

# 博士論文

## 古典的スケール不変性に基づく標準模型の拡張と 隠れたカイラル相転移起源の重力波

Classical Scale Invariant Extension of the Standard Model  
and  
Gravitational Waves from Hidden Chiral Phase Transition

金沢大学大学院自然科学研究科  
数物科学専攻

学籍番号	1524012004
氏名	後藤 弘光
主任指導教員	青木 真由美
提出年月	2018年1月5日



---

## Abstract

The phase transitions in the early Universe are associated with symmetry breaking and they can produce a gravitational wave (GW) background if they were first-order type. Therefore the GW signal produced by these phase transition can be a way to investigate the history of the Universe. In this thesis, we investigate the testability of a classical scale invariant extension of the standard model (SM) using the GW background produced by the chiral phase transition in a strong-interacting hidden sector, which, via a SM singlet real scalar mediator, triggers the electroweak symmetry breaking. In this scenario the hidden mesons are realistic candidate for dark matter, which obtain the mass due to the existence of a scalar mediator. Using the Nambu–Jona-Lasinio method in a mean field approximation we estimate the GW signal corresponding to the mass for hidden hadron. We show that it can be tested by future space based detectors such as DECIGO.



# 目次

第 1 章	導入	1
第 2 章	素粒子標準模型と古典的スケール不変性	3
2.1	素粒子標準模型	3
2.1.1	標準模型が抱える現象論的課題	7
2.2	古典的スケール不変性に基づく拡張	9
2.2.1	Higgs ポテンシャルの現状	10
2.2.2	微調整問題と古典的スケール不変性	10
2.2.3	古典的スケール不変性の破れによる電弱質量起源	12
第 3 章	カイラル対称性の破れとハドロン物理	15
3.1	量子色力学 (QCD)	15
3.2	カイラル対称性の破れ	16
3.3	ハドロン物理の記述	17
3.3.1	Nambu–Jona-Lasinio 模型	18
3.3.2	自己無撞着平均場近似による解析	18
3.3.3	ハドロン質量の計算	22
3.4	有限温度における QCD 相転移	24
3.4.1	NJL 模型による有限温度カイラル相転移の解析	25
第 4 章	隠れたカイラル相転移による暗黒物質生成	27
4.1	暗黒物質と隠れた QCD セクター	27
4.1.1	暗黒物質探索の現状	28
4.1.2	隠れた QCD セクターを用いた暗黒物質シナリオ	29
4.2	古典的スケール不変性に基づく隠れた QCD セクターによる拡張	30
4.2.1	大域的対称性	31
4.2.2	暗黒物質候補	32
4.2.3	摂動性とポテンシャルの安定性	33
4.3	隠れたハドロン物理の NJL 模型による解析	34
4.3.1	隠れたハドロン質量スペクトル	36
4.4	隠れたカイラル一次相転移の実現性	38
4.5	隠れたハドロンによるシナリオ検証	38
4.5.1	暗黒物質としての隠れたメソン	38
第 5 章	隠れたカイラル相転移起源の重力波	45

5.1	重力波による初期宇宙探査 . . . . .	45
5.2	宇宙の一次相転移起源の残存重力波 . . . . .	47
5.2.1	残存重力波スペクトルのパラメータ付け . . . . .	47
5.2.2	重力波予言パラメータの有効モデルによる定義 . . . . .	49
5.3	隠れたカイラル一次相転移への応用 . . . . .	50
5.3.1	狙い撃ち法による 1 次元バウンス解の導出 . . . . .	50
5.3.2	経路変形法を応用した 2 次元バウンス解の導出 . . . . .	52
5.4	隠れたカイラル相転移によるシナリオ検証 . . . . .	55
5.4.1	ベンチマーク . . . . .	55
5.4.2	隠れたカイラル相転移と重力波予言パラメータ . . . . .	57
5.4.3	将来重力波検出実験による検証可能性 . . . . .	60
5.5	まとめと展望 . . . . .	61
第 6 章	結論	65
	謝辞	65
付録 A	宇宙論の基礎	69
付録 B	平均場近似による NJL 模型の解析	75
付録 C	有限温度効果	77
付録 D	経路変形法による多次元バウンス解の求解	81
	参考文献	83

## 表記法

本論文では計量符号  $(+, -, -, -)$  を採用し, 単位系として自然単位系を用いる:

$$\hbar = c = k_B \equiv 1.$$

# 第 1 章

## 導入

2012 年の欧州原子核研究機構 (CERN) による大型ハドロン衝突型加速器 (Large Hadron Collider; LHC) 実験における Higgs 粒子の発見によって、素粒子標準模型 (Standard Model; SM) が予言する全ての粒子が発見された [1, 2]. そして重心系衝突エネルギー 13 TeV の LHC 実験によって得られた結果は、標準模型が TeV スケールまで非常に正しい理論であることを示している [3, 4]. 一方で標準模型の枠組みでは説明できない実験的な事実、ニュートリノ質量 [5], 暗黒物質の存在 [7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14], 宇宙のバリオン数非対称性 [15, 16, 17], などが存在する. これらの標準模型を越えた物理の理解のため、標準模型の拡張が必要とされている.

標準模型の拡張における理論的な指針として、Higgs 質量の量子補正における微調整問題、階層性問題の解決が着目されてきた. この問題を解決する有力な方法として、超対称性の導入が知られている [18, 19]. この拡張は Higgs 質量への量子補正におけるフェルミオンとボソンの寄与が超対称性によって相殺する. またこの超対称性の導入により、大統一理論 (GUT) や Higgs 粒子の負の質量項を上手く説明できることから [20], 超対称性に基づく標準模型の拡張が盛んに議論されている. 一方で現在の宇宙には超対称性が存在しないため、超対称性は電弱スケールよりも高いスケールで破れている必要があり、階層性問題の観点からこの破れのスケールは、TeV スケール付近であることが期待されていた. しかしこれまでの LHC 実験の結果 [3, 4] は、超対称性の破れがより高いスケールであることを示唆しており、これは再び階層性問題を生じさせる恐れがある. したがって、超対称性とは異なる手法による階層性問題の解決も期待されている.

これまでの LHC 実験の結果 [3, 4] は、標準模型が実験的に無矛盾であるだけでなく、TeV スケールから Planck スケール  $M_{\text{pl}}$  付近まで発散を持たず理論的に正しいことを示している. また標準模型の枠組みにおいて、Higgs 場の自己結合定数  $\lambda_H$  が Planck スケール近傍で消えるような臨界性を持つことも知られている;  $\lambda_H(M_{\text{pl}}) \approx \beta_{\lambda_H}(M_{\text{pl}}) \approx 0$  [21, 22, 23]. このような標準模型の理論的な妥当性を保ちつつ、階層性問題の解決する拡張の方向性として、近年古典的スケール不変性に基づく拡張が議論されるようになった [24]. 標準模型において質量次元を持ったパラメータは Higgs 質量だけであり、このため Higgs 質量の量子補正はそれ自身に比例する. したがって Planck スケールにおける古典的スケール不変性を仮定することで、階層性問題は生じない. 一方、古典的スケール不変性に基づく拡張は、質量次元を持たない理論から、TeV スケールにおける電弱対称性の破れ、質量の起源を説明する必要がある. この起源は摂動効果による Coleman-Weinberg 機構 [25] や、量子色力学 (QCD) のような強結合理論における非摂動効果によって説明され得る.

質量の起源は何か. この長年にわたる問いは、標準模型を越えた物理が説明すべき問題の一つである. そして暗黒物質が素粒子によって説明される粒子であるならば、暗黒物質に対してもこの問いは当てはまるだろう. したがって本研究は電弱対称性の破れと暗黒物質の存在を同時に説明する拡張模型として、隠れた QCD セクターを伴う古典的スケール不変性に基づく拡張 [26, 27, 28, 29, 30, 31, 32] に着目する. この拡張模型は隠れたカイラル対称性の力学的破れによって、電弱スケールを生成すると同時に、暗黒物質の候補である隠れたメソ

ンを生成する. すなわちこの模型において全ての質量起源は, 隠れたセクターにおけるカイラル対称性の破れである. 本論は隠れたハドロン物理に着目し, シナリオの検証可能性を議論する.

これまでの LHC 実験 [3, 4] や現在までの暗黒物質探査実験 [33, 34] において, 決定的な新物理の兆候は未だ見つかっていない. この状況とは対照的に, レーザー干渉計重力波観測 (Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory; LIGO) における初の重力波直接観測 [35] は, 天文現象を探る新たな手法を開拓し, 宇宙マイクロ波背景放射 (Cosmic Microwave Background; CMB) を越えた初期宇宙の現象を探る可能性に期待を抱かせる. 実際に宇宙初期のインフレーション [36] や位相欠陥 [37], 宇宙の一次相転移 [38] は, 非局在の背景重力波としてその痕跡を残すことが知られている. 特に素粒子物理における相転移は, 対称性の破れと関係しており, これらの相転移起源の重力波は, 宇宙の持つ対称性の構造を探る手法になり得る. 標準模型における電弱対称性の破れに伴う相転移は, 一次相転移ではないため, 重力波を生成しないことが知られている [39, 40, 41]. しかし標準模型が拡張されたときには, 電弱対称性の破れに伴う重力波が生成される可能性があり, 欧州宇宙機関 (ESA) とアメリカ航空宇宙局 (NASA) が進めるレーザー干渉計宇宙アンテナ (Laser Interferometer Space Antenna; LISA)[42, 43] や日本の重力波望遠鏡計画 (Deci-hertz Interferometer Gravitational wave Observatory; DECIGO)[44, 45, 46, 47] による検証可能性が議論されている [48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64]. また QCD におけるカイラル相転移は, 格子計算の結果 [65, 66, 67] が示すようにクロスオーバーであり, これはクォークのカレント質量によるカイラル対称性の陽な破れの効果に依存する. また隠れたセクターの QCD の場合には, 一次相転移になる可能性が示されている [31]. 本研究はこの隠れたカイラル一次相転移の可能性に着目し, 隠れた QCD セクターを伴う古典的スケール不変性に基づく拡張模型の検証可能性を議論する.

本論文は次のように構成される: 2章で素粒子標準模型と古典的スケール不変性に基づく拡張について概観する. 3章において QCD の低エネルギー物理を記述する有効模型として, Nambu–Jona-Lasinio(NJL) 模型を紹介し, NJL 模型を用いてハドロン質量と, 有限温度におけるカイラル相転移を解析する. 4章で隠れた QCD セクターを伴う古典的スケール不変性に基づく拡張シナリオを紹介する. 隠れたハドロン物理を NJL 模型を用いて解析し, 隠れたカイラル一次相転移によって暗黒物質が生成されるシナリオの現状を説明する. 5章では隠れた相転移現象に着目した検証可能性を議論する. NJL 模型によるカイラル一次相転移に伴うバウンズ解の計算方法を提案し, 相転移起源の残存重力波スペクトルの予言に応用する. この手法を用いて, 電弱対称性の破れと暗黒物質の存在を同時に説明する隠れたカイラル相転移起源の重力波を予言し, 将来重力波検出実験における検証可能性について議論した. 最後に 6章でまとめる.



## 第 2 章

# 素粒子標準模型と古典的スケール不変性

素粒子標準模型は、素粒子とその相互作用を記述する理論体系である。ゲージ原理とくりこみ可能性に基づいて構成される標準模型は、強い相互作用を記述する量子色力学、弱い力と電磁気力を統一的に記述する電弱理論、ゲージ対称性を自発的に破ることで、素粒子に質量を与える Higgs 機構、そして 3 世代のクォーク構造の導入による CP 対称性の破れを説明する小林・益川理論からなる。この章では標準模型を簡単に概観し、その成功と課題をまとめる。また本研究で着目する LHC 実験の結果から示唆される、古典的スケール不変性に基づく拡張について紹介し、本論の方向性を示す。

### 2.1 素粒子標準模型

素粒子標準模型は、以下のゲージ対称性に基づくゲージ理論である：

$$G_{\text{SM}} = \text{SU}(3)_c \times \text{SU}(2)_L \times \text{U}(1)_Y, \quad (2.1)$$

それぞれ素粒子の基本相互作用である強い相互作用と電弱相互作用を記述する。標準模型は 3 世代のスピン 1/2 のクォークとレプトン、スピン 0 の Higgs 場、スピン 1 のゲージ場から構成され、右巻き ( $R$ ) と左巻き ( $L$ ) のフェルミオンが異なる相互作用を持つカイラルな理論である。<sup>\*1</sup> 標準模型を構成する場と、ゲージ群  $G_{\text{SM}}$  に対する表現を表 2.1 にまとめた。

標準模型のラグランジアンは、ゲージ対称性  $G_{\text{SM}}$  とくりこみ可能性に基づき以下のように与えられる：

$$\mathcal{L}_{\text{SM}} = \mathcal{L}_{\text{gauge}} + \mathcal{L}_{\text{fermion}} + \mathcal{L}_{\text{Higgs}} + \mathcal{L}_{\text{Yukawa}}, \quad (2.3)$$

ここで各項はそれぞれ以下である、

$$\mathcal{L}_{\text{gauge}} = -\frac{1}{2}\text{Tr}(G_{\mu\nu}G^{\mu\nu}) - \frac{1}{2}\text{Tr}(W_{\mu\nu}W^{\mu\nu}) - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu}, \quad (2.4)$$

$$\mathcal{L}_{\text{fermion}} = \bar{f}i\gamma^\mu D_\mu f \quad (f = Q_L, U_R, D_R, \ell_L, e_R), \quad (2.5)$$

$$\mathcal{L}_{\text{Higgs}} = (D_\mu H)^\dagger (D^\mu H) - V(H), \quad (2.6)$$

$$\mathcal{L}_{\text{Yukawa}} = -y_e \bar{\ell}_L H e_R - y_u \bar{Q}_L \tilde{H} U_R - y_d \bar{Q}_L H D_R + \text{h.c.} . \quad (2.7)$$

<sup>\*1</sup>  $L, R$  はフェルミオン  $\psi$  のカイラリティを表す。

$$\psi_{L,R} = P_{L,R}\psi, \quad P_L = \frac{1-\gamma_5}{2}, \quad P_R = \frac{1+\gamma_5}{2}. \quad (2.2)$$

表 2.1: 素粒子標準模型における場と量子数

場	SU(3) <sub>c</sub>	SU(2) <sub>L</sub>	U(1) <sub>Y</sub>
$Q_L = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L$ $U_R = u_R, c_R, t_R$ $D_R = d_R, s_R, b_R$	<b>3</b>	<b>2</b>	$+\frac{1}{6}$
$\ell_L = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L$ $e_R = e_R, \mu_R, \tau_R$	<b>1</b>	<b>2</b>	$-\frac{1}{2}$
$H = \begin{pmatrix} H^+ \\ H^0 \end{pmatrix}$	<b>1</b>	<b>2</b>	$+\frac{1}{2}$
$G_\mu^A \ (A = 1, \dots, 8)$ $W_\mu^a \ (a = 1, 2, 3)$ $B_\mu$	<b>8</b> <b>1</b> <b>1</b>	<b>1</b> <b>3</b> <b>1</b>	<b>0</b> <b>0</b> <b>0</b>

また任意の場  $\chi$  に対する共変微分  $D_\mu$  は以下で定義される:

$$D_\mu \chi = \left( \partial_\mu - ig_s G_\mu^A \frac{\lambda_A}{2} - ig W_\mu^a \frac{\tau_a}{2} - ig' Q_Y B_\mu \right) \chi, \quad (2.8)$$

ここで  $\lambda_A$  と  $\tau_a$  はそれぞれ Gell-Mann 行列と Pauli 行列である。また  $X_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu X_\nu - \partial_\nu X_\mu + ig_i [X_\mu, X_\nu]$  は場の強さ; ただし  $g_i$  は各ゲージ結合定数である。湯川相互作用項 (2.7) における  $\tilde{H} \equiv i\tau_2 H^*$  は  $H$  を荷電共役変換したものである。これらの相互作用は以下の Higgs 場のポテンシャル  $V(H)$  によって定義される:

$$V(H) = m_H^2 H^\dagger H + \lambda_H (H^\dagger H)^2. \quad (2.9)$$

ゲージ対称性  $G_{\text{SM}}$  のためにスカラー場である Higgs 場の質量項のみ許される。また理論の真空はポテンシャル (2.9) の最小点によって定義され、質量パラメータが正のときには原点に対応する; ただし  $\lambda_H > 0$ 。

私たちが質量を持つことからわかるように、低エネルギーにおいてクォークやレプトンは有限の質量を持つ；標準模型のゲージ対称性  $G_{\text{SM}}$  における電弱対称性  $G_{\text{EW}} = \text{SU}(2)_L \times \text{U}(1)_Y$  は、低エネルギーにおいて部分群  $H = \text{U}(1)_{\text{em}}$  へ自発的に破れる。ポテンシャル (2.9) における Higgs 質量パラメータが負のとき、理論の真空は原点からずれ、次のように決定できる：

$$\langle H \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}, \quad (2.10)$$

ここで  $v = \sqrt{-m_H^2/\lambda_H}$  である。ユニタリティゲージを用いて、この真空周りで Higgs 場は次のように表され、

$$H = \begin{pmatrix} H^+ \\ (v + h + iG)/\sqrt{2} \end{pmatrix}, \quad (2.11)$$

$h$  は物理的に観測されるスピン 0 の有質量粒子、Higgs 粒子であり、その質量は以下で与えられる：

$$m_h = \sqrt{2\lambda_H} v. \quad (2.12)$$

また  $H^+$  と  $G$  は対称性の破れに伴う  $\dim(G_{\text{EW}}) - \dim(H) = 3$  個の自由度を持つ Nambu–Goldstone(NG) モードであり、これらの自由度はゲージ場に吸収され、3 つのゲージ場は質量項を得る。式 (2.6) における Higgs 場の運動項から得られる質量項を含め、スピン 1 のベクトル粒子の質量固有状態は以下となる：

$$\begin{pmatrix} A_\mu \\ Z_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_W & \sin \theta_W \\ -\sin \theta_W & \cos \theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_\mu \\ W_\mu^3 \end{pmatrix}, \quad (2.13)$$

ここで  $\theta_W$  は Weinberg 角と呼ばれ、 $\tan \theta_W = g'/g$  である。中性ベクトル粒子 ( $A, Z$ ) の質量はそれぞれ、

$$m_A = 0, \quad m_Z = \frac{\sqrt{g^2 + g'^2}}{2} v. \quad (2.14)$$

与えられ、無質量粒子は光子、 $\text{U}(1)_{\text{em}}$  ゲージ場に対応し、このゲージ結合定数は以下のように定義される：

$$e \equiv \frac{gg'}{\sqrt{g^2 + g'^2}}. \quad (2.15)$$

また  $Z$  ボソンは光子とは別の中性カレントを媒介し、その結合は弱電荷とゲージ結合に依存する。また電荷  $Q_{\text{em}}(W^\pm) = \pm 1$  を持つ荷電ベクトル粒子の質量とその固有状態はそれぞれ以下である：

$$m_W = \frac{1}{2} g v, \quad W_\mu^\pm = \frac{W_\mu^1 \mp iW_\mu^2}{\sqrt{2}}. \quad (2.16)$$

これらベクトル粒子の質量はゲージ結合定数と Higgs 場の真空期待値によって決定されるため、Weinberg 角は  $\cos \theta_W = m_W/m_Z$  として、 $Z$  ボソンと  $W^\pm$  ボソンの質量比としても表せることがわかる。また Fermi 理論は標準模型の有効理論と解釈でき、その Fermi 結合定数  $G_F$  は、電弱セクターと以下の関係を持つ：

$$\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{g^2}{8m_W^2} = \frac{1}{2v^2}, \quad (2.17)$$

すなわち Higgs 場の真空期待値は、Fermi 結合定数によって決まる； $v = 1/(\sqrt{2}G_F)^{1/2}$ 。

ゲージ場が質量項を獲得したのと同様に、湯川相互作用項 (2.7) に対して式 (2.11) を用いることでフェルミオンに対する質量項を得る。フェルミオンの質量行列は、ゲージ場の場合と同様に、それぞれ結合定数と Higgs 場の真空期待値によって以下のように与えられる：

$$(M_f)_{ij} = (y_f)_{ij} \frac{v}{\sqrt{2}}, \quad (f = U, D, e), \quad (2.18)$$

ただし  $U(D), e$  はそれぞれ, アップ (ダウン) タイプクォーク, 荷電レプトンを表す. ここでゲージ群  $G_{\text{SM}}$  に対して 1 重項である右巻きニュートリノは, 標準模型に含まれていないためニュートリノは質量項を持たない.  $3 \times 3$  行列であるこれらの質量行列は, 双ユニタリ変換によって対角化できる;  $V_L M_f V_R^\dagger = \text{diag.}(m_f)$ , ここで  $V_{L,R}$  はユニタリ行列であり, 位相を調節することで, 対角要素  $m_f$  を常に正に取ることができる. この対角化は湯川結合行列  $(y_f)_{ij}$  の対角化に対応し, 各フェルミオンの質量は湯川結合の対角成分  $y_f$  を用いて,

$$m_f = y_f \frac{v}{\sqrt{2}}, \quad (f = U, D, e) \quad (2.19)$$

で与えられ, これはフェルミオンと Higgs 粒子の湯川結合定数が, Higgs 場の真空期待値とフェルミオン質量との比によって決定されることを意味する. またゲージ固有状態  $f$  であるフェルミオンの質量固有状態を  $f'$  はそれぞれ,

$$U'_{L,R} = V_{L,R}^U U_{L,R}, \quad D'_{L,R} = V_{L,R}^D D_{L,R}, \quad e'_{L,R} = V_{L,R}^e e_{L,R}, \quad \nu'_L = V_L^\nu \nu_L, \quad (2.20)$$

で表される. これらユニタリ行列は一般にアップセクターとダウンセクターで異なるため, フェルミオン 2 重項は同一のユニタリ変換では質量固有状態に基底変換できない;

$$Q'_L = V_L^U \begin{pmatrix} U_L \\ V_{\text{CKM}} D_L \end{pmatrix}, \quad \ell'_L = V_L^e \begin{pmatrix} V_{\text{PMNS}} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix}, \quad (2.21)$$

ここで世代間混合を表す行列は, それぞれ Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM) 行列 [68, 69] と Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata (PMNS) 行列 [70, 71] として知られており, 以下のように定義される:

$$V_{\text{CKM}} \equiv (V_L^U)^\dagger V_L^D, \quad V_{\text{PMNS}} \equiv (V_L^e)^\dagger V_L^\nu. \quad (2.22)$$

先にも述べたように標準模型にはニュートリノの質量項は存在しないため, 式 (2.20) におけるユニタリ行列  $V_L^\nu$  は自由に取ることができる. したがって  $V_L^\nu = V_L^e$  とすることができ, 標準模型において行列  $V_{\text{PMNS}}$  は単位行列となる; 標準模型においてレプトンのフレーバー数は保存され, レプトンの世代間混合を予言しない. ユニタリ行列の積によって定義されるこれらの行列 (2.22) は,  $3 \times 3$  複素ユニタリ行列であり, 3 つの回転角と 6 つの複素位相を用いて表せる. この複素位相のうち 5 つは粒子の相対位相の再定義によって吸収することができるので, 結果としてこの行列は物理的に観測可能なパラメータとして, 3 つの回転角と 1 つの複素位相を含むことになる.\*2 この世代間混合行列  $V_{\text{CKM}}$  や  $V_{\text{PMNS}}$  は, 式 (2.21) からわかるように, 式 (2.5) における  $Z$  ボソンや光子との相互作用, 中性カレントは行列のユニタリ性により, 質量固有状態とゲージ固有状態で変化しないため現れない一方,  $W^\pm$  ボソンとの電荷が変化する相互作用, 荷電カレントにおいては現れることがわかる.

$$V_{\text{CKM}} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix}, \quad (2.23)$$

とすると, 行列の成分  $V_{ij}$  は, 荷電カレントを介したクォーク間遷移 ( $i \leftrightarrow j$ ) の強さを与え, メソンの崩壊の分岐比などを通して決定される. 上述したように行列 (2.23) は 4 つの自由度を持ち, Wolfenstein パラメータ  $(\lambda, A, \rho, \eta)$  を用いて以下のように特徴付けされる:

$$V_{\text{CKM}} = \begin{pmatrix} 1 - \lambda^2/2 & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1 - \lambda^2/2 & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \rho - i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix} + \mathcal{O}(\lambda^4). \quad (2.24)$$

\*2 一般に  $n$  世代の場合を考える.  $n \times n$  複素ユニタリ行列の独立な複素位相の数は,  $n^2$  個の独立なパラメータのうち,  $n(n-1)/2$  個の回転角と  $(2n-1)$  個の相対位相の再定義による吸収後に残る数であるから,

$$n^2 - \frac{n(n-1)}{2} - (2n-1) = \frac{(n-2)(n-1)}{2}$$

である. したがって 3 世代以上を考えない限り, この行列に複素位相は現れない.

またこの複素行列のユニタリ性は、ユニタリ条件の関係式において、 $B$  メソン系で探ることのできる、

$$V_{ud}V_{ub}^* + V_{cd}V_{cb}^* + V_{td}V_{tb}^* = 0, \quad (2.25)$$

を用いて、複素平面  $(\bar{\rho}, \bar{\eta})$  上で三角形 (ユニタリ三角形) が成り立つかによって評価される。<sup>\*3</sup> クォークに 4 世代目が存在する場合には、 $3 \times 3$  部分がユニタリ性 (2.25) を満たす必要はなく、行列要素が複素数でない場合には、 $\bar{\eta} = 0$  であり複素平面上で三角形とはならない。

### 2.1.1 標準模型が抱える現象論的課題

標準模型はゲージ原理とくりこみ可能性に基づき構成され、ゲージ対称性によって禁止される素粒子質量は、Higgs 機構における電弱対称性の自発的破れによって説明される。標準模型のパラメータは、ゲージ結合定数  $(g_s, g, g')$  と湯川結合定数  $y_f$ 、Higgs 自己結合定数  $\lambda_H$  と Higgs 質量パラメータ  $m_H^2$ 、CKM 行列に含まれる 3 つの回転角と 1 つの複素位相の計 18 個である。標準模型はくりこみ可能な理論であるため、これらのパラメータを決めることで、高次補正を含めて物理量の予言でき、観測による理論検証が可能である。

例えば電弱セクターは 3 個のパラメータ  $(g, g', v)$  で記述された。Higgs 場の真空期待値は Fermi 結合定数によって決まる;  $v \simeq 246$  GeV。また 2 つのゲージ結合定数は、電荷  $e$  と中性カレント  $(\sin^2 \theta_W)$  の測定によって決められ、ベクトル粒子の質量を予言できる。これは 1983 年陽子反陽子衝突型加速器 ( $Spp\bar{S}$ ) による  $Z$  ボソンと  $W$  ボソンの発見に繋がった。その後の電子陽電子加速器実験 (LEP, SLC 実験) と TEVATRON 実験による電弱精密測定によって、これらの質量は以下のようにわかっている [72]:

$$m_W = 80.385 \pm 0.015 \text{ GeV}, \quad m_Z = 91.1876 \pm 0.0021 \text{ GeV}. \quad (2.26)$$

また LEP 実験は  $Z$  ボソンの崩壊幅の測定から、質量が  $m_Z/2$  よりも軽いニュートリノの数が 3 であること、すなわちレプトンの世代数が 3 であることを示した [73, 74]。また CKM 行列に含まれる 4 個のパラメータも、 $B$  ファクトリーである BaBar 実験や Belle 実験, LHCb 実験によって測定され、複素平面  $(\bar{\rho}, \bar{\eta})$  上で表される  $B$  メソン系のユニタリ三角形に対する様々な制限は、最新の実験から図 2.1 のように与えられている [75]。この結果はレプトンと同様、クォークの世代数が 3 であることと矛盾しない。

2012 年 LHC 実験における Higgs 粒子の発見 [1, 2] によって、標準模型が予言する全ての粒子が発見された。この Higgs 粒子の質量はこれまでの LHC 実験の結果から次のようにわかっている [72]:

$$m_h = 125.09 \pm 0.24 \text{ GeV}. \quad (2.27)$$

この観測によって標準模型の全ての模型パラメータが測定された;  $m_h = \sqrt{2\lambda_H}v$ ,  $v = \sqrt{-m_H^2/\lambda_H}$  から、Higgs 場の 4 点結合定数と質量パラメータはそれぞれ以下となる:

$$\lambda_H \simeq 0.13, \quad m_H^2 \simeq -(89 \text{ GeV})^2. \quad (2.28)$$

Higgs 粒子の発見によって、標準模型は理論的に確立したため、LHC 実験での Higgs 粒子に関する測定量は、標準模型の予言との比として評価されている; 例えば Higgs 粒子の生成崩壊断面積  $\sigma$  に関して、寄与する結合定数は以下のように評価される:

$$\sigma(i \rightarrow H \rightarrow f) = \sigma_i \cdot B^f = \sigma_i(\boldsymbol{\kappa}) \cdot \frac{\Gamma^f(\boldsymbol{\kappa})}{\Gamma_H}, \quad (2.29)$$

<sup>\*3</sup>  $\bar{\rho} + i\bar{\eta} = -(V_{ud}V_{ub}^*)/(V_{cd}V_{cb}^*)$  であり、Wolfenstein パラメータ  $(\rho, \eta)$  はこの近似表現:

$$\bar{\rho} = \rho(1 - \lambda^2/2 + \dots), \quad \bar{\eta} = \eta(1 - \lambda^2/2 + \dots),$$

詳細は [72] を参照。

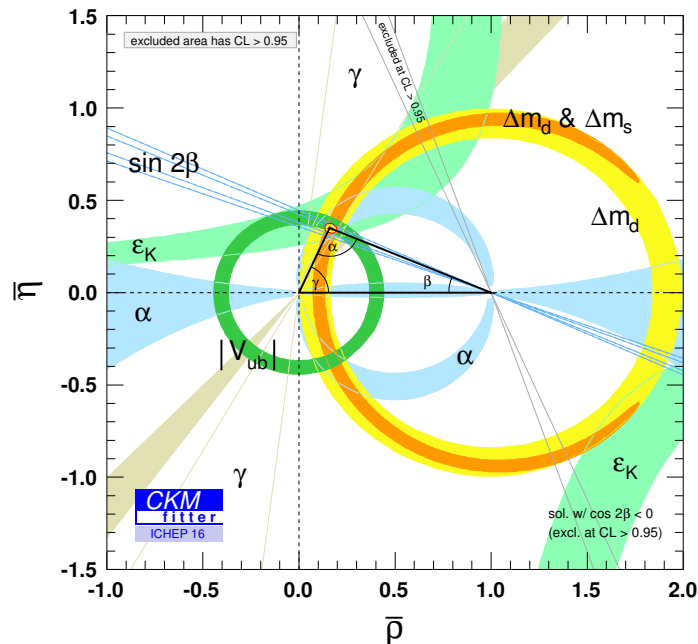


図 2.1:  $B$  メソン系のユニタリ三角形に対する制限 [75]

$i(f)$  は生成 (崩壊) 過程を表し,  $\Gamma_H$  は Higgs 粒子の全崩壊幅,  $\Gamma^f$  は終状態  $f$  への部分崩壊幅であり, このとき生成 (崩壊) 過程  $j$  に寄与する結合定数の修飾因子  $\kappa_j$  は,

$$\kappa_j^2 \equiv \sigma_j / \sigma_j^{\text{SM}}, \quad \left( \kappa_j^2 \equiv \Gamma^j / \Gamma_{\text{SM}}^j \right), \quad (2.30)$$

として定義され, 高次補正まで含めた標準模型が正しい場合には,  $\kappa_j = 1$  となる. もし標準模型の Higgs 粒子と混合角  $\theta$  で混合するスカラー粒子が存在した場合には, この  $\kappa_j$  をツリーレベルで均等に  $\cos \theta$  倍する効果を与える. 図 2.2 (左)[76] は各結合定数の修飾因子  $\kappa_j$  の測定値であり, 標準模型の予言からの大きなズレはないことがわかる. また標準模型の枠組みにおいて, 素粒子の質量は Higgs 場の真空期待値  $v$  に比例することを予言し, 図 2.2 (右)[76] に示すように, 実験結果はこの予言の正しさを示している. また  $\mu_i \equiv \sigma_i / (\sigma_i)_{\text{SM}}$ ,  $\mu^f \equiv \text{B}^f / (\text{B}^f)_{\text{SM}}$  として定義される信号強度も同様に, 標準模型が正しい場合には,  $\mu_i^f = \mu_i \cdot \mu^f = 1$  であり, LHC 実験 (Run 1<sup>\*4</sup>) において, この大域信号強度  $\mu$  は次のように測定された [76]:

$$\mu = 1.09 \pm 0.11, \quad (2.31)$$

すなわち標準模型と矛盾のない結果であったことを示しており, その後アップデートされた LHC 実験においても矛盾した結果は報告されていない [3, 4].

これまでの LHC 実験の結果が, 標準模型が TeV スケールまで正しい理論であることを示している一方, 標準模型の枠組みでは説明できない以下の現象論的事実が存在している:

- ニュートリノ質量  
ニュートリノ振動現象の観測によって, ニュートリノ質量は存在することがわかっている. しかし標準

<sup>\*4</sup> LHC 実験 Run 1 の重心系衝突エネルギーと累積ミノシティは, それぞれ  $\sqrt{s} = 7 \text{ TeV}$  で  $5 \text{ fb}^{-1}$ ,  $\sqrt{s} = 8 \text{ TeV}$  で  $20 \text{ fb}^{-1}$ .

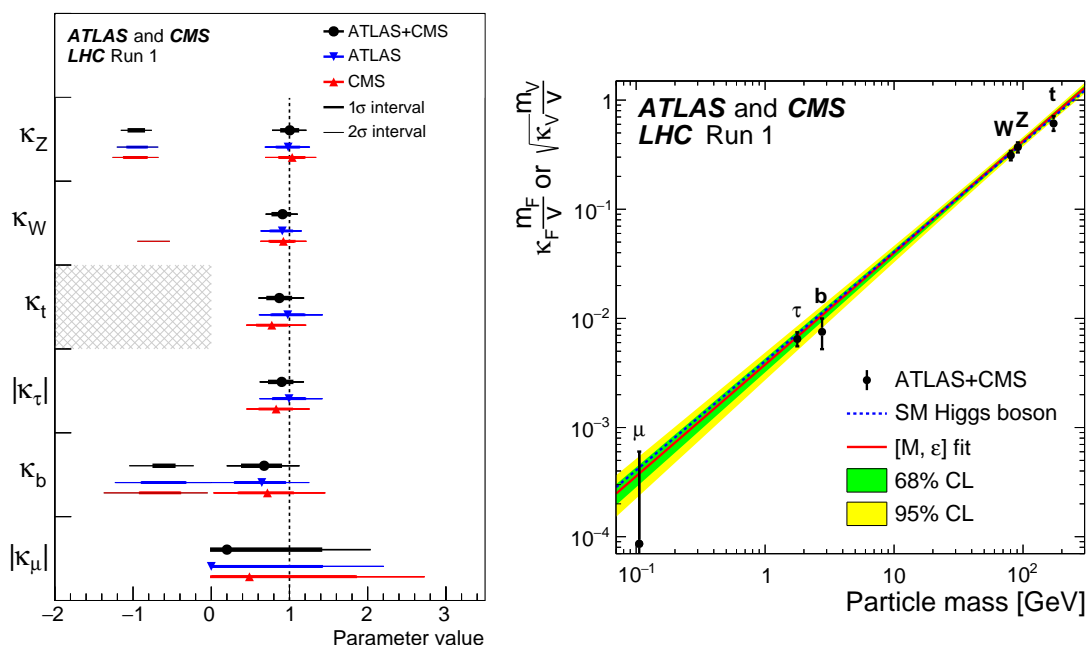


図 2.2: (左) Higgs 粒子の結合定数に対する修飾因子  $\kappa_j$  の測定値 [76]. 標準模型が高次補正を含めて正しい場合には,  $\kappa_j = 1$  となる. (右) フェルミオンとゲージ粒子の Higgs 粒子との結合定数と質量の関係 [76].

模型は, 左巻きニュートリノのみ存在し, Higgs 機構によって生成される質量項は存在しない.

- 暗黒物質の存在

暗黒物質は, 脱結合時に非相対論的に振る舞い, 電気的中性で安定もしくは, 宇宙年齢と比べ十分に長寿命な粒子であることがわかっている. 標準模型にはこれらを満たす粒子は存在しない.

- 宇宙のバリオン数非対称性

現在の宇宙にはバリオン (物質) が残っており, 反バリオン (反物質) はほとんど存在しない. このような非対称性を生み出す条件として, Sakharov の 3 条件 [77] が知られているが, 標準模型の枠組みでは, この条件を満足しない.

これらの現象論的事実は, 標準模型の拡張によって説明されることが期待されている. しかし上述の通りフレーバーの物理や LHC 実験の結果は, 新たな粒子や相互作用の導入などによる標準模型の予言の変化を厳しく制限している.

## 2.2 古典的スケール不変性に基づく拡張

場の量子論によって議論できるスケールの上限は, 重力の量子効果が無視できなくなる Planck スケール  $M_{\text{pl}} \sim \mathcal{O}(10^{19})$  GeV である一方,  $v \sim \mathcal{O}(10^2)$  GeV で定義される標準模型はどのスケールまで有効な理論だろうか. 電弱スケール  $v$  の起源は, 標準模型の枠組みによって説明することはできない. これは電弱スケールと Planck スケールとの間の大きな階層性,  $M_{\text{pl}}/v \sim 10^{17}$  に対して標準模型が自然な解釈を与えられないという理論的課題であり, 標準模型を越えた理論はその起源を説明することが期待される. 一方, 強い相互作用を記

述する量子色力学 (QCD) は, 質量次元を持つ量が全く存在しなくても, 質量次元を持つ量が理論に現れる次元変換 (dimensional transmutation) と呼ばれる性質を持つ. すなわち  $\Lambda_{\text{QCD}} \sim \mathcal{O}(1)$  GeV と Planck スケールとの間の大きな階層性  $M_{\text{pl}}/\Lambda_{\text{QCD}} \sim 10^{19}$  は, 強い相互作用の結合定数  $g_s$  のくりこみ群方程式による対数的発展によって理解できる;<sup>\*5</sup>

$$\Lambda_{\text{QCD}} = M_{\text{pl}} e^{-8\pi^2/bg_s^2(M_{\text{pl}})}, \quad (2.33)$$

$b$  は  $\beta_{g_s}$  に対する 1 ループの寄与. この性質は電弱スケールとは無関係に成り立つ. また 3 つのゲージ結合定数 ( $g_s, g, g'$ ) のくりこみ群方程式による発展は,  $\Lambda_{\text{GUT}} \sim \mathcal{O}(10^{15})$  GeV における力の統一を示唆する; 大統一理論 (Grand Unified Theory; GUT). しかしこの理論は電弱スケールの起源への説明は与えてくれない. ここでは LHC 実験によって新たに決定された Higgs セクターの模型パラメータから示唆される拡張の方向性, 古典的スケール不変性に基づく拡張を紹介する.

