



ます高速で回転されるようになっており、これに必要な動力は増大する一方である。情勢としてはさらなるコストダウンが望まれ、これに対する策として減圧をすることが考えられるが、減圧のために動力を消費したのではコスト増になる。他方、労務管理の問題から騒音、塵埃の飛散に対応するため機械または鍾ごとケースに納める設計もとりざたされるようになった。このように空間を限る場合、ついでに減圧が行えれば減圧に要するコストと動力は軽減され、動力節減の有効な方法となりうる可能性もある。

このような現状のもと、周囲の圧力が巻糸体回転動力に及ぼす影響を検討しておくことは有意義である。本報では圧力によって影響が及ぼされる動力として、巻糸体が周囲の空気をかく拌する動力と糸を解じよする動力について検討した結果について述べる。

### 2. 巻糸体回転動力と圧力

巻糸体が回転するとき、周囲の空気をかく拌するために動力が消費される。その動力  $L_a$  は次式で表される<sup>2)</sup>。

$$L_a = C_f \cdot \rho \cdot \int V^3 \cdot dA / 2 \quad (1)$$

ここで  $C_f$  は摩擦係数、 $\rho$  は空気の密度、 $dA$  は巻糸体表面の微小面積、 $V$  は微小部分の速度である。角速度  $\omega$  で回転する半径  $b$  高さ  $h$  の円柱の巻糸体の場合は

$$L_a = C_f \cdot \rho \cdot (b\omega)^2 \cdot A \cdot b\omega / 2 \quad (2)$$

$$A = 2\pi b h$$

となる。この中で圧力によって変わるものは  $C_f$  と  $\rho$  である。 $\rho$  は圧力に比例して減少するが  $C_f$  はレイノルズ数  $Re$  により、以下のように変化する<sup>2)</sup>。

$$Re = Vb/\nu = \rho b^2 \omega / \mu \quad (3)$$

$$C_f = 0.049 Re^{-0.2} = 0.049 (\rho b^2 \omega / \mu)^{-0.2} \quad (4)$$

空気の粘度  $\mu$  の圧力による変化は無視し得る程度に小さい<sup>3)</sup>。回転の条件を変えずに減圧すると空気の動粘度  $\nu$  は  $\mu/\rho$  であるから  $Re$  は  $\rho$  に比例する。従って同一条件の状態が減圧をすると  $\rho$  が小さくなり、 $C_f$  はやや増大する。(4)式と(2)式より動力は  $\rho$  の0.8乗に比例することが分かる。

### 3. 糸を解じよする動力について

図1に示すように角速度  $\omega_b$  で回転している半径  $b$  の巻糸体に糸が接する点  $P$  での張力を  $T_b$ 。点  $P$  における糸と回転軸とのなす角を  $\phi$  とする。このと

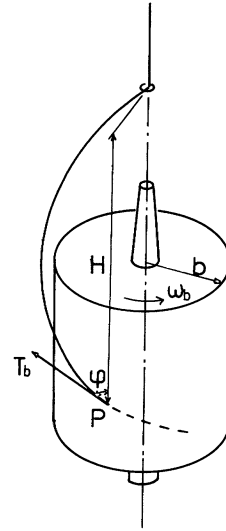


Fig. 1 Balloon curve

き糸を解じよする場合でも巻き取る場合でも、必要な動力  $L_b$  は

$$L_b = T_b \cdot b \cdot \omega_b \cdot \sin \phi \quad (5)$$

となる。

糸の長さ方向の速度が回転周速度に比べて小さい加工工程に合燃と強燃糸製造がある。これらにはバルーンがかかっているのので、バルーンの広がり方が圧力にどのように影響されるかを検討する。巻糸体を回転させながら糸を解じよする加工工程としてアップツイスタがあり、その中でフライヤレス燃糸機<sup>4)</sup>で強燃糸を製造するときのように糸がバルーンしながら解じよされる状態が理想的に考えやすい。しかしいずれも張力は燃糸機の機構上の寸法によって変わり、また同一の機械でもバルーン高さが変わると  $T_b$  も  $\phi$  も変化する。

そこで簡単のため、これらに代わる第1近似としてラッシングエンド半径を用いる。バルーニングしている糸を切断するとポビンの方の糸はすべてはポビンの巻糸体に巻き付かず、ある一定の半径を保ったまま回転する。このときの回転中心から糸の先端までの半径をラッシングエンド半径(半径  $l$  とする)という。ラッシングエンド半径を保ちながら回転させるのに必要な動力をもって糸を解じよするのに必要な動力と考える。バルーン高さ  $H$  に対する糸層半径  $b$  の比  $H/b$  が3以下であれば、ラッシングエンド半径を保って回転する動力とバルーンをさせ回転する動力はほとんど等しい<sup>5)</sup>。

