会」, 神戸大学, 2003 年 3 月 19 日.
40. 小原功任, Risa/Asir package for Non-commutative Groebner Bases and its Applications, 研究集会「Computer Algebra – Design of Algorithms, Implementations and Applications」, 京都大学数理解析研究所, 2003 年 12 月 15 日.
41. 小原功任, 野呂正行, 高山信毅, texmacs から使う OpenXM サーバ, 研究集会「Risa/Asir Conference 2004」, 神戸大学, 2004 年 3 月 24 日.
42. 小原功任, 高山信毅, A-超幾何微分差分方程式の解空間の次元公式, 日本数学会秋季総合分科会, 北海道大学, 2004 年 9 月 19 日.
43. Y. Okuyama, Siegel, Cremer, and Nevanlinna, 複素力学系とその周辺, 京都大学数理解析研究所, 2002 年 12 月 9〜12 日.
44. Y. Okuyama, Nevanlinna, Siegel, and Cremer, Kake International Center for Academic Exchange, 2003 年 1 月 7〜8 日.

45. Y. Okuyama, Nevanlinna theory, Diophantine approximation and the Siegel-Cremer problem, 日本数学会 2003 年度年会 函数論分科会, 東京大学大学院数理科学研究科, 2003 年 3 月 23～26 日.
46. Y. Okuyama, The Siegel-Cremer problem from the Nevanlinna theoretical Viewpoint, The Second workshop "Holomorphic Dynamics" of the Warwick Dynamics Symposium 2002-2003 "Geometric and Probabilistic Methods in Dynamical Systems" , Mathematical Research Centre of Warwick University (UK), 2003 年 4 月 4～12 日.
47. Y. Okuyama, Nevanlinna theory and the Siegel-Cremer problem (Poster), XIX Rolf Nevanlinna Colloquium, Department of Mathematics and Statistics, University of Jyväskylä (Finland), 2003 年 6 月 10～14 日.
48. Y. Okuyama, Nevanlinna theory for rational sequences and rational semi-groups – without Picard-Montel-Fatou-Julia –, 1 次元複素力学系とその関連分野, 京都大学数理解析研究所, 2003 年 7 月 1～4 日.
49. Y. Okuyama, Diophantus meets Nevanlinna in complex dynamics, 多変数関数論サマーセミナー, 雲仙福田屋, 2003 年 8 月 2～5 日.
50. Y. Okuyama, Nevanlinna theoretical study of the Siegel-Cremer-Fatou problem in complex dynamics, Séminaire "Analyse et géométrie complexes", Laboratoire Emile Picard, Institut de Mathématiques de Toulouse (France), 2003 年 9 月 18 日.
51. Y. Okuyama, Nevanlinna theoretical study of the Siegel-Cremer-Fatou problem in complex dynamics, Institut Henri Poincaré (France), 2003 年 9 月 22～30 日.
52. Y. Okuyama, Valiron and dynamical exceptional sets of rational composition sequences, 日本数学会, 筑波大学, 2004 年 3 月 28～31 日.
53. Y. Okuyama, Complex Dynamics, Value Distributions, and the Potential Theory, The 12th International Conference on Finite or Infinite Dimensional Complex Analysis and Applications, International Christian University, 2004 年 7 月 27～31 日.
54. Y. Kokuyama, Complex dynamics and the Nevanlinna theories — A dictionary, 日本数学会年会 （函数論分科会特別講演）, 北海道大学, 2004 年 9 月 19～22 日.
55. Y. Okuyama, Complex dynamics and the Arakelov theory – towards a potential geometry, 多変数函数論の萠芽的研究, 京都大学数理解析研究所, 2004 年 11 月 15～19 日.