### 2.2.1 Higgs ポテンシャルの現状

標準模型は Planck スケール  $M_{\text{pl}}$  まで有効な理論であろうか. LHC 実験における全ての標準模型パラメータの測定は, くりこみ群方程式に従う物理量の初期値の測定を意味し, これにより Planck スケールまでの理論の正当性が評価される. Higgs 場の自己結合定数  $\lambda_H$  に対するベータ関数  $\beta_{\lambda_H}^{\text{SM}}$  の主たる寄与は次のように与えられる:

$$\beta_{\lambda_H}^{\text{SM}} = \frac{1}{16\pi^2} (24\lambda_H^2 - 6y_t^4 + \dots), \quad (2.34)$$

ここで  $y_t$  はトップクォークの結合定数であり, ベータ関数に対して負の寄与を与える. したがって大きな  $y_t$  の初期値によって, あるスケール  $\mu$  において  $\lambda_H(\mu) < 0$  となる可能性がある, すなわち Higgs ポテンシャルの真空が不安定になりうる. ゆえに紫外領域における Higgs ポテンシャルの真空安定性は, トップクォークの質量に対して非常に敏感であることがわかる. Planck スケールの境界条件  $\lambda_H(M_{\text{pl}}) = \beta_{\lambda_H}(M_{\text{pl}}) = 0$  による, Higgs 質量 (2.27) の予言は, 標準模型の臨界性と, 標準模型が Planck スケールまでを記述する理論である可能性を示唆した [21, 22, 23]. 実際にはトップクォークの寄与により,  $\mu \sim \mathcal{O}(10^{10})$  GeV において, 結合定数  $\lambda_H(\mu)$  は負となり, 電弱真空と異なる真空を持ち安定ではなくなる一方, 電弱真空の崩壊は宇宙年齢よりも十分長く, 標準模型の枠組みにおいて Higgs ポテンシャルは準安定であることがわかっている [78, 79, 80, 81]. したがって標準模型は, Planck スケールと電弱スケールの階層性は説明できないが, Planck スケール近傍での臨界性の兆候を持ち, 理論的にも矛盾がない理論であることがわかる. また Higgs 粒子と結合するスカラー粒子の導入は, ベータ関数  $\beta_{\lambda_H}^{\text{SM}}$  へ正の寄与を与え, 真空の安定性が Planck スケールまで保たれうる一方, そのような中間スケールの導入は, 新たな階層性の問題を生む.

### 2.2.2 微調整問題と古典的スケール不変性

標準模型が Planck スケールまでの物理を記述する理論であるとしても, Higgs 質量における微調整問題と呼ばれる問題が生じる. 標準模型が Planck スケールで定義される理論であるとするなら, 低エネルギーで観測する Higgs 質量は Planck スケールからの量子補正を伴ったくりこまれた質量である; 量子補正はカットオフスケールを  $\Lambda$  とすると 2 次発散の形をとる,  $\delta m_H^2 \propto \Lambda^2$ . これは Planck スケール量同士の裸の質量と量子補

<sup>\*5</sup> 物理量  $X$  に対するベータ関数  $\beta_X$  は以下で定義される:

$$\beta_X \equiv \mu \frac{dX}{d\mu}, \quad (2.32)$$

ここで  $\mu$  はくりこみスケール.



正の相殺により、電弱スケールの観測された Higgs 質量が得られることを意味し、この非常に微調整された裸の質量の要請を微調整問題と呼ぶ。この問題に対する代表的な対称性による解決方法として、超対称性の導入 [18, 19, 20] が知られている。これは標準模型粒子とその超対称性パートナー粒子との量子補正が相殺されることで、超対称性の破れのスケールが TeV スケール付近であれば大きな微調整を必要としない。また超対称性による標準模型の拡張は、ゲージ結合定数の統一や負の Higgs 質量項を説明できる点で、標準模型を越えた理論として最も有力な模型の一つである。しかしながら未だ超対称性粒子の発見には至っていない。超対称性のような特別な量子補正間の相殺無しに、階層性問題を解決する方向性の議論は、これまでの LHC 実験が示した標準模型の妥当性から重要であると考えられる。

本論では 1995 年 Bardeen によって提案された古典的スケール不変性による階層性問題を理解する方向性 [24] に着目する。はじめに上述における 2 次発散の存在と微調整問題を、[24, 82, 83] に基づき古典的スケール不変性の観点から理解する。カットオフ正則化に伴う 2 次発散の存在は、スキームに依存する量である。すなわち次元正則化の場合には自動的に引かれ、この発散は観測量には現れない。実際に物理的に意味があるのは対数発散のみであり、Higgs 質量に対するベータ関数  $\beta_{m_H^2}^{\text{SM}}$  は以下で与えられ、

$$\beta_{m_H^2}^{\text{SM}} = \frac{m_H^2}{16\pi^2} \left( 12\lambda_H + 6y_t^2 - \frac{9}{10}g_1^2 - \frac{9}{2}g_2^2 + \dots \right). \quad (2.35)$$

2 次発散は赤外もしくは紫外領域における境界条件によって引かれている。標準模型において Higgs 質量は、唯一の質量次元を持つパラメータであり、そのためベータ関数 (2.35) は、Higgs 質量パラメータ  $m_H^2$  に比例する。したがって Planck スケールにおける境界条件として、

$$m_H^2(M_{\text{pl}}) = 0, \quad (2.36)$$

を選ぶことで、低エネルギーまで質量項は生成されることはない；常に  $m_H^2(\mu) = 0$ ,  $\beta_{m_H^2}^{\text{SM}}(\mu) = 0$ 。この境界条件を選ぶことが、Planck スケールにおいて古典的スケール不変性を課すことに対応する。一方 Higgs 粒子が新たな有質量粒子と結合  $\lambda$  を持つ場合、ベータ関数 (2.35) は次のように変更を受ける：

$$\beta_{m_H^2}^{\text{BSM}} = \frac{m_H^2}{16\pi^2} \left( 12\lambda_H + 6y_t^2 - \frac{9}{10}g_1^2 - \frac{9}{2}g_2^2 + \dots \right) + \frac{M_{\text{new}}^2}{8\pi^2} \lambda, \quad (2.37)$$

ここで最後の項は新たな粒子の質量オーダーの対数発散、

$$\delta m_H^2 \sim \frac{\lambda}{16\pi^2} M_{\text{new}}^2 \ln \left( \frac{\mu^2}{M_{\text{new}}^2} \right), \quad (2.38)$$

として Higgs 質量に寄与する項である。  $m_H \ll M_{\text{new}} \ll M_{\text{pl}}$  の場合には、もし Planck スケールにおいて裸の質量項が禁止されたとしても、混合によって大きな量子効果を受けることになる。したがって古典的なスケール不変性に基づく拡張において、TeV スケールと Planck スケールの間の中間スケールが存在する場合、再び微調整問題が生じることになる。また Higgs 場の質量項は、新たな粒子のスケール  $M_{\text{new}}$  の量子効果 (2.38) によって特徴付けられるため、新物理の量子効果によって得られる TeV スケール  $M_{\text{new}}$  の起源が、電弱スケールと Planck スケールとの階層性の自然な解釈を与える。したがって古典的スケール不変性による拡張は、紫外完全な理論によって与えられる Planck スケールによる境界条件と、TeV スケールにおける新物理の質量生成機構によって、階層性問題を解決する 1 つの手法である。

前節で述べたように LHC 実験で発見された Higgs 粒子は、標準模型と Planck スケールの物理の関係性を示唆し、階層性問題の中心は、標準模型において唯一古典的スケール不変性を破る裸の Higgs 質量項の存在であった。本論では古典的スケール不変性に基づき、TeV スケールにおける質量生成機構を伴う拡張模型が予言する現象論から、これらのシナリオの検証を試みる。またこの拡張の大きな仮定である Planck スケールにおける古典的スケール不変性は、Planck スケールの物理によって説明されるという立場を取る；Planck スケールにおける古典的スケール不変性は、量子重力による非摂動効果 [84] などによって説明される可能性がある。

### 2.2.3 古典的スケール不変性の破れによる電弱質量起源

古典的スケール不変性に基づく標準模型の Higgs ポテンシャルは、ツリーレベルで電弱対称性の自発的破れは説明することができない;

$$V_{\text{SM}, m_H^2 \rightarrow 0}(H) = \lambda_H (H^\dagger H)^2. \quad (2.39)$$

標準模型粒子の量子補正から得られる有効ポテンシャルによって、非零の真空期待値を説明する機構として、Coleman-Weinberg(CW) 機構 [25] が知られている。標準模型において、CW ポテンシャルは以下で与えられる:

$$V_{\text{CW}}(h) = \sum_i \frac{n_i}{64\pi^2} m_i^4(h) \left( \ln \frac{m_i^2(h)}{\mu^2} - c_i \right), \quad (2.40)$$

主たる寄与  $i = W, Z, t$  に対して、自由度  $n_i$  はそれぞれ  $n_W = 6$ ,  $n_Z = 3$ ,  $n_t = -12$  であり、 $c_i$  はスキーム依存の定数。量子補正の効果により、Higgs 質量項は生成されないが、ポテンシャルが歪み、非自明な真空  $\langle h \rangle \neq 0$  が生成される。これは無次元量である結合定数  $\lambda_H$  の量子効果を考えることで、次元の伴うスケール  $\langle h \rangle = v$  を得た次元変換である。一方、全ての標準模型粒子の質量測定により、これらの量子補正は既知である。標準模型の枠組みでの CW 機構による電弱質量起源の説明は、トップクォークの大きな寄与により、ポテンシャルが安定でなくなるため、上手く機能しないことがわかっている。したがって古典的スケール不変性を仮定する場合、標準模型は拡張を必要とする。

古典的スケール不変性に基づく Higgs セクターの拡張として、新たなスカラー場  $S$  の導入が考えられる:

$$\mathcal{L}_{\text{BSM}} \supset \lambda_{HS} (S^\dagger S) (H^\dagger H). \quad (2.41)$$

Higgs 場と新たなスカラー場の結合  $\lambda_{HS}$  は、4 点結合定数  $\lambda_H$  に対するベータ関数 (2.34) に対して正の寄与を与えるため、CW 機構によって Higgs 粒子の質量を説明できる可能性がある。新たなスカラー場  $S$  が真空期待値を持たない場合  $\langle S \rangle = 0$ , CW 機構により Higgs 質量を説明するためには結合定数  $\lambda_{HS}$  を大きくする必要があり、このため紫外発散 (Landau 極) が生じる可能性があるが、 $N_S$  個の付加的なスカラー場や  $U(1)_{B-L}$  ゲージ相互作用の導入によって、この状況は回避されうる。また式 (2.41) はスカラー場  $S$  の質量項に対応し、電弱対称性の破れによって Higgs 場の真空期待値に比例した質量を得る。一方、CW 機構によってスカラー場  $S$  が真空期待値を持つ場合  $\langle S \rangle \neq 0$  には、この項 (2.41) が Higgs 質量項に対応する項となる。またこのとき Higgs 粒子との混合が生じ、LHC 実験による Higgs 粒子の検証 (2.31) から厳しく制限され、電弱対称性の破れを記述するためには、結合定数を負と仮定する必要がある。これらは古典的スケール不変性に基づく拡張において、CW 機構を用いた摂動効果による次元変換、スケール生成の方法である。

摂動的な次元変換とは異なる手法として、非可換ゲージ理論における強結合性を用いた非摂動効果による手法が挙げられる; 例えば QCD の場合には、電弱対称性の破れとは無関係にスケール  $\Lambda_{\text{QCD}}$  が生成され、Planck スケールとの間の階層性は結合定数  $g_s$  のくりこみ群方程式の対数的発展 (2.33) によって解釈できた。実際、古典的スケール不変性に基づく拡張において、QCD のゲージ対称性  $SU(3)_c$  に対して大きな表現を持つ新たなスカラー場  $S$  が、QCD の強結合性により凝縮し、 $\langle S^\dagger S \rangle \neq 0$ , 電弱対称性を破るシナリオが提案されている [85]; このとき QCD の非摂動効果によるスカラー凝縮によって Higgs 質量項が生成される,

$$\langle S^\dagger S \rangle \sim \Lambda_{\text{QCD}}^2 \longrightarrow \lambda_{HS} \langle S^\dagger S \rangle (H^\dagger H). \quad (2.42)$$

また標準模型とは異なる非可換ゲージ対称性  $SU(N)_H$  を導入し、非摂動効果によって生成されるスケール  $\Lambda_H$

を用いて、電弱対称性の破れを説明するシナリオも提案されている [26, 86].\*6 このような古典的スケール不変性に基づく隠れた QCD セクターから、スカラー場  $S$  を通した Higgs 質量への次元変換は、以下の 2 つに大別できる:

- スカラー凝縮,  $\langle S^\dagger S \rangle \neq 0$ , による直接的な次元変換 [86]

$$\langle S^\dagger S \rangle \sim \Lambda_H^2 \longrightarrow \lambda_{HS} \langle S^\dagger S \rangle (H^\dagger H) . \quad (2.43)$$

QCD の非摂動効果による電弱対称性の破れの記述 [85] と同様, Higgs 質量は隠れた QCD スケール  $\Lambda_H$  に比例し, スカラー場  $S$  自身が電弱対称性の破れに関して直接的な役割を果たす.

- 新たに導入したフェルミオンのカイラル凝縮,  $\langle \bar{\psi}\psi \rangle \neq 0$ , による間接的な次元変換 [26]

$$\langle \bar{\psi}\psi \rangle \sim \Lambda_H^3 \longrightarrow yS \langle \bar{\psi}\psi \rangle \longrightarrow \lambda_{HS} \langle S \rangle^2 (H^\dagger H) . \quad (2.44)$$

隠れた  $SU(N)_H$  対称性に表現を持つフェルミオン  $\psi$  を導入した場合, カイラル凝縮  $\langle \bar{\psi}\psi \rangle$  によってスケールが生成される. 湯川相互作用,  $yS\bar{\psi}\psi$ , の存在によってスカラー場  $S$  は非零の真空期待値を持ち, 結果的に Higgs 質量項が生成される. このときスカラー場  $S$  はスケールを伝達する役割を持ち, Higgs 質量はスカラー場の真空期待値  $\langle S \rangle$  に比例する.

## 本論の方向性

本研究ではこのような隠れた QCD セクターの非摂動効果によるスケール生成機構に着目する. スカラー凝縮による直接的な次元変換のシナリオ (2.43) は, 隠れた QCD の非摂動効果によって電弱対称性の破れを簡潔に記述できるが, その低エネルギー物理を予言することは難しい; すなわち実際のハドロン物理の類推ができないため, スカラー型 QCD の低エネルギー有効モデルの決定が困難である. 一方, 隠れた QCD の低エネルギー物理は, 実際のハドロン物理から類推することで, スカラー型と比較して理論的な不確定性を抑えた予言が可能である. したがって本研究では, 隠れたセクターのカイラル凝縮に起因する間接的な次元変換のシナリオ (2.44) に着目する.

古典的スケール不変性に基づく拡張は, “質量の起源は何か” を, TeV スケールの隠れたスケール生成機構によって説明する. 一方, 暗黒物質が素粒子理論によって説明されるならば, 標準模型を越えた物理はこの質量起源も説明することが期待される. 本研究で着目する隠れた QCD セクターによる拡張において, 隠れたセクターのカイラル対称性の力学的破れによって生成される NG 粒子 (隠れたメソン) は, スケールを伝達するスカラー場の存在によって質量を持ち, 付随的な対称性によって安定となるため, 暗黒物質の候補となる. この暗黒物質候補となる隠れたメソンの質量起源は, 間接的な次元変換のシナリオ (2.44) の特徴である.

本論では, 古典的スケール不変性の基づく拡張において, 隠れたカイラル対称性の力学的破れが, Higgs 粒子の質量 (電弱対称性の破れ) と暗黒物質の存在を同時に説明するシナリオの現象論的な検証可能性を議論する. このシナリオ検証には以下のアプローチが考えられる:

- 隠れたハドロンを用いた検証

シナリオは TeV スケールにおける隠れたハドロンの存在を予言する. 標準模型粒子との相互作用を用いた検証が考えられる. 特に暗黒物質候補の隠れたメソンの相互作用を用いて, 将来暗黒物質探査実験

\*6 標準模型とは異なるゲージセクターを隠れたセクターと呼ぶ. また隠れた非可換ゲージ対称性  $SU(n_c)_H$  を導入し, 電弱対称性の破れを記述するモデルは非常に多く提案されており, ここでは最初に提案された代表的な 2 つの論文を引用した.

[34] においてシナリオ検証を議論する.

- 隠れた相転移現象による検証

初期宇宙の一次相転移は, 重力波を生成し, 非局在の背景重力波としてその痕跡を残す [38]. 隠れたカイラル相転移が一次相転移である場合には, 重力波を生成する. この残存重力波スペクトルを予言し, 将来重力波検出実験 [42, 43, 44, 45, 46] によるシナリオ検証を議論する.

これらを定量的に評価するため, 本研究では隠れた QCD セクターの非摂動効果を有効模型を用いて解析する. そのため 3 章にて, QCD におけるハドロン物理を概観し, カイラル有効模型による解析手法をまとめる. また本研究で着目する隠れた QCD セクターを伴う拡張模型の, 隠れたハドロン (暗黒物質) を用いたシナリオ検証の可能性は, 先行研究 [31] において既に議論されており, 4 章にてその検証可能性を紹介する. また 5 章にて隠れたカイラル一次相転移起源の残存重力波スペクトルを予言することで, シナリオ検証の可能性を議論する.

## 第 3 章

# カイラル対称性の破れとハドロン物理

物質の質量起源は何か。カイラル対称性は、物質場の右巻き成分と左巻きの成分を独立に回転させる対称性であり、物質場の質量項は、このカイラル対称性を破る。これらカイラル対称性の破れは、真空の凝縮によって引き起こされ、標準模型の枠組みにおいて、Higgs 機構における電弱対称性の破れと、QCD の非摂動効果によるカイラル対称性の力学的な破れによって理解される。ここではカイラル対称性の破れの観点から、QCD とその低エネルギー物理を概観する。QCD の低エネルギーを予言する有効模型として、Nambu–Jona-Lasinio(NJL) 模型を用いる手法を説明する。

### 3.1 量子色力学 (QCD)

強い相互作用を記述する QCD は、標準模型のゲージ群  $G_{\text{SM}} = \text{SU}(3)_c \times \text{SU}(2)_L \times \text{U}(1)_Y$  の要素である  $\text{SU}(3)_c$  ゲージ対称性に基づく非可換ゲージ理論であり、そのラグランジアンは次のように与えられる:

$$\mathcal{L}_{\text{QCD}} = -\frac{1}{2} \text{Tr} G^{\mu\nu} G_{\mu\nu} + \text{Tr} \bar{q} (i\gamma^\mu \partial_\mu + g_s \gamma^\mu G_\mu - m_q) q, \quad (3.1)$$

ここでトレース “Tr” はフレーバーとカラーの添え字に対する和を表し、 $q = (u, d, s, c, b, t)^T$  はカラー数  $n_c = 3$  でフレーバー数  $n_f = 6$  のクォーク場、 $G_\mu^a$  ( $a = 1, \dots, 8$ ) はグルーオン場である。QCD は非可換ゲージ理論であるため、ゲージ場の自己相互作用を含み、その結果として、結合定数  $g_s$  に対する負のベータ関数  $\beta_{\alpha_s}$  を導く、

$$\mu^2 \frac{d\alpha_s}{d\mu^2} = \beta_{\alpha_s} = - (b_0 \alpha_s^2 + b_1 \alpha_s^3 + \dots), \quad (3.2)$$

ただし  $\alpha_s = g_s^2/(4\pi)$  であり、1 ループの寄与  $b_0$  と 2 ループの寄与  $b_1$  は、それぞれ以下のように与えられる [72]:

$$b_0 = (33 - 2n_f)/(12\pi), \quad b_1 = (153 - 19n_f)/(24\pi^2). \quad (3.3)$$

負のベータ関数  $\beta_{\alpha_s}$  は、 $\mu \rightarrow \infty$  のとき、 $\alpha_s(\mu) \rightarrow 0$  となる漸近的自由性を示す。この QCD の摂動的な性質は、図 3.1 に示すように  $Z$  ボソンの質量  $M_Z$  に対応スケールでの  $\alpha_s(M_Z^2)$  を指標として、高い精度で評価されるようになった;  $\alpha_s(M_Z^2) = 0.1181 \pm 0.0011$  [72]。また低エネルギーにおいて結合定数はあるスケールで発散し、このスケール  $\Lambda$  も QCD を特徴付ける物理量として同様に評価される;  $n_f = 3$  のとき、 $\Lambda_{\overline{\text{MS}}}^{(3)} = (332 \pm 17) \text{ MeV}$  [72]。

クォークとグルーオンの相互作用を定義する QCD のラグランジアン (3.1) は、低エネルギーにおいて強結合性を示し、漸近状態として実験で観測されるのはカラー 1 重項のハドロンのみとなる。このハドロンは QCD スケール  $\Lambda$  によって特徴付けられ、このスケールは無次元の結合定数  $g_s$  の持つ漸近的自由性に起因する。この

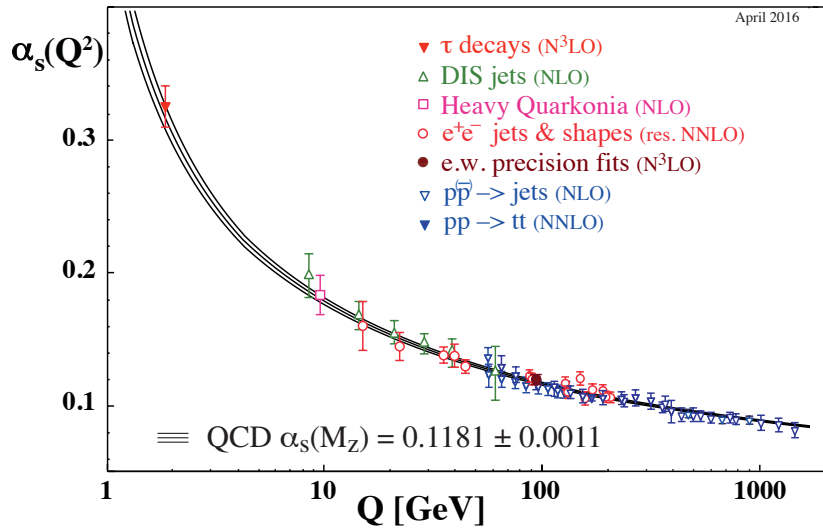


図 3.1: QCD の結合定数  $\alpha_s(Q)$  のスケール依存性と測定結果 [72].

漸近的自由性は、クォークが質量を持たない場合にも同様に振る舞うため、質量次元を持たない理論において、質量スケールの起源となり得る。

## 3.2 カイラル対称性の破れ

クォークの質量項を無視した QCD のラグランジアン (3.1) は、次のカイラル対称性を持つ:  $U_L(6) \times U(6)_R$ . しかしながら質量項はこの対称性を持たない. QCD のラグランジアン (3.1) におけるクォークの質量  $m_q$  は、電弱対称性の破れによる Higgs 凝縮  $\langle h \rangle$  により与えられ、これをカレント質量と呼ぶ. 一方、QCD スケール  $\Lambda$  よりも低いエネルギーにおける非摂動的な真空では、カイラル凝縮  $\langle \bar{q}q \rangle$  によって、陽子 ( $uud$ ) や中性子 ( $udd$ ) は質量を獲得する. この機構はカイラル対称性の力学的破れと呼ばれ、このときの質量を構成子クォーク質量と呼ぶ. 図 3.2 は全クォーク質量に占める、カレント質量の割合を示した図 [88] である. 軽いクォーク ( $u, d, s$ ) の場合、Higgs 場との相互作用によるカイラル対称性の陽な破れの効果は、力学的破れのスケールに比べて小さいため、以下のカイラル対称性が有用な近似を与えることがわかる:

$$U_L(3) \times U(3)_R \simeq SU(3)_L \times SU(3)_R \times U(1)_V \times U(1)_A. \quad (3.4)$$

このカイラル対称性 (3.4) は、次のように様々な形で階層的に破れる.  $\mathcal{O}(1)$  GeV のオーダーで、 $U(1)_A$  はカイラルアノマリーによって、部分群  $Z_6$  に破れる. また同程度のスケールにおいて、強い相互作用の効果によるカイラル凝縮  $\langle \bar{q}q \rangle$  によって、カイラル対称性の非可換部分  $SU(3)_L \times SU(3)_R$  は、対角的な部分群  $SU(3)_V$  へ力学的に破れる. この自発的に破れた対称性  $SU(3)_A$  の生成子は軸性を持ち、擬スカラーである 8 個の Nambu–Goldstone (NG) 粒子を導く. これらは後述するメソン ( $\pi^0, \pi^\pm, K^\pm, K^0, \bar{K}^0, \eta$ ) に対応する. またここで得られるベクトル的な対称性  $SU(3)_V \times U(1)_V$  は、Vafa-Witten の定理 [87] から、ゲージ場とフェルミオン場がベクトル的に結合する理論において、自発的には破れることのない対称性であり、対称性  $U(1)_V$  はバリオン数を保存させる.

次にカレント質量  $\mathcal{O}(1 - 100)$  MeV のオーダーで、カイラル対称性を陽に破る. これらはメソンが質量を持つ擬 NG 粒子であることを導く. また、もし軽いクォーク ( $u, d, s$ ) が同じ質量であれば、 $SU(3)_V \times U(1)_V$  は破れることはない部分群であるが、質量が異なる場合、 $SU(3)_V$  はさらに破れる. このカレント質量による

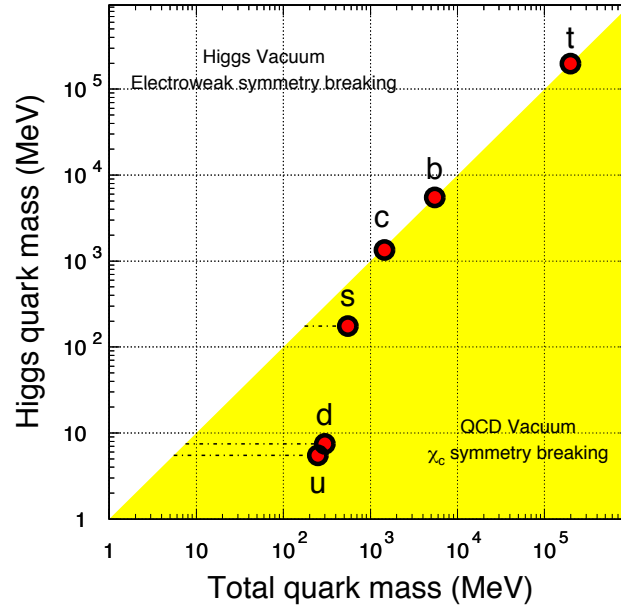


図 3.2: 全クォーク質量に占めるカレント質量の割合 [88]. クォークの質量の起源は、電弱対称性の破れによる Higgs 場の凝縮からの寄与と、強い相互作用によるカイラル対称性の力学的破れによるカイラル凝縮からの寄与からなる。重いクォーク ( $c, b, t$ ) の質量は、主に Higgs 凝縮の寄与によって決定され、カイラル凝縮の寄与の寄与は無視できるほど小さいことがわかる。

SU(3)<sub>V</sub> の破れは、以下の通り明らかである [72]:

$$\begin{aligned} m_u &= 2.2^{+0.6}_{-0.4} \text{ MeV}, & m_d &= 4.7^{+0.5}_{-0.4} \text{ MeV}, & m_s &= 96^{+8}_{-4} \text{ MeV}, \\ m_u/m_d &= 0.38 - 0.58, & m_s/m_d &= 17 - 22. \end{aligned} \quad (3.5)$$

この陽な破れと階層性は、標準模型の枠組みにおいて、Higgs 場とクォークの相互作用に起因する。また式 (3.5) が示すように、明らかにカレント質量レベルでのアイソスピン対称性はひどく破れている;  $m_u \neq m_d$ 。しかし、ハドロンレベルでの現象を理解する場合には、QCD のスケール  $\Lambda$  と比べ  $m_u, m_d$  は小さいため、SU(2)<sub>V</sub> が良い近似で成り立つとして議論される。

### 3.3 ハドロン物理の記述

前節では非可換ゲージ理論である QCD は、低エネルギーにおいて強結合性を示し、カイラル対称性の力学的破れによって、質量次元を持たない理論からスケールが生成される理論であることを見た。また QCD のラグランジアン (3.1) におけるカイラル対称性の陽な破れによって、低エネルギーに現れる大域的対称性が変化し、ハドロン物理が予言されることを紹介した。ここでは QCD の低エネルギー物理を予言する有効模型として、Nambu–Jona-Lasinio(NJL) 模型 [89, 90, 91] を用いる手法を説明する。

### 3.3.1 Nambu–Jona-Lasinio 模型

NJL 模型はカイラル対称性の力学的破れを上手く記述する模型として知られている. そのラグランジアンは QCD の低エネルギーにおける大域対称性をもとに, Dirac 演算子  $\bar{\psi}\psi$  を用いて以下のように定義される:

$$\mathcal{L}_{\text{NJL}} = \text{Tr} \bar{\psi} (i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \psi + 2G \text{Tr} \Phi^\dagger \Phi + G_D (\det \Phi + \text{h.c.}), \quad (3.6)$$

ここで  $m = \text{diag.} (m_u, m_d, m_s)$  であり,

$$\langle \Phi \rangle_{ij} = \bar{\psi}_i (1 - \gamma_5) \psi_j = \frac{1}{2} \lambda_{ji}^a \text{Tr} \bar{\psi} \lambda^a (1 - \gamma_5) \psi \quad (3.7)$$

である.  $\lambda^a (a = 0, 1, \dots, 8)$  は  $\lambda^0 = \mathbf{1}/\sqrt{2/3}$  である Gell-Mann 行列である.  $n_f = 3$  のとき, ラグランジアン (3.6) の 2 項目と 3 項目はそれぞれ 4 体 Fermi 相互作用と 6 体 Fermi 相互作用を表す.  $G$  と  $G_D$  はそれぞれ次元  $(-2)$  と  $(-5)$  を持つ結合定数であり, カットオフ  $\Lambda$  を用いて定義されるくりこみ不可能な模型である.  $n \geq 2$  において演算子  $I_n = \text{Tr} (\Phi^\dagger \Phi)^n$  はカイラル対称性  $U(3)_L \times U(3)_R$  を持つため, カイラルアノマリーによる  $U(1)_A$  の破れを再現する項として,  $U(1)_A$  対称性のみを破る演算子が必要である. このため行列式型の演算子  $I_D = \det \Phi + \det \Phi^\dagger$  を用いた. この項は Kobayashi–Maskawa–t’Hooft (KMT) 項と呼ばれており,  $\eta$ - $\eta'$  混合を説明するのに重要な役割を果たす [92]. したがって NJL ラグランジアン (3.6) は, カイラル対称性が力学的に破れる前の QCD と同じ大域的対称性を持つ:  $m = 0$  において,  $SU(3)_L \times SU(3)_R \times U(1)_V$ .

NJL 模型はカイラル対称性の力学的破れを, 秩序変数 1 個のスカラー場ではなく, 複合場として記述する点が, シグマ模型などの有効模型と異なる. また QCD ラグランジアン (3.1) が持つパラメータは, ゲージ結合定数  $g_s$  とカレント質量  $m_q$  のみであった. 格子計算と異なり有効模型を用いた手法は, 模型パラメータに関する不定性が増えることになる. ここでは [93, 94] にならい, 平均場近似によって NJL 模型を解析し, 模型パラメータ  $G, G_D, \Lambda$  を低エネルギーの観測量とフィットすることで, ハドロン物理を予言する.

### 3.3.2 自己無撞着平均場近似による解析

自己無撞着平均場近似の下での有効ポテンシャルを求めることで, 非摂動的な真空を決定する. はじめに Bogoliubov–Valatin 変換された Bardeen–Cooper–Schieffer (BCS) 真空を定義する:

$$\langle \Phi \rangle = -\frac{1}{4G} \left( \text{diag.} (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) + i (\lambda^a)^T \phi^a \right) \equiv \varphi. \quad (3.8)$$

平均場  $\sigma_i$  と  $\phi_a$  はカイラル複合場の真空期待値において定義される. カイラル対称性の力学的破れを記述する, 非零のカイラル凝縮  $\langle \bar{\psi}_i \psi_i \rangle$  は, 式 (3.8) における  $\langle \sigma_i \rangle$  に対応し, BCS 真空におけるフェルミオン場を積分することで得られる, スカラー有効ポテンシャルの最小化によって評価される. NJL 模型のラグランジアン (3.6) は平均場近似の下で, 次のような和として書き表わせる,

$$\mathcal{L}_{\text{NJL}} = \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_I, \quad (3.9)$$

ここで  $\mathcal{L}_I$  は正規順序として書き下されており, すなわち  $\langle \mathcal{L}_I \rangle = 0$  を満たす. また平均場近似されたラグランジアン  $\mathcal{L}_0$  は以下で与えられる:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_0 = & \text{Tr} \bar{\psi} (i\partial\!\!\!/ - m) \psi + 2G (\text{Tr} \varphi^\dagger \Phi + \text{Tr} \Phi^\dagger \varphi - \text{Tr} \varphi^\dagger \varphi) - 2G_D (\det \varphi + \det \varphi^\dagger) \\ & + G_D \left( \text{Tr} \varphi^2 \text{Tr} \Phi - \text{Tr} \varphi \Phi \text{Tr} \Phi - \frac{1}{2} \text{Tr} \varphi^2 \text{Tr} \Phi + \frac{1}{2} (\text{Tr} \varphi)^2 \text{Tr} \Phi + \text{h.c.} \right). \end{aligned} \quad (3.10)$$



具体的な計算のために、フェルミオン場  $\psi_i$  と平均場  $\sigma_i, \phi_a$  の相互作用の形に書き下す。カイラル対称性の力学的破れに伴う擬 NG 場  $\phi_a$  は、以下のメソンによる表記 ( $\pi^0, \pi^\pm, K^\pm, K^0, \bar{K}^0, \eta^8, \eta^0$ ) を用いる:

$$\phi = \phi_a \lambda^a = \begin{pmatrix} \pi^0 + \eta^8/\sqrt{3} & \sqrt{2}\pi^+ & \sqrt{2}K^+ \\ \sqrt{2}\pi^- & -\pi^0 + \eta^8/\sqrt{3} & \sqrt{2}K^0 \\ \sqrt{2}K^- & \sqrt{2}\bar{K}^0 & -2\eta^8/\sqrt{3} \end{pmatrix} + \eta^0 \sqrt{2/3} \mathbf{1}. \quad (3.11)$$

式 (3.8) で定義される  $\varphi$  を式 (3.10) に代入し、ラグランジアン  $\mathcal{L}_0$  について以下の表記を得る:

$$\mathcal{L}_0 = \mathcal{L}_K + \mathcal{L}_D + \mathcal{L}_M, \quad (3.12)$$

ここで、

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_K = & \text{Tr } \bar{\psi}(i\gamma^\mu \partial_\mu - M)\psi \\ & -i \left[ \pi^0 + \frac{1}{\sqrt{3}}\eta^8 + \sqrt{\frac{2}{3}}\eta^0 - \frac{G_D}{8G^2} \left( \sigma_3\pi^0 + \frac{1}{\sqrt{3}}(2\sigma_2 - \sigma_3)\eta^8 - \sqrt{\frac{2}{3}}(\sigma_2 + \sigma_3)\eta^0 \right) \right] \bar{\psi}_1 \gamma_5 \psi_1 \\ & -i \left[ -\pi^0 + \frac{1}{\sqrt{3}}\eta^8 + \sqrt{\frac{2}{3}}\eta^0 - \frac{G_D}{8G^2} \left( -\sigma_3\pi^0 + \frac{1}{\sqrt{3}}(2\sigma_1 - \sigma_3)\eta^8 - \sqrt{\frac{2}{3}}(\sigma_1 + \sigma_3)\eta^0 \right) \right] \bar{\psi}_2 \gamma_5 \psi_2 \\ & -i\sqrt{2}\pi^+ \left( 1 - \frac{G_D}{8G^2}\sigma_3 \right) \bar{\psi}_1 \gamma_5 \psi_2 - i\sqrt{2}\pi^- \left( 1 - \frac{G_D}{8G^2}\sigma_3 \right) \bar{\psi}_2 \gamma_5 \psi_1 \\ & -i\sqrt{2}K^+ \left( 1 - \frac{G_D}{8G^2}\sigma_2 \right) \bar{\psi}_1 \gamma_5 \psi_3 - i\sqrt{2}K^- \left( 1 - \frac{G_D}{8G^2}\sigma_2 \right) \bar{\psi}_3 \gamma_5 \psi_1 \\ & -i\sqrt{2}K^0 \left( 1 - \frac{G_D}{8G^2}\sigma_1 \right) \bar{\psi}_2 \gamma_5 \psi_3 - i\sqrt{2}\bar{K}^0 \left( 1 - \frac{G_D}{8G^2}\sigma_1 \right) \bar{\psi}_3 \gamma_5 \psi_2 \\ & -i \left[ -\frac{2}{\sqrt{3}}\eta^8 + \sqrt{\frac{2}{3}}\eta^0 - \frac{G_D}{8G^2} \left( (\sigma_1 - \sigma_2)\pi^0 - \frac{1}{\sqrt{3}}(\sigma_1 + \sigma_2)\eta^8 - \sqrt{\frac{2}{3}}(\sigma_1 + \sigma_2)\eta^0 \right) \right] \bar{\psi}_3 \gamma_5 \psi_3, \end{aligned} \quad (3.13)$$

この  $\mathcal{L}_K$  はフェルミオン場の運動項を含み、フェルミオン場の質量  $M_i$  を次のように定義した:

$$M_i = \sigma_i + m_i - \frac{G_D}{8G^2} \sigma_{i+1} \sigma_{i+2}, \quad (3.14)$$

ただし  $\sigma_4 = \sigma_1, \sigma_5 = \sigma_2$  である。平均場  $\sigma_i$  が非零の真空期待値を得ることによって、フェルミオンの質量が変化することがわかる。また  $\mathcal{L}_D$  は  $G_D$  に比例する  $\phi^2 \bar{\psi} \psi$  の相互作用に関する部分である、

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_D = & \frac{G_D}{8G^2} \left[ \left( 2K^0 \bar{K}^0 - \frac{2}{\sqrt{3}}\pi^0 \eta^8 + \frac{2}{3}(\eta^8)^2 - \frac{2}{3}(\eta^0)^2 \right) \bar{\psi}_1 \psi_1 - \left( 2\sqrt{\frac{2}{3}}\pi^+ \eta^8 + 2K^+ \bar{K}^0 \right) \bar{\psi}_1 \psi_2 \right. \\ & - \left( 2\sqrt{\frac{2}{3}}\pi^- \eta^8 + 2K^- K^0 \right) \bar{\psi}_2 \psi_1 + \left( 2K^+ K^- + \frac{2}{\sqrt{3}}\pi^0 \eta^8 + \frac{2}{3}(\eta^8)^2 - \frac{2}{3}(\eta^0)^2 \right) \bar{\psi}_2 \psi_2 \\ & - \left( 2\pi^+ K^0 + \sqrt{2}K^+ (\pi^0 - \frac{1}{\sqrt{3}}\eta^8) \right) \bar{\psi}_1 \psi_3 - \left( 2\pi^- \bar{K}^0 + \sqrt{2}K^- (\pi^0 - \frac{1}{\sqrt{3}}\eta^8) \right) \bar{\psi}_3 \psi_1 \\ & - \left( 2\pi^- K^+ - \sqrt{2}K^0 (\pi^0 + \frac{1}{\sqrt{3}}\eta^8) \right) \bar{\psi}_2 \psi_3 - \left( 2\pi^+ K^- - \sqrt{2}\bar{K}^0 (\pi^0 + \frac{1}{\sqrt{3}}\eta^8) \right) \bar{\psi}_3 \psi_2 \\ & + \left( 2\pi^+ \pi^- + (\pi^0)^2 - \frac{1}{3}(\eta^8)^2 - \frac{2}{3}(\eta^0)^2 \right) \bar{\psi}_3 \psi_3 \\ & + \sqrt{\frac{2}{3}}\eta^0 \left\{ \left( \pi^0 + \frac{1}{\sqrt{3}}\eta^8 \right) \bar{\psi}_1 \psi_1 + \sqrt{2}\pi^+ \bar{\psi}_1 \psi_2 + \sqrt{2}K^+ \bar{\psi}_1 \psi_3 + \sqrt{2}\pi^- \bar{\psi}_2 \psi_1 \right. \\ & \left. + \left( -\pi^0 + \frac{1}{\sqrt{3}}\eta^8 \right) \bar{\psi}_2 \psi_2 + \sqrt{2}K^0 \bar{\psi}_2 \psi_3 + \sqrt{2}K^- \bar{\psi}_3 \psi_1 + \sqrt{2}\bar{K}^0 \bar{\psi}_3 \psi_2 - \frac{2}{\sqrt{3}}\eta^8 \bar{\psi}_3 \psi_3 \right\} \right], \end{aligned} \quad (3.15)$$

また  $\mathcal{L}_M$  はフェルミオンを含まないメソンのみの部分である,

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_M = & -\frac{1}{8G} \left( \sum_{i=1}^3 \sigma_i^2 + 2(\eta^0)^2 + 4\pi^+\pi^- + 4K^+K^- + 4K^0\bar{K}^0 + 2(\pi^0)^2 + 2(\eta^8)^2 \right) \\ & + \frac{G_D}{16G^3} \left[ \sigma_1\sigma_2\sigma_3 + \sigma_1 \left( 2K^0\bar{K}^0 + \frac{2}{3}(\eta^8)^2 - \frac{2}{3}(\eta^0)^2 - \frac{2}{\sqrt{3}}\pi^0\eta^8 + \sqrt{\frac{2}{3}}\eta^0\pi^0 + \frac{\sqrt{2}}{3}\eta^0\eta^8 \right) \right. \\ & + \sigma_2 \left( 2K^+K^- + \frac{2}{3}(\eta^8)^2 - \frac{2}{3}(\eta^0)^2 + \frac{2}{\sqrt{3}}\pi^0\eta^8 - \sqrt{\frac{2}{3}}\eta^0\pi^0 + \frac{\sqrt{2}}{3}\eta^0\eta^8 \right) \\ & \left. + \sigma_3 \left( 2\pi^+\pi^- + (\pi^0)^2 - \frac{1}{3}(\eta^8)^2 - \frac{2}{3}(\eta^0)^2 - \frac{2\sqrt{2}}{3}\eta^0\eta^8 \right) \right]. \end{aligned} \quad (3.16)$$

また 1 ループのスカラー有効ポテンシャルは, 次のように与えられる:

$$V_{\text{NJL}}(\sigma_i; \Lambda) = \frac{1}{8G} \sum_{i=1,2,3} \sigma_i^2 - \frac{G_D}{16G^3} \sigma_1\sigma_2\sigma_3 - n_c \sum_{i=1,2,3} I_V(M_i; \Lambda), \quad (3.17)$$

ここで  $I_V$  は以下で定義される積分関数である:

$$\begin{aligned} I_V(m; \Lambda) &= \int_{\Lambda} \frac{d^4k}{i(2\pi)^4} \ln \det(\not{k} - m) \\ &= \frac{1}{16\pi^2} \left( \Lambda^4 \ln \left( 1 + \frac{m^2}{\Lambda^2} \right) - m^4 \ln \left( 1 + \frac{\Lambda^2}{m^2} \right) + m^2 \Lambda^2 \right), \end{aligned} \quad (3.18)$$

ここで 4 次元カットオフ  $\Lambda$  を用いて正則化した. 6 体の Fermi 定数  $G_D$  は負の値を持つため, ツリーレベルで平均場  $\sigma_i$  は非零の真空期待値を持たず, フェルミオン 1 ループの寄与によって非零の非自明な真空が得られる. またカイラル凝縮場  $\sigma_i$  やメソン  $\phi_a$  はツリーレベルで運動項を持たず, これらはフェルミオン 1 ループの寄与から得られる.