ラッシングエンド曲線の途中の任意の半径  $r$  の点

で接線をひき、それに原点より下ろした垂線の長さを  $l$  で除したものを  $q$  とすると以下の関係が成り立つ。ただし  $R=r/l$  とする。

$$\begin{aligned}
2\kappa q = & (\eta - 1) - \frac{(\eta - 1)(1 - R^2)^2}{2} \\
& - \frac{(\eta - 1)^2(1 - R^2)^2}{8(\eta + 2)} - \frac{(\eta - 1)^3(1 - R^2)^3}{16(\eta + 2)(\eta + 3)} \\
& - \frac{(5\eta + 11)(\eta - 1)^4(1 - R^2)^4}{128(\eta + 2)^2(\eta + 3)(\eta + 4)} \\
& - \frac{(14\eta + 38)(\eta - 1)^5(1 - R^2)^5}{512(\eta + 2)^2(\eta + 3)(\eta + 4)(\eta + 5)} \quad (6)
\end{aligned}$$

ここで、

$$\begin{aligned}
K = C_D \rho Dy / 2 \quad P_1 / \rho_1 = P / \rho \\
= C_D \rho_1 PDy / (2P_1) \quad (7)
\end{aligned}$$

$$\kappa = Kl / m$$

$$T_b = m\omega_s^2(l^2 - b^2) / 2 \quad (8)$$

$$\eta^2 = 4\kappa^2 + 1 \quad (\eta \text{ は正の実数}) \quad (9)$$

$C_D$  は糸を円柱とみなした場合の抗力係数、 $P$ 、 $\rho$  は気圧とそのときの密度で  $P_1$ 、 $\rho_1$  のサフィックスの 1 はそれぞれ 1 気圧のときの状態を意味している。 $Dy$  は糸の空気抗力に関する投影面積、 $m$  は糸の線密度である。糸種に対して  $\kappa$  が決まれば(6)式により  $q-R$  関係が求められる。それを図 2 に示す。 $q=R$  となる点は糸がポビンに接する点であり、そのときの  $R$  は  $b/l$  である。従って  $\kappa \cdot b/l = Kb/m$  と  $b/l$  の関係を得る。図 3 にその関係を示す。 $C_D$  として円柱の抗力係数 1.2 を用いることにすると、試料によって  $Dy$  と  $m$  が決まり、糸層半径  $b$  が与えられると

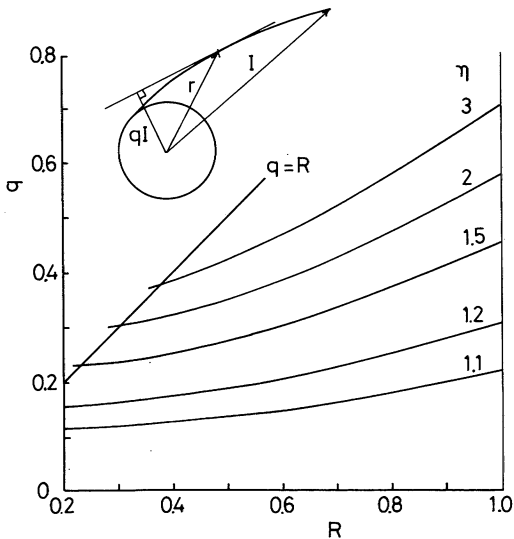


Fig. 2 Relation between  $q$  and  $R$  of lashing end curve

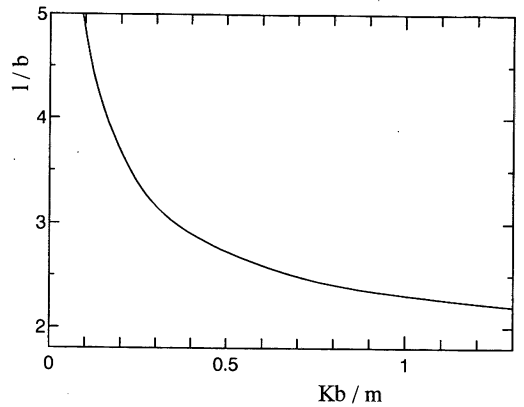


Fig. 3 Relation between  $l/b$  and  $Kb/m$

$Kb/m$  が計算できる。それによって  $l/b$  が図より得られる。また、 $C_D$  が不明の状態では、 $l$  を実験で求めると図 3 より  $K$  を得られ  $C_D$  を推測することができる。

