

Quantum Theory of Kaluza-Klein (higher dimensional) Field Theory

メタデータ	言語: jpn 出版者: 公開日: 2017-12-21 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: Kubo, Jisuke メールアドレス: 所属:
URL	https://doi.org/10.24517/00049479

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 3.0 International License.



Kaluza-Klein理論
(高次元場の理論)
の量子論に関する研究

課題番号 14540252

平成14年度—平成17年度科学研究費補助金
(基盤研究 (C) (2)) 研究成果報告書

平成18年5月

研究代表者 久保治輔
(金沢大学・自然科学研究科・教授)

金沢大学附属図書館



0800-04248-4

目次

1. はしがき
2. 研究目的
3. 研究成果
4. 口頭研究発表（国際会議等）
5. 研究発表論文リスト
 - 5.1 論文
 - 5.2 Proceedings
6. 研究発表論文

1 はしがき

この研究は、平成14年度から平成17年度にわたって科学研究補助金（基盤研究(C)(2)：課題番号 14540252）を得て行われたものである。

研究組織

代表者： 久保治輔（金沢大・自然科学研究科・教授）

研究経費

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
平成14年度	800,000	0	800,000
平成15年度	800,000	0	800,000
平成16年度	700,000	0	700,000
平成17年度	800,000	0	800,000
総計	3,100,000	0	3,100,000

2 研究目的

30年代に素粒子物理学が誕生して以来、場の量子論は素粒子論の進展に大きな影響をおよぼしてきた。場の理論のくりこみ可能性は、相対論的場の理論を矛盾なく量子化するために重要な役割を果たし、理論に予言力を与え、何がその理論の独立なパラメーターで何が計算できるかを正確に定義してくれる。重力理論の量子化は素粒子論に残された21世紀最大の課題の一つである。

20年代、Kaluza と Klein は、5次元の重力理論が4次元の電磁相互作用と重力の統一を可能にすること示した。5次元目の空間は何らかの理由でコンパクト化されていて、極最近までその大きさはだいたい 10^{-33}cm (プランク長) 位であり観測不可能であると信じられていた。Kaluza-Klein の考えは、多くの人に引き継がれ様々な素粒子の模型に応用され、多くの興味深い帰結をもたらしてきた。しかし、一般的には、Kaluza-Klein 理論 (高次元の場の理論) はそれが重力を含もうと含まないとにかかわらずくりこみ不可能であり、量子補正を厳密に計算することができない。即ち、Kaluza-Klein 理論は、正則化と共に定義されていて、理論的予測から正則化依存性を取り除くことができない。或いは、如何に取り除くかが知られていない。

ところが、近年 Kaluza-Klein 理論に新たな興味が寄せられている。その第一の理由は、コンパクト化された空間の大きさをさらに大きくして、素粒子の標準理論のエネルギースケールの逆数にまで近付けても実験と矛盾しないような Kaluza-Klein 模型を創る方法が見い出されたからである。この事実は、素粒子論のゲージ階層性の問題の解決策に新たな可能性を与えたばかりでなく、統一が起こるスケールがそれまで信じられていた値 $\sim 10^{16}\text{GeV}$ より遥かに小さくなりうることを明らかにした。即ち、(重力を含まない) くりこみ不可能な理論で量子補正のある近似のもとで計算し、統一という物理的現象の存在をその近似で確認し、原理的には測定可能な統一スケールを予言したのである。「くりこみ不可能な理論でこの予言はどれほど意味のあるものだろうか？」この素朴な質問が、当研究の最大の動機である。

これまでに我々が行なってきた研究によると、(重力を含まない) Kaluza-Klein 理論の正則化依存性をコントロールすることができ、量子補正を計算することは物理的意味があり、さらに正則化によらない低エネルギーでの理論的予言が可能であることを示唆している。当研究の目的は、この可能性を更に追及し、詳しく調査し、Kaluza-Klein 理論は、ある拡張された意味で理論的予言力があることを示すことである。大きな成功をおさめている素粒子の標準理論と重力を統一する理論(例えば弦理論)の低エネルギー有効理論は、比較的大きなコンパクト化半径をもった Kaluza-Klein 理論である可能性が十分にある。このような高次元の場の理論を量子論と見なすということはどういうことなのか、或いは、どういうふうにして意味のある予言をすることができるかについて研究するのが目的である。