具体的なハドロン質量の計算の前に, カイラル極限 (Chiral Limit;  $m_i = 0$ ) を仮定し, 平均場近似による NJL 模型の特徴を概観する;  $\sigma_i = \sigma$ . このとき有効ポテンシャル (3.17) を  $\sigma$  で微分することにより, 以下の停留条件を得る:

$$\langle \sigma \rangle = 4Gn_c \int_{\Lambda} \frac{d^4k}{i(2\pi)^4} \text{Tr} \left( \frac{1}{\not{k} - M_{\text{cl}}} \right), \quad (3.19)$$

ただし,  $M_{\text{cl}}$  は式 (3.14) において,  $m_i = 0, \sigma_i = \sigma$  としたもの. この停留条件における積分は, 質量  $M_{\text{cl}}$  を持つフェルミオンのループの寄与に対応する. すなわち, フェルミオンが質量  $M_{\text{cl}}$  を獲得したとき, 4 体の Fermi 相互作用を通じて誘起される質量も  $M_{\text{cl}}$  であるという条件である. この条件は NJL 模型における自己無撞着条件と呼ばれる. この表式から, フェルミオンの積分によって, 非自明な真空が得られることは明らかである.

またカイラル極限における平均場  $\phi_a, \sigma$  に対する 2 点頂点関数は以下で与えられる:

$$\Gamma_{\phi\phi}(p^2) = -\frac{1}{2G} + \frac{G_D}{8G^3} \sigma + \left( 1 - \frac{G_D}{8G^2} \sigma \right)^2 2n_c I_{\phi^2}^A(p^2, M_{\text{cl}}, M_{\text{cl}}; \Lambda) + \frac{G_D}{G^2} n_c I_{\phi^2}^B(M_{\text{cl}}; \Lambda), \quad (3.20)$$

$$\Gamma_{\sigma\sigma}(p^2) = -\frac{3}{4G} + \frac{3G_D}{8G^3} \sigma - \left( 1 - \frac{G_D\sigma}{4G^2} \right)^2 3n_c I_{\varphi^2}(p^2, M_{\text{cl}}; \Lambda) + \frac{G_D}{G^2} 3n_c I_V(M_{\text{cl}}; \Lambda), \quad (3.21)$$

ここで積分関数  $I_{\phi^2}^A, I_{\phi^2}^B$  は以下で定義される:

$$\begin{aligned} I_{\phi^2}^A(p^2, m_a, m_b; \Lambda) &= \int_{\Lambda} \frac{d^4l}{i(2\pi)^4} \frac{\text{Tr}(\not{l} - \not{p} + m_a)\gamma_5(\not{l} + m_b)\gamma_5}{((l-p)^2 - m_a^2)(l^2 - m_b^2)}, \\ I_{\phi^2}^B(m; \Lambda) &= \int_{\Lambda} \frac{d^4k}{i(2\pi)^4} \frac{m}{(k^2 - m^2)} = -\frac{1}{16\pi^2} m \left[ \Lambda^2 - m^2 \ln \left( 1 + \frac{\Lambda^2}{m^2} \right) \right]. \end{aligned} \quad (3.22)$$

また積分関数  $I_{\varphi^2}$ ,  $I_V$  は以下で定義される:

$$I_{\varphi^2}(p^2, m; \Lambda) = \int_{\Lambda} \frac{d^4 k}{i(2\pi)^4} \frac{\text{Tr}(\not{k} + \not{p} + m)(\not{k} + m)}{((k+p)^2 - m^2)(k^2 - m^2)}, \quad I_{\varphi^2}^D(m; \Lambda) = I_{\varphi^2}^B(m; \Lambda). \quad (3.23)$$

カイラル極限におけるメソン  $\phi_a$  に対する 2 点頂点関数  $\Gamma_{\phi\phi}(p^2)$  は,  $p^2 = 0$  において零点を持つ. すなわちこのときメソンは質量を持たない. 実際のメソンが質量を持つのは, 有限のカレント質量  $m_i \neq 0$  によって, カイラル対称性が陽に破れているためである. また平均場  $\sigma$  に対する 2 点頂点関数  $\Gamma_{\sigma\sigma}(p^2)$  は,  $p^2 = (2M_{\text{cl}})^2$  において零点を持つ. すなわち,  $m_{\sigma}^2 = 4M_{\text{cl}}^2$  の質量を持つ.  $M_{\text{cl}}$  は内線を伝搬するフェルミオンの質量であり, 質量  $2M_{\text{cl}}$  は 2 フェルミオン状態  $\bar{\psi}\psi$  のしきい値に対応する. したがってフェルミオンによって記述される NJL 模型において, その複合場である平均場  $\sigma$  は, 2 フェルミオン状態  $\bar{\psi}\psi$  の共鳴状態として振る舞うことがわかる.

最後に平均場  $\sigma$  の有効ラグランジアンに着目する. 平均場  $\sigma$  に対するツリーレベルのラグランジアン (3.10) には, 運動項が存在しない. これは NJL 模型がフェルミオンによって記述される模型であったことに起因する. ここでは 1 ループレベルの 2 点頂点関数  $\Gamma_{\sigma\sigma}(p^2)$  から運動項を導出することで, NJL 模型における平均場  $\sigma$  の振る舞いを考察する. ここで波動関数くりこみ定数  $Z_{\sigma}$  を以下のように定義する:

$$\Gamma_{\sigma\sigma}(p^2) = \Gamma_{\sigma\sigma}(0) + Z_{\sigma}^{-1}(\sigma)p^2 + \mathcal{O}(p^4), \quad (3.24)$$

この  $Z_{\sigma}$  は場  $\sigma$  に依存する形で以下のように求められる,

$$\begin{aligned} Z_{\sigma}^{-1}(\sigma; \Lambda) &= \left. \frac{d\Gamma_{\sigma\sigma}(p^2)}{dp^2} \right|_{p^2=0} = - \left( 1 - \frac{G_D}{4G^2}\sigma \right)^2 3n_c \left. \frac{d}{dp^2} I_{\varphi^2}(p^2, M_{\text{cl}}; \Lambda) \right|_{p^2=0} \\ &= \frac{3n_c}{8\pi^2} \left( 1 - \frac{G_D}{4G^2}\sigma \right)^2 \left[ \ln \left( 1 + \frac{\Lambda^2}{M_{\text{cl}}^2} \right) + \frac{\Lambda^2 M_{\text{cl}}^2}{(\Lambda^2 + M_{\text{cl}}^2)^2} \right], \end{aligned} \quad (3.25)$$

したがって平均場  $\sigma$  に対する有効ラグランジアンは以下のように定義できる:

$$\mathcal{L}_{\sigma} = \frac{Z_{\sigma}^{-1}(\sigma; \Lambda)}{2} \partial_{\mu}\sigma\partial^{\mu}\sigma - V_{\text{NJL}}(\sigma; \Lambda). \quad (3.26)$$

ここで式 (3.25) で与えられる波動関数くりこみ定数  $Z_{\sigma}^{-1}$  は, カイラル対称性が回復するにつれ,  $\sigma \rightarrow 0$  の極限で, 発散することがわかる. これはカイラル対称性を持つ真空  $\langle\sigma\rangle = 0$  において, 共鳴状態  $\sigma$  が現れないことに対応する.

$$Z_{\sigma}(\sigma \rightarrow 0) = 0, \quad (3.27)$$

カイラル対称性が破れた真空  $\langle\sigma\rangle \neq 0$  において, 平均場  $\sigma$  はフェルミオンと湯川相互作用するスカラー場として記述される一方, カイラル対称性が回復した真空  $\langle\sigma\rangle = 0$  においてその共鳴状態は現れず, フェルミオン相互作用によって記述される NJL 模型に帰着する. これはカイラル対称性の破れをフェルミオンの複合場である平均場  $\sigma$  の力学で記述する NJL 模型が持つ特徴である.

### 3.3.3 ハドロン質量の計算

実際の QCD におけるクォークは、電弱対称性の破れによってカレント質量を持つため、カイラル対称性は陽に破れており、メソンは有限の質量を持つ。平均場近似されたラグランジアン (3.12) を用いて、メソンの質量を計算する。ここで  $SU(2)_V$  のフレーバー対称性が近似的に成り立っていると仮定する:  $m_u = m_d, \sigma_1 = \sigma_2$ . このときメソンの 2 点頂点関数は次のように表せる。

$$\begin{aligned} \Gamma_{\pi^\pm}(p^2) &= \Gamma_{\pi^0}(p^2) \\ &= -\frac{1}{2G} + \frac{G_D}{8G^3}\sigma_3 + \left(1 - \frac{G_D}{8G^2}\sigma_3\right)^2 2n_c I_{\phi^2}^A(p^2, M_1, M_1) + \frac{G_D}{G^2} n_c I_{\phi^2}^B(M_3), \end{aligned} \quad (3.28)$$

$$\begin{aligned} \Gamma_{K^\pm}(p^2) &= \Gamma_{\bar{K}^0 K^0}(p^2) \\ &= -\frac{1}{2G} + \frac{G_D}{8G^3}\sigma_1 + \left(1 - \frac{G_D}{8G^2}\sigma_1\right)^2 2n_c I_{\phi^2}^A(p^2, M_1, M_3) + \frac{G_D}{G^2} n_c I_{\phi^2}^B(M_1), \end{aligned} \quad (3.29)$$

$$\begin{aligned} \Gamma_{\eta^8}(p^2) &= -\frac{1}{2G} + \frac{G_D}{6G^3}\left(\sigma_1 - \frac{1}{4}\sigma_3\right) + \frac{2}{3}\left(1 - \frac{G_D}{8G^2}(2\sigma_1 - \sigma_3)\right)^2 n_c I_{\phi^2}^A(p^2, M_1, M_1) \\ &\quad + \frac{4}{3}\left(1 - \frac{G_D}{8G^2}\sigma_1\right)^2 n_c I_{\phi^2}^A(p^2, M_3, M_3) + \frac{4G_D}{3G^2} n_c I_{\phi^2}^B(M_1) - \frac{G_D}{3G^2} n_c I_{\phi^2}^B(M_3), \end{aligned} \quad (3.30)$$

$$\begin{aligned} \Gamma_{\eta^0}(p^2) &= -\frac{1}{2G} - \frac{G_D}{12G^3}(2\sigma_1 + \sigma_3) + \left(1 + \frac{G_D}{8G^2}(\sigma_1 + \sigma_3)\right)^2 \frac{4}{3} n_c I_{\phi^2}^A(p^2, M_1, M_1) \\ &\quad + \left(1 + \frac{G_D}{4G^2}\sigma_1\right)^2 \frac{2}{3} n_c I_{\phi^2}^A(p^2, M_3, M_3) - \frac{2G_D}{3G^2} n_c \left(2I_{\phi^2}^B(M_1) + I_{\phi^2}^B(M_3)\right), \end{aligned} \quad (3.31)$$

$$\begin{aligned} \Gamma_{\eta^8 \eta^0}(p^2) &= \frac{\sqrt{2}G_D}{24G^3}(\sigma_1 - \sigma_3) + \frac{2\sqrt{2}}{3}\left(1 - \frac{G_D}{8G^2}(2\sigma_1 - \sigma_3)\right)\left(1 + \frac{G_D}{8G^2}(\sigma_1 + \sigma_3)\right) n_c I_{\phi^2}^A(p^2, M_1, M_1) \\ &\quad - \frac{2\sqrt{2}}{3}\left(1 - \frac{G_D}{8G^2}\sigma_1\right)\left(1 + \frac{G_D}{8G^2}(2\sigma_1)\right) n_c I_{\phi^2}^A(p^2, M_3, M_3) \\ &\quad + \frac{\sqrt{2}G_D}{3G^2} n_c (I_{\phi^2}^B(M_1) - I_{\phi^2}^B(M_3)). \end{aligned} \quad (3.32)$$

ここで  $I_{\phi^2}^A$  と  $I_{\phi^2}^B$  は式 (3.22) で定義されるループ積分関数であり、内線を伝搬する構成子クォークの質量は次のように表される:

$$M_1 = m_u + \sigma_1 - \frac{G_D}{8G^2}\sigma_1\sigma_3, \quad M_3 = m_s + \sigma_3 - \frac{G_D}{8G^2}\sigma_1^2. \quad (3.33)$$

ここでメソンの質量は 2 点頂点関数のゼロ点によって定義され、 $\pi$  と  $K$  の質量はそれぞれ以下で与えられる:

$$\Gamma_{\pi^\pm}(p^2 = m_\pi^2) = 0, \quad \Gamma_{K^\pm}(p^2 = m_K^2) = 0, \quad (3.34)$$

また  $\eta$  と  $\eta'$  は  $\eta^8$ - $\eta^0$  の混合行列の実部を取り、そのゼロ固有値によって求められる。波動関数くりこみ定数  $Z_\phi$  はそれぞれの場に対して、

$$Z_\pi^{-1} = \left. \frac{d\Gamma_{\pi^\pm}(p^2)}{dp^2} \right|_{p^2=m_\pi^2}, \quad Z_K^{-1} = \left. \frac{d\Gamma_{K^\pm}(p^2)}{dp^2} \right|_{p^2=m_K^2}, \quad (3.35)$$

で与えられ、それぞれの崩壊定数は以下で定義される:

$$\langle 0 | \text{Tr} \bar{\psi} \gamma_\mu \gamma_5 \frac{1}{2} (\sigma_1 + i\sigma_2) \psi | \pi^+(p) \rangle = i\sqrt{2} f_\pi p_\mu, \quad (3.36)$$

$$\langle 0 | \text{Tr} \bar{\psi} \gamma_\mu \gamma_5 \frac{1}{2} (\sigma_3 + i\sigma_1) \psi | K^+(p) \rangle = i\sqrt{2} f_K p_\mu. \quad (3.37)$$

表 3.1: 物理量 (3.39) を用いてフィットされた NJL 模型パラメータ.  $SU(2)_V$  フレーバー対称性を仮定.

パラメータ	$(2G^{\text{QCD}})^{-1/2}$	$(-G_D^{\text{QCD}})^{-1/5}$	$\Lambda^{\text{QCD}}$	$m_u$	$m_s$
値 [MeV]	361	406	930	5.95	163

表 3.2: NJL 模型による予言と実験値の比較. 模型パラメータとして表 3.1 を用いたもの.

	理論値 [MeV]	実験値 [MeV]
$m_\pi$	136	140( $\pi^\pm$ ) 135( $\pi^0$ )
$m_K$	499	494( $K^\pm$ ) 498( $K^0, \bar{K}^0$ )
$m_\eta$	460	548
$m_{\eta'}$	959	958
$f_\pi$	93	92( $\pi^-$ )
$f_K$	105	110( $K^-$ )

ここで  $\eta^8$ - $\eta^0$  の混合に着目する. 6 体 Fermi 相互作用が含まれないとき;  $G_D = 0$  において,

$$\begin{aligned}
\Gamma_{\eta^8}(p^2) &= -\frac{1}{2G} + \frac{2}{3}n_c I_{\phi^2}^A(p^2, M_1, M_1) + \frac{4}{3}n_c I_{\phi^2}^A(p^2, M_3, M_3), \\
\Gamma_{\eta^0}(p^2) &= -\frac{1}{2G} + \frac{4}{3}n_c I_{\phi^2}^A(p^2, M_1, M_1) + \frac{2}{3}n_c I_{\phi^2}^A(p^2, M_3, M_3), \\
\Gamma_{\eta^8\eta^0}(p^2) &= \frac{2\sqrt{2}}{3}n_c I_{\phi^2}^A(p^2, M_1, M_1) - \frac{2\sqrt{2}}{3}n_c I_{\phi^2}^A(p^2, M_3, M_3).
\end{aligned} \tag{3.38}$$

このとき重い  $\eta'$  の質量を説明できないことが知られている. これは  $G_D = 0$  の場合には, 式 (3.38) における混合が, カレント質量差によって決まってしまうことに起因する. この状況は KMT 項の導入によって改善されることが知られている.

NJL 模型の自由なパラメータは  $(G, G_D, \Lambda)$  とカレント質量  $(m_u, m_s)$  であった. これらは実際に観測されるハドロンに関する物理量を用いてフィットすることで決定される. ここではフィットのために以下の物理量を用いる:

$$m_\pi, \quad m_K, \quad m_\eta, \quad m_{\eta'}, \quad f_\pi, \quad f_K. \tag{3.39}$$

ここで最も理論値と実験値が近づいたパラメータを表 3.1 に示した. また表 3.2 に NJL 模型による予言値と実験値の比較を示す. NJL 模型による  $\eta$  の質量が約 16% 小さい値になっていることがわかる. これは NJL 模型の一般的な振る舞いとして報告されている [94, 95].

本研究では隠れた QCD セクターの有効模型として, NJL 模型を採用する. 表 3.1 に示した NJL 模型のパラメータを用いて, 次の無次元関係式を得る:

$$G^{1/2}\Lambda = 1.82, \quad (-G_D)^{1/5}\Lambda = 2.29. \tag{3.40}$$

これらはフィットに関してカレント質量  $(m_u, m_s)$  の不定性が含まれるが, 本研究では強い相互作用の寄与は, Fermi 結合定数  $(G, G_D; \Lambda)$  によって特徴付けられ, これらの無次元関係式が任意のスケール  $\Lambda$  で成り立つと仮定する.

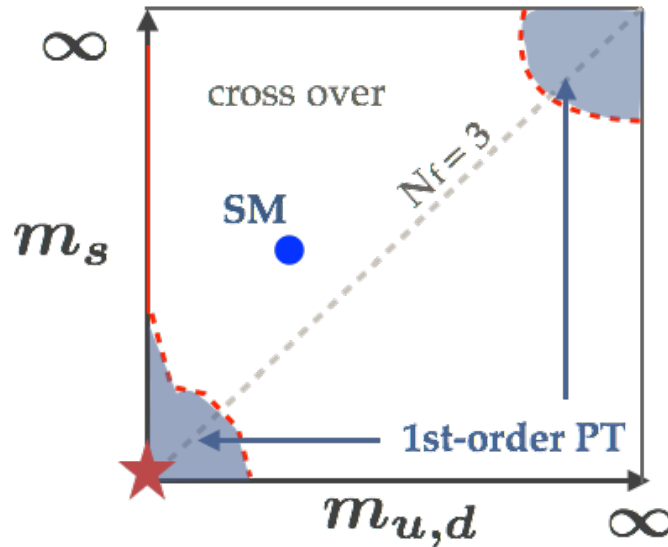


図 3.3: フレーバー数  $N_f = 2 + 1$  の場合の有限温度における QCD 相転移のカレント質量依存性を示した概略図; Columbia 描画と呼ばれる。青い丸は標準模型を示し、赤い星はカイラル極限 ( $m_i = 0$ ) に対応する。

### 3.4 有限温度における QCD 相転移

カイラル対称性は有限温度効果によって回復する。この相転移の次数は、有限密度効果やクォークのフレーバー数、クォークのカレント質量に依存することが知られている。図 3.3 に、Columbia 描画と呼ばれる、有限温度における QCD 相転移のカレント質量依存性の概略図を示した; ただしフレーバー数  $N_f = 2 + 1$  の場合。QCD はカレント質量に関する 2 つの極限において、大域的対称性を持つ; カイラル極限 ( $m_i = 0$ ) において、カイラル対称性を持ち、クォーク質量無限大の極限 ( $m_i \rightarrow \infty$ , 純粋な Yang-Mills 理論) において、中心対称性を持つ。これら 2 つの極限での対称性の破れに伴う相転移は、一次相転移となることが知られている [96, 97]。一方、有限のカレント質量の存在は、これらの対称性を陽に破る。結果として相転移は弱まり、ある臨界質量においてクロスオーバーへと変化する。実際の QCD が予言する有限温度のカイラル相転移は、クロスオーバーであることが知られている [65, 66, 67]; 図 3.3 における青点が標準模型に対応。

本研究では宇宙の一次相転移が、重力波を生成することに着目する。QCD のカイラル相転移はクロスオーバーであったが、有限密度の効果によって、一次相転移になることが知られている [98].\*<sup>1</sup> また隠れた QCD セクターが存在した場合、その相転移が一次相転移である可能性が考えられる。古典的スケール不変性は、裸の理論において質量次元を禁止する対称性であった。すなわち古典的スケール不変性は、隠れた QCD 相転移に対する Columbia 描画 (図 3.3) において、一次相転移となる赤い星 (カイラル極限) に理論を設定する対称性である。この隠れたカイラル一次相転移の実現性は、古典的スケール不変な隠れた QCD セクターを伴う拡張模型の特徴である。本研究では前節同様、NJL 模型を用いて有限温度のカイラル相転移を解析する。

\*<sup>1</sup> QCD 相転移時の大きな密度効果は、標準模型の拡張によるレプトン非対称性によって説明される可能性がある [99]。この可能性から示唆される QCD のカイラル相転移起源により、残存重力波スペクトルが予言されている [100]; ただしこの結果は、QCD の相転移温度のみを用いて予言されたもの。

### 3.4.1 NJL 模型による有限温度カイラル相転移の解析

平均場近似による NJL 模型において、有限温度におけるカイラル相転移は、以下の 1 ループ有効ポテンシャルを用いて解析できる:

$$V_{\chi\text{PT}}(\sigma_i, T) = V_{\text{NJL}}(\sigma_i) + V_{\text{T}}(\sigma_i, T), \quad (3.41)$$

ゼロ温度の寄与  $V_{\text{NJL}}$  は式 (3.17) で与えられ、フェルミオンのループによる有限温度の寄与は  $V_{\text{T}}$  は以下で与えられる:

$$V_{\text{T}}(\sigma_i, T) = -2n_c \frac{T^4}{\pi^2} \sum_i J_F \left( \frac{M_i^2(\sigma_i)}{T^2} \right), \quad (3.42)$$

ここでフェルミオンに対する熱効果関数  $J_F$  は式 (C.1) で定義される; 本論では熱効果関数の積分結果をフィット関数 (C.2) を用いてフィットしたものを用いる. 有効模型によるカイラル一次相転移の起源は、カイラルアノマリーによる  $U(1)_A$  を破る項として導入された KMT 項に起因する  $\sigma^3$  の項である. したがって、6 体の Fermi 結合定数  $G_D$  は、NJL 模型において、 $\eta$ - $\eta'$  混合だけでなく、カイラル一次相転移を説明する役割を担う.

QCD のハドロンによってフィットされた NJL 模型パラメータ (表 3.1) を用いて、有限温度のカイラル相転移を解析する. クォーク質量  $M_i$  の温度依存性を図 3.4 に示す; それぞれ赤点は模型パラメータ (表 3.1) を用いた  $M_u$ , 青点はそのカイラル極限 ( $m_i = 0$ ) に対応する. QCD の場合にはクロスオーバーであり、カイラル極限のとき真空期待値が不連続に変化する一次相転移となっていることがわかる. このときの臨界温度は  $T_c \simeq 69$  MeV であり、これは格子計算による結果がないため、NJL 模型からの予言となる.\*2

本研究では、隠れたカイラル相転移に対してこれらを適用する. 古典的スケール不変性のため、裸の理論に質量項は存在しない一方、今回着目するシナリオ (2.44) は、新たなスカラー場  $S$  との湯川相互作用、 $yS\bar{\psi}\psi$  を含み、これはカレント質量  $m_c = y\langle S \rangle$  のように振る舞う. ゆえにここで得られたカイラル極限の結果を、単純にスケールアップしたものが正しいかは非自明である. したがって本論では、NJL 模型における平均場  $\sigma$  に加え新たなスカラー場  $S$  を含めたカイラル相転移の解析が必要であり、この詳細を 5 章にて議論する.

\*2 NJL 模型の QCD スケール  $\Lambda_{\text{QCD}}$  を用いて無次元化すると、 $T_c/\Lambda_{\text{QCD}} \simeq 0.07419$

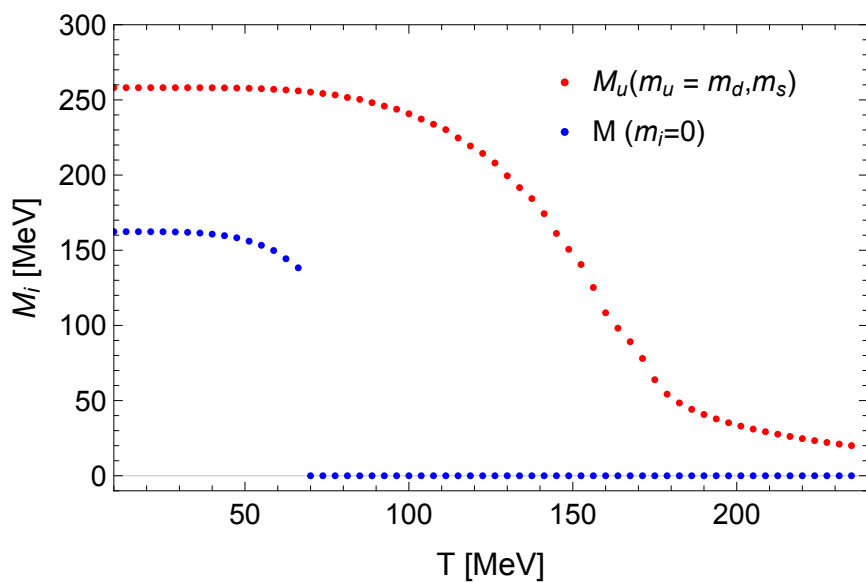


図 3.4: 有限温度カイラル相転移におけるクォーク質量  $M_i$  の温度依存性. それぞれ赤点は表 3.1 に示す NJL 模型パラメータを用いた  $M_u$ , 青点はそのカイラル極限 ( $m_i = 0$ ) に対応する.



## 第 4 章

# 隠れたカイラル相転移による暗黒物質生成

標準模型粒子が表現を持たない隠れた QCD セクターが存在した場合、その低エネルギーに現れる隠れたハドロンは、付随的な対称性によって安定粒子となり、暗黒物質の候補になりうる。本論文では古典的スケール不変性に基づく標準模型の拡張において、隠れた QCD セクターが電弱対称性の破れと暗黒物質の起源を同時に説明するシナリオに着目する [26, 27, 29, 28, 30, 31, 32]。このようなシナリオにおいて、スカラー場と隠れたフェルミオンとの湯川相互作用項は隠れたカイラル対称性を陽に破り、この破れが暗黒物質候補である隠れたメソンの質量起源であった。ここでは隠れたカイラル一次相転移と暗黒物質の存在が同時に説明される先行研究 [31] について紹介する。

### 4.1 暗黒物質と隠れた QCD セクター

現在、矮小銀河から宇宙論的スケールまでの全てのスケールで、通常の光で観測できる物質よりも、多くの暗黒物質が存在していることが示されている。1933 年 F. Zwicky は、かみのけ座銀河団中の銀河の大きな速度分散は、光で観測できる物質の重力効果のみでは説明できず、銀河団を成せないことを示し、暗黒物質の存在を予言した [7]。また銀河スケールでは、1980 年 V. Rubin らが、渦巻銀河の回転曲線が十分遠方で平坦となることを示し [8]、これは暗黒物質のハロー中に銀河が存在していることで理解される [9]。重力レンズ効果の測定 [10, 11] と同様に、これらは銀河スケールにおいて、光で観測できる物質よりも、暗黒物質の方が多く存在しているという証拠であり、矮小銀河は、そのほとんどの成分が暗黒物質であることが知られている。修正重力理論によってこれらを理解する試み [101] は、銀河スケールよりも大きなスケールにおいて、暗黒物質の導入無しでは機能しない。これは大小 2 つの銀河団の衝突によってできたとされる弾丸銀河団における、X 線源で隔たれた 2 つの重力ポテンシャル源の観測 [14] を説明できないためである。また宇宙論的なスケールでは、2003 年 ウィルキンソンマイクロ波異方性探査機 (WMAP) の CMB の温度揺らぎのパワースペクトルによる宇宙論パラメータの推定 [12] によって、宇宙全体のエネルギー密度のうち、暗黒物質が通常の物質よりも約 5 倍の割合を占めることが示され、現在、Planck 衛星の最新結果は、以下の値を与えている [13, 72]:

$$h^2\Omega_{\text{DM}} = 0.1186(20), \quad h^2\Omega_{\text{b}} = 0.02226(23). \quad (4.1)$$

暗黒物質の存在は確実であり、その性質理解のために、様々なスケールによって観測が行われている。ここでは暗黒物質の性質と暗黒物質探査実験の現状をまとめ、隠れた QCD セクターによって説明される暗黒物質の特徴について紹介する。

### 4.1.1 暗黒物質探査の現状

暗黒物質は、以下の性質を持つ:

- 質量を持つ (重力相互作用)
- 安定, もしくは宇宙年齢と比べ十分に長寿命
- 電気的中性
- 脱結合時に非相対論的 (冷たい, もしくは温かい暗黒物質)
- 残存量  $h^2\Omega_{\text{DM}} = 0.1186(20)$

上の性質を持つ有力な暗黒物質の候補として, WIMP(Weak-interacting-massive-particle) が知られている: 暗黒物質である重い粒子  $X$  とその反粒子  $\bar{X}$  が対消滅し, 軽い粒子  $\psi$  とその反粒子  $\bar{\psi}$  に対消滅する過程を考える,

$$X + \bar{X} \leftrightarrow \psi + \bar{\psi}, \quad (4.2)$$

ただし, CP 対称な散乱を仮定し,  $\psi$  は常に熱浴と結合しているとする;  $n_X = n_{\bar{X}}$ ,  $n_\psi = n_{\bar{\psi}}^{\text{eq}}$ . このとき WIMP の数密度  $n_X$  の時間変化は以下の Boltzmann 方程式に従う,

$$\frac{dn_X}{dt} + 3Hn_X = -\langle v\sigma \rangle (n_X^2 - (n_X^{\text{eq}})^2). \quad (4.3)$$

ここで  $H$  は Hubble パラメータであり,  $\langle v\sigma \rangle$  は熱平均化された散乱断面積である. エントロピー密度  $s = (2\pi^2/45)g_{*S}(T)T^3$  と熱浴の温度  $T$  を用いて, 式 (4.3) を書き換える. エントロピー保存 ( $S = sa^3 = \text{一定}$ ) から,  $ds/dt = -3Hs$  である. この熱的残存過程は,  $T \sim m_X$  のときに働くので, 温度に依存した変数  $z \equiv m_X/T$  を導入し, また共動座標系における WIMP の数密度,  $Y_X \equiv n_X/s$  を用いると,

$$\frac{dY_X}{dz} = -\frac{\lambda}{z^2} (Y_X^2 - (Y_X^{\text{eq}})^2), \quad \lambda \equiv \frac{2\pi^2}{45} g_{*S} \frac{m_X^3 \langle v\sigma \rangle}{H(m_X)}. \quad (4.4)$$

ただし  $Y_X^{\text{eq}} \equiv n_X^{\text{eq}}/s$  であり, 放射優勢を仮定した;  $H = H(m_X)/z^2$ . 最終的な残存量  $Y_X^\infty \equiv Y_X(z = \infty)$  が, 脱結合時の数密度  $Y_X^f = Y_X(z = z_f)$  を決めている. したがって,  $Y_X \gg Y_X^{\text{eq}} \sim e^{-z}$  として減衰するこの項を無視して, 以下を評価するればよい,

$$\frac{dY_X}{dz} \simeq -\frac{\lambda}{z^2} Y_X^2 \quad (z > z_f). \quad (4.5)$$

ここでは簡単のため,  $\lambda$  を定数と仮定し,  $Y_X^{\text{eq}}$  を無視することで,  $z_f$  から  $z = \infty$  の積分を実行し以下を得る.

$$Y_X^\infty \simeq \frac{z_f}{\lambda}. \quad (4.6)$$

ここで  $X$  の現在の残存量は,  $Y_X^\infty$  を用いて次のように表せる.

$$\Omega_X \equiv \frac{\rho_X}{\rho_c} = \frac{m_X n_X}{3M_{\text{pl}}^2 H_0^2} = m_X Y_X^\infty \frac{s_0}{3M_{\text{pl}}^2 H_0^2}, \quad (4.7)$$

ただし脱結合後,  $X$  の数密度が保存することを用いた. このとき,  $Y_X^\infty \simeq z_f/\lambda$ ,  $s_0 = s(T_0)$  を用いることで,

$$\Omega_X = \frac{H(m_X)}{m_X^2} \frac{z_f}{\langle v\sigma \rangle} \frac{g_{*S}(T_0)}{g_{*S}(m_X)} \frac{T_0^3}{3M_{\text{pl}}^2 H_0^2} \simeq \frac{\pi}{9} \frac{z_f}{\langle v\sigma \rangle} \left( \frac{g_*(m_X)}{10} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{g_{*S}(T_0)}{g_{*S}(m_X)} \frac{T_0^3}{M_{\text{pl}}^3 H_0^2} \quad (4.8)$$

が得られる。したがって、 $H_0 = h \times 2.13 \times 10^{-42} \text{GeV}$  と  $T_0 = 2.725 K = 2.348 \times 10^{-13} \text{GeV}$ ,  $g_{*S}(T_0) = 3.91$  を用いることで、粒子  $X$  の残存量は以下のように見積もることができる、

$$h^2 \Omega_X \sim 0.1 \left( \frac{z_f}{10} \right) \left( \frac{10}{g_*(m_X)} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{10^{-8} \text{GeV}^{-2}}{\langle v\sigma \rangle}. \quad (4.9)$$

ただし、 $g_{*S}(m_X) = g_*(m_X)$  とした。ここで暗黒物質  $X$  が、 $\sqrt{\langle v\sigma \rangle} \sim 0.1 \sqrt{G_F}$  程度の弱い相互作用を持つ粒子 (WIMP) であった場合、暗黒物質の残存量を、熱的残存過程において、自然に説明できることがわかる。このような WIMP の質量は GeV-TeV スケールであれば、実際の暗黒物質残存量を説明できることが知られており、本研究における暗黒物質シナリオもこの WIMP 暗黒物質に対応する。

熱的残存過程において、暗黒物質は標準模型粒子と相互作用を持ち、この相互作用を用いて、暗黒物質を探索する実験が行われている。加速器実験においては、暗黒物質を生成する過程が考えられる。暗黒物質は検出器にかからないため、消失エネルギーによって間接的に暗黒物質の存在を確かめることになるが、これまでの LHC 実験によってそのような報告はなされていない [102, 103, 104, 105]。私たちが住む天の川銀河も暗黒物質ハローによって覆われている。直接探索実験は、その暗黒物質と検出器内の原子核が散乱する際に、反跳エネルギーを検出する実験である；実験により使用する原子核や検出方法は異なる。主な実験として、LUX[33], PandaX[106] や XENON[34, 107] がある。また天の川銀河内やその他の銀河の暗黒物質ハローで暗黒物質が対消滅して標準模型粒子となり、観測にかかる宇宙線源となる可能性がある。間接探索実験は、この宇宙線を観測することで間接的に暗黒物質の性質を探る実験である。これらの実験として、AMS[108, 109], PAMELA[110], Fermi-LAT[111, 112, 113] や H.E.S.S.[114, 115], DAMPE[116] などがある。<sup>\*1</sup>

#### 4.1.2 隠れた QCD セクターを用いた暗黒物質シナリオ

3 章において、QCD は理論の強結合性に起因する、カイラル対称性の力学的破れによる質量生成機構を持つことを見た。また標準模型におけるバリオン数に対応する対称性  $U(1)_V$  は、カイラル対称性の力学的破れにおいて、破れずに残るベクトル成分であり、QCD のスケールと比べて十分軽いカレント質量に対して、近似的に得られたアイソスピン対称性  $SU(2)_V$  など、付加的な仮定をせず、低エネルギー物理に対称性が得られた。したがって隠れた QCD セクターによる拡張は、隠れた QCD スケール  $\Lambda_H$  と、カイラル対称性の力学的破れによって付随的に得られる対称性によって、暗黒物質の質量と安定性を説明できる可能性を持つ。

隠れた QCD セクターとして以下のラグランジアンを考える：

$$\mathcal{L}_H = -\frac{1}{2} \text{Tr} G^{\mu\nu} G_{\mu\nu} + \text{Tr} \bar{\psi} (i\gamma^\mu D_\mu - m_c) \psi, \quad (4.10)$$

ここで、 $G_\mu$  は隠れた QCD セクターのゲージ場であり、 $G_{\mu\nu}$  はその場の強さ、 $\psi_i$  ( $i = 1, \dots, n_f$ ) は  $SU(n_c)_H$  の基本表現を持つ隠れたベクトル型のフェルミオンとする。このとき暗黒物質候補は、隠れたフェルミオンの標準模型ゲージ群に対する表現によって様々な可能性が考えられる。低エネルギーにおける隠れたハドロンの質量スペクトル、暗黒物質シナリオは、隠れた QCD スケール  $\Lambda_H$  と最も軽い隠れたフェルミオンのカレント質量  $m_c$  との大小関係で、以下のような場合が考えられる：<sup>\*2</sup>

- $\Lambda_H \ll m_c$

これは QCD と比較すると、最も軽いクォークがトップクォークのような重い質量を持つ場合である。このとき隠れたハドロンの質量の典型的なスケールは、隠れたフェルミオンの質量  $m_c$  となる。カイラル対称性はカレント質量によって自明に破れているため、隠れたメソンは擬 NG 粒子としてではなく、束縛状態

<sup>\*1</sup> 暗黒物質探索実験に関する有用なリンクとして、<http://lpsc.in2p3.fr/mayet/dm.php>.