糸を解じょするのに必要な動力 (ラッシングエンド半径を一定に保ちながら回転させるのに必要な動力で近似) は

$$L_s = T_b \cdot b \cdot \omega_s = m\omega_s^3(l^2 - b^2)b / 2 \quad (10)$$

となる。ラッシングエンド曲線では糸は糸層に垂直に接しているので  $\phi = 90^\circ$  である。圧力が下がると  $K$  が小さくなり、式の関係から  $l$  が増加し、動力が増大する。圧力が低くなると周囲の空気をかく拌する動力は減少するのに対し、糸を解じょする動力は増加することになる。

### 4. 実験方法

動力の測定は電動機の反力を測定する方法<sup>9)</sup>をとった。実験装置の極略図を図 4 に示す。電動機のローター軸は両端が長くなっていて、軸をベアリングで支えているので電動機のフレームは軸の周りに回転自由となっている。このため、電動機を回転させるために必要なトルクを測定することができる。ラッシングエンド現象を観察しながら巻糸体の周囲の空気圧を減少させるために、装置の周りをアクリル板製のケースで囲った。アクリルケースの内側はアングルで補強してある。減圧は 60Hz で 0.42kW のものを 2 台、2.3kW のもの 1 台の送風機 3 台を直列につないで行った。また、巻糸体の模型をナイロンブロックで作成し、その形状・寸法を図 5 に示した。

減圧したときのラッシングエンド半径の変化の測定について述べる。アクリルケースの外からストロ

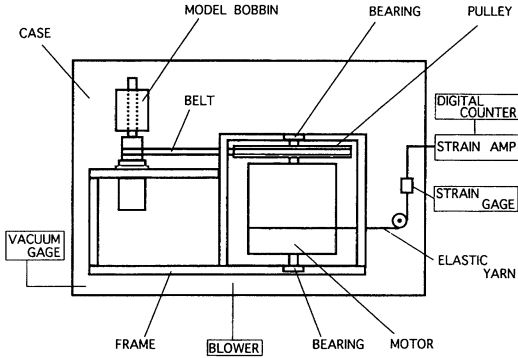


Fig. 4 Schematic illustration of the experimental apparatus

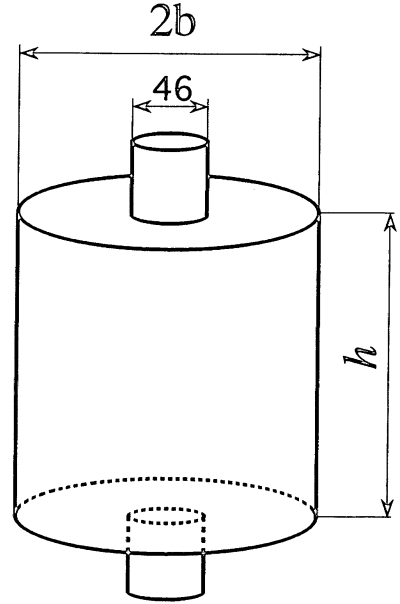
ボスコープで照らしながら巻糸体から広がり出ている糸の姿勢を撮影する。基準の長さと比較して  $l$  を求め、図3から  $Kb/m$  を求める。 $b$  と  $m$  は圧力に関係ないので  $l$  と  $K$  の関係を求めることになる。図3からも判断されるように  $l/b$  が2に近いと  $l$  のわずかな測定誤差によって  $Kb/m$  の変化が大きくなる。従って  $l/b$  が2.5以上となるように、糸種によって  $b$  を変える。使用した糸はナイロンフィラメント糸 30D6F, 70D13F およびポリエステルフィラメント糸 150D96F, 250D48F である。これに若干の撚りをかけ、セットしたものを試料とした。巻糸体は図5中のI, IVおよび芯のみを使用し、これに試験糸を2, 3回巻き付けて実験を行った。ナイロンブロックやアルミ円筒製のポビンおよびその上にフィラメント糸を巻き付けたもののかく拌動力は同じ値になることは先に報告している<sup>7)</sup>。