56. S. Shimizu, Holomorphic equivalence problem for tube domains (present situation and perspective), International Workshop on Automorphism Groups in Complex and CR Geometry, 韓国, 慶州コーロンホテル, 2003 年 3 月 29 日.
57. S. Shimizu, 初等ラインハルト領域に関する正則同値問題への群論的アプローチ, 日本数学会年会, 千葉大学, 2003 年 9 月 27 日.
58. S. Shimizu, Some problems in several complex variables related to affine geometry,「多変数関数論の萌芽的研究」研究集会, 京都大学数理解析研究所, 2004 年 11 月 15 日.
59. 菅野孝史, Jacobi 形式入門, 北陸数論セミナー, 2002 年 7 月 17 日.
60. T. Sugano, Jacobi forms and Kudla lift, 奈良女子大学談話会, 2002 年 11 月 20 日.
61. 菅野孝史, IV 型領域上の正則保型形式の L 関数, 短期共同研究 "IV 型対称領域領域上の保型形式の研究", 2002 年 12 月 26 日.
62. T. Sugano, Arakawa's works on Siegel and Jacobi modular forms, 荒川記念研究集会, 2004 年 9 月 4 日.
63. T. Sugano, Jacobi forms and Kudla lift, 愛媛大学談話会, 2004 年 12 月 14 日.

（3）出版物

1. 今吉洋一,「新版 タイヒミュラー空間論」, 日本評論社, 2004 年（谷口雅彦氏との共著）.
2. 野口潤次郎,「多変数ネヴァンリンナ理論とディオファントス近似」, 共立出版, 2003 年.
3. 清水悟,「基礎微分積分学 I − 1 変数の微積分」, 共立出版, 2003 年 (中村哲男氏, 今井秀雄氏との共著）.
4. 清水悟,「基礎微分積分学 II − 多変数の微積分」, 共立出版, 2003 年（中村哲男氏, 今井秀雄氏との共著）.

研究成果

研究代表者および各研究分担者の分担課題に関する研究成果は以下の通りであり，それぞれ別項に述べるような研究発表を行った．

研究代表者児玉は研究分担者清水との共同研究において，与えられた複素多様体 M の正則自己同型群 $\mathrm{Aut}(M)$ のなす位相群としての構造から M の複素多様体構造を特徴付けるという基本的な問題を研究し，以下に述べるようにいくつかの新しい結果を得た: 複素多様体 M の正則自己同型群 $\mathrm{Aut}(M)$ の研究においては，$\mathrm{Aut}(M)$ の抽象群としての構造と同時に，$\mathrm{Aut}(M)$ のコンパクト－開位相に関しての位相群としての構造に注目することが自然なことと思われる．実際よく知られた H. Cartan の定理は，$\mathbf{C}^n$ 内の有界領域の正則自己同型群がコンパクト－開位相に関してリー群の構造をもつことを主張し，この事実は有界領域の種々の，そして詳細な研究を可能にする．ところが有界領域に対するこのような事情とはまったく対照的に，非有界領域 $\mathbf{C}^k \times (\mathbf{C}^*)^\ell$ の正則自己同型群 $\mathrm{Aut}(\mathbf{C}^k \times (\mathbf{C}^*)^\ell)$ は，$k+\ell \geq 2$ の場合とてつもなく巨大になり，リー群としての構造をもち得ない．このことが正則自己同型群 $\mathrm{Aut}(\mathbf{C}^k \times (\mathbf{C}^*)^\ell)$ の研究を極めて難しいものとしている．しかしながら $\mathrm{Aut}(\mathbf{C}^k \times (\mathbf{C}^*)^\ell)$ の位相部分群で，リー群の構造をもつものに目を向けることにより，$\mathrm{Aut}(\mathbf{C}^k \times (\mathbf{C}^*)^\ell)$ の構造に関連するある種の問題へ研究の糸口を見つけることができる．さらに $\mathbf{C}^k \times (\mathbf{C}^*)^\ell$ は自然な $k+\ell$ 次元のコンパクトトーラス作用を許容することから，トーラス作用に付随する道具立て，例えばラインハルト領域の理論が利用可能である．児玉と清水はこの様な立場から基本的な問題:

「どんな複素多様体が，$\mathrm{Aut}(\mathbf{C}^k \times (\mathbf{C}^*)^\ell)$ と位相群として同型な正則自己同型群をもつか？」

を研究し, 次のような興味ある結果を得た:

定理 1．M を n 次元の連結な複素多様体とし，M は正則的に可分で，滑らかな正則包を許容するものとする．このとき, もし $\mathrm{Aut}(M)$ が $\mathrm{Aut}(\mathbf{C}^k \times (\mathbf{C}^*)^{n-k})$ と位相群として同型であるならば，M 自身が $\mathbf{C}^k \times (\mathbf{C}^*)^{n-k}$ と双正則同値である．