<sup>\*2</sup> [117] では隠れた QCD セクターの拡張による暗黒物質シナリオと格子計算の関係をまとめている。

$m_\phi \simeq 2m_c$  として振る舞う。隠れたバリオンは、その閉じ込めスケールよりも大きな質量  $m_B \simeq n_c m_c$  を持ち、隠れたバリオン数によって安定となるため、暗黒物質の候補となる。このとき凍結後に隠れたセクターの閉じ込めが起きるような暗黒物質の現象論も研究されている [118]。有限温度の QCD 相転移で、クォーク質量無限大の極限において、閉じ込めに関する一次相転移が実現したように、このシナリオでも  $T \sim \Lambda_H$  において、一次相転移起源の重力波生成が期待される。しかしながら、このようなシナリオは、QCD の類推が適用できないため、理論的な不定性の除去が困難である。

- $\Lambda_H \gg m_c$

カイラル対称性の力学的破れに伴うスケール  $\Lambda_H$  によって隠れたハドロン質量が説明される。このときカイラル有効モデルによる記述が機能する領域であり、隠れたメソンは質量  $m_\phi^2 \sim m_c \Lambda_H$  の擬 NG 粒子である。また隠れたメソン同士の相互作用は、強い相互作用に起因する強い結合となる。隠れた QCD スケールが  $\Lambda_H \sim \Lambda_{\text{QCD}}$  である場合には、隠れたメソンの  $3 \rightarrow 2$  散乱過程によって、暗黒物質の残存量を説明できることが知られている [119]; SIMP (Strongly-interacting-massive-particle) 機構と呼ばれ、このとき暗黒物質である隠れたメソンの質量は、 $m_\phi \sim \mathcal{O}(100)$  MeV である。また隠れた QCD スケールが TeV スケールである場合には、新たな標準模型セクターとの弱い結合の導入によって、隠れたメソンは WIMP 暗黒物質シナリオで残存量を説明でき、このシナリオは数多く研究されている [26, 27, 28, 29, 30, 31, 120]。また隠れたバリオンは、質量  $m_B \sim \Lambda_H$  の暗黒物質候補となる。しかしながら隠れたバリオン数非対称性がない場合は、強い結合を持つ隠れたメソンへの対消滅によって残存量は非常に小さくなる；一般にこの対消滅過程は強い相互作用に起因するため予言が難しい。一方、隠れたバリオンが十分重いときには、暗黒物質の残存量を説明できる可能性があり、[121] は QCD の類推を用いて、暗黒物質残存量を説明する隠れたバリオンの質量を以下のように見積もっている：

$$m_B \sim \Lambda_H \sim \mathcal{O}(100) \text{ TeV} . \quad (4.11)$$

これは模型に依存する見積もりであるが、隠れた QCD スケール  $\Lambda_H$  に対する上限とも考えられる。また隠れた QCD スケール  $\Lambda_H$  に比べ、カレント質量  $m_c$  が十分小さい場合には、カイラル一次相転移が期待できる。

暗黒物質の熱的残存過程は、標準模型セクターとの相互作用に依存する；代表的なものとして、U(1) ゲージ相互作用やスカラーセクターを通じた結合が挙げられる。古典的スケール不変性に基づく拡張は、TeV スケールのスケール生成機構を要求し、隠れた QCD セクターを用いた場合、新たなスカラー場  $S$  を導入することで、標準模型セクターと結合した。これは隠れたメソンによる、スカラーセクターを通じた WIMP 暗黒物質シナリオに対応する。本章では、隠れたカイラル一次相転移によって生成される暗黒物質の検証可能性について紹介する。

## 4.2 古典的スケール不変性に基づく隠れた QCD セクターによる拡張

古典的スケール不変性に基づき、隠れたセクターによって標準模型を拡張する。隠れたセクターとして新たにゲージ対称性  $\text{SU}(n_c)_H$  を仮定し、ツリーレベルで Higgs 場と隠れたセクターの物質場とのみ結合する新たな実スカラー場  $S$  を導入する。隠れた QCD セクターのラグランジアンは以下で与えられる：

$$\mathcal{L}_H = -\frac{1}{2} \text{Tr} G^{\mu\nu} G_{\mu\nu} + \text{Tr} \bar{\psi} (i\gamma^\mu \partial_\mu + g_H \gamma^\mu G_\mu + g' Q \gamma^\mu B_\mu - y S) \psi , \quad (4.12)$$

ここでトレース “Tr” はフレーバーとカラーの添え字に対する和を表す。  $G_\mu$  は隠れた QCD セクターのゲージ場であり、  $G_{\mu\nu}$  はその場の強さ、  $B_\mu$  は標準模型における  $\text{U}(1)_Y$  ゲージ場である；

$$B_\mu = \cos \theta_W A_\mu - \sin \theta_W Z_\mu , \quad g' = e / \cos \theta_W . \quad (4.13)$$

また  $\psi_i$  ( $i = 1, \dots, n_f$ ) は  $SU(n_c)_H$  の基本表現を持つ隠れたセクターの物質場であり, 共通の  $U(1)_Y$  超電荷  $Q_i = Q$  を持つベクトル型のフェルミオンである. 全体のラグランジアンは, 古典的スケール不変性とくりこみ可能性に基づき, 標準模型と隠れたセクターのラグランジアンの和として与えられる:

$$\mathcal{L}_T = \mathcal{L}_H + \mathcal{L}_{SM+S}. \quad (4.14)$$

ここで  $\mathcal{L}_{SM+S}$  は標準模型のゲージ相互作用と湯川相互作用を含み, 次のスカラーポテンシャルに従う:

$$V_{SM+S} = \lambda_H (H^\dagger H)^2 + \frac{1}{4} \lambda_S S^4 - \frac{1}{2} \lambda_{HS} S^2 (H^\dagger H), \quad (4.15)$$

ここで  $H^T = (H^+, (h + iG)\sqrt{2})$  は標準模型の Higgs 2 重項であり,  $H^+$  と  $G$  はゲージ場に吸収される NG 場である. また理論の摂動性とスカラーポテンシャルの安定性のため, 結合定数は以下を満たし,

$$0 < \lambda_H, \lambda_{HS}, \lambda_S < 4\pi, \quad |y|^2 < 4\pi, \quad (4.16)$$

$$2\sqrt{\lambda_H \lambda_S} - \lambda_{HS} > 0, \quad (4.17)$$

電弱対称性の破れを説明するため, 結合定数  $y$  と  $\lambda_{HS}$  は正であると仮定する.

この模型は上の仮定の下で Higgs 粒子と暗黒物質の質量起源を次のように説明する:

- 電弱スケールよりも高いスケールにおいて, 隠れた QCD セクターにおける非摂動効果によってカイラル対称性が力学的に破れる;  $\langle \bar{\psi}\psi \rangle \neq 0$ . このとき NG 粒子である隠れたメソンが生成される.
- 隠れたセクターにおけるカイラル凝縮と同時に, 実スカラー場  $S$  は湯川相互作用 “ $-yS\bar{\psi}\psi$ ” のために非零の真空期待値を持つ;  $\langle S \rangle \neq 0$ . このとき重要な点は, 湯川相互作用が隠れたセクターのカイラル対称性を陽に破り,  $y\langle S \rangle$  がカレント質量の役割を果たす点である. このため隠れたメソンは質量を獲得する.
- カイラル対称性の力学的破れの後に残ったベクトル型のフレーバー対称性のために, 一部の隠れたメソンは安定となるため暗黒物質の候補となる.\*<sup>3</sup>
- 実スカラー場が非零の真空期待値を得ることで Higgs 場の質量項 “ $+\frac{1}{2}\lambda_{HS}\langle S \rangle^2(H^\dagger H)$ ” が得られる. これにより電弱対称性が破れ, 標準模型粒子が質量を獲得する.

このように隠れたカイラル対称性の力学的破れによって, 電弱対称性の破れと暗黒物質の存在を同時に説明するシナリオである. この模型における高エネルギーのラグランジアンは質量スケールを持たない一方で, Higgs 場の真空期待値  $\langle h \rangle$  は既知のパラメータである. したがって電弱スケールを入力として, 未知なスケールである隠れた QCD スケール  $\Lambda_H$  は予言されることになる.

#### 4.2.1 大域的対称性

隠れた QCD セクターのラグランジアン (4.12) は, カイラル極限 ( $y_{ij} = 0$ ) において以下の大域的対称性としてカイラル対称性を持つ:

$$SU(n_f)_L \times SU(n_f)_R \times U(1)_V \times U(1)_A. \quad (4.18)$$

ここで隠れたフェルミオンはベクトル的な結合しか持たないため,  $U(1)_V$  は量子レベルにおいても破れず, 隠れたバリオン数を保存させる. 一方  $U(1)_A$  はカイラルアノマリーによって, 部分群  $Z_{2n_f}$  に破れる. またカイラ

\*<sup>3</sup>  $Q = 0$  の場合には隠れたバリオンも同様に暗黒物質の候補である.

ル凝縮  $\langle \bar{\psi}_i \psi_i \rangle$  によって、カイラル対称性の非可換部分  $SU(n_f)_L \times SU(n_f)_R$  は、対角的な部分群  $SU(n_f)_V$  へ力学的に破れる。したがってこの破れに伴い NG ボソン  $\phi_a$  ( $a = 1, \dots, n_f^2 - 1$ ) が現れる。

次に湯川相互作用  $y_{ij} S \bar{\psi}_i \psi_j$  に着目する。この項は以下の離散対称性  $Z_4$  を持つ；

$$Z_4 : \psi_i \rightarrow e^{i\gamma_5 \frac{\pi}{2}} \psi_i = i\gamma_5 \psi_i, \quad S \rightarrow -S. \quad (4.19)$$

この離散対称性  $Z_4$  は  $U(1)_A$  の部分群なので、量子レベルでの振る舞いはフレーバー数  $n_f$  に依存する。すなわち  $n_f$  が奇数の場合には、カイラルアノマリーによって  $U(1)_A$  が部分群  $Z_{2n_f}$  に破れるとき、この離散対称性  $Z_4$  も同時に破れる。一方で  $n_f$  が偶数の場合には、この離散対称性  $Z_4$  は  $Z_{2n_f}$  の部分群となるため、カイラルアノマリーによっては破れず、実スカラー場  $S$  が非零の真空期待値を持つことで自発的に破れる。したがってこのシナリオにおいてフレーバー数  $n_f$  が偶数の場合には、離散対称性の自発的な破れによってドメインウォールの問題が生じる。

非零の湯川結合  $y$  によって NG ボソンは質量を獲得し、一般に力学的破れによって残ったベクトル成分  $SU(n_f)_V$  をさらに破る。隠れたフェルミオンはベクトル的な結合しか持たないため、湯川相互作用  $y_{ij} S \bar{\psi}_i \psi_j$  が唯一のカイラル対称性を陽に破る項である。このとき一般に湯川結合定数の行列  $y_{ij}$  は、 $\psi_i$  の基底変換によって対角化できる：

$$y_{ij} = y_i \delta_{ij} \quad (y_i > 0). \quad (4.20)$$

この対角化における基底回転は  $SU(n_f)$  のカルタン部分代数である  $U(1)^{n_f-1}$  に対応し、隠れたバリオン数  $U(1)_V$  に加え、仮定せずには得られる付随的な対称性である。したがって一般に大域的対称性として  $U(1)^{n_f-1} \times U(1)_V$  が破れず残る。ただし隠れたフェルミオンがフレーバー対称性  $SU(N)_V$  ( $N < n_f$ ) を持つ場合には、 $U(1)^{n_f-1}$  のうち、等しい生成子積  $U(1)^{N-1}$  がフレーバー対称性  $SU(N)_V$  に対応する；このとき大域的対称性として  $SU(N)_V \times U(1)^{n_f-N}$  が残る。これらの破れのパターンは全て湯川結合  $y_i$  に起因する。

## 4.2.2 暗黒物質候補

隠れたカイラル対称性の力学的破れによって生成された隠れたハドロンは、前節で挙げた大域的対称性によって、付加的な対称性を課すことなく安定になり得る。特に NG ボソンである隠れたメソンは、隠れたクォークのループを通して弱く標準模型と結合し、隠れた QCD スケール付近である  $\mathcal{O}(1)\text{TeV}$  の質量を持つと考えられる。したがって良い WIMP 暗黒物質の候補と期待される。ここではドメインウォールの問題が生じない最小のフレーバー数  $n_f = 3$  を例として、カイラル対称性の破れのパターンと隠れたハドロンの安定性の関係を概観する。

$n_f = 3$  において可能な大域的対称性のパターンは以下である：

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad & y_1 \neq y_2 \neq y_3 && U(1)_{B'} \times U(1)_B \times U(1)_V, \\ \text{(ii)} \quad & y_1 = y_2 \neq y_3 && SU(2)_V \times U(1)_B \times U(1)_V, \\ \text{(iii)} \quad & y_1 = y_2 = y_3 && SU(3)_V \times U(1)_V. \end{aligned} \quad (4.21)$$

ここで  $U(1)_{B'}$  と  $U(1)_B$  に対応する量子数をカルタン部分代数の要素を用いて次のように割り当てる：

$$Q_{B'} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad Q_B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}. \quad (4.22)$$

またバリオン数に対応する  $U(1)_V$  は、 $U(1)_Y$  超電荷と同じ割り当てとなっている； $Q_Y = Q\delta_{ij}$ .

表 4.1:  $n_f = 3$  における隠れたメソンの量子数

	$\tilde{\pi}^0$	$\tilde{\pi}^+$	$\tilde{\pi}^-$	$\tilde{K}^0$	$\tilde{K}^+$	$\tilde{K}^-$	$\tilde{K}^0$	$\tilde{\eta}$
$Q_V = Q_Y$	0	0	0	0	0	0	0	0
$Q_{B'}$	0	2	-2	-1	1	-1	1	0
$Q_B$	0	0	0	3	3	-3	-3	0
$SU(2)_V$	<b>3</b>			<b>2</b>		<b>2</b>		<b>1</b>
$SU(3)_V$	<b>8</b>							

ここで  $n_f = 3$  のとき NG ボソンである隠れたメソン 8 重項は,

$$\phi = \phi_a \lambda^a = \begin{pmatrix} \tilde{\pi}^0 + \tilde{\eta}/\sqrt{3} & \sqrt{2}\tilde{\pi}^+ & \sqrt{2}\tilde{K}^+ \\ \sqrt{2}\tilde{\pi}^- & -\tilde{\pi}^0 + \tilde{\eta}/\sqrt{3} & \sqrt{2}\tilde{K}^0 \\ \sqrt{2}\tilde{K}^- & \sqrt{2}\tilde{K}^0 & -2\tilde{\eta}/\sqrt{3} \end{pmatrix}, \quad (4.23)$$

と表せる. ここで  $\lambda^a (a = 1, \dots, 8)$  は  $SU(3)$  の生成子である Gell-Mann 行列, また実際のメソンと区別するため “ $\tilde{\phantom{x}}$ ” を表記した. 表 4.1 にこれらの隠れたメソンに対する量子数を示す. メソンのバリオン数が 0 であることに対応し,  $Q \neq 0$  の場合においても隠れたメソンは必ず電気的中性となる. 式 (4.21) に示した最も一般的な場合 (i) においても,  $U(1)$  の量子数を持つ安定粒子が存在するため, 暗黒物質候補を含むことがわかる. 一方, フレーバー対称性の破れを含む場合には不安定粒子を含む; (i)  $\tilde{\pi}^0, \tilde{\eta}$  (ii)  $\tilde{\eta}$ . これらの崩壊は  $Q = 0$  のとき  $m_{\tilde{\pi}^0, \tilde{\eta}} < 2m_S$  であれば禁止されるが,  $Q \neq 0$  の場合には 2 つの光子へ崩壊する. したがってフレーバー対称性の破れを含む場合には, 不安定粒子を含む複数成分暗黒物質の系を解析することとなり, これらの残存は自明ではない.

バリオン数に対応する  $U(1)_V$  は, 常に保障される大域対称性である. したがって  $Q = 0$  の場合には隠れたバリオン (反バリオン) も暗黒物質の候補となる一方,  $Q \neq 0$  の場合には電荷  $n_c Q (-n_c Q)$  を持った安定な粒子として, 現象論的に制限を受ける. その残存量は隠れたバリオン非対称性がないため, 通常のバリオンの残存量よりも少ないことが期待される. 一般に脱結合の温度は質量に依存するため, 隠れた QCD スケールが高いほど, 隠れたバリオンは多く残存するが, 対消滅過程にはバリオン-メソン相互作用の非自明な過程を含むため, 残存量の正確な予言は難しい.

#### 4.2.3 摂動性とポテンシャルの安定性

具体的な有効模型を用いた低エネルギーの解析に移る前に, 高エネルギー側から模型のパラメータに対して制限を与える. Planck スケールまでスケール不変な理論であることを仮定する. 模型パラメータを TeV スケールからくりこみ群方程式に従い発展させたとき, Planck スケールまで摂動性 (4.16) とポテンシャルの安定性 (4.17) を保つことを要求する. 模型パラメータに対する 1 ループのベータ関数は以下で与えられる:

はじめにゲージ結合定数に関しては,

$$16\pi^2 \beta_{g_H} = g_H^3 \left( -\frac{11}{3} n_c + \frac{2}{3} n_f \right), \quad 16\pi^2 \beta_{g_1} = 16\pi^2 \beta_{g_1}^{\text{SM}} + g_1^3 \left( \frac{4}{3} n_c n_f Q^2 \right), \quad (4.24)$$

ただし  $g = g_2$ ,  $g' = \sqrt{3/5} g_1$  である. 隠れた QCD セクターの構造  $(n_c, n_f)$  は自由であるが, 前節で述べた力学的な質量生成シナリオのためには, 少なくとも漸近自由性を持つ必要がある;  $11n_c > 2n_f$ . また隠れたフェルミオンの超電荷  $Q$  は自由なパラメータであるが,  $Q \neq 0$  の場合にはその値と  $(n_c, n_f)$  に応じてベータ関数

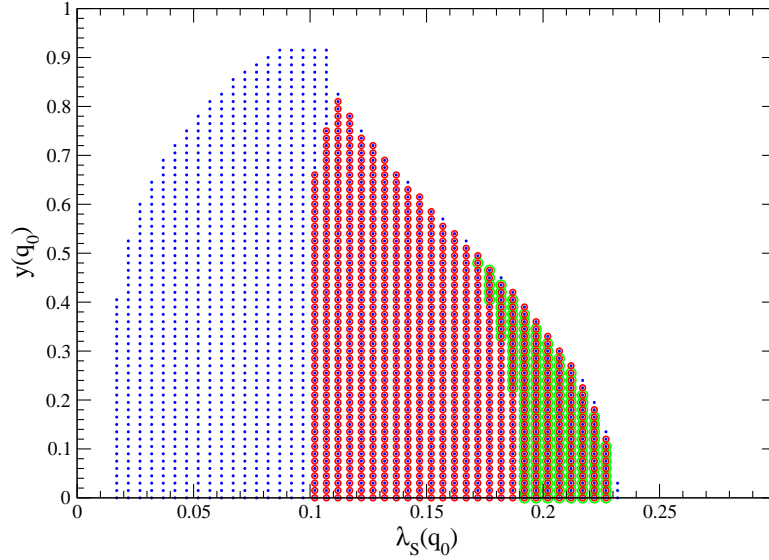


図 4.1:  $\lambda_S$ - $y$  平面におけるプランクスケールまで摂動性 (4.16) とポテンシャルの安定性 (4.17) を満たすパラメータ領域.  $\lambda_H(q_0) = 0.135$  と固定し, 緑, 赤, 青色の点はそれぞれ異なる値  $\lambda_{HS}(q_0) = 0.1, 0.06, 0.02$  に対応する [31].

$\beta_{g_1}$  に正の寄与を与えるため, Planck スケールまでに Landau 極が現れる可能性がある. 以降, 低エネルギー物理の解析に実際の QCD の類推を用いるため前節と同様に  $n_c = n_f = 3$  とする. このとき  $Q \lesssim 0.8$  であれば,  $g_1$  は Planck スケールまでに Landau 極は現れないことがわかる. 簡単のため隠れたセクターの湯川結合定数  $y_i$  を共通とする;  $y_i = y$ . このときスカラー結合定数, および湯川結合定数に対しては,

$$\begin{aligned} 16\pi^2\beta_{\lambda_H} &= \lambda_H (-3g_1^2 - 9g_2^2 + 12y_t^2) + 24\lambda_H^2 + \frac{3}{4}(g_1^2 + g_2^2) - 6y_t^4 + \frac{1}{2}\lambda_{HS}^2, \\ 16\pi^2\beta_{\lambda_{HS}} &= \frac{\lambda_{HS}}{2} \{(-3g_1^2 - 9g_2^2 + 12y_t^2) + 72y^2\} - 12\lambda_{HS}\lambda_H - 6\lambda_{HS}\lambda_S, \\ 16\pi^2\beta_{\lambda_S} &= \lambda_S (72y^2) + 2\lambda_{HS}^2 + 18\lambda_S^2 - 18fy^4, \quad 16\pi^2\beta_y = 3y(7y^2 - 4g_H^2). \end{aligned} \quad (4.25)$$

また他の標準模型パラメータに対するベータ関数  $\beta_X^{\text{SM}}$  は変更を受けない. 新たなスカラー結合定数  $\lambda_S$  は, ベータ関数に対するスカラー場の正の寄与により, 高エネルギー領域において Landau 極を持つ. したがって Planck スケールまでの摂動性 (4.16) の要求から  $\lambda_S(q_0)$  には上限が存在する. またポテンシャルの安定性 (4.17) から, 与えられた  $\lambda_H(q_0), \lambda_{HS}(q_0)$  に対して  $\lambda_S(q_0)$  には下限が存在することになる. 図 4.1 に Planck スケールまで摂動性 (4.16) とポテンシャルの安定性 (4.17) を満たすパラメータ領域を  $\lambda_S$ - $y$  平面に示す;  $Q = 1/3$  を仮定し,  $q_0 = 1$  TeV において  $\lambda_H(q_0) = 0.135$  と固定し, 緑, 赤, 青色の点はそれぞれ異なる値  $\lambda_{HS}(q_0) = 0.1, 0.06, 0.02$  に対応する. また  $\lambda_{HS}(q_0) \gtrsim 0.12$  において, 満たされるパラメータ領域は存在しないことがわかる. これらのスカラー結合定数の振る舞いは,  $Q$  に対する依存性が小さいため,  $Q < 0.8$  を満たす限り変化せず, フレーバー対称性に破れがある場合には最大の  $y_i$  が図 4.1 の縦軸に対応する.

### 4.3 隠れたハドロン物理の NJL 模型による解析

隠れた QCD セクターの低エネルギー物理を有効模型を用いて解析する場合, 付加的な模型パラメータは自由なパラメータとなるため, 予言の不定性が大きくなるという問題がある. ここでは  $n_c = n_f = 3$  とし, 実際



のハドロン物理をスケールアップすることで、この問題を回避する。

前章と同様に NJL 模型を平均場近似によって解析することで、隠れたセクターのラグランジアン (4.12) の低エネルギー物理を予言する。隠れた QCD スケール  $\Lambda_H$  において有効ラグランジアンを以下のように定義する:  $\mathcal{L}_T|_{\Lambda_H} = \mathcal{L}_{\text{NJL}} + \mathcal{L}_{\text{SM}+S}$ ,

$$\mathcal{L}_{\text{NJL}} = \text{Tr} \bar{\psi} (i\gamma^\mu \partial_\mu + g' Q \gamma^\mu B_\mu - yS) \psi + 2G \text{Tr} \Phi^\dagger \Phi + G_D (\det \Phi + h.c.) . \quad (4.26)$$

このラグランジアンは前章で用いた NJL ラグランジアン (3.6) において、 $U(1)_Y$  ゲージ相互作用項を加え、カレント質量を湯川相互作用に置き換えたものである;  $m \rightarrow yS$ 。また  $U(1)_A$  対称性は、KMT 項によって  $Z_6$  に破れており、湯川相互作用項におけるアノマリーによる離散対称性  $Z_4$  の破れが再現されている。

平均場近似を用いて得られたラグランジアンにおいて、隠れたフェルミオンを積分することで次のスカラー有効ポテンシャルを得る:  $V_{\text{eff}} = V_{\text{SM}+S} + V_{\text{NJL}}$ ,

$$V_{\text{NJL}}(\sigma_i, S; \Lambda_H) = \frac{1}{8G} \sum_{i=1,2,3} \sigma_i^2 - \frac{G_D}{16G^3} \sigma_1 \sigma_2 \sigma_3 - n_c \sum_{i=1,2,3} I_V(M_i; \Lambda_H) , \quad (4.27)$$

ここで標準模型セクターのポテンシャル  $V_{\text{SM}+S}$  は式 (4.15) で定義されており、積分関数  $I_V(m; \Lambda)$  は式 (3.18) で与えられ、内線を伝搬する隠れたフェルミオンの質量  $M_i$  に実スカラー場  $S$  の寄与が含まれる:

$$M_i = \sigma_i + y_i S - \frac{G_D}{8G^2} \sigma_{i+1} \sigma_{i+2} , \quad (4.28)$$

ただし  $\sigma_4 = \sigma_1$ ,  $\sigma_5 = \sigma_2$  である。

ここでは実際の QCD をスケールアップするため、ハドロン物理から得られる NJL 模型のパラメータに対する無次元関係式,

$$G^{1/2} \Lambda = 1.82, \quad (-G_D)^{1/5} \Lambda = 2.29 , \quad (4.29)$$

が任意のスケール  $\Lambda$  で成り立つと仮定する。このとき隠れた QCD スケール  $\Lambda_H$  は、有効ポテンシャル  $V_{\text{eff}}(h, S, \sigma_i; \Lambda_H)$  における Higgs 場の真空期待値  $\langle h \rangle = 246$  GeV を満たすように決められる。したがってこの仮定の下でパラメータ ( $\lambda_H, \lambda_{HS}, \lambda_S, y_i$ ) によって、低エネルギー物理を予言することができる。

電弱スケールに現れる質量スペクトルは、隠れたフェルミオンを積分することによって得られる 2 点関数によって求めることができる。ここで CP-偶のスカラーである Higgs 場は、実スカラー場  $S$  とカイラル凝縮場  $\sigma_i$  と混合する。すなわちフレーバー固有状態  $\varphi = (h, S, \sigma_i)$  と質量固有状態  $s$  は以下の関係を持つ:

$$\varphi_i = \xi_i^{(j)} s_j . \quad (4.30)$$

これらの質量は 1 ループレベルの 2 点頂点関数  $\Gamma_{\varphi\varphi}(p^2)$  の零点によって定義される:

$$\Gamma_{ij}(m_k^2) \xi_j^{(k)} = 0 , \quad (4.31)$$

ここで CP-偶のスカラーに対する 2 点頂点関数は,

$$\begin{aligned} \Gamma_{hh}(p^2) &= p^2 - 3\lambda_H \langle h \rangle^2 + \frac{1}{2} \lambda_{HS} \langle S \rangle^2 , & \Gamma_{hS} &= \lambda_{HS} \langle h \rangle \langle S \rangle , & \Gamma_{h\sigma_i} &= 0 , \\ \Gamma_{SS}(p^2) &= p^2 - 3\lambda_S \langle S \rangle^2 + \frac{1}{2} \lambda_{HS} \langle h \rangle^2 - n_c \sum_{i=1,2,3} y_i^2 I_{\varphi^2}(p^2, M_i; \Lambda_H) , \end{aligned} \quad (4.32)$$

(i)  $y_1 \neq y_2 \neq y_3$  のとき;

$$\begin{aligned} \Gamma_{S\sigma_i}^{(i)}(p^2) &= -y_i n_c I_{\varphi^2}(p^2, M_i; \Lambda_H) , & \Gamma_{\sigma_i \sigma_i}^{(i)}(p^2) &= -\frac{1}{4G} - n_c I_{\varphi^2}(p^2, M_i; \Lambda_H) , \\ \Gamma_{\sigma_i \sigma_j}^{(i)} &= \frac{G_D}{16G^3} \langle \sigma_k \rangle + \frac{G_D}{2G^2} n_c I_{\varphi^2}^D(M_k; \Lambda_H) \quad (i \neq j \neq k) , \end{aligned} \quad (4.33)$$

(ii)  $y_1 = y_2 \neq y_3$  のとき,  $\sigma_1 = \sigma_2$  ;

$$\begin{aligned}
\Gamma_{S\sigma_1}^{(ii)}(p^2) &= -y_1 \left(1 - \frac{G_D \langle \sigma_3 \rangle}{4G^2}\right) 2n_c I_{\varphi^2}(p^2, M_1; \Lambda_H), \quad \Gamma_{S\sigma_3}^{(i)}(p^2) = -y_3 n_c I_{\varphi^2}(p^2, M_3; \Lambda_H), \\
\Gamma_{\sigma_1\sigma_1}^{(ii)}(p^2) &= -\frac{1}{2G} + \frac{G_D \langle \sigma_3 \rangle}{8G^3} - \left(1 - \frac{G_D \langle \sigma_3 \rangle}{8G^2}\right)^2 2n_c I_{\varphi^2}(p^2, M_1; \Lambda_H) \\
&\quad - \left(\frac{G_D \langle \sigma_1 \rangle}{4G^2}\right)^2 n_c I_{\varphi^2}(p^2, M_3; \Lambda_H) + \frac{G_D}{G^2} n_c I_{\varphi^2}^D(M_3; \Lambda_H), \\
\Gamma_{\sigma_3\sigma_3}^{(ii)}(p^2) &= -\frac{1}{4G} - \left(\frac{G_D \langle \sigma_1 \rangle}{8G^2}\right)^2 2n_c I_{\varphi^2}(p^2, M_1; \Lambda_H) - n_c I_{\varphi^2}(p^2, M_3; \Lambda_H), \\
\Gamma_{\sigma_1\sigma_3}^{(ii)} &= \frac{G_D}{8G^3} \langle \sigma_1 \rangle - \left(1 - \frac{G_D \langle \sigma_3 \rangle}{8G^2}\right) \left(\frac{G_D \langle \sigma_1 \rangle}{8G^2}\right) 2n_c I_{\varphi^2}(p^2, M_1; \Lambda_H) \\
&\quad - \left(\frac{G_D \langle \sigma_1 \rangle}{8G^2}\right) 2n_c I_{\varphi^2}(p^2, M_3; \Lambda_H) + \frac{G_D}{G^2} n_c I_{\varphi^2}^D(M_1; \Lambda_H), \tag{4.34}
\end{aligned}$$

(iii)  $y_i = y$  のとき,  $\sigma_i = \sigma$  ;

$$\begin{aligned}
\Gamma_{S\sigma}^{(iii)}(p^2) &= -y \left(1 - \frac{G_D \langle \sigma \rangle}{4G^2}\right) 3n_c I_{\varphi^2}(p^2, M; \Lambda_H), \\
\Gamma_{\sigma\sigma}^{(iii)}(p^2) &= -\frac{3}{4G} + \frac{3G_D \langle \sigma \rangle}{8G^3} - \left(1 - \frac{G_D \langle \sigma \rangle}{4G^2}\right)^2 3n_c I_{\varphi^2}(p^2, M; \Lambda_H) + \frac{G_D}{G^2} 3n_c I_V(M; \Lambda_H), \tag{4.35}
\end{aligned}$$

ここで積分関数  $I_{\varphi^2}$ ,  $I_V$  は式 (3.23) で定義される. Higgs 粒子は固有ベクトル  $\xi_1$  の質量固有状態  $s_1$  であり, その質量は  $m_1 = m_h = 125.09 \pm 0.24$  GeV [72] である. Higgs 場とスカラー場  $S$  の混合は, 標準模型における Higgs 場の結合定数を均等にずらし, これは LHC 実験において強く制限されている:  $\xi_1^{(1)} > 0.99$  [72].

CP-奇の擬スカラーである隠れたメソンの質量も同様に, 1 ループレベルの 2 点頂点関数  $\Gamma_{\phi\phi}(p^2)$  の零点によって定義され, (ii)  $y_1 = y_2 \neq y_3$  の場合には前章 3.3.3 節で与えられているものと等しい. ただし内線を伝搬する隠れたフェルミオンの質量  $M_i$  は式 (4.28) であり, カイラル対称性の陽な破れであるカレント質量は  $m_i = y_i S$  である. したがって隠れたメソンの質量は湯川結合定数  $y_i$  に比例する. (iii)  $y_i = y$  の場合には 1 ループレベルの 2 点頂点関数  $\Gamma_{\phi\phi}(p^2)$  は以下で与えられる:

$$\Gamma_{\phi\phi}(p^2) = -\frac{1}{2G} + \frac{G_D \langle \sigma \rangle}{8G^3} + \left(1 - \frac{G_D \langle \sigma \rangle}{8G^2}\right)^2 2n_c I_{\phi^2}(p^2, M; \Lambda_H) + \frac{G_D}{G^2} n_c I_{\phi}^B(M; \Lambda_H), \tag{4.36}$$

したがってこの場合, 8 個の隠れたメソンは全て縮退することになる.

### 4.3.1 隠れたハドロン質量スペクトル

質量スペクトルの模型パラメータ依存性を概観する. 模型パラメータ  $(\lambda_H, \lambda_{HS}, \lambda_S, y_i)$  を決定したとき, 隠れたセクターの粒子の質量スペクトルは一意に決まる. 図 4.2 に (ii)  $y_1 = y_2 \neq y_3$  の場合において質量スペクトル (左) と隠れた QCD スケール  $\Lambda_H$  (右) の湯川結合定数  $y_1$  に対する依存性を示す: ただしスカラー結合定数を  $\lambda_H = 0.135$ ,  $\lambda_{HS} = 0.06$ ,  $\lambda_S = 0.13$  とし,  $y_3 = 0.00424$  と固定した. 図 4.2(左) に示すように, 暗黒物質候補を含む隠れたメソンの質量は湯川結合定数  $y_i$  に比例し,  $y_1 \rightarrow y_3$  に近づくにつれて,  $SU(3)_V$  フレーバー対称性が回復する [(iii)  $y_i = y$  に近づく] ことで, 隠れたメソンが縮退することが見て取れる. また図 4.2(右) に示すように, 隠れた QCD スケール  $\Lambda_H$  は  $y_i$  が大きくなるにつれ, 電弱スケールに近づく振る舞いをする. これは Higgs 場の真空期待値  $\langle h \rangle = 246$  GeV が固定されていることに起因する. したがって隠れた QCD スケール  $\Lambda_H$  は, 標準模型と隠れたセクターの接点であるパラメータ  $\lambda_{HS}$  に対して同様に振る舞う.  $\lambda_{HS} \sim \mathcal{O}(10^{-2})$  のとき, 隠れた QCD スケールは,  $\Lambda_H \sim \mathcal{O}(1)$  TeV となることがわかる.

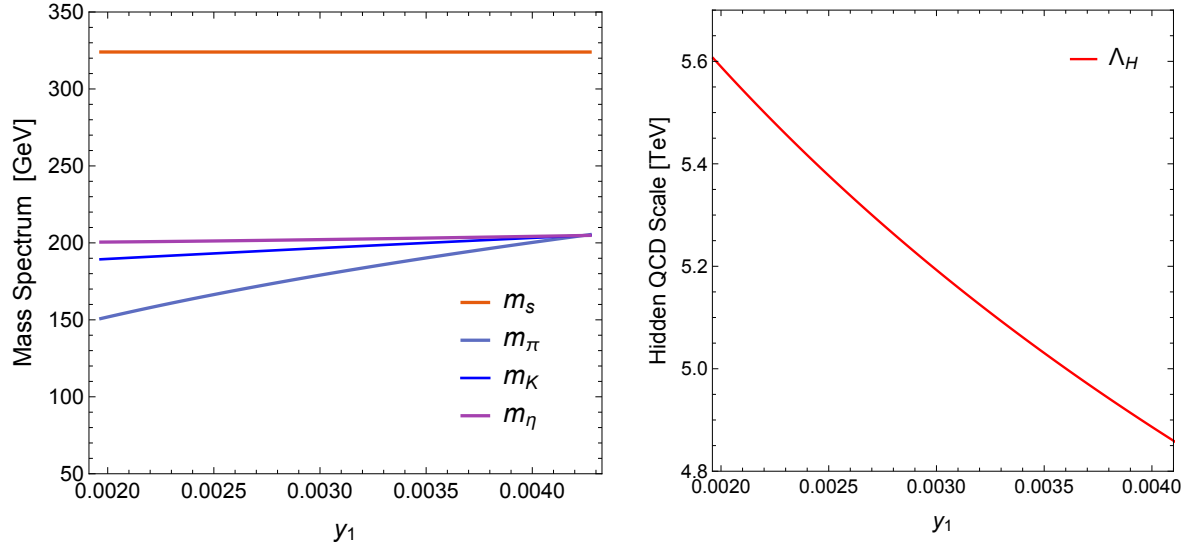


図 4.2:  $y_1 = y_2 \neq y_3$  における質量スペクトル (左) と隠れた QCD スケール  $\Lambda_H$  (右) の湯川結合定数  $y_1$  依存性. スカラー結合定数を  $\lambda_H = 0.135$ ,  $\lambda_{HS} = 0.06$ ,  $\lambda_S = 0.13$  とし,  $y_3 = 0.00424$  と固定した.