### 5. 実験結果と考察

#### 5.1 回転に必要な動力と圧力

種々の圧力下において求めた巻糸体IIおよびIIIの回転動力の測定結果を  $C_r$  とレイノルズ数でまとめ、図6に示した。図中の実線は(4)式の関係を示している。その結果、(4)式の直線より約10%程度はずれているが、圧力を減じたものの  $C_r$ 、減じないものの  $C_r$ 、いずれも同じ曲線上に載っている。これは、圧力が変化してもレイノルズ数を同じにすれば、回転しているポビンの周りの空気の流れが同じ状態になることを示している。

種々の周囲空気圧におけるモデルポビンIとIIの場合のかく拌損失動力と回転数の関係を図7に示した。巻糸体回転数 8070rpm においては 180mmHg



SAMPLE	2b (mm)	h (mm)
I	100	280
II	202	151
III	201	101
IV	75	280

Fig. 5 Shapes and dimensions of model yarn packages

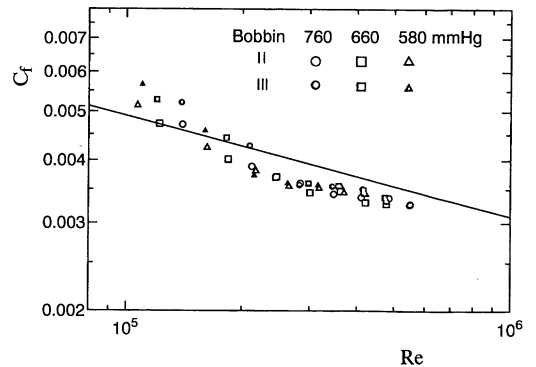


Fig. 6 Relation between  $C_r$  and  $Re$

の減圧によりそれぞれ 28W と 20W 程度の動力が減少している。減圧による動力軽減の効果をさらに詳しく調べるため、図8に1気圧のときのかく拌損失動力を  $L_{a1}$  とし、7060rpm と 8070rpm のときのそれぞれの損失動力  $L_a$  を  $L_{a1}$  で除したものを各周

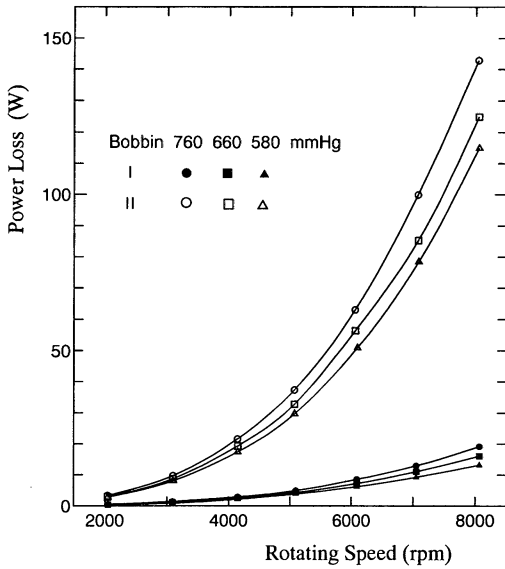


Fig. 7 Relation between friction power loss and rotating speed of the model yarn packages

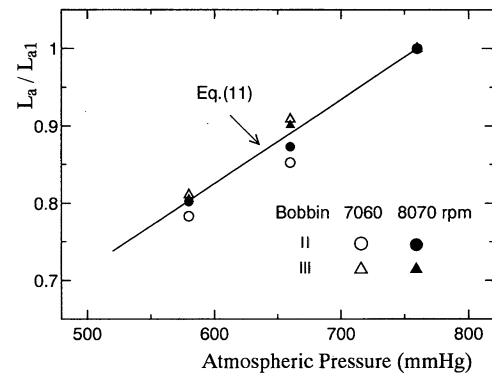


Fig. 8 Relation between  $L_a/L_{a1}$  and atmospheric pressure

囲空気圧に対してプロットした。図中の実線は  $L_a = (P/P_1)^{0.8} L_{a1}$  (11) の関係を表している。これによると、圧力以外の条件をすべて同じにし圧力のみが変化すると所要動力は圧力のほぼ0.8乗に比例して減少していることが分かる。(2)式および(4)式を考慮すれば、動力減少の主要因はかく拌される周囲の空気密度の低下によると考えられる。