この定理の帰結として，２つの非負整数の組 (k,ℓ) と (k',ℓ') が一致しないとき，位相群 $\mathrm{Aut}(\mathbf{C}^k \times (\mathbf{C}^*)^\ell)$ と $\mathrm{Aut}(\mathbf{C}^{k'} \times (\mathbf{C}^*)^{\ell'})$ は同型にはならない, という基本結果を得た．また, この定理の証明の方法の興味ある応用として, ユニタリー群の直積として与えられる群による複素多様体上への群作用に関する次の事だわかった:

定理 2．M を n 次元の連結なスタイン多様体とし，K をユニタリー群の直積 $K = U(n_1) \times \cdots \times U(n_s)$ として与えられるコンパクト群とする．ここで, 各 $U(n_j)$

は n_j 次のユニタリー群であり，$\sum_{j=1}^{s} n_j = n$ であるものとする．今 K から $\mathrm{Aut}(M)$ の中への単射で連続な群準同型写像 ρ が与えられたとする．このとき，M から $\mathbf{C}^n$ 内のあるラインハルト領域 D の上への双正則写像 F が存在して，K は $\mathrm{Aut}(D)$ の部分群となり，$F\rho(K)F^{-1} = K$ が成り立つ．

さらに，この定理を基礎にして次の定理を証明することに成功した:

定理３．M を n 次元の連結なスタイン多様体とする．このとき，もし $\mathrm{Aut}(M)$ が $\mathrm{Aut}(B^k \times \mathbf{C}^{n-k})$ と位相群として同型であるならば，M 自身が $B^k \times \mathbf{C}^{n-k}$ と双正則同値である．

この結果は，マルセーユ大学の J. Byun 氏と児玉・清水の共同研究として印刷公表する予定である．(本報告書添付論文参照.)

研究分担者一瀬は主に次の二つの事について研究をした: (1) 岡山大学の田村英男氏との共同研究において，作用素ノルム自己共役指数積公式と関連する問題に関する研究をし，シュレディンガー半群の積分核のシャープな誤差評価つき近似についても論じた．(2) 九州大学の若山正人氏と共に非可換調和振動子に対するゼータ関数が全複素平面に有理型関数として解析接続出来ることなどや他の基本的な性質について結果を得た．

研究分担者菅野は主に次の二つのことについて研究をした: (1) 3 次ユニタリ群上の保型形式に関する研究: 新谷卓郎氏により創始された原始的テータ関数の理論は，3 次ユニタリ群上の保型形式の研究において基本的役割を果たす．1 変数保型形式からの持ち上げである Kudla lift に対し，原始的テータ関数による展開を求めるとともに，Kudla lift が消えないための必要十分条件を与えた．なお，この仕事の中で，Kudla lift が Hecke 環の作用と compatible であることの展開係数を用いた別証も得た（村瀬篤氏との共同研究）．(2) 新谷関数による L 関数の研究: 古典群上の保型 L 関数の研究において，新谷関数（球関数）が大きな役割を果たす．分解型直交群の場合，(不分岐) 新谷関数は定数倍を除き一意的であり，その明示公式を与えた（加藤信一氏，村瀬篤氏との共著論文）．

研究分担者加須栄は正則ディリクレ空間と内在的距離に関する幾何解析の問題として，収束理論を中心に研究した．具体的には，調和写像，リーマンベクトル束，部分多様体族の空間とエネルギー汎関数の収束について，正則ディリクレ空間論の視点から研究した．特に，調和写像の問題では，確率解析の手法を用いて，ガンママルチンゲールの収束定理を与えた．また，リーマンベクトル束の特別な場合として，

1 次微分形式の空間の収束とリ ッチ曲率が下に有界なリーマン多様体族の収束について詳しく解析した.

研究分担者奥山は複素力学系に現れる数論的問題である無理的中立周期系の解析的線型化問題を有理函数のみならず超越整函数に対しても研究した. 特に, 自然な幾何学的有限性のもとでこの問題を解決した. 一方, この問題をネヴァンリンナ理論の手法を用いても研究し, 70 年来の古典的結果を大きく改良することに成功した. さらに, この研究を複素力学系とネヴァンリンナ理論の横断的研究へと発展させ, 数論における類似とも併せて辞書を構築した. (本報告書添付論文参照.)