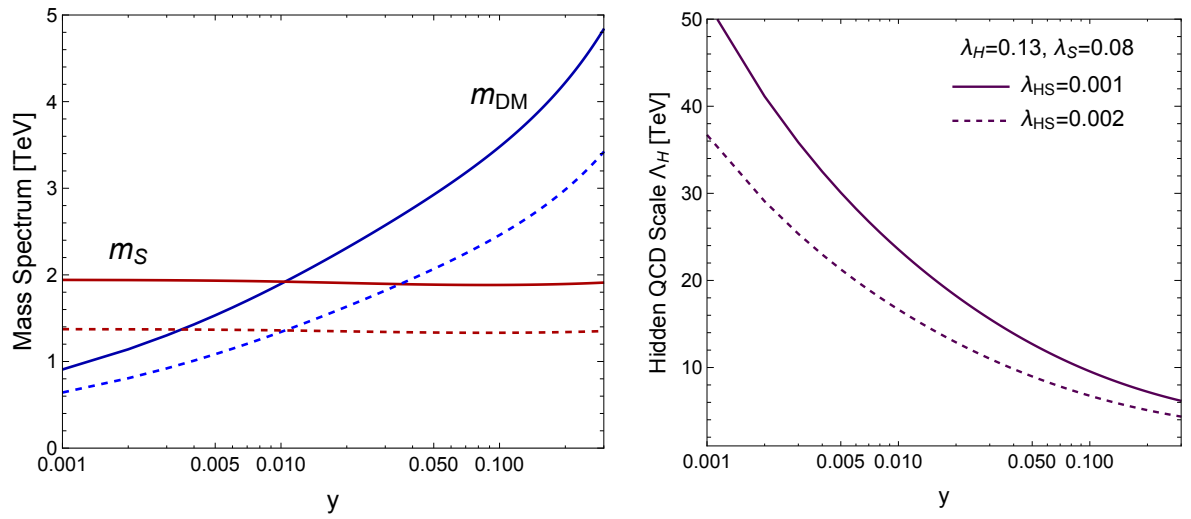


図 4.3: 暗黒物質候補とスカラー粒子  $S$  の質量 (左) と隠れた QCD スケール  $\Lambda_H$  (右) の湯川結合定数  $y$  依存性: ただしスカラー結合定数  $\lambda_H = 0.13$ ,  $\lambda_S = 0.08$  とし, 異なる値  $\lambda_{HS} = 0.001$  (実線),  $0.002$  (点線) を用いた.

また  $\lambda_{HS} \sim \mathcal{O}(10^{-3})$  のとき, (iii)  $y_i = y$  を例に同様の振る舞いを見る. 図 4.3 に暗黒物質候補である隠れたパイオンとスカラー粒子  $S$  の質量 (左) と隠れた QCD スケール  $\Lambda_H$  (右) の湯川結合定数  $y$  に対する依存性を示した: ただしスカラー結合定数  $\lambda_H = 0.13$ ,  $\lambda_S = 0.08$  とし, 異なる値  $\lambda_{HS} = 0.001$  (実線),  $0.002$  (点線) を用いた. 図 4.3 (右) に示すように  $\lambda_{HS} \sim \mathcal{O}(10^{-3})$  のとき, 隠れた QCD スケールは,  $\Lambda_H \sim \mathcal{O}(10)$  TeV であり,  $\lambda_{HS}$  に非常に敏感であることがわかる. 図 4.3 (左) に示すように, 湯川結合定数  $y$  によって,  $m_{DM} > m_S$  となる領域が存在することがわかる. これは暗黒物質候補の対消滅過程に影響を与える.

## 4.4 隠れたカイラル一次相転移の実現性

隠れた QCD セクターのラグランジアン (4.12) において、隠れたフレーバー対称性の破れを持たない場合を仮定する: (iii)  $y_{ij} = y\delta_{ij}$ . 模型が予言する隠れたハドロンの質量スペクトルと残存重力波スペクトルとの関係性を示すため、前章と同様、平均場近似された NJL 模型によって有限温度におけるカイラル相転移を解析する. 電弱相転移は隠れたセクターのカイラル相転移よりも低い温度で起こるので、ここでは隠れたセクターの相転移を解析するとき、 $\langle h \rangle = 0$  であることを仮定する. このとき有限温度における隠れた相転移は以下の 1 ループ有効ポテンシャルを用いて解析できる:

$$V_{\text{EFF}}(S, \sigma, T) = V_{\text{SM}+S}^{h \rightarrow 0}(S) + V_{\text{NJL}}(S, \sigma; \Lambda_H) + V_{\text{CW}}(S) + V_{\text{FT}}(S, \sigma, T) + V_{\text{RING}}(S, T), \quad (4.37)$$

ここで  $V_{\text{SM}+S}$  と  $V_{\text{NJL}}$  それぞれ式 (4.15) と式 (4.27) で与えられ,

$$V_{\text{CW}}(S) = -\frac{9}{4} \frac{\lambda_S^2}{32\pi^2} (S^4 - \langle S \rangle^4) + \frac{m_S^4(S)}{64\pi^2} \ln \left[ \frac{m_S^2(S)}{m_S^2(\langle S \rangle)} \right], \quad (4.38)$$

$$V_{\text{FT}}(S, \sigma, T) = \frac{T^4}{2\pi^2} J_B(m_S^2(S)/T^2) - 6n_c \frac{T^4}{\pi^2} J_F(M^2(S, \sigma)/T^2), \quad (4.39)$$

$$V_{\text{RING}}(S, T) = -\frac{T}{12\pi} \left[ (M_S^2(S, T))^{3/2} - (m_S^2(S))^{3/2} \right], \quad (4.40)$$

であり、実スカラー場  $S$  の熱質量は以下である:

$$M_S^2 = m_S^2(S) + \left( \frac{\lambda_S}{4} - \frac{\lambda_{HS}}{6} \right) T^2, \quad (4.41)$$

ここで  $m_S^2(S) = 3\lambda_S S^2 + \mathcal{O}(y^2)$  であり、隠れた QCD スケール  $\Lambda_H$  やゼロ温度における  $S$  の真空期待値は、与えられた模型パラメータ ( $\lambda_H, \lambda_{HS}, \lambda_S, y$ ) を用いて、前章と同様に Higgs 場の真空期待値が再現されるように決められる. またボソンとフェルミオンに対する熱効果関数は式 (C.1) で定義される.

図 4.4 に構成子クォーク  $\langle M \rangle / T$  の温度依存性を示す: ただしスカラー結合定数  $\lambda_H = \lambda_S = 0.13, \lambda_{HS} = 0.02$  と固定し、異なる湯川結合定数の値  $y = 0.005$  (青),  $0.006$  (赤),  $0.007$  (緑) をとった. カイラル対称性の陽な破れの効果は、高エネルギーのラグランジアンにおける湯川結合定数  $y$  によって決まり、 $y \lesssim 0.006$  の領域においては、常に隠れたカイラル一次相転移が実現することがわかる. またこのとき、カイラル凝縮場  $\sigma$  だけでなく、実スカラー場  $S$  の真空期待値も不連続に変化していることがわかる. これは隠れた QCD セクターのラグランジアン (4.12) における湯川相互作用項、

$$\mathcal{L}_H \supset -yS\bar{\psi}\psi \quad (4.42)$$

の存在に起因する. したがって実スカラー場  $S$  を含む 2 次元空間  $(S, \sigma)$  の一次相転移起源の残存重力波スペクトルを予言することで、カイラル凝縮による間接的な次元変換 (2.44) を伴うシナリオの検証が期待できる.

## 4.5 隠れたハドロンによるシナリオ検証

隠れたセクターのラグランジアン (4.12) の低エネルギー物理を、平均場近似にされた NJL 模型を用いて解析した暗黒物質の現象論は、既に [29, 30, 31] において議論されている.

### 4.5.1 暗黒物質としての隠れたメソン

ここでは  $Q \neq 0$ , (i)–(iii) の場合について、暗黒物質の性質と検証可能性を議論した結果を簡単に紹介する [31]. これは隠れたセクターのカイラル相転移が一次相転移となるパラメータ領域における結果である、

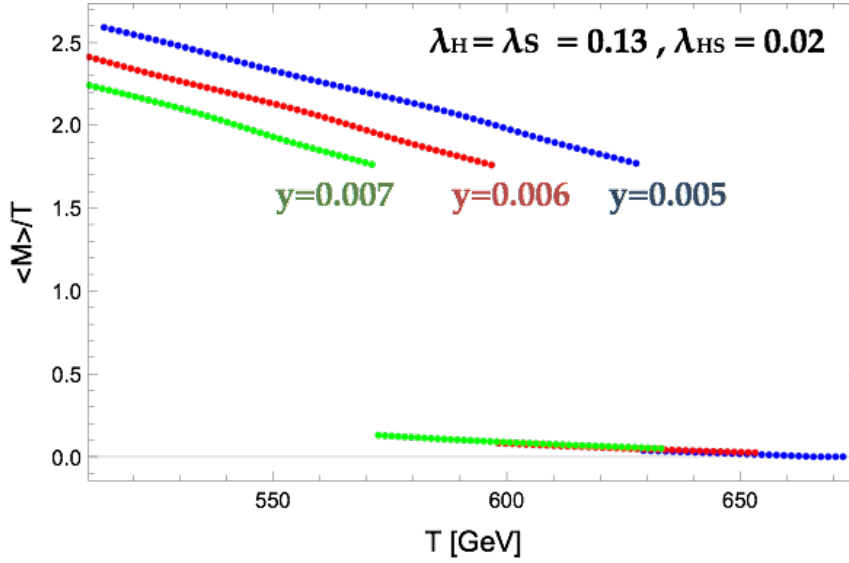


図 4.4:  $\langle M \rangle / T$  の温度依存性: ただしスカラー結合定数  $\lambda_H = \lambda_S = 0.13, \lambda_{HS} = 0.02$  と固定し, 異なる湯川結合定数の値  $y = 0.005$  (青),  $0.006$  (赤),  $0.007$  (緑) をとった.

$y_i \lesssim 0.006$ . 小さな  $y_i$  のため隠れたメソンは比較的軽く,  $m_S > m_\phi$  を満たす. 最も一般的な隠れたフェルミオンがフレーバー対称性を持たない場合, (i)  $y_1 \neq y_2 \neq y_3$ , 表 4.1 に示すように, 最も軽い隠れたメソンが不安定粒子となる. このとき  $Q \neq 0$  であるため,  $\tilde{\pi} \rightarrow 2\gamma$  へ崩壊する. このため暗黒物質候補の隠れたメソンは全て消滅してしまい, 暗黒物質の残存量を説明できないことがわかっている. 以下, (ii) と (iii) についての結果を紹介する.

- (ii)  $y_1 = y_2 \neq y_3 : \text{SU}(2)_V \times \text{U}(1)_B$

このとき隠れたメソンは, 同じ質量を持つ粒子として, 以下の分類できる,

$$\chi_1 = \tilde{\eta}, \quad \chi_2 = \left( \{\tilde{K}^0, \tilde{K}^+\}, \{\tilde{K}^-, \tilde{K}^0\} \right), \quad \chi_3 = (\tilde{\pi}^0, \tilde{\pi}^\pm). \quad (4.43)$$

これらの対消滅過程を図 4.5 に示す. この対消滅過程は, 以下のように分類できる:

- $\chi_i \chi_i \leftrightarrow \text{SM}(\gamma), \text{SM}(\gamma)$

$S$  が内線を伝搬する過程は, 有効結合定数  $G_{\chi_i^2 S}$  を含む. これは隠れたフェルミオンループの寄与であるが, ループの寄与同士で相殺が起きてしまうことがわかっている. また有効結合定数  $G_{\chi_i^2 \gamma^2} \propto (eQ)^2$  であるので, この寄与も小さく, 熱平均した散乱断面積は, それぞれ次のオーダーとなることがわかっている:

$$\langle v\sigma(\chi_i \chi_i \leftrightarrow \text{SM}, \text{SM}) \rangle \sim 10^{-11} \text{ GeV}^{-2}, \quad (4.44)$$

$$\langle v\sigma(\chi_i \chi_i \leftrightarrow \gamma\gamma) \rangle \sim 10^{-14} \text{ GeV}^{-2}. \quad (4.45)$$

$S$  が内線を伝搬する過程は, s-チャンネルのレゾナンス効果 ( $2m_{\chi_i} \simeq m_S$ ) が無い限り, 対消滅過程において十分な寄与を与えないことがわかる.

- $\chi_i \chi_j \leftrightarrow \chi_k \chi_l$

強い相互作用に起因する散乱過程であるため, 対消滅過程において大きな寄与を与えることになる;

$$\langle v\sigma(\chi_i \chi_i \leftrightarrow \chi_j \chi_j) \rangle \sim 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}, \quad (4.46)$$

ただし  $G_{\eta K^2\phi}/G_{\eta^2 K^2} \sim 10^{-4}$  程度のため,  $\chi_i\chi_i \leftrightarrow \chi_j\chi_j$  のみ考慮している.

–  $\chi_1 \rightarrow 2\gamma$

この暗黒物質候補である  $\chi_3, \chi_2$  は, 熱浴から脱結合するまで, 強い相互作用に起因する逆転換過程と,  $\chi_1$  の崩壊によっての数密度を減らす:

$$\chi_3\chi_3, \chi_2\chi_2 \rightarrow \chi_1\chi_1 \rightarrow 4\gamma. \quad (4.47)$$

この場合に重要な点は, 通常の WIMP 暗黒物質の対消滅過程と異なり, 隠れた QCD セクターのフレーバー対称性の破れの効果によって, 暗黒物質の残存量が決定される点である. またこのとき暗黒物質の主成分は,  $\chi_3$  であり  $\chi_2$  は全残存量にほとんど寄与しない.

• (iii)  $y_i = y : SU(3)_V$

このとき隠れた QCD セクターのフレーバー対称性の破れがないため, 暗黒物質候補の隠れたメソンの対消滅過程は図 4.6 に限られる. 上述の理由から, このとき暗黒物質の残存量を説明できるのは, レゾナンス効果 ( $2m_\phi \simeq m_S$ ) によって,  $\langle v\sigma(\phi\phi \leftrightarrow SM, SM) \rangle$  が十分大きくなる場合に限られる.

(ii)  $y_1 = y_2 \neq y_3$  と (iii)  $y_i = y$  の場合には, 異なる熱的残存過程によって, 暗黒物質の残存量を説明できる. またこれらは隠れたカイラル一次相転移が実現するパラメータ領域であった. 暗黒物質から光子への速度平均化対消滅断面積と, 暗黒物質と核子とのスピン独立な弾性散乱断面積は, それぞれ暗黒物質間接探査実験 (単色  $\gamma$  線) と直接探査実験によって上限が与えられる. 図 4.7 に主たる寄与を与える散乱過程を示した. またこれらの散乱断面積の暗黒物質質量依存性をそれぞれ図 4.8 と図 4.9 に示す; 単色  $\gamma$  線観測についての上限值は Fermi-LAT[111, 112] (黒) と H.E.S.S.[115](赤) によって与えられ, 接探査実験による制限は, XENON1T(2017)[34] の結果を示した. また模型の予言は  $Q = 1/3$  を仮定し, Planck スケールまでの摂動性とポテンシャルの安定性を満たす, 模型パラメータ ( $\lambda_H, \lambda_{HS}, \lambda_S, y_i$ ) を用い, Higgs 質量  $m_h \simeq 126$  GeV,  $h$ - $S$  の混合  $\xi_1^{(1)} > 0.9$ , 暗黒物質の残存量  $h^2\Omega_{\text{DM}} = 0.12 \pm 0.01$  を満たす [31]. 模型の予言は, それぞれ (ii)  $y_1 = y_2 \neq y_3$  (青) と (iii)  $y_i = y$  (赤) に対応する. 暗黒物質の残存量が異なる熱的残存過程によって満たされるため, 暗黒物質探査実験に対する予言領域も大きく変化していることがわかる. 直接探査実験である XENON1T は, 将来感度  $\mathcal{O}(10^{-47}) \text{ cm}^2$ [122] を持ち, フレーバー対称性の破れのパターンが (ii)  $y_1 = y_2 \neq y_3$  である場合には,  $m_\pi \lesssim 150$  GeV の一部のパラメータ領域が検証可能であることがわかる. 一方, その他の領域においては検証可能性が困難であることは明らかである. 本論では, 暗黒物質探査実験において検証可能性が困難であるこれらの領域に対する有効な検証手法として, 隠れたカイラル一次相転移起源の残存重力波スペクトルによる検証を次章にて提案する.

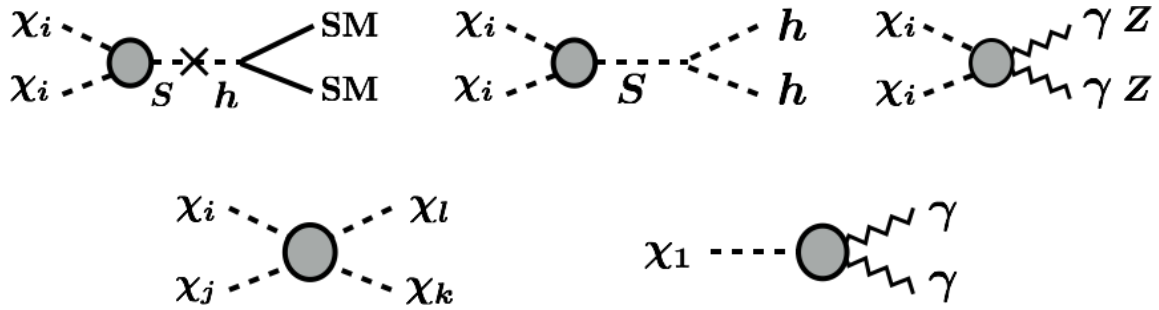


図 4.5: (ii)  $y_1 = y_2$  における隠れたメソンの対消滅過程. ただし  $\chi_1 = \tilde{\eta}$ ,  $\chi_2 = (\{\tilde{K}^0, \tilde{K}^+\}, \{\tilde{K}^-, \tilde{K}^0\})$ ,  $\chi_3 = (\tilde{\pi}^0, \tilde{\pi}^\pm)$  を表し,  $G_{K^2\gamma}$  の寄与は非常に小さいため無視している.

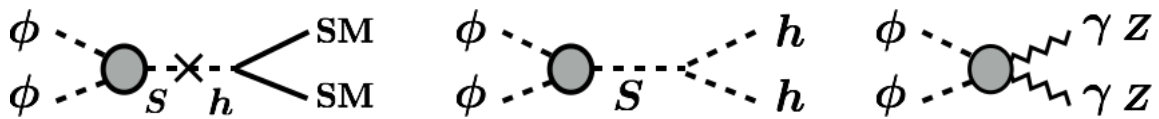


図 4.6: (iii)  $y_i = y$  における隠れたメソンの対消滅過程.

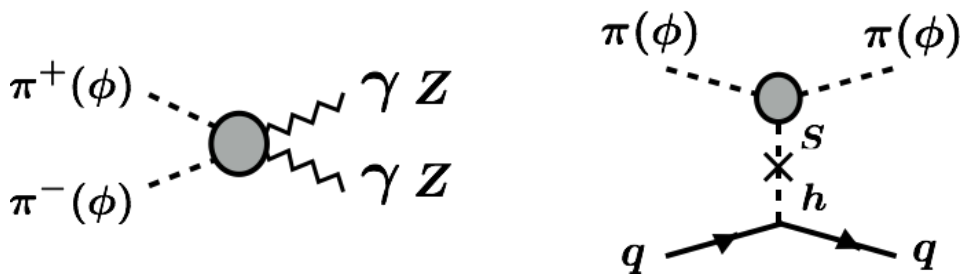


図 4.7: 間接探査実験に寄与する散乱過程 (左) と直接探査実験に寄与する主な散乱過程 (右).

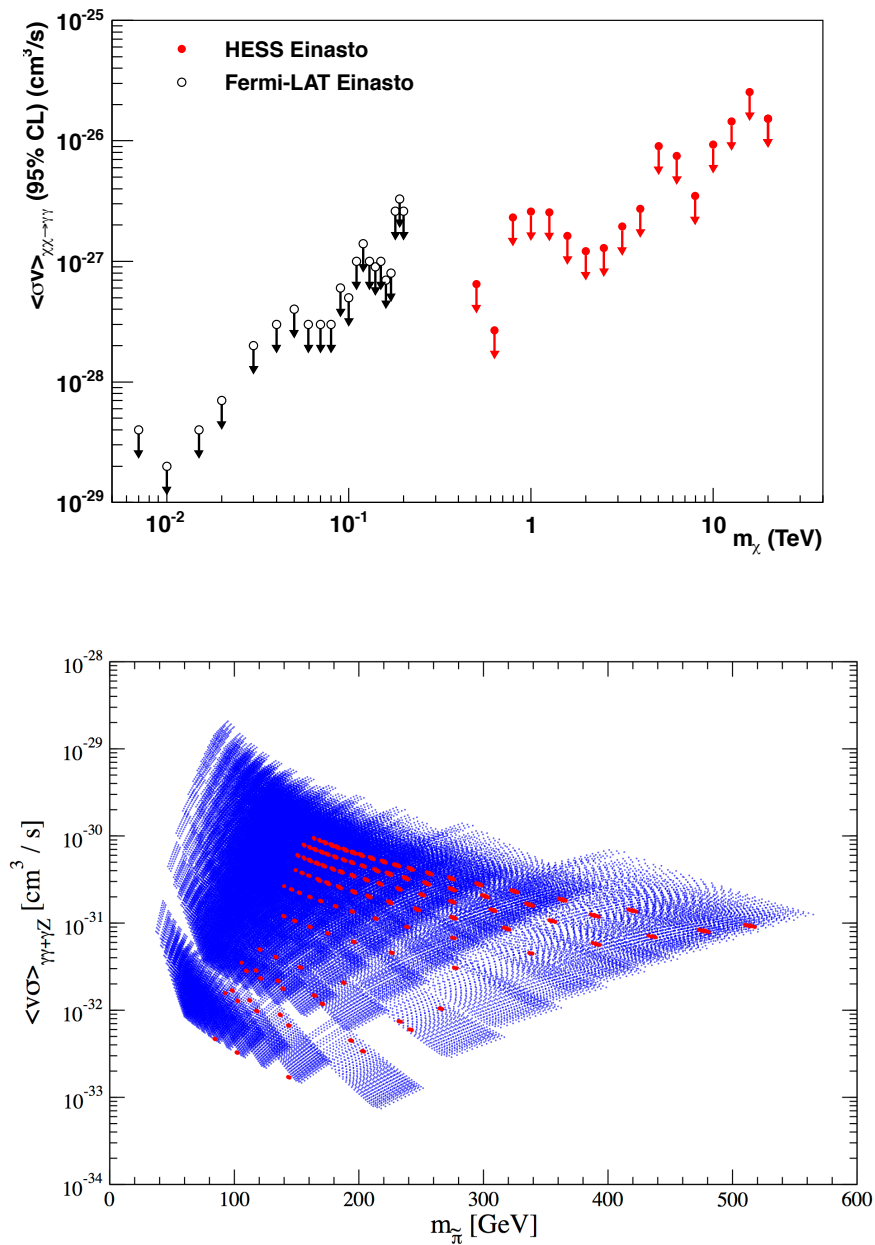


図 4.8: 上部: 暗黒物質間接探査実験 (単色  $\gamma$  線) による暗黒物質の速度平均化対消滅断面積に対する上限値; Fermi-LAT[111, 112] (黒) と H.E.S.S.[115](赤). 下部: 対応する模型の予言 ( $Q = 1/3$ ); (ii)  $y_1 = y_2 \neq y_3$  (青) と (iii)  $y_i = y$  (赤), Planck スケールまでの摂動性とポテンシャルの安定性を満たす, 模型パラメータ ( $\lambda_H, \lambda_{HS}, \lambda_S, y_i$ ) を用い, Higgs 質量  $m_h \simeq 126$  GeV,  $h$ - $S$  の混合  $\xi_1^{(1)} > 0.9$ , 暗黒物質の残存量  $h^2\Omega_{\text{DM}} = 0.12 \pm 0.01$  を満たす [31].



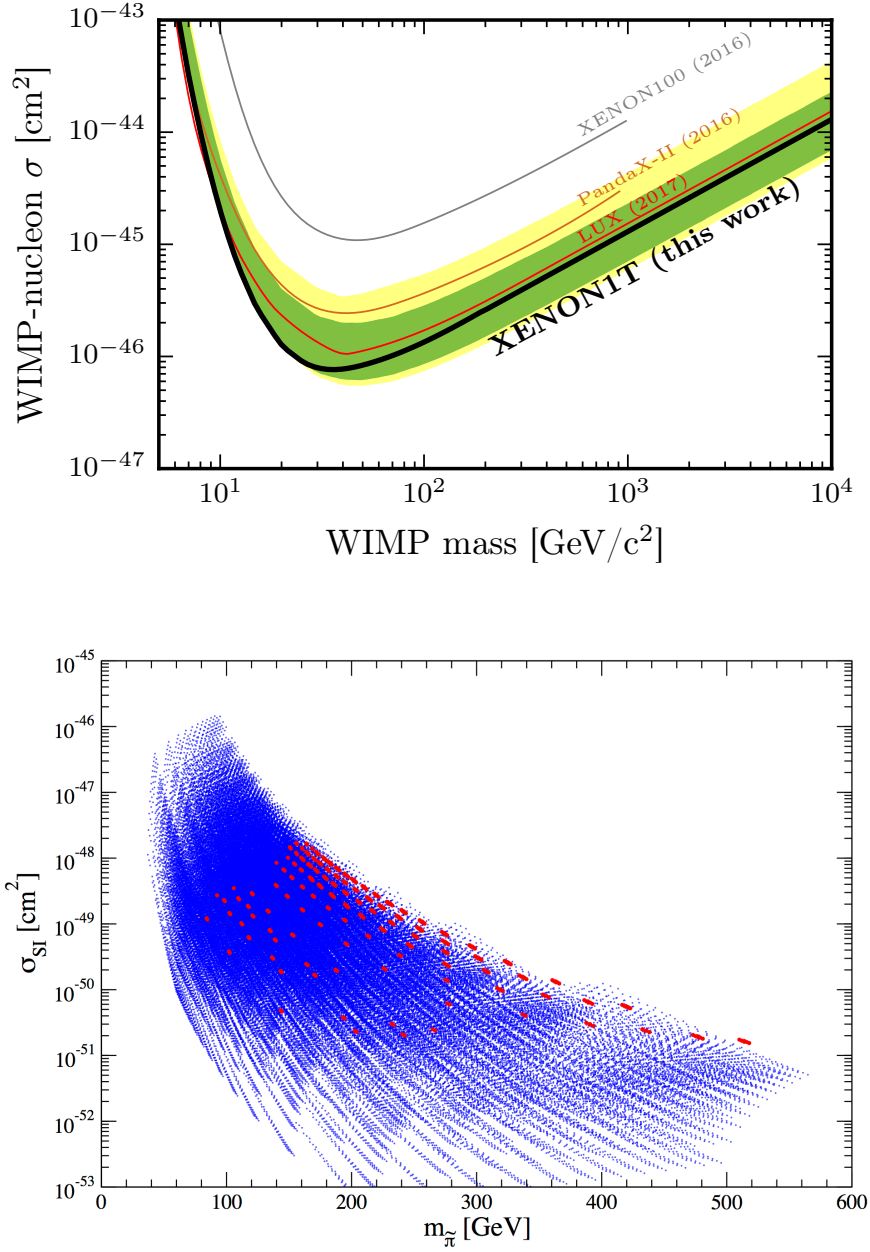


図 4.9: 上部: 暗黒物質直接探査実験による暗黒物質と核子とのスピン独立な弾性散乱断面積に対する制限; XENON1T(2017)[34]. 下部: 対応する模型の予言 ( $Q = 1/3$ ); (ii)  $y_1 = y_2 \neq y_3$  (青) と (iii)  $y_i = y$  (赤), Planck スケールまでの摂動性とポテンシャルの安定性を満たす, 模型パラメータ ( $\lambda_H, \lambda_{HS}, \lambda_S, y_i$ ) を用い, Higgs 質量  $m_h \simeq 126 \text{ GeV}$ ,  $h$ - $S$  の混合  $\xi_1^{(1)} > 0.9$ , 暗黒物質の残存量  $h^2\Omega_{\text{DM}} = 0.12 \pm 0.01$  を満たす [31].



## 第 5 章

# 隠れたカイラル相転移起源の重力波

隠れた QCD セクターの存在は、力学的な質量生成や低エネルギーにおける安定粒子を予言する。前章ではこれらの性質を電弱対称性の破れと暗黒物質の説明に応用し、隠れたハドロンに着目した検証可能性を紹介した。本章では隠れた相転移現象に着目し、相転移起源の残存重力波によるシナリオ検証を議論する。本章は学術雑誌 Physical Review D に掲載された論文 [127] に基づく。

### 5.1 重力波による初期宇宙探査

宇宙初期のインフレーション [36] や位相欠陥 [37]、宇宙の一次相転移 [38] は、非局在の背景重力波としてその痕跡を残すことが知られている。残存重力波のエネルギー密度は、以下のように定義される：

$$\Omega_{\text{GW}}(f) \equiv \frac{1}{\rho_c} \frac{d\rho_{\text{GW}}}{d \ln f}, \quad (5.1)$$

ここで温度  $T_g$  に生成された重力波の周波数  $f$  は、現在  $T_0$  までに赤方偏移されたものとなる：エントロピー保存 ( $sa^3 = \text{一定}$ ) から、温度  $T_g$  でのスケール因子を  $a_g$  として、

$$a_g = \left( \frac{g_{*S}(T_0)}{g_{*S}(T_g)} \right)^{\frac{1}{3}} \frac{T_0}{T_g}, \quad (5.2)$$

ここで  $a(T_0) = 1$  とし、 $g_{*S}$  はエントロピー密度に寄与する有効自由度である； $s(T) = (2\pi^2/45)g_{*S}(T)T^3$ 。したがって重力波生成時の周波数  $f_g$  は、現在までに以下のように赤方偏移していることがわかる、

$$\begin{aligned} f &= a_g H_g \left( \frac{f_g}{H_g} \right) = \left( \frac{g_{*S}(T_0)}{g_{*S}(T_g)} \right)^{\frac{1}{3}} \frac{T_0}{T_g} \left( \frac{8\pi}{3M_{\text{pl}}^2} \frac{\pi^2}{30} g_*(T_g) T_g^4 \right)^{\frac{1}{2}} \left( \frac{f_g}{H_g} \right) \\ &= T_0 g_{*S}^{1/3}(T_0) \frac{g_*^{1/2}(T_g)}{g_{*S}^{1/3}(T_g)} \left( \frac{8\pi^3}{90} \right)^{\frac{1}{2}} \left( \frac{T_g}{M_{\text{pl}}} \right) \left( \frac{f_g}{H_g} \right) \\ &= 2.52 \times 10^{-8} \left( \frac{g_*(T_g)}{80} \right)^{\frac{1}{6}} \left( \frac{T_g}{1 \text{ GeV}} \right) \left( \frac{f_g}{H_g} \right) \text{ Hz}, \end{aligned} \quad (5.3)$$

ただし  $g_*(T_g) = g_{*S}(T_g)$  を仮定し、 $T_0 = 2.725K = 2.348 \times 10^{-13}\text{GeV}$ 、 $g_{*S}(T_0) = 3.91$  を用いた。また重力波のエネルギー密度も同様に以下となる、

$$\begin{aligned} \Omega_{\text{GW}} &= \frac{\rho_{\text{GW}}}{\rho_c} = a_g^4 \left( \frac{H_g}{H_0} \right)^2 \Omega_{\text{GW},g} = H_0^{-2} \left( \frac{g_{*S}(T_0)}{g_{*S}(T_g)} \right)^{\frac{4}{3}} \left( \frac{T_0}{T_g} \right)^4 \left( \frac{8\pi}{3M_{\text{pl}}^2} \frac{\pi^2}{30} g_*(T_g) T_g^4 \right) \\ &= 1.77 \times 10^{-5} h^{-2} \left( \frac{80}{g_*(T_g)} \right)^{\frac{1}{3}} \Omega_{\text{GW},g}, \end{aligned} \quad (5.4)$$

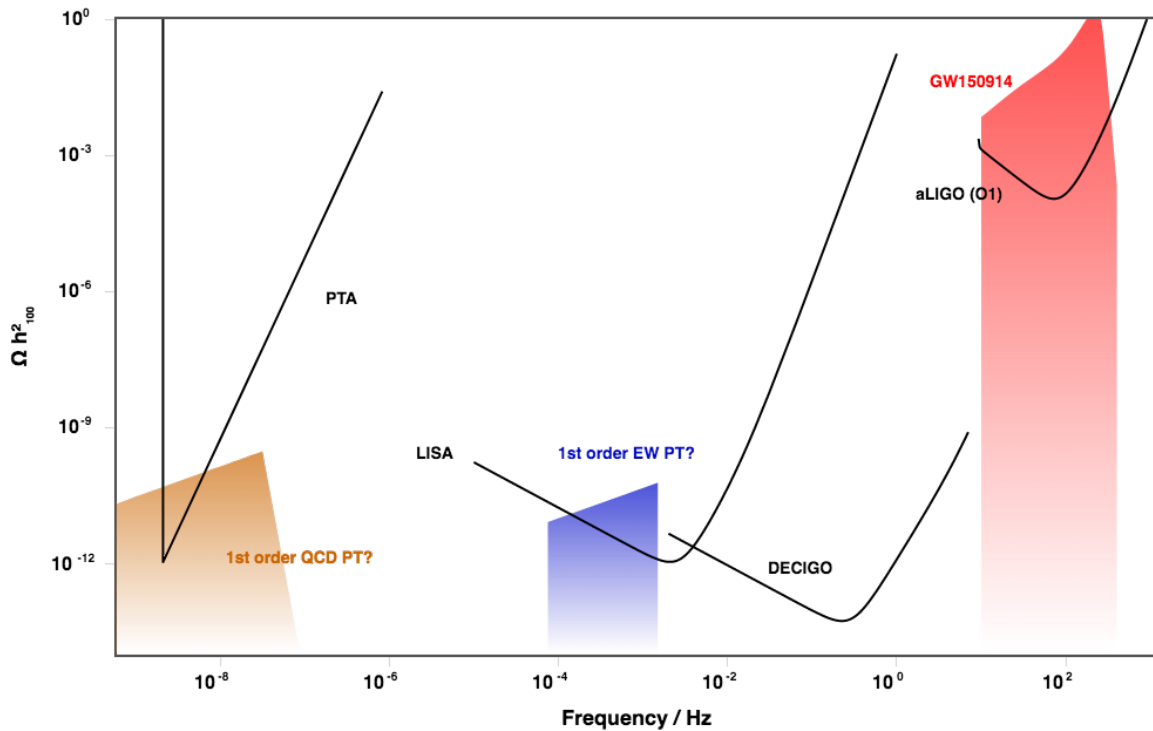


図 5.1: 重力波スペクトルと重力波検出実験感度曲線の概略図.

ここで  $H_0 = h \times 2.13 \times 10^{-42} \text{ GeV}$  を用いた.  $g_*$  の温度依存性を除けば, 周波数は温度  $T_g$  に比例し, エネルギー密度は温度に依存しないことがわかる. したがって残存重力波スペクトルを通して, 初期宇宙に起きた現象をそのまま探ることができる; 残存重力波スペクトルのピークはその温度での宇宙の大きな変化に対応する.

2015年9月 LIGO において, 初めて重力波 (GW150914) が直接観測された [35]. これはブラックホール連星 (BH-BH) 合体によって生成された重力波であった. また 2017年8月には, 初の中性子星連星 (NS-NS) 合体による重力波 (GW170817) 観測 [123] が, LIGO-Virgo によって報告された. これは重力波源が同時に電磁波を放出するシグナルであり, 重力波と電磁波の同時観測による天体現象の理解が今後期待されている. LIGO-Virgo は周波数  $f \sim \mathcal{O}(10^2)$  Hz に最大感度を持つ地上実験であった. また周波数  $f \sim (0.01 - 1)$  Hz に最大感度を持つ宇宙空間における衛星型の重力波検出実験も計画されている; ESA による LISA [42, 43] は, 既に 2030 年代の打ち上げが決定しており, 日本の将来計画である DECIGO は, LISA と地上実験の間の周波数帯をカバーすることが期待される [44, 45, 46, 47]. またパルサータイミングによる間接検出 [124, 125] は, 周波数  $f \sim (10^{-8})$  Hz に最大感度を持つなど, 今後は広範囲の周波数領域における重力波探査が期待されている. 図 5.1 に重力波検出実験の感度曲線と, 一次相転移によって期待される残存重力波スペクトルの概略図を示した.\*<sup>1</sup> 標準模型は一次相転移を予言せず, 残存重力波スペクトルにピークが現れない一方, 一次相転移を含む拡張模型の場合には, 残存重力波スペクトルを通じた検証可能性を議論することができる. 本章では, 隠れたカイラル一次相転移によって生成された残存重力波スペクトルを予言し, 将来の重力波検出実験におけるシナリオ検証の可能性を議論する.

\*<sup>1</sup> 図 5.1 は <http://rhcole.com/apps/GWplotter> を用いて作成.

## 5.2 宇宙の一次相転移起源の残存重力波

宇宙の真空は有効ポテンシャルが最小となる安定点によって決定される。一次相転移を预言する有効ポテンシャルには異なる2つの極小を持ち、その2つの極小を隔てる壁が存在する。宇宙の一次相転移中には、温度が下がるにつれ安定であった真空は不安定となり、量子トンネリングによってポテンシャル障壁を遷移することで真空の不連続な変化が起こる。このとき時空上においては、不安定な偽の真空の中に、安定な真空の泡が生成されることに伴い、これら真空泡の膨張・合体によって宇宙全体の相が転移する。このような真空泡の力学によって重力波が生成されることが知られており、泡の力学を記述するパラメータを用いて残存重力波スペクトルを预言することができる。ここでは预言に用いる残存重力波スペクトルのパラメータ付けを紹介し、有効模型によって重力波预言パラメータの定義を記す。

### 5.2.1 残存重力波スペクトルのパラメータ付け

一般に相転移起源の残存重力波スペクトルは次の3つの寄与の重ね合わせによって与えられる:

$$h^2\Omega_{\text{GW}} = h^2\Omega_\varphi + h^2\Omega_{\text{sw}} + h^2\Omega_{\text{turb}}, \quad (5.5)$$

ここで  $h$  は無次元ハッブルパラメータであり、 $\Omega_\varphi$  は真空泡の壁の衝突に関するスカラー場の寄与 [132, 133, 134, 135, 136, 137],  $\Omega_{\text{sw}}$  は衝突後のプラズマ中の音波による寄与 [138, 139, 140, 141],  $\Omega_{\text{turb}}$  はプラズマ中における電磁流体力学的 (MHD) 乱流による寄与である [142, 143, 144, 145].