### 5.2 糸解じよに必要な動力と圧力

種々のモデル巻糸体においてラッシングエンド半径  $l$  を測定したところ、周速で 15m/s から 30m/s

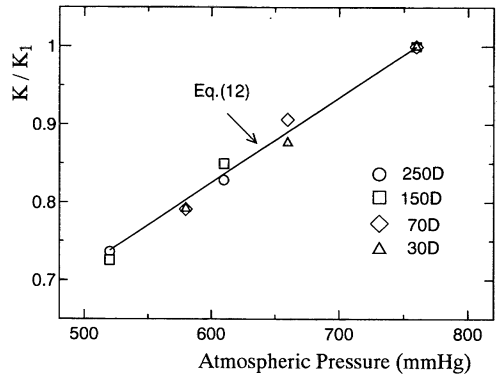


Fig. 9 Relation between  $K/K_1$  and atmospheric pressure

では同一の試料の  $l$  にはほとんど差はなく、一定であった。種々のモデル巻糸体に対する各圧力下で求められた  $l$  より図3によって  $Kb/m$  を求め、各圧力の際の  $Kb/m$  を 760mmHg のときのそれ ( $K_b/m$  とする) で除したものを図9に示す。圧力によって  $b$  と  $m$  は変化しないので  $K$  と圧力の関係を表している。図の実線は

$$K = (P/P_1)^{0.8} K_1 \quad (12)$$

の関係を示している。抗力係数  $C_D$  はレイノルズ数が小さくなると大きくなるので、さらに減圧していくと図9の関係からはずれると考えられる。

ここで、実際のバルーンの場合の動力を考える。糸をポリエステルフィラメント糸 250D とする。  $D_y$  は  $2.0 \times 10^{-4}$  m,  $C_D$  を 1.2,  $\rho$  は 1.205 を(7)式に入れ、  $m$  は  $2.89 \times 10^{-5}$  kg/m,  $b$  に 0.0375m を  $Kb/m$  に入れると 0.188 となる。図3より  $l/b$  は 3.8 を得、  $l$  は 143mm となる。実験による  $l$  は糸層表面の周速度 15m/s から 30m/s ではほとんど 146mm を示し、計算値と一致しているといえる。ラッシングエンド曲線の場合の糸層に接する点の張力  $T_b$  は(9)式によって求められる。同じ  $Kb/m$  のバルーンの場合の  $T_b$  を計算によって求めてみる<sup>9)</sup>。バルーン高さ  $H$  と  $b$  の比を 6 とする。そのときのバルーンの  $l/b$  は 4.1 であり  $\psi$  は  $53.5^\circ$  である。バルーンの  $T_b$  はラッシングエンドのその 1.16 倍となるが、動力としては 0.93 倍となる。

### 5.3 総動力と圧力

減圧するとかく拌動力は減少し、解じよ(巻き取り)張力は増加する。その一例を図10に示す。図10はモデルボビンIVにポリエステルフィラメント糸

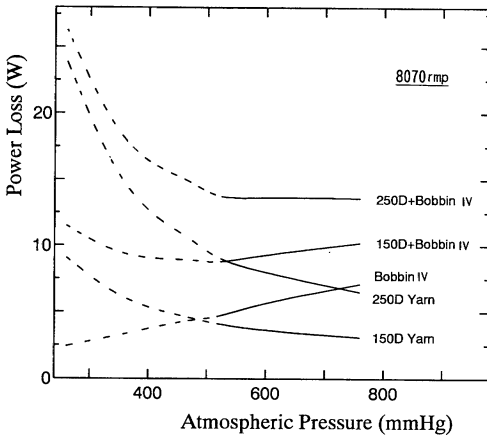


Fig. 10 Relation between total power loss and atmospheric pressure

250Dあるいは150Dを巻き付けた場合である。150Dの場合の総動力は総体的に減少しているが250Dのときの総動力は減圧してもさほど減少しない。定性的にいえることは、1気圧においてかく拵動力と解じょ動力がほぼ等しい250Dの場合はかく拵動力の減少と解じょ動力の増加が相殺して減圧による動力減少効果がなくなる。150Dの場合のように1気圧において、かく拵動力が解じょ動力の2倍以上であれば減圧の効果が現われる。図7に示したように、 $b$ の大きな巻糸体ではかく拵動力も大きいので、減圧による消費動力軽減の効果は大きくなる。