更に、近年現象論的に注目されている高次元の素粒子の模型を取り上げ、理論的・現象論的な性質を非摂動くりこみ群を利用して調査する。特に、超対称統一理論のくりこみ群方程式を数値的に解き、超対称性を破る項の赤外収束性に関する研究を行なう。この収束性は、超対称理論に潜在しているフレーバーを変える中性電流の問題(SUSY フレーバー問題)を解く鍵をにぎっている可能性があり、最近注目されている。また、離散的なフレーバー対称性も SUSY フレーバー問題を解決する有力な糸口である。しかし、この離散的な対称性が4次元でなぜ存在しているのか明らかではない。高次元理論の非摂動効果によって、連続的な対称性が離散的な対称性に破れたために4次元で現れている可能性がある。この理論的可能性を数値的処方を用いて追求する。このような高次元理論の現象論的側面についての研究も当研究の目的である。

3 研究成果

● 一般には、4次元以上のゲージ理論はくりこみ不可能で、摂動論の計算がどれほど信用できるか分っていない。先ず、余分な次元（5次元目）が小さな円にコンパクト化されている $SU(2)$ ゲージ理論を非摂動的に解析することに挑戦した。具体的には、理論を格子上で定式化し、Monte Carlo simulation を使って、スタティックなクォーク間のポテンシャルやストリングテンションを計算した。そして、円の半径が十分に小さいと、ポテンシャルやストリングテンションはスケーリング則を満たしていることを見出した。この結果は、スケーリング則が成り立っている領域では、この摂動的にくりこみ不可能な理論が、非摂動的にはくりこみ可能な理論のように振る舞っていて、予言力のある理論であることを示している。また、半径を小さくしていくとスケーリング則が変化し、5次元の理論がしだいに4次的に振る舞っていることを示している。これは世界で始めて得られた結果である。この結果は物理的直感とあっているが、無限自由度を含むしかも摂動的にくりこみ不可能な理論が、実際にそのように振る舞っているという保証ない。この結果は高次元理論の今後の発展に大きな影響を与えるものであると期待できる。当研究により、コンパクト化された五次元格子ゲージ理論の二次相転移的相転移の存在が明らかになった。つまり、赤外領域で予言力が増加していることを意味している。また、コンパクト化の半径を小さくしていくと、理論は次第に4次的に振る舞ってくることを非摂動的に確かめ、5次元理論の低エネルギー有効理論は、非摂動的にも4次元理論になっていることも見出した。更に、4次元の意味での color の閉じ込めが起こっているためのコンパクト化半径に対する条件が存在している可能性があることが分かってきたが、解析的な近似法をつかって、コンパクト化の半径に関する条件を見つけることができた。

● 上の結果は格子ゲージ理論で Monte Carlo simulation を用いて得られた結果であるが、解析的な処方でも得られるものと期待できる。そこで、(ゲー

ジ理論ではない) 高次元スカラー理論を非摂動的くりこみ群を使って解析し、その予言力について調べた。その結果、理論ができるだけ短い距離まで連続理論として振る舞うように要求すると、摂動論では独立なパラメータとして扱わなければならないものもの間に関係が生じ、その帰結として理論の予言力が向上することを見いだした。(くりこみ不可能な理論には、一般に無限個の独立なパラメータがある。) この結果は、先ず、4次元以上の空間がコンパクト化されていない場合に得られた。その後、4次元以上の空間がコンパクト化されている場合にも得ることとできた。この結果は、高次元スカラー場の理論で得られたものであるが、現実的な Kaluza-Klein 理論にも拡張することができ、今後の発展に大きな影響を与えるものであると期待できる。