各寄与は泡の力学を特徴付けるパラメータ ( $T_t, \alpha, \tilde{\beta}$ ) と、泡の壁の速さ  $v_w$  と、それぞれの寄与に対する放出エネルギーの配分 ( $\kappa_\varphi, \kappa_v, \kappa_{\text{turb}}$ ) を与えることで数値的に計算される。以降 [42] に従い、以下の残存重力波スペクトルのパラメータ付けを预言に用いる。

- スカラー場の寄与  $\Omega_\varphi$ :

$$h^2\Omega_\varphi(f) = 1.67 \times 10^{-5} \tilde{\beta}^{-2} \left( \frac{\kappa_\varphi \alpha}{1 + \alpha} \right)^2 \left( \frac{100}{g_*} \right)^{1/3} \left( \frac{0.11 v_w^3}{0.42 + v_w^2} \right) S_\varphi(f), \quad (5.6)$$

ここで周波数依存性  $S_\varphi(f)$  は以下のように数値的にフィットされ、

$$S_\varphi(f) = \frac{3.8(f/f_\varphi)^{2.8}}{1 + 2.8(f/f_\varphi)^{3.8}}, \quad (5.7)$$

ピーク周波数  $f_\varphi$  は以下で与えられる:

$$f_\varphi = 16.5 \times 10^{-6} \tilde{\beta} \left( \frac{0.62}{1.8 - 0.1 v_w + v_w^2} \right) \left( \frac{T_t}{100 \text{ GeV}} \right) \left( \frac{g_*}{100} \right)^{1/6} \text{ Hz}. \quad (5.8)$$

- 音波による寄与  $\Omega_{\text{sw}}$ :

$$h^2\Omega_{\text{sw}}(f) = 2.65 \times 10^{-6} \tilde{\beta}^{-1} \left( \frac{\kappa_v \alpha}{1 + \alpha} \right)^2 \left( \frac{100}{g_*} \right)^{1/3} v_w S_{\text{sw}}(f), \quad (5.9)$$

ここで周波数依存性  $S_{\text{sw}}(f)$  は以下のように数値的にフィットされ、

$$S_{\text{sw}}(f) = (f/f_{\text{sw}})^3 \left( \frac{7}{4 + 3(f/f_{\text{sw}})^2} \right)^{7/2}, \quad (5.10)$$

ピーク周波数  $f_{\text{sw}}$  は以下で与えられる:

$$f_{\text{sw}} = 1.9 \times 10^{-5} v_w^{-1} \tilde{\beta} \left( \frac{T_t}{100 \text{ GeV}} \right) \left( \frac{g_*}{100} \right)^{1/6} \text{ Hz}. \quad (5.11)$$

- MHD 乱流の寄与  $\Omega_{\text{turb}}$ :

$$h^2 \Omega_{\text{turb}}(f) = 3.35 \times 10^{-4} \tilde{\beta}^{-1} \left( \frac{\kappa_{\text{turb}} \alpha}{1 + \alpha} \right)^{\frac{3}{2}} \left( \frac{100}{g_*} \right)^{1/3} v_w S_{\text{turb}}(f), \quad (5.12)$$

ここで周波数依存性  $S_{\text{turb}}(f)$  は以下のように数値的にフィットされ,

$$S_{\text{turb}}(f) = \frac{(f/f_{\text{turb}})^3}{[1 + (f/f_{\text{turb}})]^{\frac{1}{3}} (1 + 8\pi f/h_t)}, \quad (5.13)$$

ピーク周波数  $f_{\text{turb}}$  は以下で与えられ,

$$f_{\text{turb}} = 2.7 \times 10^{-5} v_w^{-1} \tilde{\beta} \left( \frac{T_t}{100 \text{ GeV}} \right) \left( \frac{g_*}{100} \right)^{1/6} \text{ Hz}, \quad (5.14)$$

重力波生成時からの現在まで赤方偏移されたハッブル時間の逆数値  $h_t$  は以下で与えられる,

$$h_t = 16.5 \times 10^{-6} \left( \frac{T_t}{100 \text{ GeV}} \right) \left( \frac{g_*}{100} \right)^{1/6} \text{ Hz}. \quad (5.15)$$

またエネルギー配分は  $\kappa_{\text{turb}} = \epsilon \kappa_v$  として数値シミュレーションされ, ここでは  $\epsilon = 0.05$  を用いる [42].

重力波の生成機構は相転移によるエネルギー放出と泡の力学に強く依存する. 特に泡の壁の速さ  $v_w$  は主要な役割を果たす. 壁の速さ  $v_w$  が小さい場合には, 熱浴に相転移からのエネルギーが吸収されることにより, 残存重力波スペクトルは抑制される. 一方,  $v_w$  が相対論的な場合には, エネルギーの多くの部分がプラズマや壁の運動エネルギーに寄与する. さらに放出されたエネルギーによって, 壁の速さが加速する可能性があることが知られている [146, 147]. 加速しない場合には, プラズマ中を膨張する泡は終端速度に達し, 残存重力波スペクトルにおけるスカラー場の運動エネルギーの寄与 (5.6) は無視できる一方で, 光速まで加速していく場合にはこの寄与が無視できなくなる. これらはパラメータ  $\alpha$  と泡が加速膨張する場合の最小値  $\alpha_\infty$  によって以下のように場合分けされる:

- 泡が加速膨張しない場合  $\alpha_\infty > \alpha$ :

$$h^2 \Omega_{\text{GW}} \simeq h^2 \Omega_{\text{sw}} + h^2 \Omega_{\text{turb}}.$$

このときエネルギーの配分  $\kappa_v$  は  $v_w$  が大小の極限で以下のように近似される [42]:

$$\kappa_v \simeq \begin{cases} \alpha(0.73 + 0.083\sqrt{\alpha} + \alpha)^{-1} & (v_w \sim 1), \\ v_w^{6/5} 6.9\alpha(1.36 - 0.037\sqrt{\alpha} + \alpha)^{-1} & (v_w \lesssim 0.1). \end{cases} \quad (5.16)$$

- 泡が加速膨張する場合  $\alpha_\infty < \alpha$ :

$$h^2 \Omega_{\text{GW}} \simeq h^2 \Omega_\varphi + h^2 \Omega_{\text{sw}} + h^2 \Omega_{\text{turb}}.$$

このときエネルギーの配分  $\kappa_{\varphi,v}$  は  $\alpha_\infty$  を用いて以下のように定義される [42]:

$$\begin{aligned} \kappa_\varphi &\equiv 1 - \frac{\alpha_\infty}{\alpha}, \quad \kappa_{\text{therm}} \equiv (1 - \kappa_\infty) \frac{\alpha_\infty}{\alpha}, \quad \kappa_v \equiv \frac{\alpha_\infty}{\alpha} \kappa_\infty, \\ \kappa_\infty &\equiv \frac{\alpha_\infty}{0.73 + 0.083\sqrt{\alpha_\infty} + \alpha_\infty}. \end{aligned} \quad (5.17)$$

ここで  $\kappa_\infty$  は式 (5.16) の  $v_w \sim 1$  近似に対応し,  $\kappa_{\text{therm}}$  は熱化されたエネルギーを表す.

また  $\alpha_\infty \ll \alpha$  である場合には, プラズマの効果が無視できるほど急速に泡の壁が加速されるため, 残存重力波スペクトルはスカラー場の寄与によって決定される. これは式 (5.17) における  $\alpha \rightarrow \infty$  の極限 ( $\kappa_\varphi = v_w = 1$ ) に対応し, 残存重力波スペクトルは  $h^2 \Omega_{\text{GW}} \simeq h^2 \Omega_\varphi$  となる.

### 5.2.2 重力波予言パラメータの有効モデルによる定義

単位時間体積あたりの真空泡の核形成率は次のように与えられる:

$$\Gamma = A(t) \exp[-S_E(t)], \quad (5.18)$$

ここで  $S_E$  はユークリッド作用である。ユークリッド時間における周期性のために、高温においてこのユークリッド作用は  $S_E \simeq S_3/T$  と表せる。ここで  $S_3$  は 3次元ユークリッド作用である。<sup>\*2</sup> 安定な真の真空泡で宇宙が満たされる時刻  $t_t$  において相転移が終わり、この相転移条件は Hubble 体積  $H^4$  における真空泡の核形成率が 1 となる時刻として定義される:

$$\left. \frac{\Gamma}{H^4} \right|_{t=t_t} \simeq 1, \quad (5.19)$$

この条件は核形成率 (5.18) の係数  $A$  が次元  $T^4$  を持つことを用いて以下のように書き表わせる:

$$\frac{S_3(T_t)}{T_t} = 4 \ln \left( \frac{T_t}{H_t} \right), \quad (5.20)$$

ここで  $T_t$  は相転移温度であり、 $H_t$  はそのときの Hubble パラメータである。真空泡の力学は相転移温度  $T_t$  における 2つのパラメータ  $\alpha, \beta$  によって特徴付けられることが知られている。 $\alpha$  は相転移のエネルギー放出、 $\beta^{-1}$  は相転移における典型的な時間スケールであった。パラメータ  $\alpha$  の定義は以下である:

$$\alpha \equiv \left. \frac{\epsilon}{\rho_{\text{rad}}} \right|_{T=T_t}. \quad (5.21)$$

相転移温度  $T_t$  における潜熱  $\epsilon$  と宇宙のエネルギー密度  $\rho_{\text{rad}}(T_t) = (\pi^2/30)g_*(T_t)T_t^4$  の比として定義され、潜熱  $\epsilon$  は有限温度の有効ポテンシャルを用いて次のように求められる:

$$\epsilon(T) \equiv -\Delta V_{\text{EFF}}(T) + T \frac{\partial \Delta V_{\text{EFF}}(T)}{\partial T}, \quad (5.22)$$

ここで  $\Delta V_{\text{EFF}}(T)$  は 2つの真空の有効ポテンシャル差である。またパラメータ  $\beta$  は以下のように定義される:

$$\beta \equiv - \left. \frac{dS_E}{dt} \right|_{t=t_t} \simeq \left. \frac{1}{\Gamma} \frac{d\Gamma}{dt} \right|_{t=t_t}. \quad (5.23)$$

ここで相転移温度での Hubble パラメータ  $H_t$  を用いて、 $\beta$  を無次元パラメータとして  $\tilde{\beta}$  を再定義する:

$$\tilde{\beta} \equiv \frac{\beta}{H_t} = T_t \left. \frac{d}{dT} \left( \frac{S_3(T)}{T} \right) \right|_{T=T_t}. \quad (5.24)$$

したがってバウンス解のユークリッド作用  $S_3(T)/T$  とその温度変化を計算することで、重力波予言パラメータ  $(T_t, \alpha, \tilde{\beta})$  を求めることができる。ここで泡が加速膨張するかの指標となる  $\alpha_\infty$  は次の式で定義される [148, 42]:

$$\alpha_\infty \simeq \frac{30}{24\pi^2} \frac{\sum_a c_a \Delta m_a^2(\varphi)}{g_* T_t^2}, \quad (5.25)$$

$c_a$  は粒子  $a$  の自由度 (フェルミオンに対しては 1/2) であり、 $\Delta m_a^2(\varphi)$  は 2つの真空における粒子  $a$  の質量二乗差である。また泡の壁の速さ  $v_w$  は、モデルを用いて決定できない自由なパラメータとなる。これらの手法を用いて残存重力波のスペクトルは予言される。

<sup>\*2</sup> 場の理論における量子トンネリングの記述については [128, 129, 130] を参照。

### 5.3 隠れたカイラル一次相転移への応用

NJL 模型を用いた解析において、平均場  $\sigma$  に対するツリーレベルのラグランジアン (3.10) には、運動項が存在しなかった。カイラル一次相転移による真空泡の核形成を議論するためには、平均場に対する 3 次元ユークリッド作用  $S_3$  を定義する必要がある。したがって本論では、3.3.2 節と同様、1 ループレベルの 2 点頂点関数から平均場  $\sigma$  に対する運動項を導出し、そのカイラル一次相転移による真空泡の核形成を評価する手法を提案する。隠れたカイラル一次相転移における量子トンネリングが、以下の 3 次元ユークリッド作用を用いて記述されると仮定する：

$$S_3(T) = \int d^3x \left[ \frac{Z_\sigma^{-1}(S, \sigma, T)}{2} (\partial_i \sigma)^2 + \frac{1}{2} (\partial_i S)^2 + V_{\text{EFF}}(S, \sigma, T) \right], \quad (5.26)$$

ただし、有限温度の有効ポテンシャル  $V_{\text{EFF}}$  は、式 (4.37) で与えられる。また有限温度における波動関数くりこみ定数は次のように求められる：

$$\begin{aligned} & Z_\sigma^{-1}(S, \sigma, T) \\ &= \frac{3n_c}{8\pi^2} \left( 1 - \frac{G_D}{4G^2} \sigma \right)^2 \left[ \ln \left( 1 + \frac{\Lambda_H^2}{M^2} \right) + \frac{\Lambda_H^2 M^2}{(\Lambda_H^2 + M^2)^2} - 32\pi^2 (A_F(u^2) - B_F(u^2)) \right], \end{aligned} \quad (5.27)$$

ここで  $u = M/T$  とし、内線を伝搬する隠れたフェルミオン質量  $M$  は式 (4.28) であり、温度効果関数  $A_F(u^2)$ ,  $B_F(u^2)$  はそれぞれ式 (C.12), (C.13) で与えられる。O(3) 対称性を持つバウンズ解は以下の運動方程式によって得られる：

$$\frac{d^2 \sigma}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\sigma}{dr} + \frac{1}{2} \frac{\partial \ln Z_\sigma(S, \sigma, T)}{\partial \sigma} \left( \frac{d\sigma}{dr} \right)^2 = Z_\sigma(S, \sigma, T) \frac{\partial V_{\text{EFF}}(S, \sigma, T)}{\partial \sigma}, \quad (5.28)$$

$$\frac{d^2 S}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dS}{dr} - \frac{1}{2} \frac{\partial Z_\sigma^{-1}(S, \sigma, T)}{\partial S} \left( \frac{d\sigma}{dr} \right)^2 = \frac{\partial V_{\text{EFF}}(S, \sigma, T)}{\partial S}, \quad (5.29)$$

ここで  $r = (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)^{1/2}$  であり、以下の境界条件を満たす、

$$\left. \frac{d\sigma}{dr} \right|_{r=0} = 0, \quad \left. \frac{dS}{dr} \right|_{r=0} = 0, \quad \lim_{r \rightarrow \infty} \sigma(r) = 0, \quad \lim_{r \rightarrow \infty} S(r) = 0. \quad (5.30)$$

ここで波動関数くりこみ定数  $Z_\sigma(S, \sigma, T)$  は座標  $r$  には依存せず、場のみ依存すると仮定した。

場に依存する波動関数くりこみ定数  $Z_\sigma(S, \sigma, T)$  のために、運動方程式は発散を含む可能性があり、バウンズ解の存在は非自明である。図 5.2 に  $S = 0$  における  $Z_\sigma(S, \sigma, T)$  の場  $\sigma$  の依存性を示した； $T/\Lambda_H = 0$  (黒色), 0.01 (赤色), 0.02 (青色), 0.03 (紫色)。図 5.2 が示すように、 $Z_\sigma(S, \sigma, T)$  は対称性が回復する相において 0 になることがわかる。したがって、境界条件 (5.30) を満たす限り、カイラル対称性が回復する原点 ( $S = \sigma = 0$ ) において発散が生じず、そのとき勾配が消失することがわかる。これはカイラル対称性が回復する相において、複合場としての平均場  $\sigma$  が現れないことに起因する。一方、境界条件 (5.30) を満たす解 (初期値) の存在は、 $S$  方向の運動方程式 (5.29) に現れる  $Z_\sigma(S, \sigma, T)$  の寄与のため、同様に自明でない。本論では、2 次元バウンズ解の数値的解法を用いて、バウンズ解が得られることを確かめた。

#### 5.3.1 狙い撃ち法による 1 次元バウンズ解の導出

1 次元バウンズ解を求める数値的手法として、狙い撃ち法 (Overshooting/undershooting method) が知られている [48]。この方法は、初期値の微調整によって境界条件を満たす初期値を探す手法である：狙い撃ち法によ



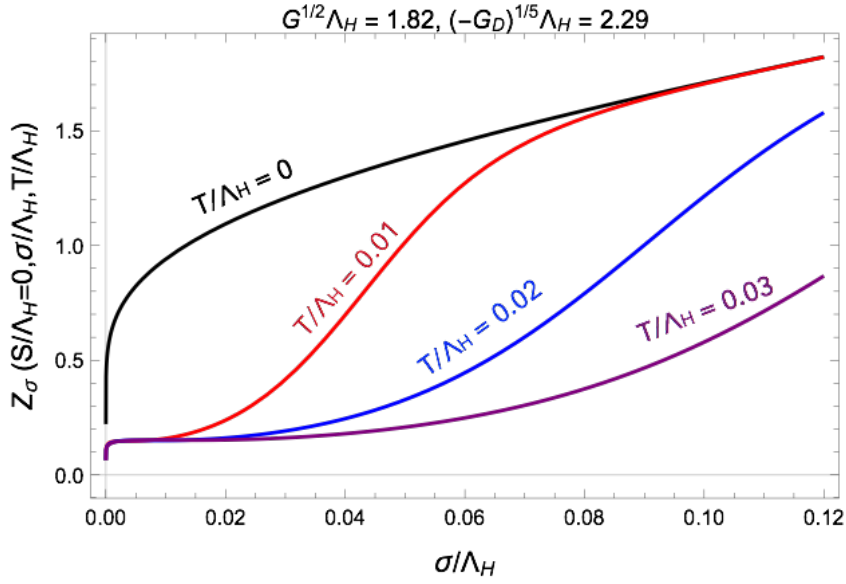


図 5.2:  $S = 0$  における  $Z_\sigma(S = 0, \sigma, T)$  の  $\sigma$  依存性: ただし  $T/\Lambda_H = 0$  (黒), 0.01 (赤), 0.02 (青) 0.03 (紫).

る解の探索手法を図 5.3 に示した. 2 つの点  $\varphi = 0, \varphi_{\text{true}}$  に極小値を持つポテンシャル  $V(\varphi, T)$  を仮定すると,  $O(3)$  対称性を持つバウンズ解は以下の運動方程式によって記述される,

$$\frac{d^2\varphi}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\varphi}{dr} = \frac{\partial V(\varphi, T)}{\partial \varphi}, \quad (5.31)$$

また以下の境界条件を満たす,

$$\varphi'(0) = \varphi(\infty) = 0, \quad (5.32)$$

ただし  $V(0, T) > V(\varphi_{\text{true}}, T)$  とした. このときバウンズ解は, ポテンシャル  $-V(\varphi, T)$  上の初期値  $\varphi(0) = \varphi_e$  に, 初速度  $\varphi'(0) = 0$  として置かれた場  $\varphi$  が, ポテンシャル上を式 (5.31) に従い運動し, 原点  $\varphi(\infty) = 0$  に近づく解である. このとき初期値を  $\varphi(0) = \varphi_o > \varphi_e$  とした場合には, 原点を通り過ぎ (Overshooting),  $\varphi(0) = \varphi_u < \varphi_e$  とした場合には, 原点まで到達できず振動する (Undershooting). 狙い撃ち法は,  $0 < \varphi < \varphi_{\text{true}}$  から正しい初期値  $\varphi_e$  を試行錯誤によって求める手法である. したがって,  $\varphi_e \neq \varphi_{\text{true}}$  であることに注意. 一般に初期値  $\varphi_e$  は, 非常に微調整された値となり,  $\varphi'(R_c) = \varphi(R_c) = 0$  の振る舞いによって試行錯誤を終了する.

実スカラー場  $S$  を無視した場合, 平均場  $\sigma$  のバウンズ解の存在を確かめる; この仮定はカイラル極限 ( $m_i = 0$ ) における NJL 模型に対応する. このバウンズ解は以下の運動方程式に従う:

$$\frac{d^2\sigma}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\sigma}{dr} + \frac{1}{2} \frac{\partial \ln Z_\sigma(\sigma, T)}{\partial \sigma} \left( \frac{d\sigma}{dr} \right)^2 = Z_\sigma(\sigma, T) \frac{\partial V_{\chi\text{PT}}(\sigma, T)}{\partial \sigma}, \quad (5.33)$$

境界条件は, 式 (5.30) と同様であり,  $V_{\chi\text{PT}}$  は, NJL 模型を用いて有限温度におけるカイラル相転移を解析したポテンシャル (3.41) である. このとき標準模型セクターとの結合がないため, 隠れた QCD スケール  $\Lambda_H$  は決定できない. 狙い撃ち法を用いて, 無次元温度  $T/\Lambda_H$  を変化させたときのバウンズ解を図 5.4 に示した: ただし,  $T/\Lambda_H = 0.055$  (赤), 0.060 (橙), 0.065 (緑), 0.070 (青), 0.073 (紫), 0.074 (深紫). カイラル極限における無次元化した臨界温度は,  $T_c/\Lambda_{\text{QCD}} \simeq 0.0742$  であった. 臨界温度  $T_c$  に近づくにつれ, バウンズ解の臨界半径  $R_c$  が大きくなる振る舞いは, 対称性が回復することにより, 泡の核形成率が消失することに対応する. ここでは場に依存したくりこみ定数  $Z_\sigma(\sigma, T)$  が存在する場合も, 狙い撃ち法によって 1 次元バウンズ解  $\sigma(r)$  が導出

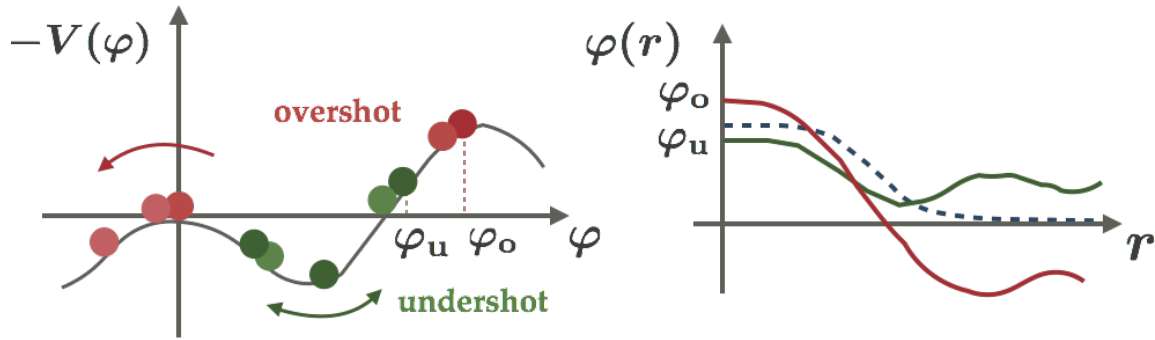


図 5.3: 狙い撃ち法による解の探索手法の概略図.

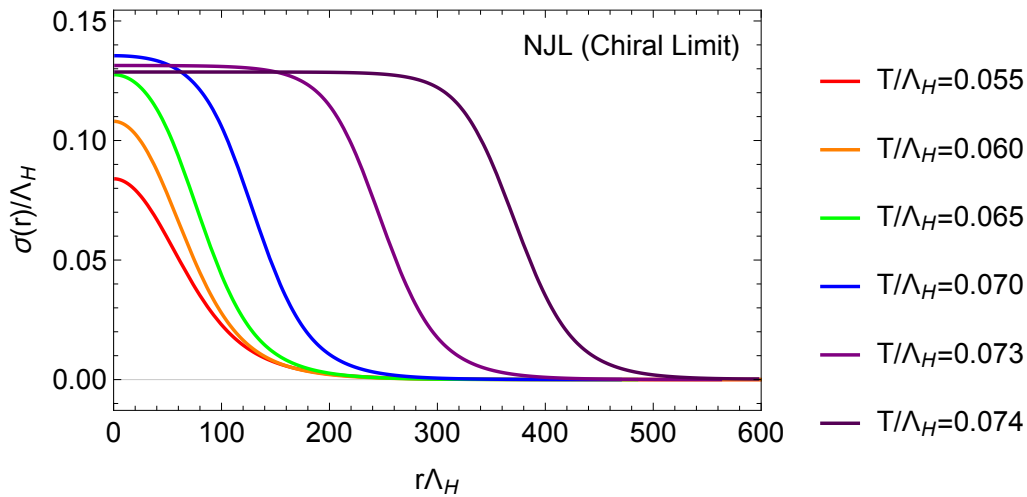


図 5.4: カイラル極限 ( $m_i = 0$ ) におけるカイラル一次相転移によるバウンス解: ただし,  $T/\Lambda_H = 0.055$  (赤),  $0.060$  (橙),  $0.065$  (緑),  $0.070$  (青),  $0.073$  (紫),  $0.074$  (深紫).

できることを確認した. また狙い撃ち法による解の探索手法として図 5.3 のようにポテンシャル上を場を移動する描像を示したが, この場合は場に依存したくりこみ定数  $Z_\sigma(\sigma, T)$  の存在のために適応できないことに注意したい. 以降, 通常の方法と比較して理解するため, ポテンシャル  $V_{\text{EFF}}(\sigma, S, T)$  上を場が運動する描像を示す.

### 5.3.2 経路変形法を応用した 2 次元バウンス解の導出

1 次元バウンス解を求める数値的手法として, 狙い撃ち法を紹介した. この方法は, 微調整によって境界条件を満たす初期値を探す手法であった. そのため多次元の場合には有効でない. ここでは経路変形法 (Path deformation method) と呼ばれる手法 [131] に着目し, 実スカラー場を含む隠れたカイラル一次相転移に関する 2 次元バウンス解の導出に応用する. この手法は, 解くべき 2 次元バウンス解に対する連立微分方程式を, 1 つの拘束条件における 1 次元バウンス解に対する微分方程式へ再設定する手法である. 以下ではその詳細について説明する.

バウンス解  $\sigma(r), S(r)$  は境界条件 (5.30) を満たす微分方程式 (5.28, 5.29) の解であり, 座標  $r$  に対して一意

的な関数である。区間  $r \in [0, \infty)$  において  $\sigma$  の逆関数  $\sigma^{-1}$  が存在すると仮定する。このとき恒等関数  $\sigma^{-1} \circ \sigma$  を用いて、 $r = \sigma^{-1}(\sigma(r))$  と表せ、 $r$  の関数である  $S(r)$  は、同様に  $\sigma$  の関数として表せる:  $S(\sigma)$ 。このとき微分方程式 (5.28) と (5.29) は、それぞれ  $\sigma$  の関数として以下のように書き表わせる:

$$\frac{d^2\sigma}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\sigma}{dr} + \frac{1}{2} \frac{\partial \ln Z_\sigma(S(\sigma), \sigma, T)}{\partial \sigma} \left( \frac{d\sigma}{dr} \right)^2 = F_\sigma(S(\sigma), \sigma), \quad (5.34)$$

$$\frac{d^2 S}{d\sigma^2} \left( \frac{d\sigma}{dr} \right)^2 + \left( \frac{dS}{d\sigma} \right) \left( \frac{d^2\sigma}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\sigma}{dr} \right) - \frac{1}{2} \frac{\partial Z_\sigma^{-1}(S(\sigma), \sigma, T)}{\partial S} \left( \frac{d\sigma}{dr} \right)^2 = F_S(S(\sigma), \sigma), \quad (5.35)$$

ここで式 (5.28) と (5.29) の右辺を  $F_\sigma(S(\sigma), \sigma)$  と  $F_S(S(\sigma), \sigma)$  と表し、温度  $T$  の依存性は省略した。

このとき  $S(\sigma)$  を与えたとき、式 (5.34) は 1 次元の微分方程式であり、狙い撃ち法を用いて境界条件を満たす解  $\sigma(r)$  を求めることができた。また与えた  $S(\sigma)$  が正しい解であるとき、式 (5.34) によって得られた  $\sigma(r)$  は同様に式 (5.35) を満たす; すなわち式 (5.34) を式 (5.35) に代入した関係式、

$$N(r) = 0 \quad (5.36)$$

が満たされる。ここで以下を  $N(r)$  として定義した:

$$\begin{aligned} N(r) = & \frac{d^2 S}{d\sigma^2}(r) \left( \frac{d\sigma}{dr}(r) \right)^2 + \frac{dS}{d\sigma}(r) F_\sigma(S, \sigma)(r) - F_S(S, \sigma)(r) \\ & - \frac{1}{2} \left( \frac{d\sigma}{dr}(r) \right)^2 \left( \frac{\partial Z_\sigma^{-1}(S, \sigma, T)}{\partial S}(r) + \frac{dS}{d\sigma}(r) \frac{\partial \ln Z_\sigma(S, \sigma, T)}{\partial \sigma}(r) \right). \end{aligned} \quad (5.37)$$

したがって微分方程式 (5.28, 5.29) に対する 2 次元バウンス解  $\sigma(r), S(r)$  を求めることは、 $N(r) = 0$  を満たすトンネリング経路  $S(\sigma)$  を見つけることと等しい。経路変形法は、 $\sigma$ - $S$  平面上のある経路  $S(\sigma)$  を仮定し、 $N(r) = 0$  となるように、経路変形を反復することで、近似的にバウンス解を得る手法である。狙い撃ち法 (左) と経路変形法 (右) における解の探索方法の違いを図 5.5 に示した。2 次元空間上での微調整された初期値の狙い撃ち法による探索は非常に困難であることがわかる。一方経路変形法は解への漸近性を持つ指標を定義することで、反復によって解に近づくことができる手法である。本論では以下の手順に従い経路変形を行う:

初期経路  $S_0(\sigma)$  として 2 つの真空を直線で結ぶ経路を用いる、

$$S_0(\sigma) = \frac{S^B - S^S}{\sigma^B - \sigma^S} (\sigma - \sigma^S) + S^S, \quad (5.38)$$

ここで  $(S^{B,S}, \sigma^{B,S})$  はそれぞれ真の真空と偽の真空の座標であり、偽の真空は  $S^S = \sigma^S = 0$  である。経路  $S(\sigma) = S_0(\sigma)$  として  $\sigma$  に関する微分方程式 (5.34) を狙い撃ち法を用いて解き、このとき得られた解を  $\sigma_0(r)$  とする。<sup>\*3</sup>

次に得られた解  $\sigma_0(r)$  と  $S_0(\sigma_0(r))$  を式 (5.37) の右辺  $N(r)$  に代入し、これを  $N_0(r)$  とする。一般に  $S_0(\sigma_0(r))$  は正しい解ではないため、 $N_0(r) \neq 0$  である。次に仮定する経路  $S_1(\sigma)$  への経路変形を定義する:

$$S_1(\sigma) = S_0(\sigma) + \Delta S_0(\sigma). \quad (5.39)$$

ここで正しい解  $\sigma(r)$  と同じく  $\sigma_0(r)$  も逆関数を持つとする。このとき  $N_0(r)$  も  $\sigma$  の関数として表せる:

$$\hat{N}_0(\sigma) \equiv N_0(r = \sigma_0^{-1}(\sigma)). \quad (5.40)$$

$\hat{N}_0(\sigma)$  に含まれる  $Z_\sigma(S, \sigma, T)$  や  $V_{\text{EFF}}(S, \sigma, T)$  は、 $\sigma$  と  $S$  の依存性のため偽の真空において 0 になるため、偽の真空において  $\hat{N}_0(0) = 0$  が満たされる。また  $\hat{N}_0(\sigma) = 0$  となる非零の  $\sigma$  においては、経路変形  $\Delta S_0(\sigma) = 0$

<sup>\*3</sup> ここで境界条件 (5.30) を満たす解  $\sigma_0(r)$  は、 $\sigma_0(0) \neq \sigma^B$  であり、同じく  $S_0(\sigma)$  の一方の端点は真の真空と一致しない:  $S_0(\sigma_0(0)) \neq S^B$ .

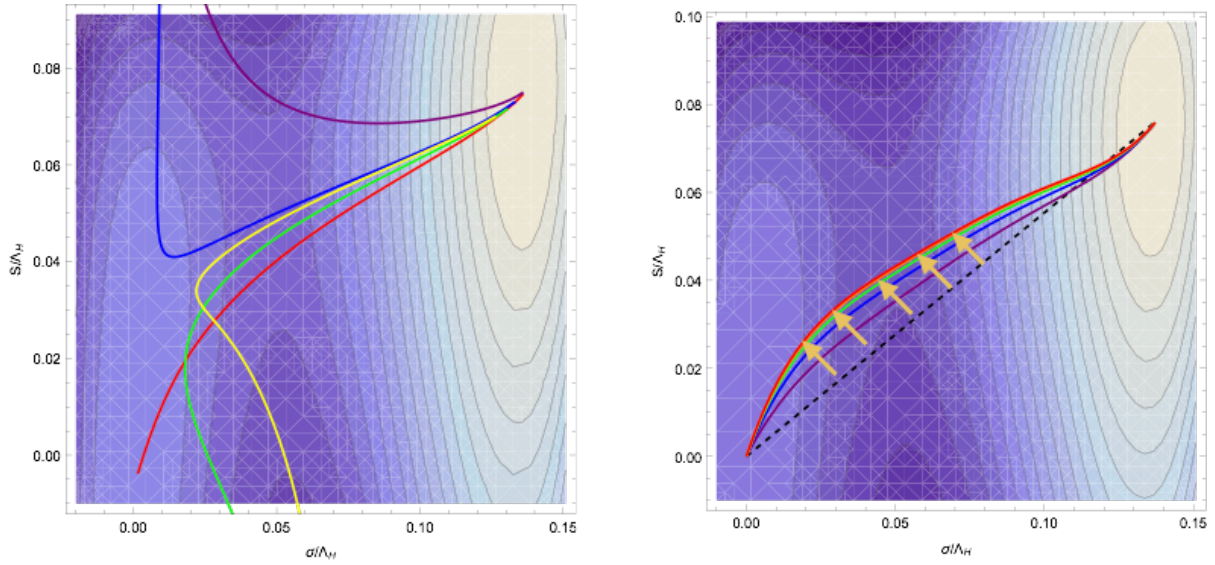


図 5.5: 狙い撃ち法 (左) と経路変形法 (右) における解の探索方法の比較.

になると考えられる. したがって経路変形  $\Delta S_0(\sigma)$  は  $\hat{N}_0(\sigma)$  に比例すると仮定でき,  $(i+1)$  ステップにおける経路  $S_{i+1}(\sigma)$  を以下のように定義する:

$$S_{i+1}(\sigma) = S_i(\sigma) + k\hat{N}_i(\sigma), \quad (5.41)$$

$k$  は次元を持つステップサイズ,  $\hat{N}_i(\sigma) = N_i(r = \sigma_i^{-1}(\sigma))$  である. この仮定のもとで経路  $S_{i+1}(\sigma)$  は境界条件  $\lim_{\sigma \rightarrow 0} S_{i+1}(\sigma) = 0$  を満たす. また  $\sigma_{i+1}(r)$  を得るために,  $\sigma_{i+1}(0)$  の初期値は境界条件  $d\sigma_{i+1}(r)/dr|_{r=0} = 0$  と  $\lim_{r \rightarrow \infty} \sigma_{i+1}(r) = 0$  を満たすように狙い撃ち法によって決められる. 境界条件  $d\sigma_{i+1}(r)/dr|_{r=0} = 0$  が満たされるとき, 境界条件  $dS_{i+1}(\sigma_{i+1}(r))/dr|_{r=0} = 0$  は自動的に満たされている. また  $\sigma_{i+1}(0)$  は  $\sigma_i(0)$  とは異なる点であるため,  $S_{i+1}(\sigma)$  の真の真空側の端点は  $S_{i+1}(\sigma_{i+1}(0))$  に移動する.

数値的に得られる経路  $S_i(\sigma)$  は, [59] に従い 5 次の多項式によってフィットする:

$$S_i(\sigma) = \sum_{k=1}^5 a_k^{(i)} \sigma^k. \quad (5.42)$$

また全ての  $\sigma$  に対して経路誤差が 1% 以下になるステップ数を反復の終了条件とする:

$$\frac{|\Delta S_i(\sigma)|}{S_i(\sigma)} = \frac{|k\hat{N}_i(\sigma)|}{S_i(\sigma)} < 10^{-2}, \quad (5.43)$$

このときのユークリッド作用  $S_3(T)/T$  のステップ間誤差は数 % 以下となる.

## 5.4 隠れたカイラル相転移によるシナリオ検証

4章において、隠れたカイラル一次相転移による暗黒物質生成の可能性を概観した。上述の手法を用いて、隠れたカイラル一次相転移起源の残存重力波スペクトルを予言することによって、将来重力波検出実験におけるシナリオ検証の可能性を議論する。ここでカイラル相転移の次数は、隠れたフェルミオンの電荷に依存せず、[31] で示された暗黒物質を説明できるパラメータ領域において、フレーバー対称性  $SU(3)_V$  は大きく破れていなかった。したがって本論では、加速器実験や暗黒物質探査実験において検証が難しい、(iii)  $y_i = y$  かつ  $Q = 0$  である場合にのみ着目する。<sup>\*4</sup> ここで得られた結果は、 $Q \neq 0$  の場合にも応用が期待できる。

### 5.4.1 ベンチマーク

模型の自由なパラメータは  $(\lambda_H, \lambda_{HS}, \lambda_S, y)$  である。前章と同様に一次相転移が実現する湯川相互作用の大きさ  $y \lesssim 0.006$ 、Planck スケールまでの摂動性とポテンシャルの安定性を要求する：

$$0.13 \lesssim \lambda_H \lesssim 0.14, \quad 0 < \lambda_{HS} < 0.12, \quad 4\lambda_{HS}^2/\lambda_H < \lambda_S \lesssim 0.23. \quad (5.44)$$

ここで  $\lambda_H$  の範囲は Higgs 粒子の質量によるものであり、 $\lambda_S$  の上限と下限はそれぞれ、Planck スケールまでの摂動性とスカラーポテンシャルの安定性に起因する。模型パラメータ  $\lambda_{HS}$  と  $y$  の下限に対する理論的制限はないため、以下の下限を設定しベンチマークを選定する：

$$\lambda_{HS}, y \gtrsim 10^{-4}. \quad (5.45)$$

この下限は隠れた QCD スケールに対する上限  $\Lambda_H < 200$  TeV に対応する。<sup>\*5</sup>

この模型が電弱対称性の破れと暗黒物質の存在を同時に説明するシナリオについて、隠れたカイラル相転移起源重力波による検証可能性を議論したい。ここで仮定するシナリオは、隠れたパイオンが主たる暗黒物質候補となる場合である。<sup>\*6</sup> 上述の理論的制限と仮定のもとで、模型パラメータ  $(\lambda_H, \lambda_{HS}, \lambda_S, y)$  を自由に動かしたとき、 $m_{DM}-\Lambda_H$  平面に予言される領域を図 5.6 に示す；これらは Higgs 場の真空期待値  $\langle h \rangle = 246$  GeV を入力とし、以下の条件を満たす：

$$m_h = 125.09 \pm 0.24 \text{ GeV} [72], \quad \xi_1^{(1)} > 0.99 [72], \quad m_S \simeq 2m_{DM}, \quad (5.46)$$

$m_h$  は Higgs 粒子の質量、 $\xi_1^{(1)}$  は  $h-S$  の混合であり、暗黒物質の残存量はレゾナンスの効果で説明される。また示された領域における色の違いは、隠れたフェルミオンのカレント質量  $y \langle S \rangle$  を隠れた QCD スケール  $\Lambda_H$  によって規格化した値の違いを示す；紫 (オレンジ) 色に近づくほど値  $y \langle S \rangle / \Lambda_H$  は小さく (大きく) なる。ここでスカラー結合定数  $\lambda_S$  に対する理論的制限 (5.44) のため、スカラー伝達粒子  $S$  の質量  $m_S$  は有界であり、レゾナンス条件 ( $m_S \simeq 2m_{DM}$ ) で説明される暗黒物質の質量  $m_{DM}$  も制限され、隠れた QCD スケール  $\Lambda_H$  も  $\lambda_{HS}$  の許される範囲によって制限されている。また本シナリオ検証に用いるベンチマーク点として、色のついた点 A(赤), B(緑), C(紫), D(青) を予言領域の端点から選ぶことにする。

各ベンチマーク点 A–D の模型パラメータ  $(\lambda_H, \lambda_{HS}, \lambda_S, y)$  と、それぞれが予言する物理量  $m_{DM}$ ,  $\Lambda_H$ ,  $y \langle S \rangle / \Lambda_H$  を表 5.1 に示す。点 A と点 B は隠れた QCD スケール  $\Lambda_H$  を可能な限り電弱スケールに近づけた場

<sup>\*4</sup> この隠れたカイラル相転移起源の重力波の検出可能性の議論は、シグマ模型を用いて [126] において議論されている。ここでは実スカラー場の寄与を無視して解析が行われている。

<sup>\*5</sup>  $\Lambda_H$  が非常に大きな場合には、Higgs 質量への大きな補正となる恐れがある。しかしながら図 4.3 に示すように、この大きな  $\Lambda_H$  は結合定数  $\lambda_{HS}, y$  が非常に小さい場合に実現し、このときスカラー粒子の質量  $m_S$  は非常に重いとは限らない。したがって、 $\Lambda_H$  が大きな場合でも、スカラー粒子  $S$  の補正は小さな結合定数のために抑制されている。

<sup>\*6</sup> 隠れたパイオンを暗黒物質と称し、その質量  $m_\phi$  を  $m_{DM}$  と表記する。

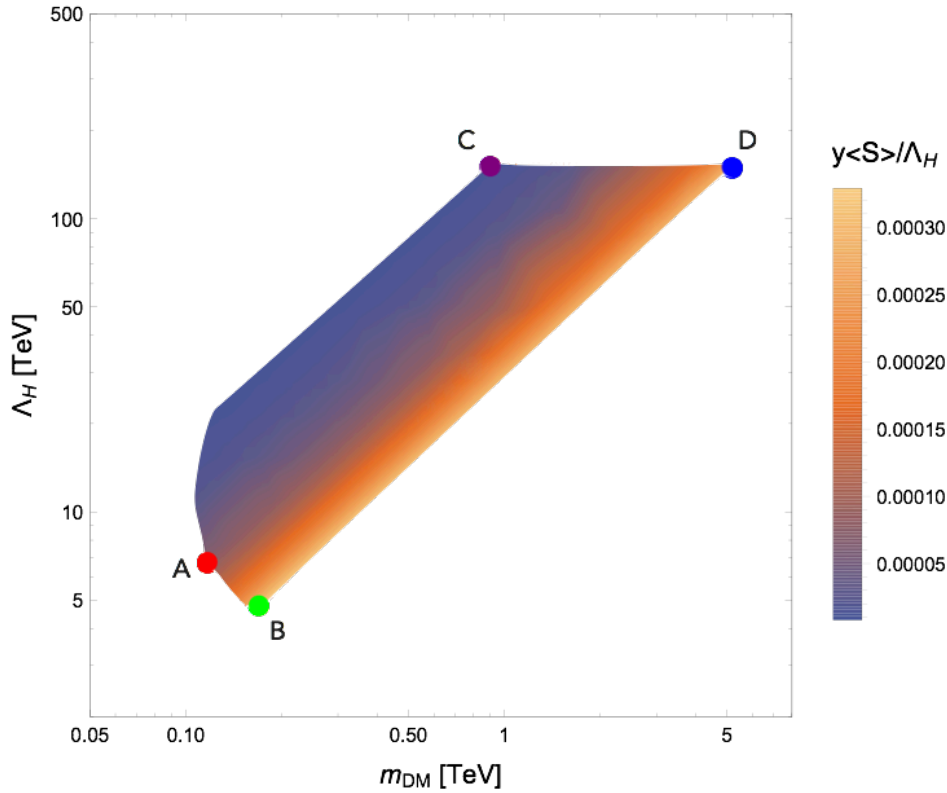


図 5.6:  $m_{\text{DM}}-\Lambda_{\text{H}}$  平面における模型の予言領域. これらの領域は,  $\langle h \rangle = 246 \text{ GeV}$ ,  $m_h = 125.09 \pm 0.24 \text{ GeV}$ ,  $\xi_1^{(1)} > 0.99$  ( $h$ - $S$  の混合),  $m_S \simeq 2m_{\text{DM}}$  と理論的制限 (5.44) を満足する. 色の濃淡はカイラル対称性の陽な破れの指標  $y \langle S \rangle / \Lambda_{\text{H}}$  の値を示す. 色のついた点 A(赤), B(緑), C(紫), D(青) は表 5.1 で定義されるベンチマーク点である.