研究分担者小原は主に以下の三つの研究をした: (1) 一般超幾何関数 ${}_pF_{p-1}$ の交点形式に関する研究: 高階の局所定数層を係数とするツイスト (コ) ホモロジー群を導入し, それを用いて ${}_pF_{p-1}$ の二次関係式を具体的に導出した. (2) Selberg-type 超幾何関数の交点形式に関する研究: 上記の方法を応用して, Selberg-type 超幾何関数に付随するツイストホモロジー群の交点数を調べた. (3) A-超幾何微分差分方程式系に関する研究: GKZ の超幾何微分方程式系を微分差分方程式系に拡張し, その解空間について調べた. 特にその次元公式については, 「Cohen-Macaulay 性を必要としない」という定理を得たので, 口頭発表を行った. また, この研究に関しては, 研究のために使用するソフトウェアを開発し発表した.

研究分担者今吉はリーマン面の正則族のモノドロミーの研究に関連して, 次のような研究成果を得た: (1) 解析的有限な (g,n) 型の双曲的リーマン面 S に対して, 2 元複素多様体 $B=\{(x,y)\in S\times S\,|\,x\neq y\}$, 3 元複素多様体 $M=\{(x,y,z)\in S\times S\times S\,|\,x\neq y, y\neq z, z\neq x\}$, および射影 $\pi: M\to B$ を考えれば, B 上の $(g,n+2)$ 型のリーマン面の正則族 (M,π,B) が得られる. この正則族のモノドロミーのタイプを Bers と Thurston による方法で完全に分類することができた. その後、これらの結果は一般次元に拡張することが出来, 論文として印刷公表された. (2) リーマン面の正則族 (M,π,S) に対して, 2 次元複素多様体 M の普遍被覆空間 $\tilde{M}$ の形を決定する問題を考察した. 主結果としては, (i) $\tilde{M}$ は強擬凸領域と双正則同値にならない, (ii) $\tilde{M}$ は一般には多重円板と双正則同値にならず, また多重円板と双正則同値同値になるための必要十分条件も与えたことが挙げられる. この成果は論文として纏め印刷公表される予定である. (3) 小平曲面から自然に誘導される, リーマン面の正則族のモノドロミー群の元のタイプを完全に決定した. より正確に述べれば, 楕円型の元は表われず, またいつ放物型, 双曲型, 擬双曲型になるかを判定することができる結果が得られた. この結果は論文として印刷公表された.

(4) 穴開き円板上のリーマン面の正則族のモノドロミーは負型の擬周期写像になるが，逆に，負型の擬周期写像が与えられたとき，それをモノドロミーに持つ，リーマン面の正則族が存在するという定理（松本・Montesinos の結果) の新しい証明を与えた．この証明法によれば，このようなリーマン面の正則族全体の構造を解析することもできる．この証明法の論文は目下執筆中である．(本報告書添付論文参照.)

研究分担者野口は正則曲線の値分布と有理点の分布について研究した．第二主要定理型予想とイロハ予想の類似から, 双方について新しい知見を得た．関数体上の類似も研究し準アーベル多様体上のイロハ予想類似を証明した．正則曲線については第二主要定理を最良な形で証明出来たことが著しい．これらの結果は小林双曲性問題への応用が見込まれる．

研究分担者小松は以下で述べるように種々の核関数に関する研究をした．強擬凸領域でベルグマン核を考えると境界上の CR 幾何に付随したスカラー不変式論を議論できるが, ベルグマン核をゼゲー核で置き換えてもゼゲー核を定める面素を適当にとってゼゲー核が双正則変換則を満たすようにしておけば, 話は同様である．ベルグマン核とゼゲー核に現れる CR 不変式は普遍定数だけ違うが, これらの定数の決定には局所ソボレフ・ベルグマン核とも呼ぶべき超局所特異性 (局所積分核) が使われた．ソボレフ位数が半整数 $s/2$ の場合に話を限ると, $s=0$ がベルグマン核に, $s=1$ がゼゲー核に対応する．こういう積分核が局所双正則変換則を誤差なく満たすための条件を追求していくと, 必要十分条件として $0 \leq s \leq n+1$ が絞り出される．他方 $s<0$ のとき, ソボレフ・ベルグマン核と呼ぶべき再生核を, 双正則変換則を誤差なく満たすように大域的に自然に定義出来るが, これらは局所ソボレフ・ベルグマン核より複雑な形の特異性をもつ．このことより, こういう再生核の解析は CR 不変式論に大変役に立つと期待される．この特異性について研究した．特に, ハルトークス領域でベルグマン核を考えることにより, こういう特異性を考える困難を避ける方法 (の発見的説明) を得た．この操作は, 半大域的とでもいうべき性質をもつものだが, 平地氏による人工パラメータの方法と深く関係していると思われる．