- 自明 (非摂動的にくりこみ不可能な) な場の理論は、連続的な時空で厳密に定義することができない場の理論で、連続極限で粒子の相互作用はゼロになる。しかし、自明な場の理論でも低エネルギーでは有効理論として物理的意味があり、事実、標準理論も自明な場の理論であると信じられている。このような自明な場の理論には、素粒子の相互作用を記述することのできる (有限な) 上限のエネルギー (カットオフ) が存在し、理論のパラメータは、このカットオフの値に依存する。これが低エネルギーでパラメータのとれる値に制限が存在する原因である。これまで、この制限はくりこみ不可能な高い次元の相互作用にあまり依存しないと仮定されてた。我々は、非摂動くりこみ群方程式を局所ポテンシャル近似を使って数値的に解くことにより、くりこみ不可能な相互作用の影響を調べた。その結果、これまでに計算されていた Higgs 粒子の質量の理論的上限が、くりこみ不可能な相互作用のために 3 – 10 倍増加することを見い出した。

- 超対称大統一理論は、電磁相互作用、弱い相互作用と強い相互作用を統一的に記述することができる。しかし、超対称性の破れをコントロールすることが難しく、実験と無矛盾に統一模型をつくることは容易なことではない。一

方、超対称性理論には赤外固定点が存在することが知られていて、SUSY フレバー問題の一つの解決方法として、この赤外固定点を利用する方法が考えられる。エネルギーの高いところでは、超対称性の破れをコントロールすることができなくても、低エネルギーになるにつれて、超対称性を破る項がある固定値に収束し、コントロールすることができるようになるという理論的現象である。もし理論に余分な次元が存在するとパラメータの値がより早く固定値に近づくことから、高次元大統一理論では、より優れた SUSY フレバー問題の解決が期待される。我々は、ゲージ対称群 $SU(5)$ に基づく高次元超対称大統一模型を構築し、この可能性を具体的に調査した。期待通りの結果を数値的に得ることができた。

- 最近、SUSY フレバー問題は、フレバー対称性を導入することによって、完全な解決はできないまでも、かなり和らげることが指摘された。しかし、当初の模型では、フレバー対称性は少しだが hard に破れていた。確かに、SUSY フレバー問題はフレバー対称性の導入によってある程度和らげることはできても、なぜフレバー対称性が少しだけ hard に破れているのかを説明しなければならぬし、hard に破れているため、対称性に基づいて予言力が非常に薄くなってしまふ。一方、有限群に基づく対称性、特に S_3 対称性は古くからフレーバーの対称性として考えられてきた。しかし、ほとんどの模型では S_3 対称性が hard に破れているか、実験と矛盾するものであった。ところが、Mondragon 達との共同研究で、 S_3 対称性が hard に破れていない、しかも実験と無矛盾な模型を作ることに成功した。レプトンセクタでは、更に Z_2 対称性を導入することができ、 U_{e3} が小さいことや、大気ニュートリノの混合が maximal であることがフレバー対称性の帰結として理解できることを見いだした。さらに、この模型を超対称化すると、SUSY フレバー問題がかなり和らげられていることが小林、寺尾との共同研究で判明した。つまり、SUSY フレバー問題と標準理論のフレーバーの構造がフレバー対称性の導入によって密接な実験的に検証可能な関係にあるのである。実際、この模型では $U_{e3} = m_e / \sqrt{2} m_\mu$ と予言できる一

方、 $\mu \rightarrow e\gamma$ を抑える suppression factor m_e/m_μ が得られる。(最小超対称標準模型にはこのような suppression factor は存在しない。) つまり、この模型では、 U_{e3} が小さいことと $\mu \rightarrow e\gamma$ が抑えられている理論的理由は同じなのである。