表 5.1: ベンチマーク点 A-D の模型パラメータ ( $\lambda_{\text{H}}, \lambda_{\text{HS}}, \lambda_{\text{S}}, y$ ) と予言する物理量 ( $m_{\text{DM}}, \Lambda_{\text{H}}, y \langle S \rangle / \Lambda_{\text{H}}$ ).

	$(\lambda_{\text{H}}, \lambda_{\text{HS}}, \lambda_{\text{S}}, y)$	$m_{\text{DM}}$ [TeV]	$\Lambda_{\text{H}}$ [TeV]	$y \langle S \rangle / \Lambda_{\text{H}}$
A	( 0.140, 0.050, 0.054, $8.57 \times 10^{-4}$ )	0.117	6.84	$7.30 \times 10^{-6}$
B	( 0.138, 0.098, 0.230, $3.60 \times 10^{-3}$ )	0.170	4.87	$3.05 \times 10^{-5}$
C	( 0.129, 0.0001, 0.007, $1.07 \times 10^{-4}$ )	0.906	153.1	$8.73 \times 10^{-6}$
D	( 0.130, 0.0001, 0.230, $3.55 \times 10^{-3}$ )	5.20	152.5	$2.90 \times 10^{-5}$

合であり, 反対に点 C と点 D は最も 2 つのスケールを離れた場合に対応する. またカイラル対称性の陽な破れを特徴付ける指標として規格化したカレント質量  $y \langle S \rangle / \Lambda_{\text{H}}$  を用いた.\*7 このカイラル対称性の陽な破れの違いは, 隠れたメソンである暗黒物質の質量  $m_{\text{DM}}$  の違いに現れるが, 湯川結合定数  $y \sim \mathcal{O}(10^{-3})$  のため, 暗黒物質探査実験による検証は難しかった. これら点 A-D を用いて予言される隠れた相転移に着目し, 隠れたセクターの検証可能性を議論する.

\*7 QCD の場合,  $m_u / \Lambda_{\text{QCD}} \sim 6 \times 10^{-3}$  となる. ただし表 3.1 に示す NJL 模型パラメータを用いた.

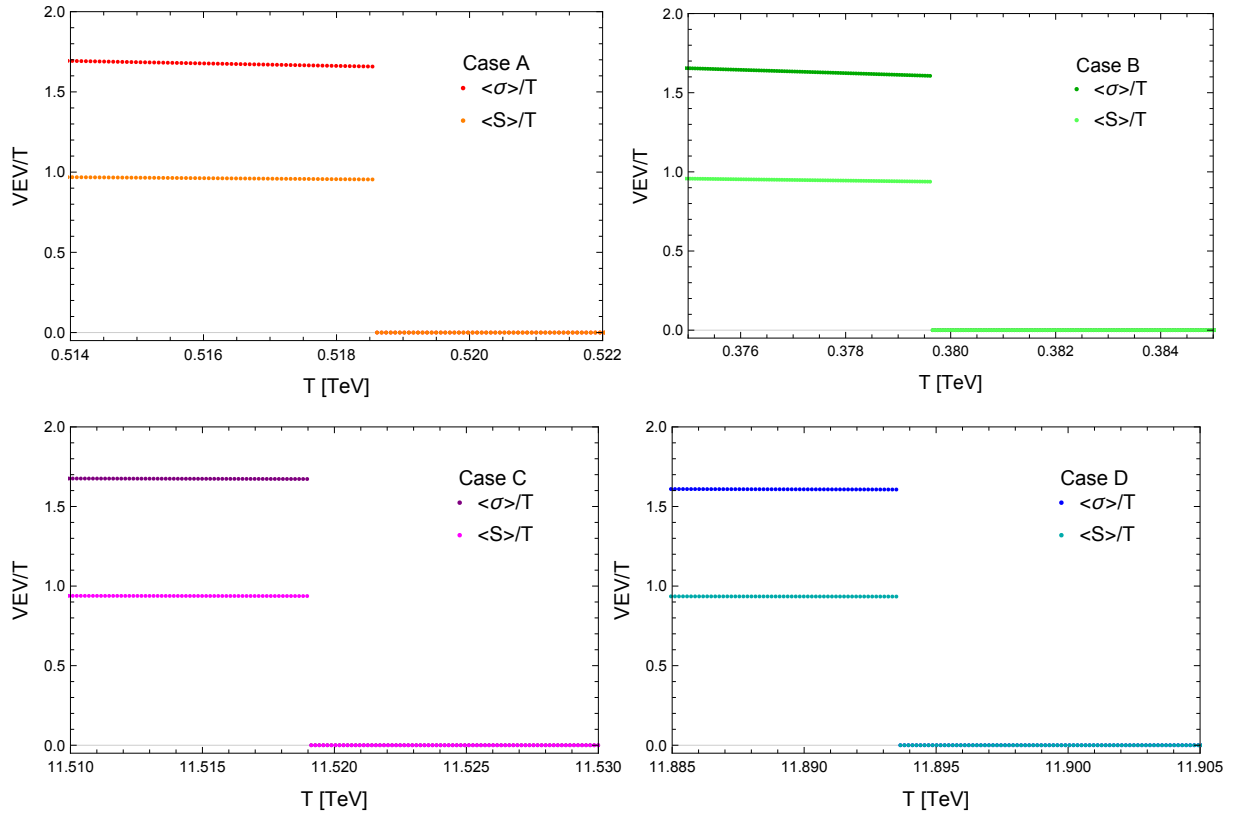


図 5.7: 各ベンチマーク点の  $\langle\sigma\rangle/T$  (暗色) と  $\langle S\rangle/T$  (明色) の温度依存性: A (左上), B (右上), C (左下), D (右下). それぞれに対する模型パラメータは表 5.1 で定義される.

#### 5.4.2 隠れたカイラル相転移と重力波予言パラメータ

有限温度における有効ポテンシャル (4.37) を用いて, 温度効果によってカイラル対称性が回復する ( $\langle\sigma\rangle = 0$  となる) 温度近傍の振る舞いを見る. このときの温度を臨界温度  $T_c$  と呼ぶ. 点 A–D における  $T_c$  付近の  $\langle\sigma\rangle/T$  と  $\langle S\rangle/T$  の温度依存性を図 5.7 に示す. 全てのベンチマーク点は  $\sigma$  と  $S$  に関して, 同時に一次相転移が実現している. それぞれの臨界温度  $T_c$  を以下にまとめる:

$$T_c = \begin{cases} \text{A : } 0.519 & \text{B : } 0.380 \\ \text{C : } 11.519 & \text{D : } 11.894 \end{cases} \text{ TeV} . \quad (5.47)$$

点 C と点 D に関して比較すると, 隠れた QCD スケール  $\Lambda_{\text{H}}^{\text{C}} > \Lambda_{\text{H}}^{\text{D}}$  である一方, 点 D の方が高い温度において相転移が起きていることがわかる. これはカイラル対称性の陽な破れが暗黒物質の質量だけでなく, 相転移における臨界温度にも影響を与えることを示している.

次にバウンス解の 3 次元ユークリッド作用 (5.26) を用いて, 重力波予言パラメータ ( $T_t, \alpha, \tilde{\beta}$ ) を計算する. また式 (5.25) で与えられる泡の加速膨張性の指標  $\alpha_\infty$  は, 今の模型において平均場  $\sigma$  と  $S$  に対して以下のよ



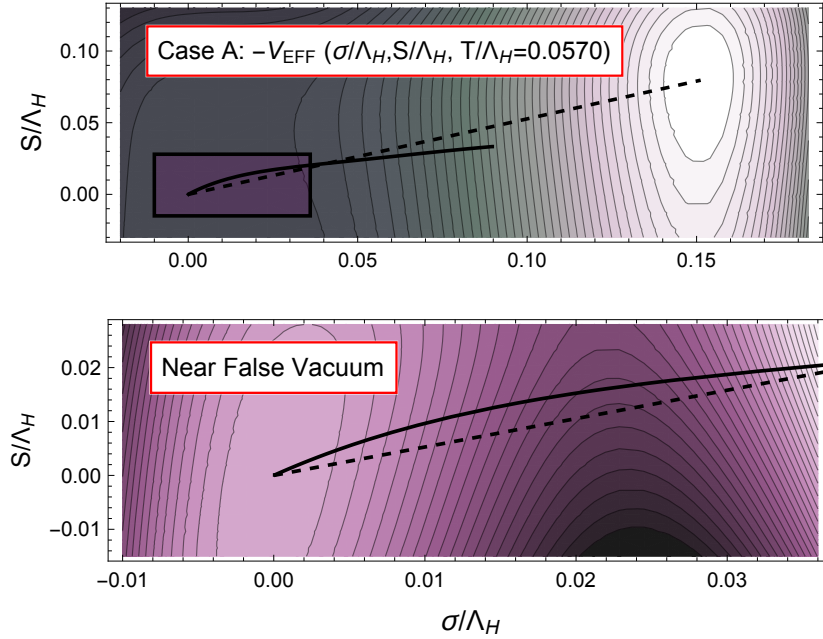


図 5.8: 上部: 表 5.1 で定義される点 A ( $T/\Lambda_H = 0.0570$ ) における有効ポテンシャル  $V_{\text{EFF}}$  の等高線; 初期経路  $S_0(\sigma)$ (黒色破線) と誤差  $|k\hat{N}_{15}(\sigma)|/S_{15}(\sigma) < 10^{-2}$  まで変形された経路  $S_{15}(\sigma)$ (黒色実線). 下部: 偽の真空付近を拡大したもの.

うに与えられる:

$$\begin{aligned} \alpha_\infty &\simeq \frac{30}{24\pi^2 g_*} \left[ n_f \left( \frac{m_\sigma(\langle \varphi_i \rangle)}{T_t} \right)^2 + \left( \frac{m_S(\langle \varphi_i \rangle)}{T_t} \right)^2 \right] \\ &\simeq 1.09 \times 10^{-3} \left[ n_f \left( \frac{2M(\langle \sigma \rangle, \langle S \rangle)}{T_t} \right)^2 + 3\lambda_S \left( \frac{\langle S \rangle}{T_t} \right)^2 \right], \end{aligned} \quad (5.48)$$

ここで  $g_* = 115.75$ , カイラル凝縮場  $\sigma$  が質量  $M$  を持つ隠れたフェルミオンの共鳴状態であることを用いた:  $m_\sigma^2 \simeq (2M)^2$ . また湯川結合定数  $y$  が十分小さいため, この寄与を無視できるとし, 隠れたフェルミオンの質量  $M$  は式 (4.28) で与えられる.

重力波予言パラメータ ( $T_t, \alpha, \tilde{\beta}$ ) と指標  $\alpha_\infty$  の計算を, 表 5.1 で定義されるベンチマーク点 A を例に説明する. バウンス解のユークリッド作用 (5.26) を計算するため, 5.3.2 節に記述した経路変形法を用いて, 境界条件 (5.30) を満たす運動方程式 (5.28, 5.29) の解を導出する. 点 A ( $T = 0.390$  TeV) に対して, 初期経路  $S_0(\sigma)$ (黒色破線) から経路変形法を用いて, 近似的に導出されたトンネリング経路  $S_i(\sigma)$ (黒色実線) を図 5.8 に図示した. このとき反復  $i = 15$  のとき条件 (5.43) が満たされ, このトンネリング経路  $S_{i=15}(\sigma)$  に対応するバウンス解を図 5.9 に示す. このときバウンス解のユークリッド作用は,  $S_3(T)/T = 148.2$  として計算される. 図 5.10 に点 A のユークリッド作用の温度依存性と, 式 (5.20) で与えられる相転移条件を図示した. この相転移温度  $T_t$  を用いて, 重力波予言パラメータ  $\alpha, \tilde{\beta}$  と指標  $\alpha_\infty$  を, それぞれ式 (5.21), (5.24), (5.48) を用いて計算できる.

表 5.1 で定義されるベンチマーク点 A–D の重力波予言パラメータ ( $T_t, \alpha, \tilde{\beta}$ ) と指標  $\alpha_\infty$  を表 5.2 にまとめる. 点 A と点 C のパラメータ  $\alpha$  と  $\tilde{\beta}^{-1}$  は, 点 B と点 D に比べて大きい. これは表 5.1 に記載するベンチマーク点 A–D の模型パラメータと比較すると, カイラル対称性の陽な破れ (湯川結合定数  $y$ ) が小さいほど, パラメータ  $\alpha$  と  $\tilde{\beta}^{-1}$  が大きくなるといえる. これは残存重力波によってこれらの違いを識別できるならば, 模型パ



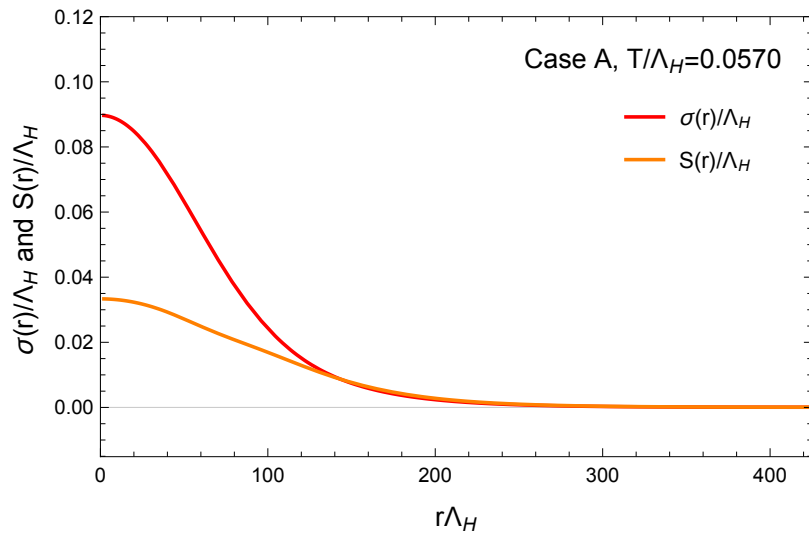


図 5.9: ベンチマーク点 A ( $T/\Lambda_H = 0.0570$ ) におけるバウンス解:  $\sigma(r)/\Lambda_H$ (赤) と  $S(r)/\Lambda_H$ (オレンジ) は図 5.8 における経路  $S_{15}(\sigma)$  (黒色実線) に対応する.

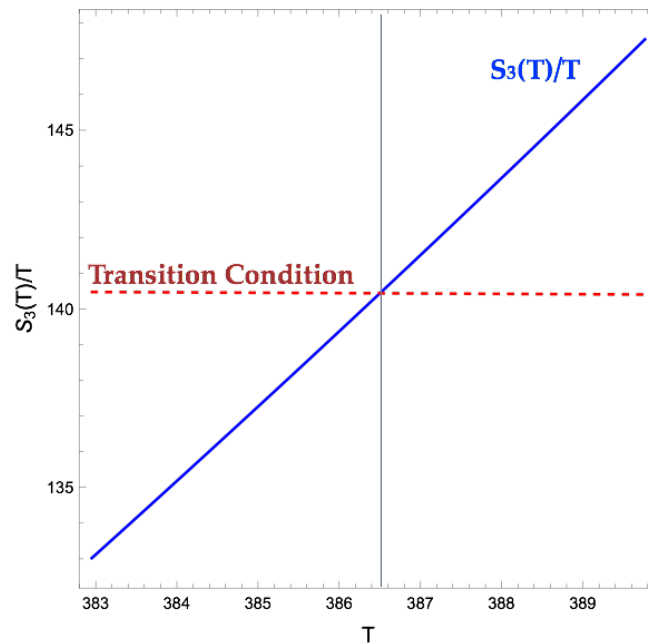


図 5.10: 点 A のユークリッド作用の温度依存性  $S_3(T)/T$  と式 (5.20) で与えられる相転移条件.

ラメータを特定, 制限できることを示唆している. またベンチマーク点 A-D は全て  $\alpha > \alpha_\infty$  であり, これらのカイラル一次相転移によって生成された真空泡は加速膨張し, 残存重力波スペクトルにはプラズマの寄与だけでなくスカラー場の寄与も無視できないことがわかる.

表 5.2: 表 5.1 で定義されるベンチマーク点 A–D の重力波予言パラメータ ( $T_t, \alpha, \tilde{\beta}$ ) と生成された真空泡が加速膨張するかの指標  $\alpha_\infty$ . 相転移温度  $T_t$ , 潜熱とエネルギー密度の比  $\alpha$ , 無次元化された相転移時間の逆数  $\tilde{\beta}$  はそれぞれ式 (5.20), (5.21), (5.24) で定義され, 指標  $\alpha_\infty$  の定義は式 (5.48) に与えられる.

	$T_t$ [TeV]	$\alpha$	$\tilde{\beta}$	$\alpha_\infty$
A	0.387	0.288	$8.24 \times 10^2$	0.116
B	0.306	0.223	$14.86 \times 10^2$	0.092
C	8.731	0.310	$7.15 \times 10^2$	0.125
D	9.480	0.232	$13.29 \times 10^2$	0.095

#### 5.4.3 将来重力波検出実験による検証可能性

前節で得られた結果を用いて, 隠れたカイラル相転移起源の残存重力波スペクトルを予言する. ベンチマーク点 A–D の模型パラメータは表 5.1 で定義され, 各点の重力波予言パラメータは表 5.2 に与えられる. 残存重力波スペクトル (5.5) は, 式 (5.6)–(5.14) によってパラメータ付けされ, 泡が加速膨張する場合 ( $\alpha_\infty < \alpha$ ) の各エネルギー配分  $\kappa_i$  は式 (5.17) で与えられる. また自由なパラメータである泡の壁の速さは,  $v_w = 1$  とする.

各ベンチマーク点 A–D が予言する残存重力波スペクトルを図 5.11 に示す. 全体のスペクトル (実線) は, それぞれスカラー場の寄与 (点線), プラズマの寄与である音波の寄与 (破線) と MHD 乱流の寄与 (鎖線) からなる. また色塗られた領域は, 将来重力波検出実験計画である LISA [42, 43] や DECIGO [44, 45, 46] によって観測可能な領域である; 表記 “LISA-N2A5M5L6” は, [42] の表 1 に与えられる LISA で最も感度が高い設定であり, 表記 “B-DECIGO”, “FP-DECIGO”, “Correlation” は DECIGO で計画されている設計である [44, 45, 46].

図 5.11 からわかるように, 全てのベンチマークにおいて, MHD 乱流の寄与 (鎖線) は無視できるほど小さく,\*<sup>8</sup> 音波の寄与 (破線) が主要な寄与を与え, スペクトルのピークを決めている. 各ベンチマーク点 A–D のスペクトルのピーク点は以下で与えられる:

$$\left( f^{\text{peak}}, h^2 \Omega_{\text{GW}}^{\text{peak}} \right) = \begin{pmatrix} \text{A: } 6.20 \times 10^{-2} \text{ Hz}, & 1.84 \times 10^{-12} \\ \text{B: } 8.82 \times 10^{-2} \text{ Hz}, & 4.88 \times 10^{-13} \\ \text{C: } 1.18 \text{ Hz}, & 2.57 \times 10^{-12} \\ \text{D: } 2.45 \text{ Hz}, & 6.03 \times 10^{-13} \end{pmatrix}. \quad (5.49)$$

点 A と点 B のピーク周波数が  $\sim 0.1$  Hz である一方, 点 C と点 D は数 Hz であり, これは表 5.2 に示す相転移温度  $T_t$  の違いのためであり, 表 5.1 に示す模型パラメータ  $\lambda_{HS}$  の違いに起因する. これらのスペクトルは LISA [42, 43] での観測は難しいが, DECIGO[44, 45, 46] によって観測される可能性がある.

全スペクトル中のスカラー場とプラズマの寄与は, 式 (5.7) と式 (5.10) で与えられる周波数依存性や, 式 (5.6) と式 (5.9) で与えられる  $\tilde{\beta}$  依存性など異なる性質を持つ;  $\tilde{\beta}$  依存性はそれぞれ  $\tilde{\beta}^{-1}$  と  $\tilde{\beta}^{-2}$  である. これらの寄与の強弱はエネルギー配分  $\kappa_i$  に起因し, これは表 5.2 に示すパラメータ  $\alpha, \alpha_\infty$  で特徴付けられる. したがってスカラー場とプラズマの寄与の両方を観測することで, 模型を特定できる可能性がある. 図 5.11 に示すようにスカラー場の寄与は, 高低周波数領域においてスペクトルの傾きを変化させる効果として現れており, 点 C と点 D における低周波数領域における傾きの変化は, DECIGO によって観測される可能性があることがわかる.

\*<sup>8</sup> プラズマの寄与における乱流への配分は  $\kappa_{\text{turb}} = \epsilon \kappa_v$  で与えられ,  $\epsilon$  は自由なパラメータである. ここでは [42] を参考に  $\epsilon = 0.05$  を用いているため, MHD 乱流の寄与は無視できるほど小さくなっている.

最後に図 5.12 にベンチマーク点 A–D を用いて予言される残存重力波スペクトルを, 暗黒物質質量  $m_{\text{DM}}$  と隠れた QCD スケール  $\Lambda_{\text{H}}$  ともにまとめた. これらのベンチマーク点 A–D は, 図 5.6 に示される模型の予言領域の端点から選んだものであり, このシナリオによって説明される暗黒物質候補は隠れた QCD セクターとともに, 隠れたカイラル相転移起源の残存重力波スペクトルを用いて検証できることがわかる. またこれらの結果が実験的に区別できるなら, 隠れたセクターにおけるカイラル対称性の力学的な破れのスケールだけでなく, 陽な破れの大きさを探る手段になり得ることがわかる.

## 5.5 まとめと展望

本章では隠れたカイラル相転移起源の残存重力波スペクトルを用いて, 古典的スケール不変性に基づく拡張模型の検証可能性を議論した. はじめにカイラル一次相転移における真空泡の核形成率を, NJL 模型を平均場近似することで計算する手法を提案した. 複合場を用いてカイラル対称性の力学的破れを記述する NJL 模型において, 平均場であるカイラル凝縮場は, ツリーレベルで運動項を持たない. 1 ループレベルの 2 点頂点関数からカイラル凝縮場の運動項を導出することで, カイラル一次相転移に伴う量子トンネリングを記述するユークリッド作用を定義した. このとき場に依存する波動関数くりこみ定数を含んだ運動方程式となり, バウンス解の存在性は非自明であった. しかし NJL 模型の特徴である複合場条件が, 偽の真空における勾配が消失することを保証し, カイラル一次相転移におけるバウンス解を求めることができることがわかった.

また標準模型と隠れた QCD セクターをスカラー場を介して結合させる拡張は, 隠れたフェルミオンと新たなスカラー場の湯川相互作用項を持つ. 特に隠れたカイラル相転移が一次相転移となると, スカラー場の真空も同時に不連続に変化するため, この寄与は無視できない. ここでは経路変形法をこの 2 次元バウンス解の導出に応用し, 湯川相互作用を含む隠れたカイラル一次相転移による真空泡の核形成率を求めた. 結果として, カイラル対称性の陽に破るスカラー場の寄与は, 相転移を弱める影響を与え, この寄与が残存重力波スペクトルを通して, 検証可能であることがわかった. さらに隠れたセクターのカイラル対称性の陽な破れは, 隠れたメソンの質量と関係を保つため, この残存重力波スペクトルを通して, 模型が予言する暗黒物質候補を検証することができると期待される.

本章では Higgs 場と実スカラー場の結合定数  $\lambda_{HS}$  の下限に対応した,  $\Lambda_{\text{H}} < 200 \text{ TeV}$  を仮定した. この隠れた QCD スケールは隠れたバリオン質量に対応している;  $m_B \sim \Lambda_{\text{H}}$ . 隠れたバリオンは, 隠れたセクターにおけるバリオン数の保存から, 良い暗黒物質候補であった. QCD の類推を用いた [121] の結果は, 隠れたバリオン質量として,  $m_B \sim \Lambda_{\text{H}} \sim \mathcal{O}(100) \text{ TeV}$  を与えている. 隠れたバリオンの対消滅過程にも依存するが, 本論で得られた結果は, 隠れたバリオンを暗黒物質として考えるシナリオにおいて, 隠れたカイラル一次相転移が実現した場合, 期待される残存重力波スペクトルのピークは,  $f^{\text{peak}} \gtrsim \mathcal{O}(1) \text{ Hz}$  であることを示唆している. また本章では隠れたフェルミオンに電荷を仮定しなかった;  $Q = 0$ . 一方電荷を仮定した場合には, 隠れたバリオンは電荷  $3Q$  を持つ安定な粒子である. このような電荷を持った安定粒子の残存量には, Planck 実験から制限が与えられる;  $h^2\Omega_B \lesssim 0.001$ [149]. この制限は今の模型において,  $m_B \sim \Lambda_{\text{H}} \lesssim 5 - 6 \text{ TeV}$  に対応することが確かめられている [31]. カイラル相転移の次数は電荷に依存しないため, 本章で得られた結果は  $Q \neq 0$  の場合にも適用できると考えられ, (iii)  $y_i = y$  を仮定する場合には, 図 5.6 から明らかなように, 許される領域はベンチマーク点 B 付近にのみ限られる. したがって残存重力波スペクトルも同様に, ピーク周波数  $f^{\text{peak}} \sim \mathcal{O}(0.1) \text{ Hz}$  付近に限られることがわかる.

本章で示した結果は, 有効模型による解析のため理論的な不確定性が存在するが, 隠れた QCD セクターが示す定性的な振る舞いを定量的に評価する 1 つの方法の提案となった. 今後の様々なアプローチによる解析によって, 有効模型による結果の不定性改善が期待される. QCD 相転移 ( $N_f = 1 + 2$ ) は, カレント質量の 2 つの極限に対して, 一次相転移を含んだ; 閉じ込め/非閉じ込め相転移, カイラル相転移. 閉じ込め/非閉じ込め相

転移による残存重力波スペクトルは, AdS/QCD 対応から得られる有効模型を用いた試みがある [150]. また閉じ込め/非閉じ込め相転移における潜熱  $\epsilon$  は, 格子計算において計算されている [151, 152]. しかし残存重力波スペクトルの決定には, 真空泡の核形成率の温度変化を計算必要があった; 重力波パラメータ  $\tilde{\beta}$ . 今後格子計算によるこれらの定義と計算により, 理論的不定性の軽減が期待される. 一方, カイラル一次相転移に対しては, Berlin-Wall 問題と呼ばれるカレント質量ゼロ極限における計算量発散性のため, 格子計算による改善は期待できない. 本論で示したような有効模型による解析が重要な役割を果たすだろう.

また本研究では, 真空泡の力学を記述するパラメータを予言することで, 残存重力波スペクトルの予言を行った. このパラメータ付けの不確定性改善も重要である. 重力波シグナルの解析には, Matched-filtering 法が用いられており, テンプレート (理論から予言される波形) を正しく評価することが必要である.\*<sup>9</sup> テンプレート改善に向けた解析的な立場からの試みもある [154, 155]. 2030 年代には LISA が打ち上がり, その後日本の DECIDO 計画が続く. 今後, 様々な分野の成長と協力によって, 隠れた QCD セクターが検証されることを期待したい.

---

\*<sup>9</sup> 詳しいデータ解析は, [153] を参照せよ.

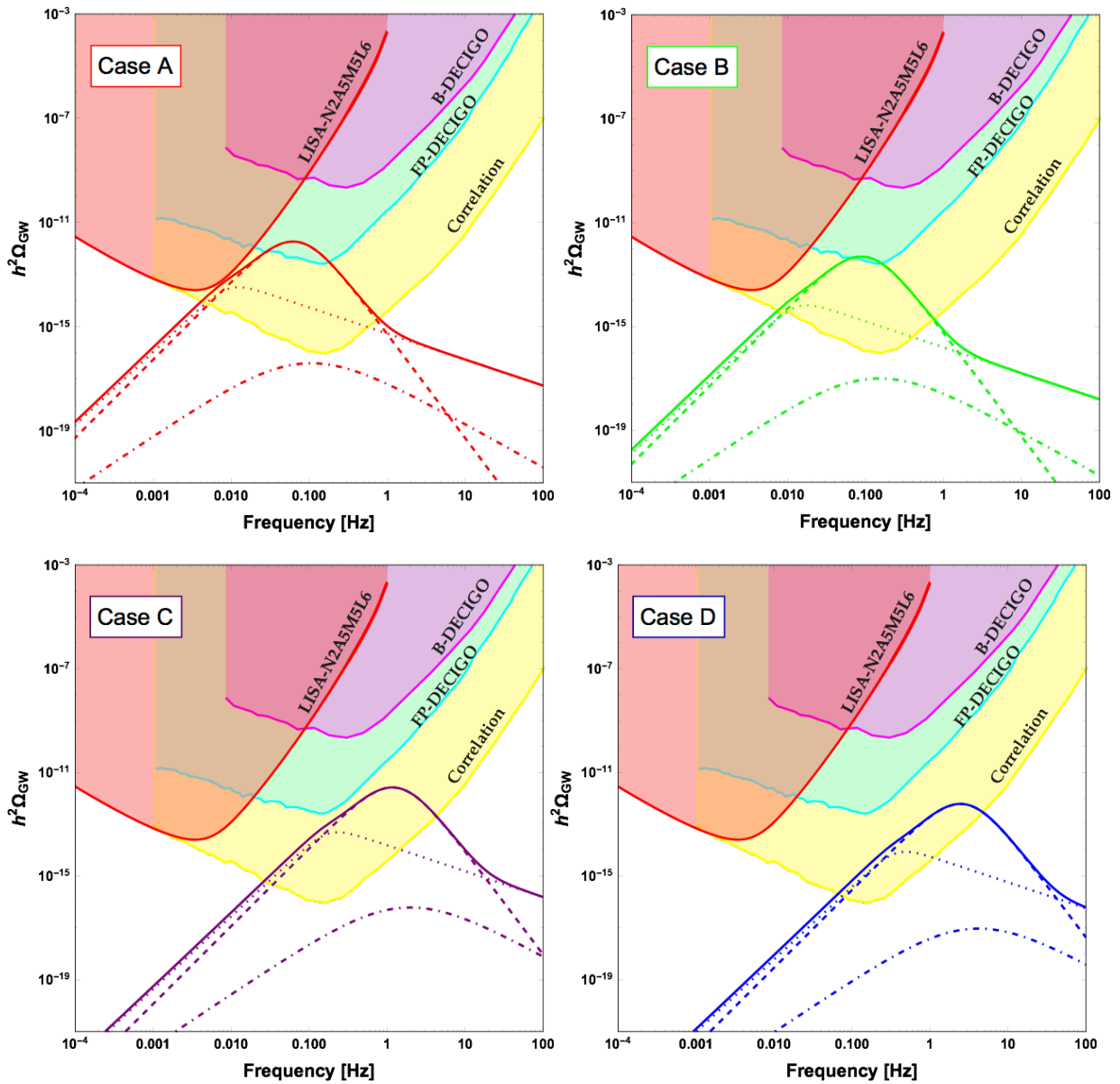


図 5.11: 各ベンチマーク点 A-D が予言する残存重力波スペクトル: A (左上), B (右上), C (左下), D (右下). 合計のスペクトル (実線) は, それぞれスカラー場の寄与 (点線), プラズマの寄与である音波の寄与 (破線) と MHD 乱流の寄与 (鎖線) からなる. 色塗られた領域は, 将来重力波検出実験計画である LISA (LISA-N2A5M5L6 [42, 43]) や DECIGO (B-DECIGO, FP-DECIGO, Correlation [44, 45, 46]) によって観測可能な領域である. ただし泡の壁の速さを  $v_w = 1$  とした.

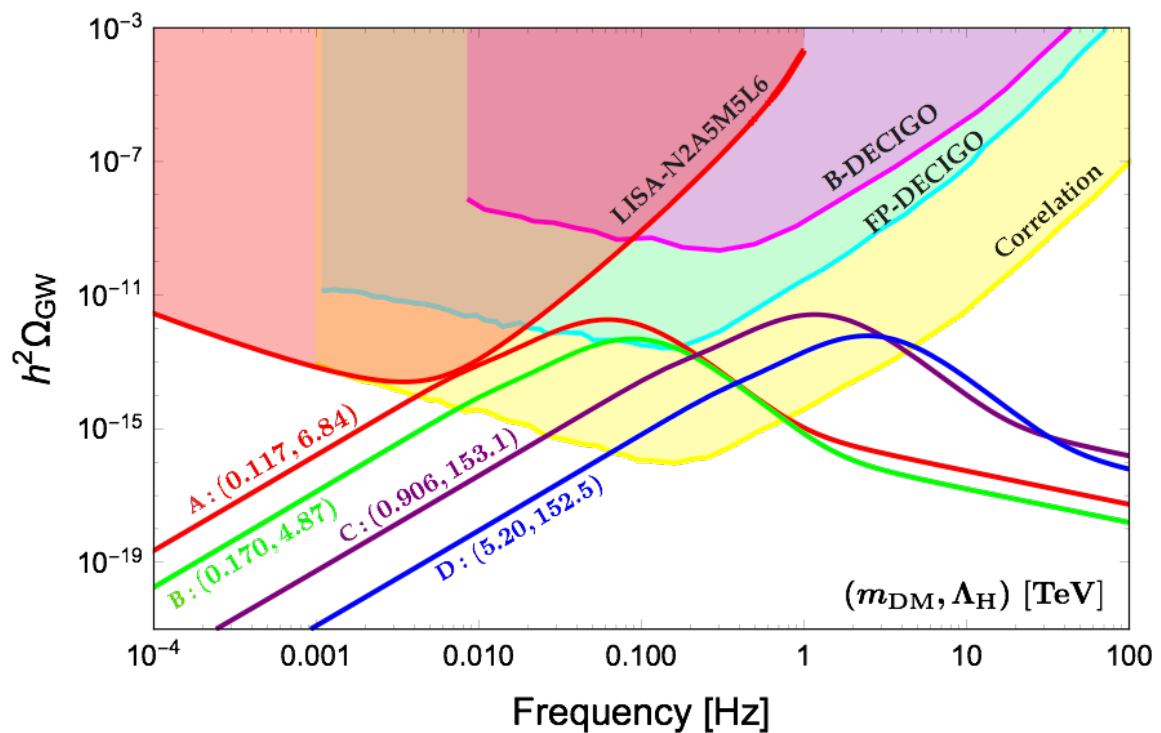


図 5.12: 予言される残存重力波スペクトル: A (赤), B (緑), C (紫), D (青). 各ベンチマーク点を用いて予言される暗黒物質質量  $m_{\text{DM}}$  と隠れた QCD スケール  $\Lambda_{\text{H}}$  を単位 TeV で表記した. 色塗られた領域は, 将来重力波検出実験計画である LISA (LISA-N2A5M5L6 [42, 43]) や DECIGO (B-DECIGO, FP-DECIGO, Correlation [44, 45, 46]) によって観測可能な領域である. ただし泡の壁の速さを  $v_w = 1$  とした.