本実験の圧力よりさらに減圧した場合を想定してみる。減圧をすると $\rho$ が小さくなり $Re$ 数が小さくなる。 $Re$ 数が $7.2 \times 10^4$ より小さくなると $C_f$ は次式となる<sup>2)</sup>。

$$C_f = 375Re^{-1} \quad (13)$$

この場合(2)式は $\rho$ と無関係となるが、真空中では $\rho$ が0なのでかく拵動力も0と考えられる。そこで、かく拵動力は(11)式に、また $K$ は(12)式に従って減少する状態が保たれると仮定する。ポビン直径は75mmとする。計算の結果を図10に破線で示した。250Dの糸では圧力が下がるとともに若干動力は減じるがその値は小さい。150Dでは500mmHgぐらいまで動力は減じるが、それ以下では動力は増加する。カバーの容積と減圧のための動力の関係は今後明らかにする必要がある。

## 6. 結果

圧力が巻糸体回転動力に及ぼす影響について実験した結果、圧力を減じると、かく拵動力は減少し、

解じょ動力は増加することが定量的に明らかになった。一般的には巻糸体径(例えば75mm以上)が大きく、細い糸(例えば150D以下)の場合減圧の効果が著しい。またバルーンが関係しない巻取機ではかなりの効果が期待できる。

### <付録>

ラッシングエンド曲線の運動方程式はC. Mackら<sup>8)</sup>が「微小部に働く力の回転中心軸の周りのモーメントは角運動量の変化割合に等しい」として式を導いている。微小部に作用する力の釣合いから式を導くには接線座標を用いると便利であるが<sup>10)</sup>、本来、糸軸方向の送り速度を無視したバルーン解析の式と同一のはずであるのでバルーンの式から出発する<sup>11)</sup>。

$$\begin{aligned} & \frac{d}{ds} \left( T \frac{dx}{ds} \right) + m\omega^2 \\ & + K\omega^2 \sqrt{x^2 + y^2} - \left( x \frac{dy}{ds} - y \frac{dx}{ds} \right)^2 \\ & \left\{ y + \frac{dx}{ds} \left( x \frac{dy}{ds} - y \frac{dx}{ds} \right) \right\} = 0 \end{aligned} \quad (A1)$$

$$\begin{aligned} & \frac{d}{ds} \left( T \frac{dx}{ds} \right) + m\omega^2 \\ & + K\omega^2 \sqrt{x^2 + y^2} - \left( x \frac{dy}{ds} - y \frac{dx}{ds} \right)^2 \\ & \left\{ -x + \frac{dx}{ds} \left( x \frac{dy}{ds} - y \frac{dx}{ds} \right) \right\} = 0 \end{aligned} \quad (A2)$$

$$\begin{aligned} & \frac{d}{ds} \left( T \frac{dz}{ds} \right) + K\omega^2 \sqrt{x^2 + y^2} - \left( x \frac{dy}{ds} - y \frac{dx}{ds} \right)^2 \\ & \frac{dz}{ds} \left( x \frac{dy}{ds} - y \frac{dx}{ds} \right) = 0 \end{aligned} \quad (A3)$$

ここで、

$T$ : 張力

$z$ : 回転軸上にとった座標

$x, y$ : 回転軸上に垂直な平面上にとった座標

$m$ : 糸の線密度

$K$ : 単位長さ当たりの空気抗力を $KV^2$ としたときの定数。 $V$ は糸と空気の相対速度

$\omega$ : 回転角速度

$ds$ : 線素

なお、式変形の過程をなるべく詳しく記述するため、 $s$ による微分を'で表し、 $dx/ds = x'$ 、 $d^2y/ds^2 = y''$ 等と略記する場合がある。

ラッシングエンド曲線では $dz = 0$ であるから $(ds)^2 = (dx)^2 + (dy)^2$ となり、これより、

$$x'^2 + y'^2 = 1 \tag{A4}$$

となる。また (A4) 式を利用して、

$$(xy' - yx')^2 + (xx' + yy')^2 = x^2 (y'^2 + x'^2) + y^2 (x'^2 + y'^2) = x^2 + y^2 \tag{A5}$$

(A1) 式を簡単にするため、(A4) 式、(A5) 式を利用して以下の変形を行う。

$$\begin{aligned} & \sqrt{x^2 + y^2 - (xy' - yx')^2} \{y + x' (xy' - yx')\} \\ &= (xx' + yy') \{y (x'^2 + y'^2) + xx' y' - yx'^2\} \\ &= (xx' + yy')^2 y' \end{aligned} \tag{A6}$$