S_3 は有限群の一つである。ごく最近、 D_4, Q_4 に基づくフレーバー対称性を持つ模型が考察された。フレーバー対称性が低エネルギーで実現されているとすると、それには強い制限がつく。特に、一つのフレーバーを3次元既約表現に組み込むと、現実的な湯川相互作用を持つ模型を構成することは非常に難しくなる。従って、2次元の既約表現が存在する群が有力な候補になると思われる。Dihedral group (有限群の一つのクラスで、正多角形の対称群) の表現は、1次元と2次元の既約表現しか存在しない。最近、Babuとの共同研究で、Dihedral groups (D_N と Q_{2N}) を使いやすくするための簡単な取り扱い方法を提案した。また、この仕事では、 Q_6 に基づく標準理論の超対称化を提案した。この模型では、フレーバー対称性だけでは十分に抑えることのできない超対称性を破る項からの中性子の electric dipole moment (EDM) へ寄与を、完全に抑える機構も提案した。これらの模型が暗示していることは、フレーバー対称性は標準理論のフレーバーの構造を決めているだけでなく、標準理論が超対称化された場合に生ずる SUSY フレーバー問題を解決する糸口になっているかもしれないということである。即ち、一見無関係である SUSY フレーバー問題とニュートリノ混合が、フレーバー対称性を通して実験的に検証可能な形で結びついている可能性があるということである。

- さらに、有限群 Q_6 に基づくフレーバー対称性を持つ超対称模型において、Flavor Changing Neutral Current (FCNC) 反応 (電荷を変えないで粒子の種類が変わる反応) と陽子崩壊についての調査を行なった。一般に超対称模型は短かすぎる陽子の寿命を予言し、崩壊モードはフレーバーの構造を反映することも知られている。我々は、 Q_6 フレーバー対称性が陽子崩壊に及ぼす影響を調べた。その結果、この対称性によって対称性が無い場合と比べて陽子の寿

命を約一万倍にすることができることや、実際に各種の崩壊モードが測定された場合、フレーバー対称性を実験的に検証することができる可能性があるところを指摘した。これら結果は、標準理論を超える素粒子論の発展に大きな影響を与えるものであると期待できる。

- 5次元が連続空間ではなく、離散的、つまり格子上にコンパクト化されていると5次元目に正多角形の対称性がごく自然に存在する。このような時空の下で場の理論を構築した。この正多角形の対称性が場の理論のフレーバーの対称性になっていることを具体的に示し、素粒子のモデルを構築した。離散的な5次元を orbifold 的境界条件でコンパクト化すると、空間としての正多角形の対称性の対称性は破れるが、低エネルギー有効理論では、global なフレーバーの対称性として残っていることを見いだした。これら結果は、標準理論を超える素粒子論の発展に大きな影響を与えるものであると期待できる。

- これらの研究の結果は、数々の権威ある国際会議で発表され、将来の研究課題の大きな動機となった。

4 口頭研究発表（国際会議等）

1. “ Suppressing FCNC and CP Violating Phases with Extra Dimensions”, 「10th International Conference on Supersymmetry and Unification of Fundamental Interactions (SUSY02)」, Hamburg, Germany, 17-23 Jun 2002.
2. “Making Unrenormalizable Theories Predictive”, Munenchen, Germany, Max-Planck-Institute, Hamburg, Germany, 17 Jun 2002.
3. “ Renormalization Group Approach to the SUSY Flavor Problem”, 「10th Mexican School of Particles and Fields」, Playa del Carmen, Mexico, 30 Oct - 6 Nov 2002.
4. “ S_3 Flavor Symmetry and Neutrino Mixing”, 「DESY Theory Workshop On GUTs And Branes」, Hamburg, Germany, 23-26 Sept 2003.
5. “ S_3 Flavor Symmetry and Low Energy Leptogenesis”, 「12th International Conference on Supersymmetry and Unification of Fundamental Interactions (SUSY04)」, Tsukuba, 17-24 Jun 2004.
6. 平成15年9月から16年3月の在外研究派遣中に、ミュンヘン工科大学、ミュンヘン大学、ドルトムント大学、ウィーン大学、ハイデルベルク大学、ボン大学、バレンシア大学で招待講演。