研究分担者清水は研究代表者児玉との共同研究の他に以下のような研究をした: 一変数関数論において，円環のモジュラスの問題，すなわち「2つの円環が双正則同値になるのはどういうときか?」という問題への解答は基本的結果の一つである．そしてそれは次のように述べることができる: D_1, D_2 を $D_i = \{z \in \mathbf{C} \,|\, r_i < |z| < s_i\}$ $(i=1,2)$ により与えられる $\mathbf{C}^*$ 内の領域とする．このとき, もし D_1, D_2 が双正則同値ならば，ある $\mathrm{Aut}_{\mathrm{alg}}(\mathbf{C}^*)$ の元 φ があって，φ は D_1 上正則であり，$\varphi(D_1) = D_2$

が成り立つ．ここで, $\mathrm{Aut}_{\mathrm{alg}}(\mathbf{C}^*)$ は $\mathbf{C}^* \ni z \longmapsto w \in \mathbf{C}^*$, $w = \alpha z^{\epsilon}$ の形の $\mathbf{C}^*$ の正則自己同型全体からなる集合を表す．ただし, $\alpha \in \mathbf{C}^*$, $\epsilon = \pm$ である．この結果は次のように自然に多変数関数論の場合に一般化される:

定理． D_1, D_2 を $(\mathbf{C}^*)^n$ 内のラインハルト領域とする（ただし, 都合上 D_1, D_2 が "本質的に"非有界のときは，それらが擬凸であると仮定する）．このとき, もし D_1, D_2 が双正則同値ならば，ある $\mathrm{Aut}_{\mathrm{alg}}((\mathbf{C}^*)^n)$ の元 φ があって，φ は D_1 上正則であり，$\varphi(D_1) = D_2$ が成り立つ．ここで, $\mathrm{Aut}_{\mathrm{alg}}((\mathbf{C}^*)^n)$ は

$$(\mathbf{C}^*)^n \ni (z_1, \cdots, z_n) \longmapsto (w_1, \cdots, w_n) \in (\mathbf{C}^*)^n,$$
$$w_i = \alpha_i z_1^{a_{1i}} \cdots z_n^{a_{ni}}, \quad i = 1, \cdots, n,$$

の形の $(\mathbf{C}^*)^n$ の正則自己同型全体からなる集合を表す．ただし, $(a_{ij}) \in GL(n, \mathbf{Z})$, $(\alpha_i) \in (\mathbf{C}^*)^n$ である．

ここで一つの自然な疑問として

問題 $(*)$: 上記定理が，D_1, D_2 を一般に $\mathbf{C}^n$ 内のラインハルト領域とした場合にも成立するか？

が生じる．問題 $(*)$ は，$n = 1$ の場合は自明となるので，多変数関数論特有の問題であることに注意する．さて, $(c_1, \cdots, c_n)$ を各 c_i が非負である $\mathbf{R}^n - \{0\}$ の元とし, $\{(z_1, \cdots, z_n) \in \mathbf{C}^n \mid |z_1|^{c_1} \cdots |z_n|^{c_n} < 1\}$ により与えられる $\mathbf{C}^n$ 内の非有界ラインハルト領域を考える．このような領域は初等ラインハルト領域と呼ばれる．D_1, D_2 が初等ラインハルト領域の場合の問題 $(*)$ へは，近年，多重複素グリーン関数を利用する形での解答が与えられていたが, 清水は正則自己同型群の理論を利用するという，それとは別の視点から，上記問題への解答を与えた．