従ってラッシングエンド曲線では (A1) 式は次式となる。

$$(Tx)' + m\omega^2 + K\omega^2 y' (xx' + yy')^2 = 0 \tag{A7}$$

同様に (A2) 式は次式となる。

$$(Ty') + my\omega^2 - K\omega^2 x' (xx' + yy')^2 = 0 \tag{A8}$$

(A4) 式の両辺を微分すると

$$x'x'' + y'y'' = 0 \tag{A9}$$

の関係が得られるので、(A7) 式に  $x'$ 、(A8) 式に  $y'$  を乗じて加え、(A4) 式および (A9) 式の間を考慮すると次式が得られる。

$$T' + m\omega^2 (xx' + yy') = 0 \tag{A10}$$

同様に (A7) 式に  $(-y')$ 、(A8) 式に  $x'$  を乗じて加えると次式を得る。

$$\begin{aligned} & T(x'y'' - y'x'') - m\omega^2 (yx' - xy') \\ & - K\omega^2 (xx' + yy')^2 = 0 \end{aligned} \tag{A11}$$

ここで (A11) 式を簡単にするために以下の変形を行う。

$$r^2 = x^2 + y^2 \tag{A12}$$

とし、両辺を微分すると次式の間を得る。

$$rr' = xx' + yy' \tag{A13}$$

一方、(A4) 式および (A9) 式を利用すると、

$$(x'y'' - y'x'')(xy' + yx') = xy'' - yx'' \tag{A14}$$

の関係が得られるから (A13) 式を考慮して

$$(x'y'' - y'x'')rr' = xy'' - yx'' \tag{A15}$$

となり、また

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dr} (xy' - yx') = \frac{dx}{dr} \frac{dy}{ds} + x \frac{d^2y}{drds} - \frac{dy}{dr} \frac{dx}{ds} \\ & - y \frac{d^2x}{drds} = \frac{ds}{dr} (xy'' - yx'') \end{aligned} \tag{A16}$$

となるから (A15) 式、(A16) 式より

$$x'y'' - y'x'' = \frac{ds}{rdr} (xy'' - yx'') = \frac{d}{rdr} (xy' - yx') \tag{A17}$$

となる。(A17) 式を (A11) 式に代入して符号を変え、(A5) 式および (A12) 式を用いると

$$\begin{aligned} & T \frac{d}{rdr} (yx' - xy') - m\omega^2 (yx' - xy') \\ & + K\omega^2 (r^2 - (yx' - xy')^2) = 0 \end{aligned} \tag{A18}$$

となる。また  $l$  を定数とし、(A13) 式を考慮して (A10) 式の微分方程式を解くと次式となる。

$$T = m\omega^2 (l^2 - r^2) / 2 \tag{A19}$$

(A18) 式に (A19) 式を代入し、無次元化をするため、 $yx' - xy' = ql$ 、 $r/l = R$ 、 $Klm = \kappa$ 、とおくと

$$\frac{1-R^2}{2} \frac{dq}{RdR} - q - \kappa (R^2 - q^2) = 0 \tag{A20}$$

となる。ここで

$$v^2 = 4\kappa^2 (1 - R^2) \tag{A21}$$

とすると

$$d(v^2) = -8\kappa^2 R dR \tag{A22}$$

であるから (A20) 式に (A21) 式、(A22) 式を代入して整理すると

$$\frac{dq}{d(v^2)} = \frac{\kappa}{v^2} - \frac{1}{4\kappa} - \frac{\kappa}{v^2} q^2 - \frac{q}{v^2} \tag{A23}$$

となる。(A23) 式は C. Mack ら<sup>9)</sup>が別の方法で求めた式の  $Rrd\theta/ds$  ( $d\theta$ :  $r$  と  $x$  のなす角) を  $q$  とすれば一致しており、著者がさらに別に求めた<sup>10)</sup>  $R\sin\sigma$  ( $\sigma$ : 接線と  $r$  のなす角) を  $q$  とすればこれもまた一致している。 $|yx' - xy'|$  は任意の点  $(x, y)$  で接線をひき、この接線に原点より下した垂線の長さになることは解析幾何より明らかである。(A23) 式の解法を述べる。 $W = 2\kappa P + 1$ 、 $v^2 = w$  とおき (A23) 式に代入すると、

$$\frac{dW}{dw} = \frac{4\kappa^2 + 1}{2w} - \frac{1}{2} - \frac{W^2}{2w} \tag{A24}$$