5 研究発表論文リスト

5.1 論文

1. S. Ejiri, S. Fujimoto and J. Kubo,
“Scaling Laws and Effective Dimensions in Lattice SU(2) Yang-Mills
Theory with a Compactified Extra Dimension”
Phys. Rev. D66 (2002) 036002.
2. J. Kubo and H. Terao,
“Suppressing FCNC and CP Violating Phases by Extra Dimensions”
Phys. Rev. D66 (2002) 116003.
3. J. Kubo and M. Nunami,
“Unrenormalizable theories are predictive”
Eur. Phys. J. C26 (2003) 461-472.
4. K.S. Babu, T. Kobayashi, J. Kubo,
“Finite Theories and the SUSY Flavor Problem”
Phys. Rev. D67 (2003) 075018.
5. J. Kubo, A. Mondragon, M. Mondragon, E. Rodriguez-Jauregui,
“The Flavor Symmetry”
Prog. Theor. Phys. 109 (2003) 795-807.
6. T. Kobayashi, J. Kubo and H. Terao,
“Exact \mathcal{S}_3 symmetry solving the supersymmetric flavor problem”
Phys. Lett. B568 (2003) 83-91.
7. J. Kubo,
“Majorana Phase in Minimal S_3 Invariant Extension of the Standard
Model”
Phys. Lett. B578 (2004) 156-164.

8. J. Kubo and M. Nunami,
“Maximal Locality and Predictive Power in Higher Dimensional, Compactified Theories”
Prog. Theor. Phys. 111 (2004) 413-432.
9. Y. Kajiyama, J. Kubo and H. Terao,
“ Softening the Supersymmetric Flavor Problem in Orbifold GUTs”
Phys. Rev. D69 (2004) 116006
10. J. Kubo, H. Okada and F. Sakamaki,
“Higgs Potential in Minimal S_3 Invariant Extension of the Standard Model”
Phys. Rev. D70 (2004) 036007.
11. Ki-Y. Choi, Y. Kajiyama, J. Kubo and H.M. Lee,
“Double Suppression of FCNCs in Supersymmetric Models”
Phys.Rev.D70 (2004) 055004.
12. K.S. Babu and J. Kubo,
“Dihedral Families of Quarks, Leptons and Higgs Bosons”
Phys. Rev. D71 (2005) 056006.
13. J. Kubo,
“Dihedral Flavor Symmetry from Dimensional Deconstruction”
Phys. Lett. B622 (2005) 303-310.
14. T. Araki, J. Kubo and E.A. Paschos,
“ $S(3)$ Flavor Symmetry and Leptogenesis”
Eur. Phys. J. C45 (2006) 465-475.
15. Y. Kajiyama, E. Itou and J. Kubo,
“Nonabelian Discrete Family Symmetry to soften the SUSY Flavor Prob-

lem and to suppress Proton Decay”
to appear in Nucl. Phys. B.

5.2 Proceedings

1. J. Kubo and H. Terao,
“ Suppressing FCNC and CP Violating Phases with Extra Dimensions”
Presented at 10th International Conference on Supersymmetry and Uni-
fication of Fundamental Interactions (SUSY02), Hamburg, Germany, 17-
23 Jun 2002.
2. J. Kubo,
“ Renormalization Group Approach to the SUSY Flavor Problem”, Pro-
ceedings for 10th Mexican School of Particles and Fields, Playa del Car-
men, Mexico, 30 Oct - 6 Nov 2002. Published in AIP Conf. Proc. 670
(2003) 315-322.
3. C. Espinoza, T. Ishikawa, J. Kubo and M. Mondragon,
“Infrared Attractiveness in Extra Dimensions”
Proceedings for 10th Mexican School of Particles and Fields, Playa del
Carmen, Mexico, 30 Oct - 6 Nov 2002. Published in AIP Conf. Proc.
670 (2003) 510-513.
4. J. Kubo and E.A. Paschos,
“ S_3 Flavor Symmetry and Low Energy Leptogenesis”
12th International Conference on Supersymmetry and Unification of Fun-
damental Interactions (SUSY04), Tsukuba, 17-24 Jun 2004.
5. J. Kubo, A. Mondragon, M. Mondragon, E. Rodriguez-Jauregui, O.
Felix-Beltran and E. Peinado,
“ A Minimal S_3 -Invariant Extension of the Standard Model”

11th Mexican School of Particles and Fields, Xalapa, Veracruz, Mexico,
2-13 Aug 2004. J. Phys. Conf. Ser.18 (2005) 380-384.