となる。さらに

$$W = 2w \frac{d(\log U)}{dw} = \frac{2w}{U} \frac{dU}{dw} \tag{A25}$$

とおいて (A25) 式の両辺を  $w$  で微分すると、

$$\begin{aligned} & \frac{dW}{dw} = 2 \frac{1}{U} \frac{dU}{dw} \\ & + 2w \left\{ -\frac{1}{U^2} \left( \frac{dU}{dw} \right)^2 + \frac{1}{U} \frac{d^2U}{dw^2} \right\} \end{aligned} \tag{A26}$$

となる。(A24) 式に (A26) 式を代入し、

$$\eta^2 = 4\kappa^2 + 1 \tag{A27}$$

とおくと

$$\frac{d^2U}{dw^2} + \frac{1}{w} \left( \frac{dU}{dw} \right) + \frac{1}{4w} \left( 1 - \frac{\eta^2}{w} \right) U = 0 \tag{A28}$$

となる。これは、その解が円柱関数に帰着される微分方程式である<sup>11)</sup>。すなわち  $J_\eta$  を第 1 種ベッセル関数、 $Y_\eta$  を第 2 種ベッセル関数とすると  $E, F$  を定数として

$$U = EJ_{\eta}(\sqrt{w}) + FY_{\eta}(\sqrt{w}) \tag{A29}$$

が解となる。wをvに、Wをqにもどし、(A25)式  
の関係を用い、M=F/Eとすると、(A29)式は次式  
となる。

$$2\kappa q = \frac{v \left\{ \frac{d(J_{\eta}(\sqrt{w}))}{dv} + M \frac{d(Y_{\eta}(\sqrt{w}))}{dv} \right\}}{J_{\eta}(\sqrt{w}) + MY_{\eta}(\sqrt{w})} \tag{A30}$$

ここで、円柱関数（一般的に  $Z_{\eta}(v)$  とする）に共通  
する微分の関係

$$\frac{d(Z_{\eta}(v))}{dv} = Z_{\eta-1}(v) - \eta v^{-1} Z_{\eta}(v) \tag{A31}$$

を考慮すると、

$$2\kappa q = \frac{v \{J_{\eta-1}(v) - MY_{\eta-1}(v)\}}{J_{\eta}(v) + MY_{\eta}(v)} - \eta - 1 \tag{A32}$$

v→0のとき、M≠0とすると(A32)式の右辺第1項  
→0となり、

$$2\kappa q \rightarrow -\eta - 1 = \sqrt{4\kappa^2 + 1} - 1 \tag{A33}$$

となる。これは|q|≤1と矛盾するので、M=0とお  
いたものが解となる。すなわち、

$$2\kappa q = v \frac{J_{\eta-1}(v)}{J_{\eta}(v)} - \eta - 1 \tag{A34}$$

(A34)式を(A31)式を用いて変形し、直接級数の  
形で表すと次式を得る。

$$2\kappa q = (\eta - 1) - \frac{(\eta - 1)(1 - R^2)}{2} - \frac{(\eta - 1)^2(1 - R^2)^2}{8(\eta + 2)} - \frac{(\eta - 1)^3(1 - R^2)^3}{16(\eta + 2)(\eta + 3)} - \frac{(5\eta + 11)(\eta - 1)^4(1 - R^2)^4}{128(\eta + 2)^2(\eta + 3)(\eta + 4)} - \frac{(14\eta + 38)(\eta - 1)^5(1 - R^2)^5}{512(\eta + 2)^2(\eta + 3)(\eta + 4)(\eta + 5)} - \dots \tag{A35}$$

参考文献

- 1) 新宅救徳, 岩木信男, 喜成年泰; 織学誌, 42, T39 (1986)
- 2) 新宅救徳, 尾田十八, 山崎裕之, 伴場秀樹; 織機誌, 45, T10 (1992)
- 3) 富田幸雄; “水力学”, p. 64, 実教出版 (1988)
- 4) 新宅救徳, 山本孝; 織学誌, 44, 40 (1988)
- 5) 新宅救徳, 吉村元一; 織学誌, 36, T75 (1980)
- 6) 新宅救徳, 尾田十八, 山崎裕之; 織機誌, 43, T1 (1990)
- 7) 新宅救徳, 岩木信男, 喜成年泰; 織学誌, 39, T432 (1983)
- 8) C. Mack, E. J. L. Smart; J. Text. Inst., 47, T394
- 9) 新宅救徳, 吉村元一, 岩木信男; 織学誌, 34, T316 (1978)
- 10) C. Mack; J. Text. Inst., 44, T483 (1953)
- 11) 森口繁一, 宇田川銈久, 一松信; “数学公式Ⅲ”, p. 145, 岩波書店 (1960)