## 第 6 章

# 結論

本研究では古典的スケール不変性に基づく標準模型の拡張において、隠れた QCD セクターの非摂動効果によるカイラル凝縮によって生成されるスケールを用いて、電弱対称性の破れを説明するシナリオに着目した。このような模型は、一般に新たなスカラー場を媒介した間接的な次元変換シナリオを含む。このようなシナリオにおいて、スカラー場は必ず隠れたセクターのカイラル対称性を陽に破り、この隠れたカイラル対称性の陽な破れが、模型の暗黒物質候補である隠れたメソンの質量起源であった。また Higgs 場とスカラー場の混合は LHC 実験によって厳しく制限され、隠れたフェルミオンとスカラー場の湯川結合が弱い場合には、暗黒物質探査実験での検証は困難であることが知られていた。

本研究では、特に間接的な次元変換シナリオの特徴である、隠れたフェルミオンと新たなスカラー場の湯川相互作用の存在に着目した。カイラル対称性を陽に破る効果は、暗黒物質候補である隠れたメソンの質量と、隠れたカイラル相転移の次数に関係を持つ。また一次相転移が実現する場合には、重力波が生成されることが知られていた。本研究では平均場近似された NJL 模型を用いて、隠れたカイラル一次相転移起源の残存重力波スペクトルを予言する方法を提案し、将来重力波検出実験におけるシナリオ検証の可能性を議論した。実際の QCD をスケールアップできる  $n_c = n_f = 3$  に議論を限定することで、高エネルギーのラグランジアンと同数のパラメータによって隠れたハドロン物理を予言できた。本研究によって定量的に示された隠れたカイラル相転移起源の残存重力波スペクトルの結果は、湯川結合が弱いほど重力波シグナルが強くなる傾向を持ち、シナリオ検証において相補的な役割を果たすことがわかった。将来の重力波検出実験である DECIGO において、暗黒物質を含めた質量起源を説明する隠れた QCD セクターの検証が期待できる。





## 謝辞

本研究を取り組むにあたって、指導してくださった方々に感謝申し上げます。特に指導教員である青木真由美准教授には、日頃から暖かな指導をいただきました。また久保治輔教授には、深く理解する姿勢を学び、インドネシアや中国への短期留学など、国際的な視野を広げる多くの機会をいただきました。青木健一教授の深層学習とくりこみ群に関する研究との出会いによって、素粒子物理の異分野との接点を学んだことで、幅広い分野に興味を持ちながら研究に取り組めたと思います。末松大二郎教授、武田真滋助教、石渡弘治助教には、研究室での気軽な会話を通して、葛藤の多い博士後期課程を、健全に明るく過ごす力をいただきました。研究室秘書の西川涼子さんには、旅費の手続きや物品購入など、研究生活を送る上で必要な多くの助けをいただきました。研究室の先輩である藤間さん、熊本さん、高野さん、柏瀬さん、山田さん、飴谷さんには、セミナーや研究会、研究室でのゼミなど大変お世話になりました。同期である研究室の河内さん、産学連携イノベーション人材養成コースの木ノ内さん、久住さん、水田さん、山本さんには、博士後期課程における同志として、心の支えとなりました。また研究室後輩の坂井さん、藤田さん、金子さん、冨田さんとの議論も有意義で、楽しい雰囲気の中、広い分野の知識を得ることができました。トビタテ! 留学 JAPAN 日本代表プログラムでは、中国高能物理学研究所 (IHEP) への短期留学を支援いただき、プログラムを通じた人との出会いは、自分の将来を考える上で貴重な機会となりました。IHEP への2度の滞在を許可してくださった Zhi-zhong Xing 教授、滞在中にセミナーをする機会を与えてくださった、北京大学の Qing-Hong Cao 准教授には大変感謝しています。また Thomas Konstandin 氏、Germano Nardini 氏、松井俊徳さんとの議論で、相転移起源の重力波についての知識を深めることができました。多くの人と出会い、刺激を受け、非常に有意義な学生生活を送り、研究することができました。最後にこれまで9年間もの学生生活を支えてくれた家族に感謝いたします。



## 付録 A

# 宇宙論の基礎

ここでは宇宙論の基礎をまとめる。計量は、局所座標  $x^\mu = (t, x^i)$  から得られる不変線素を用いて、以下のよう  
に定義される:

$$ds^2 \equiv g_{\mu\nu}(x)dx^\mu dx^\nu . \quad (\text{A.1})$$

また、共変微分演算子  $\nabla$  は一般の  $(k, l)$  テンソルに対して、以下のように作用する:

$$\begin{aligned} \nabla_\sigma T^{\mu_1 \mu_2 \dots \mu_k}_{\nu_1 \nu_2 \dots \nu_l} &= \partial_\sigma T^{\mu_1 \mu_2 \dots \mu_k}_{\nu_1 \nu_2 \dots \nu_l} \\ &+ \Gamma_{\sigma\lambda}^{\mu_1} T^{\lambda \mu_2 \dots \mu_k}_{\nu_1 \nu_2 \dots \nu_l} + \Gamma_{\sigma\lambda}^{\mu_2} T^{\mu_1 \lambda \dots \mu_k}_{\nu_1 \nu_2 \dots \nu_l} + \dots \\ &- \Gamma_{\sigma\nu_1}^\lambda T^{\mu_1 \mu_2 \dots \mu_k}_{\lambda \nu_2 \dots \nu_l} - \Gamma_{\sigma\nu_2}^\lambda T^{\mu_1 \mu_2 \dots \mu_k}_{\nu_1 \lambda \dots \nu_l} - \dots , \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

ここで Christofel 記号は計量を用いて以下のように定義される:

$$\Gamma_{\alpha\beta}^\mu \equiv \frac{1}{2} g^{\mu\lambda} (\partial_\alpha g_{\beta\lambda} + \partial_\beta g_{\alpha\lambda} - \partial_\lambda g_{\alpha\beta}) . \quad (\text{A.3})$$

また Einstein テンソルは以下で定義される:

$$G_{\mu\nu} \equiv R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu} , \quad (\text{A.4})$$

ここで Ricci テンソルは Christofel 記号を用いて以下で定義できる:

$$R_{\mu\nu} \equiv \partial_\lambda \Gamma_{\mu\nu}^\lambda - \partial_\nu \Gamma_{\mu\lambda}^\lambda + \Gamma_{\lambda\rho}^\lambda \Gamma_{\mu\nu}^\rho - \Gamma_{\mu\lambda}^\rho \Gamma_{\nu\rho}^\lambda , \quad (\text{A.5})$$

また Ricci スカラーは以下である:

$$R = R^\mu_\nu = g^{\mu\nu} R_{\mu\nu} . \quad (\text{A.6})$$

## Friedmann-Robertson-Walker 計量

我々の宇宙の計量は、以下の Friedmann-Robertson-Walker (FRW) 計量で与えられる:

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t) \gamma_{ij} dx^i dx^j , \quad (\text{A.7})$$

$a(t)$  はスケール因子、 $\gamma_{ij}$  は以下で定義される:

$$\gamma_{ij} \equiv \delta_{ij} + K \frac{x_i x_j}{1 - K(x_k x^k)} , \quad (\text{A.8})$$

ここで  $K$  は曲率である。座標  $x^i \equiv \{x_1, x_2, x_3\}$  は共動座標であり、物理座標  $x^i_{\text{phys}}$  は、スケール因子と共動座標を用いて表される;  $x^i_{\text{phys}} = a(t)x^i$ 。物体の物理的な速度は、

$$v^i_{\text{phys}} \equiv \frac{dx^i_{\text{phys}}}{dt} = a(t) \frac{dx^i}{dt} + \frac{da}{dt} x^i \equiv v^i_{\text{pec}} + Hx^i_{\text{phys}}, \quad (\text{A.9})$$

ここで共動座標の観測者によって測定される速度を  $v^i_{\text{pec}} \equiv a(t)\dot{x}^i$ 、Hubble パラメータ  $H$  を次のように定義される:

$$H \equiv \frac{\dot{a}}{a}. \quad (\text{A.10})$$

また FRW 計量における Christoffel 記号の非零の要素は、以下のように求められる:

$$\Gamma^0_{ij} = a\dot{a}\gamma_{ij}, \quad \Gamma^i_{0j} = \frac{\dot{a}}{a}\delta^i_j = H\delta^i_j, \quad \Gamma^i_{jk} = \frac{1}{2}\gamma^{il}(\partial_j\gamma_{kl} + \partial_k\gamma_{jl} - \partial_l\gamma_{jk}). \quad (\text{A.11})$$

Ricci テンソルの非零の要素は、次のように求められる:

$$R_{00} = -3\frac{\ddot{a}}{a}, \quad R_{ij} = -\left[\frac{\ddot{a}}{a} + 2\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + 2\frac{K}{a^2}\right]g_{ij}, \quad (\text{A.12})$$

また Ricci スカラーは以下である:

$$R = -6\left[\frac{\ddot{a}}{a} + \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + \frac{K}{a^2}\right]. \quad (\text{A.13})$$

これらを用いて、Einstein テンソル ( $G^\mu_\nu = g^{\mu\lambda}G_{\lambda\nu}$ ) の非零要素は、次のように求められる:

$$G^0_0 = 3\left[\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + \frac{K}{a^2}\right], \quad (\text{A.14})$$

$$G^i_j = \left[2\frac{\ddot{a}}{a} + \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + \frac{K}{a^2}\right]\delta^i_j. \quad (\text{A.15})$$

FRW 計量における粒子数の時間発展について考える。粒子数カレント  $N^\mu$  において、 $N^0$  は全体の粒子数密度であり、 $N^i$  は  $x^i$  方向の粒子の流れである。宇宙が一様等方であるから、 $N^0 = n(t)$ 、 $N^i = 0$  と表せる。したがって粒子数カレントは  $U^\mu \equiv dx^\mu/ds$  を用いて表せるベクトルである、<sup>\*1</sup>

$$N^\mu = nU^\mu. \quad (\text{A.16})$$

全体の粒子数は保存するので、Minkowski 時空において、 $\partial_\mu N^\mu = 0$ 。これは、FRW 時空においても拡張でき、 $\nabla_\mu N^\mu = \partial_\nu N^\nu + \Gamma^\mu_{\nu\lambda}N^\lambda = 0$  である。したがって式 (A.11) を用いて、

$$\frac{dn}{dt} + 3\frac{\dot{a}}{a}n = 0, \quad (\text{A.17})$$

すなわち、粒子数密度  $n(t)$  は、固有体積に比例して減っていくことがわかる;  $n(t) \propto a^{-3}$ 。

また宇宙の一様等方性から、エネルギー-運動量テンソル  $T_{\mu\nu}$  は、完全流体の形となる;

$$T_{\mu\nu} = (\rho + P)U_\mu U_\nu - Pg_{\mu\nu}, \quad (\text{A.18})$$

\*1 共動座標系において、 $U^\mu = (1, 0, 0, 0)$ 。

ここで  $\rho$  はエネルギー密度,  $P$  は圧力である.\*2 エネルギー密度の時間変化について考える. Minkowski 時空において,  $\partial_\mu T^\mu_\nu = 0$  であるから, 粒子数同様, FRW 時空においても拡張でき,  $\nabla_\mu T^\mu_\nu = 0$ . エネルギー密度の時間変化はこの  $\nu = 0$  成分によって次のように与えられる;

$$\frac{d\rho}{dt} + 3\frac{\dot{a}}{a}(\rho + P) = 0. \quad (\text{A.19})$$

状態方程式  $P = \omega\rho$  を用いると, エネルギー密度の時間変化は次のように表せる:

$$\rho \propto a^{-3(1+\omega)}, \quad (\text{A.20})$$

これらは次のように分類される:

$$\rho \propto \begin{cases} a^{-3} & \text{物質 } (\omega = 0) \\ a^{-4} & \text{放射 } (\omega = 1/3) \\ a^0 & \text{真空 } (\omega = -1) \end{cases}. \quad (\text{A.21})$$

## 宇宙の時間発展

宇宙の時間発展は, 以下の Einstein 方程式によって記述される:

$$G_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu}, \quad (\text{A.22})$$

ここで  $G_{\mu\nu}$  は, Einstein テンソル,  $G$  は重力定数,  $T_{\mu\nu}$  はエネルギー運動量テンソルである. FRW 計量の Einstein テンソルは, 式 (A.14) と式 (A.15) として対格的に与えられ, エネルギー運動量テンソルも完全流体の形をとった. これらより, 次の Friedmann 方程式が得られる:

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + \frac{K}{a^2} = \frac{8\pi G}{3}\rho, \quad (\text{A.23})$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3P). \quad (\text{A.24})$$

ここで式 (A.23) は, Hubble パラメータ  $H$  の表式である;

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{K}{a^2}, \quad (\text{A.25})$$

また平坦な宇宙を仮定 ( $K = 0$ ) したエネルギー密度は, 臨界密度と呼ばれる:

$$\rho_c \equiv \frac{3H^2}{8\pi G}. \quad (\text{A.26})$$

この臨界密度  $\rho_c$  を用いて, 無次元密度パラメータは定義される:

$$\Omega \equiv \frac{\rho}{\rho_c} \quad \left( \Omega_X \equiv \frac{\rho_X}{\rho_c} \right). \quad (\text{A.27})$$

また曲率密度パラメータは,  $\Omega_K \equiv -K/(aH^2)$  として定義され, 式 (A.23) は宇宙構成を示す式となる:

$$1 = \Omega + \Omega_K, \quad (\text{A.28})$$

ただし  $\Omega$  には, 宇宙全体のエネルギー密度  $\rho$  と圧力  $P$  を考慮する必要がある; 式 (A.21) で分類される各エネルギー密度  $\rho_X$  の和である:

\*2 共動座標系において,  $T^\mu_\nu = g^{\mu\lambda}T_{\lambda\nu} = \text{diag.}(\rho, -P, -P, -P)$ .

- 物質:  $\rho_m \propto a^{-3}$   
エネルギー密度のうち、主成分が質量であるもの。すなわち非相対論的に振る舞っているもの。通常の観測できる物質 (バリオン) や、暗黒物質の寄与である;  $\rho_m = \rho_b + \rho_{DM}$ .
- 放射:  $\rho_{rad} \propto a^{-4}$   
エネルギー密度のうち、主成分が運動エネルギーであるもの。すなわち相対論的に振る舞っているもの。光子やニュートリノの寄与である;  $\rho_{rad} = \rho_\gamma + \rho_\nu$ . また光速で伝搬する重力波も  $\rho_{GW} \propto a^{-4}$  と振る舞うが、重力相互作用は十分弱く、宇宙の発展の際には脱結合している。
- 真空:  $\rho_{vac} \propto a^0$   
負の圧力を持つ暗黒エネルギー。式 (A.18) において  $P = -\rho$  から、 $T_{\mu\nu}^{vac} = \rho_{vac} g_{\mu\nu}$  に対応する寄与であり、これは宇宙項  $\Lambda$  の寄与に対応する;

$$T_{\mu\nu}^{(\Lambda)} = \frac{\Lambda}{8\pi G} g_{\mu\nu} = \rho_\Lambda g_{\mu\nu} . \quad (\text{A.29})$$

したがって宇宙の時間発展は、式 (A.23) を用いて以下のように評価できる:

$$\frac{H^2}{H_0^2} = \Omega_{rad} a^{-4} + \Omega_m a^{-3} + \Omega_K a^{-2} + \Omega_\Lambda , \quad (\text{A.30})$$

ただし、 $H_0$  は現在 ( $t = t_0$ ) の Hubble パラメータで、スケール因子は  $a(t = t_0) \equiv 1$  と規格化されている。

## 熱平衡状態

内部自由度  $g$  を持つ粒子の数密度  $n$ 、エネルギー密度  $\rho$ 、圧力  $P$  は位相空間分布関数  $f(\mathbf{p})$  を用いて、次のように表せる:

$$n = \frac{g}{(2\pi)^2} \int d^3p f(\mathbf{p}) , \quad \rho = \frac{g}{(2\pi)^2} \int d^3p f(\mathbf{p}) E(\mathbf{p}) , \quad P = \frac{g}{(2\pi)^2} \int d^3p f(\mathbf{p}) \frac{|\mathbf{p}|^2}{3E(\mathbf{p})} , \quad (\text{A.31})$$

ここで粒子の質量  $m$  をとすると、 $E(\mathbf{p}) = \sqrt{m^2 + |\mathbf{p}|^2}$ .

粒子がエネルギーと運動量を有効的に交換する、運動学的な平衡であるとき、これらの分布は Fermi-Dirac (フェルミオン; +), Bose-Einstein (ボソン; -) 分布に従う:

$$f(\mathbf{p}) = \frac{1}{e^{(E(\mathbf{p}) - \mu)/T} \pm 1} . \quad (\text{A.32})$$

平衡の分布関数は、温度  $T$  と化学ポテンシャル  $\mu$  のパラメータを持ち、化学ポテンシャルは温度に依存し、 $\mu(T)$ 、これらは粒子によって異なる。また粒子間 ( $i, j$ ) において、化学ポテンシャル ( $\mu_i, \mu_j$ ) を有効的に交換するとき、これは化学的平衡と呼ばれる; 粒子  $i$  が  $i, j \leftrightarrow k, l$  の相互作用を通して化学的平衡であるとき以下が成り立つ:

$$\mu_i + \mu_j = \mu_k + \mu_l . \quad (\text{A.33})$$

ただし光子の化学ポテンシャルは、 $\mu_\gamma = 0$  である。これら 2 つの平衡が保たれているとき、粒子  $i$  は熱浴  $T_i = T$  との熱平衡状態が実現しており、この熱浴の温度は、光子の温度に対応する;  $T = T_\gamma$ .

## 宇宙膨張における自由度

宇宙初期において、化学ポテンシャルの効果が十分無視できる場合 ( $\mu \ll T$ ) について、式 (A.31) 式で与えられる粒子数密度  $n$ 、エネルギー密度  $\rho$ 、圧力  $P$  の関係についてまとめておく。  $\mu = 0$  としたとき、粒子数密度

$n$ , エネルギー密度  $\rho$ , 圧力  $P$  の積分は以下のように表せる:

$$n = \frac{g}{2\pi^2} \int_0^\infty d|\mathbf{p}| \frac{|\mathbf{p}|^2}{\exp[\sqrt{|\mathbf{p}|^2 + m^2}/T] \pm 1} = \frac{g}{2\pi^2} T^3 I_\pm(r), \quad (\text{A.34})$$

$$\rho = \frac{g}{2\pi^2} \int_0^\infty d|\mathbf{p}| \frac{|\mathbf{p}|^2 \sqrt{|\mathbf{p}|^2 + m^2}}{\exp[\sqrt{|\mathbf{p}|^2 + m^2}/T] \pm 1} = \frac{g}{2\pi^2} T^4 J_\pm(r), \quad (\text{A.35})$$

$$P = \frac{1}{3} \frac{g}{2\pi^2} \int_0^\infty d|\mathbf{p}| \frac{|\mathbf{p}|^4}{\sqrt{|\mathbf{p}|^2 + m^2} \exp[\sqrt{|\mathbf{p}|^2 + m^2}/T] \pm 1} = \frac{1}{3} \frac{g}{2\pi^2} T^4 K_\pm(r), \quad (\text{A.36})$$

ここで  $r = m/T$  とし, 積分関数は以下で定義される;

$$I_\pm(r) \equiv \int_0^\infty dx \frac{x^2}{\exp[\sqrt{x^2 + r^2}] \pm 1}, \quad (\text{A.37})$$

$$J_\pm(r) \equiv \int_0^\infty dx \frac{x^2 \sqrt{x^2 + r^2}}{\exp[\sqrt{x^2 + r^2}] \pm 1}, \quad (\text{A.38})$$

$$K_\pm(r) \equiv \int_0^\infty dx \frac{x^4}{\sqrt{x^2 + r^2} \exp[\sqrt{x^2 + r^2}] \pm 1}, \quad (\text{A.39})$$

ただし  $x = |\mathbf{p}|/T$  とした. これらは一般に数値積分によって実行される. 以下相対論的, 非相対論的極限におけるこれらの振る舞いをまとめておく: これらは積分関数公式を用いることで, 評価が可能である:

$$\int_0^\infty dx \frac{x^n}{e^x - 1} = \zeta(n+1)\Gamma(n+1), \quad \int_0^\infty dx x^n e^{-x^2} = \frac{1}{2}\Gamma((n+1)/2). \quad (\text{A.40})$$

- 相対論的極限 ( $r \rightarrow 0$ ;  $m \ll T$ )

このとき積分関数は以下となる:

$$I_\pm(0) = \int_0^\infty dx \frac{x^2}{e^x \pm 1}, \quad J_\pm(0) = K_\pm(0) = \int_0^\infty dx \frac{x^3}{e^x \pm 1}. \quad (\text{A.41})$$

またこれらは,

$$\frac{1}{e^x + 1} = \frac{1}{e^x - 1} - \frac{2}{e^{2x} - 1}, \quad (\text{A.42})$$

を用いることで,

$$I_+(0) = \int_0^\infty dx x^2 \left( \frac{1}{e^x - 1} - \frac{2}{e^{2x} - 1} \right) = I_-(0) - 2 \left( \frac{1}{2} \right)^3 I_-(0) = \frac{3}{4} I_-(0), \quad (\text{A.43})$$

$$J_+(0) = \int_0^\infty dx x^3 \left( \frac{1}{e^x - 1} - \frac{2}{e^{2x} - 1} \right) = J_-(0) - 2 \left( \frac{1}{2} \right)^4 J_-(0) = \frac{7}{8} J_-(0), \quad (\text{A.44})$$

ここで式 (A.40) を用いて,  $I_-(0) = 2\zeta(3)$ ,  $J_-(0) = 6\zeta(4) = \pi^2/15$  である. したがって, 粒子数密度  $n$  とエネルギー密度  $\rho$  は, 相対論的極限 ( $r \rightarrow 0$ ) において, 以下のように表される:

$$n = \frac{\zeta(3)}{\pi^2} g T^3 \begin{cases} 1 & \text{ボソン} \\ \frac{3}{4} & \text{フェルミオン} \end{cases}, \quad \rho = \frac{\pi^2}{30} g T^4 \begin{cases} 1 & \text{ボソン} \\ \frac{7}{8} & \text{フェルミオン} \end{cases}, \quad (\text{A.45})$$

また  $P = \rho/3$  は明らかである.

- 非相対論的極限 ( $r \gg 1$ ;  $m \gg T$ )

このとき積分関数の指数部が最も大きな寄与であり, また  $x \ll r$  の部分が主要な寄与であるので,

$$e^{-\sqrt{x^2 + r^2}} \approx e^{-r - x^2/(2r)} \quad (\text{A.46})$$

したがって、粒子数密度の積分関数  $I_{\pm}(r)$  に関しては以下のように評価できる:

$$I_{\pm}(r) \approx e^{-r} \int_0^{\infty} dx x^2 e^{-x^2/(2r)} = (2r)^{3/2} e^{-r} \int_0^{\infty} dy y^2 e^{-y^2} = \sqrt{\frac{\pi}{2}} r^{3/2} e^{-r}, \quad (\text{A.47})$$

ここで最後の等号では式 (A.40) を用いた。またその他の積分関数も同様に評価することで、粒子数密度  $n$  とエネルギー密度  $\rho$ 、圧力  $P$  は、非相対論的極限 ( $m \gg T$ ) において、以下のように表される:

$$n = g \left( \frac{mT}{2\pi} \right)^{3/2} e^{-(m-\mu)/T}, \quad (\text{A.48})$$

$$\rho = mn + \frac{3}{2}nT, \quad P = nT \ll \rho, \quad (\text{A.49})$$

ここで粒子数密度  $n$  に対して、化学ポテンシャル  $\mu$  の寄与も表記した。

上述で明らかのように、相対論的な粒子のエネルギー密度が、 $T^4$  で減少する一方、非相対論的な場合には、指数的に急激に減少することがわかる。したがって、熱平衡状態にある全粒子のエネルギー密度は、放射のエネルギー密度  $\rho_{\text{rad}}$  が支配的となる。したがって、全体のエネルギー密度は、相対論的な粒子のエネルギー密度の和として以下のように表せる:

$$\rho_{\text{rad}} = \sum_i \rho_i = \frac{\pi^2}{30} g_* T^4, \quad (\text{A.50})$$

ここで  $g_*$  は相対論的な粒子の自由度の和として、以下のように定義される:

$$g_* \equiv \sum_{i=\text{bosons}} g_i \left( \frac{T_i}{T} \right)^4 + \frac{7}{8} \sum_{i=\text{fermions}} g_i \left( \frac{T_i}{T} \right)^4, \quad (\text{A.51})$$

ただし、各粒子  $i$  に対し温度  $T_i$  が異なることを考慮した。

また宇宙全体のエントロピー  $S$  に対して有効な自由度も考えられる。このときエントロピー密度  $s = S/V$  は、以下のように定義される:

$$s = \sum_i \frac{\rho_i + P_i}{T_i} = \frac{2\pi^2}{45} g_{*S} T^3, \quad (\text{A.52})$$

ここで、エントロピー密度に関係する有効自由度は、以下のように定義される:

$$g_{*S} \equiv \sum_{i=\text{bosons}} g_i \left( \frac{T_i}{T} \right)^3 + \frac{7}{8} \sum_{i=\text{fermions}} g_i \left( \frac{T_i}{T} \right)^3. \quad (\text{A.53})$$

宇宙の発展において、ほとんどの粒子が熱平衡状態であるために、 $g_*$  と  $g_{*S}$  は  $T \sim \mathcal{O}(1)\text{MeV}$  まで一致する。



## 付録 B

# 平均場近似による NJL 模型の解析

NJL 模型のラグランジアンは以下のように定義された:

$$\mathcal{L}_{\text{NJL}} = \text{Tr} \bar{\psi} (i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \psi + 2G \text{Tr} \Phi^\dagger \Phi + G_D (\det \Phi + h.c.) , \quad (\text{B.1})$$

ここで  $m = \text{diag.} (m_u, m_d, m_s)$  であり,

$$(\Phi)_{ij} = \bar{\psi}_i (1 - \gamma_5) \psi_j = \frac{1}{2} \lambda_{ji}^a \text{Tr} \bar{\psi} \lambda^a (1 - \gamma_5) \psi \quad (\text{B.2})$$

である.  $\lambda^a (a = 0, 1, \dots, 8)$  は  $\lambda^0 = \mathbf{1}\sqrt{2/3}$  である Gell-Mann 行列である.

Bogoliubov-Valatin 変換された真空  $|\rangle$  を定義し, この状態についての平均場近似を行う. この新しい真空での自由なラグランジアン  $\mathcal{L}_0$  についての正規積は, 任意の演算子  $O$  に対して次のように定義される:

$$:O: \equiv O - \langle O \rangle . \quad (\text{B.3})$$

まず簡単な例として複合場  $\Phi_i = \bar{\psi}_i \psi_i$  の 2 次と 3 次の項について平均場近似を行う. ここで  $\sum_{(i,j)}$  と  $\sum_{(i,j,k)}$  は添え字を循環的に足し合わせることを意味する. はじめに複合場の 2 次の項は次のようになる.

$$\begin{aligned} \Phi_i \Phi_j &= (\langle \Phi_i \rangle + F_i) (\langle \Phi_j \rangle + F_j) \\ &= \sum_{(i,j)} \langle \Phi_i \rangle F_j + \langle \Phi_i \rangle \langle \Phi_j \rangle + F_i F_j \\ &= \sum_{(i,j)} \langle \Phi_i \rangle (\Phi_j - \langle \Phi_j \rangle) + \langle \Phi_i \rangle \langle \Phi_j \rangle + F_i F_j \\ &= \sum_{(i,j)} \langle \Phi_i \rangle \Phi_j - 2 \langle \Phi_i \rangle \langle \Phi_j \rangle + \langle \Phi_i \rangle \langle \Phi_j \rangle + F_i F_j \\ &= \sum_{(i,j)} \langle \Phi_i \rangle \Phi_j - \langle \Phi_i \rangle \langle \Phi_j \rangle + F_i F_j , \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

ここで  $F_i F_j =: \Phi_i \Phi_j :$  である. また同様に複合場の 3 次の項は次のように表せる.

$$\begin{aligned} \Phi_i \Phi_j \Phi_k &= (\langle \Phi_i \rangle + F_i) (\langle \Phi_j \rangle + F_j) (\langle \Phi_k \rangle + F_k) \\ &= \sum_{(i,j,k)} (\langle \Phi_i \rangle \langle \Phi_j \rangle F_k + \langle \Phi_i \rangle F_j F_k) + \langle \Phi_i \rangle \langle \Phi_j \rangle \langle \Phi_k \rangle + F_i F_j F_k \\ &= \sum_{(i,j,k)} \langle \Phi_i \rangle \langle \Phi_j \rangle (\Phi_k - \langle \Phi_k \rangle) + \langle \Phi_i \rangle \langle \Phi_j \rangle \langle \Phi_k \rangle + \sum_{(i,j,k)} \langle \Phi_i \rangle F_j F_k + F_i F_j F_k \\ &= \sum_{(i,j,k)} \langle \Phi_i \rangle \langle \Phi_j \rangle \Phi_k - 3 \langle \Phi_i \rangle \langle \Phi_j \rangle \langle \Phi_k \rangle + \langle \Phi_i \rangle \langle \Phi_j \rangle \langle \Phi_k \rangle + \sum_{(i,j,k)} \langle \Phi_i \rangle F_j F_k + F_i F_j F_k \\ &= \sum_{(i,j,k)} \langle \Phi_i \rangle \langle \Phi_j \rangle \Phi_k - 2 \langle \Phi_i \rangle \langle \Phi_j \rangle \langle \Phi_k \rangle + \sum_{(i,j,k)} \langle \Phi_i \rangle F_j F_k + F_i F_j F_k , \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

ここで  $F_i F_j F_k =: \Phi_i \Phi_j \Phi_k :$  である. これらを用いて模型の平均場近似を行う.

平均場  $\sigma_i$  と  $\phi_a$  を Bardeen-Cooper-Schieffer 真空に次のように定義する:

$$\varphi \equiv \langle \Phi \rangle = -\frac{1}{4G} \left( \text{diag.}(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) + i(\lambda^a)^T \phi^a \right) \quad (\text{B.6})$$

式 (B.1) の 2 項目の 4 体フェルミ相互作用については, 式 (B.4) を用いることで次のように平均場近似することができる:

$$\text{Tr}(\Phi^\dagger \Phi) = \text{Tr} \varphi^\dagger \Phi + \text{Tr} \Phi^\dagger \varphi - \text{Tr} \varphi^\dagger \varphi + : \text{Tr} \Phi^\dagger \Phi : \quad (\text{B.7})$$

また式 (B.1) の 3 項目の 6 体フェルミ相互作用については, Cayley-Hamilton 定理を用いることで,

$$\det \Phi = \frac{1}{3} \text{Tr} \Phi^3 - \frac{1}{2} \text{Tr} \Phi^2 \text{Tr} \Phi + \frac{1}{6} (\text{Tr} \Phi)^3 \quad (\text{B.8})$$

と複合場の 3 次の項として展開することができる. これらは式 (B.5) を用いることで, 次のように平均場近似することができる:

$$\text{Tr} \Phi^3 = 3 \text{Tr} \varphi^2 \Phi - 2 \text{Tr} \varphi^3 + \mathcal{O}(: \Phi^2 :) \quad (\text{B.9})$$

$$\text{Tr} \Phi^2 \text{Tr} \Phi = \text{Tr} \varphi^2 \text{Tr} \Phi + 2 \text{Tr} \varphi \Phi \text{Tr} \Phi - \text{Tr} \varphi^2 \text{Tr} \varphi + \mathcal{O}(: \Phi^2 :) \quad (\text{B.10})$$

$$(\text{Tr} \Phi)^3 = 3 (\text{Tr} \varphi)^2 \text{Tr} \Phi - 2 (\text{Tr} \varphi)^3 + \mathcal{O}(: \Phi^2 :) \quad (\text{B.11})$$

これらを用いて NJL 模型のラグランジアン  $\mathcal{L}_{\text{NJL}}$  は式 (3.8) によって次のように平均場近似される:

$$\mathcal{L}_{\text{NJL}} = \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_I \quad (\text{B.12})$$

ここで  $\mathcal{L}_0$  は式 (B.6) の基底状態における自由なラグランジアンであり,  $\mathcal{L}_I$  はこの真空において  $\langle 0 | \mathcal{L}_I | 0 \rangle = 0$  となる相互作用項である.  $\mathcal{L}_0$  は次のように与えられる:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_0 = & \text{Tr} \bar{\psi} (i \not{\partial} - m) \psi + 2G (\text{Tr} \varphi^\dagger \Phi + \text{Tr} \Phi^\dagger \varphi - \text{Tr} \varphi^\dagger \varphi) - 2G_D (\det \varphi + \det \varphi^\dagger) \\ & + G_D \left( \text{Tr} \varphi^2 \text{Tr} \Phi - \text{Tr} \varphi \Phi \text{Tr} \Phi - \frac{1}{2} \text{Tr} \varphi \text{Tr} \Phi + \frac{1}{2} (\text{Tr} \varphi)^2 \text{Tr} \Phi + \text{h.c.} \right). \end{aligned} \quad (\text{B.13})$$

## 付録 C

# 有限温度効果

### 真空エネルギーの温度効果

ボゾンとフェルミオンに対する熱効果関数は以下で定義される:

$$J_{B,F}(r^2) = \int_0^\infty dx x^2 \ln \left( 1 \mp e^{-\sqrt{x^2+r^2}} \right), \quad (\text{C.1})$$

ただし本論では上の数値積分結果を次のフィット関数を用いてフィットを行った:

$$J_{B,F}(r^2) = e^{-r^2} \sum_{n=0}^{40} c_n^{B,F} r^{2n}. \quad (\text{C.2})$$

### 松原和に関する公式

有限温度での定式化において、時間方向の運動量積分が松原和に変更される:

$$k_0 = i\omega_n = \begin{cases} 2\pi n T i & \text{ボゾン} \\ \pi(2n+1) T i & \text{フェルミオン} \end{cases} \quad (n \in \mathbf{Z}). \quad (\text{C.3})$$

有限温度効果をここで虚軸上に沿って特異点を持たない関数  $f(k_0)$  についての松原和を考える,

$$T \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(k_0 = i\omega_n).$$

ここで  $k_0$  は Minkowski 時空における 4 元ベクトルの 4 成分目として考える. 上の式 (C.3) で与えられる松原周波数の和は, 以下の重み関数  $h$  を用いた複素線積分として表せる:

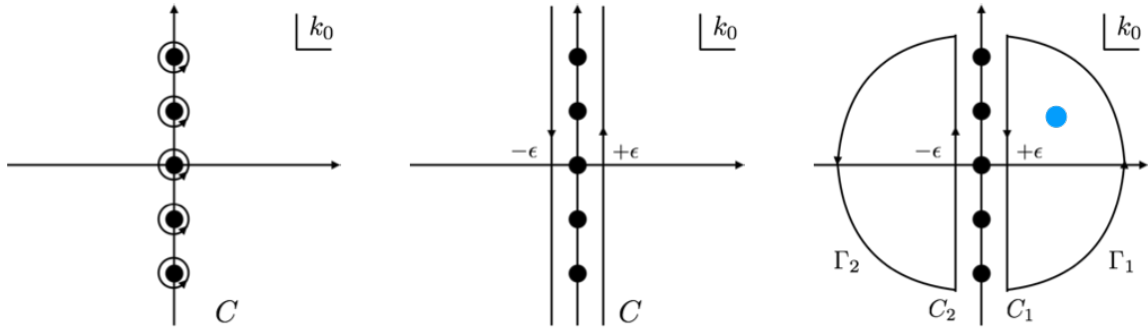
$$\frac{T}{2\pi i} \oint_C dk_0 f(k_0) h(k_0) \quad (\text{C.4})$$

ここで閉曲線  $C$  は図 C.1(左) であり, 関数  $h(k_0)$  は  $k_0 = i\omega_n$  において極を持つ重み関数である;

$$h(k_0) = \begin{cases} \frac{1}{2}\beta \coth\left(\frac{1}{2}\beta k_0\right) = \beta \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{e^{\beta k_0} - 1}\right) & \text{ボゾン} \\ \frac{1}{2}\beta \tanh\left(\frac{1}{2}\beta k_0\right) = \beta \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{e^{\beta k_0} + 1}\right) & \text{フェルミオン} \end{cases} \quad \left(\beta = \frac{1}{T}\right), \quad (\text{C.5})$$

すなわち, 閉曲線  $C$  で囲まれた全ての留数を拾い上げることが, 松原和を取ることに等しい. そのため図 C.1(中) のように, これらの極を大きく囲む閉曲線として  $C$  を変形する.

$$\begin{aligned} \frac{T}{2\pi i} \oint_C dk_0 f(k_0) h(k_0) &= \frac{T}{2\pi i} \int_{-i\infty+\epsilon}^{i\infty+\epsilon} dk_0 f(k_0) h(k_0) + \frac{T}{2\pi i} \int_{i\infty-\epsilon}^{-i\infty-\epsilon} dk_0 f(k_0) h(k_0) \\ &= -\frac{T}{2\pi i} \left( \oint_{C_1} - \int_{\Gamma_1} \right) dk_0 f(k_0) h(k_0) - \frac{T}{2\pi i} \left( \oint_{C_2} + \int_{\Gamma_2} \right) dk_0 f(k_0) h(k_0). \end{aligned}$$

図 C.1: 複素積分における閉曲線  $C$ .

このとき閉曲線  $C$  を図 C.1(右) に示すように、閉曲線を関数  $f(k_0)$  の極を囲む  $C_1$  のように変形すると、関数  $f(k_0)$  の極の留数を全て拾いあげることで、関数  $f(k_0)h(k_0)$  の虚軸上の極について和を取ることができるとがわかる。すなわち松原和は、このとき以下の対応を持つ:

$$T \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(k_0 = i\omega_n) = -T \sum_{\text{poles}} \text{Res} f(k_0)h(k_0). \quad (\text{C.6})$$

また式 (C.5) で与えられる重み関数  $h(k_0)$  における双曲線関数の性質を用いて、この極から温度依存性を持つ項を分割されることがわかる;

$$\begin{aligned} & \frac{T}{2\pi i} \oint_C dk_0 f(k_0)h(k_0) \\ &= \int_{-i\infty}^{i\infty} \frac{dk_0}{2\pi i} \frac{1}{2} [f(k_0) + f(-k_0)] + \int_{-i\infty+\epsilon}^{i\infty+\epsilon} \frac{dk_0}{2\pi i} [f(k_0) + f(-k_0)] \frac{1}{e^{\beta k_0} \mp 1}. \end{aligned} \quad (\text{C.7})$$

ただし性質  $h(k_0) = -h(-k_0)$  を用いて、 $k_0 \rightarrow -k_0$  とした。これらの方法を波動関数くりこみ定数の温度効果を求める際に使用した。

## 波動関数くりこみ定数の温度効果

5章で用いる波動関数くりこみ定数は以下のように求められる:

$$Z_{\sigma}^{-1}(S, \sigma) = - \left(1 - \frac{G_D}{4G^2} \sigma\right)^2 3n_c \frac{d}{dp^2} I_{\varphi^2}(p^2, M; \Lambda_H) \Big|_{p^2=0},$$

ここで  $I_{\varphi^2}$  は式 (3.23) で与えられ、その微分は以下で与えられる、

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dp^2} I_{\varphi^2}(p^2, M) \Big|_{p^2=0} \\ &= -4 \int \frac{d^4 k}{i(2\pi)^4} \frac{1}{(k^2 - M^2)^2} + 4 \int \frac{d^4 k}{i(2\pi)^4} \frac{2M^2}{(k^2 - M^2)^3} \equiv -4I_A(M) + 4I_B(M), \end{aligned}$$

ここで2つの積分関数を  $I_A$  と  $I_B$  として定義した。フェルミオンに関する有限温度効果は以下の積分によって評価できる:

$$I_A = \frac{T}{2\pi i} \oint_C \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \frac{1}{(k_0^2 - \omega^2)^2} \frac{1}{2} \beta \tanh\left(\frac{1}{2}\beta k_0\right) = A_F^0(M; \Lambda_H) + A_F(u^2), \quad (\text{C.8})$$

$$I_B = \frac{T}{2\pi i} \oint_C \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \frac{2M^2}{(k_0^2 - \omega^2)^3} \frac{1}{2} \beta \tanh\left(\frac{1}{2}\beta k_0\right) = B_F^0(M; \Lambda_H) + B_F(u^2), \quad (\text{C.9})$$

ここで  $\beta = 1/T$ ,  $k_0 = i\omega_n = i\pi(2n+1)T$ ,  $u = M/T$  であり, 関数  $\frac{1}{2}\beta \tanh(\frac{1}{2}\beta k_0)$  は  $k_0$  において極を持つ. ゼロ温度の要素については, 4次元カットオフを用いて以下のように与えられる:

$$A_F^0(M; \Lambda_H) = \int_{\Lambda_H} \frac{d^4 k_E}{(2\pi)^4} \frac{1}{(k_E^2 + M^2)^2} = \frac{1}{(4\pi)^2} \frac{1}{2} \left[ \ln \left( 1 + \frac{\Lambda_H^2}{M^2} \right) - \frac{\Lambda_H^2}{\Lambda_H^2 + M^2} \right], \quad (\text{C.10})$$

$$B_F^0(M; \Lambda_H) = - \int_{\Lambda_H} \frac{d^4 k_E}{(2\pi)^4} \frac{2M^2}{(k_E^2 + M^2)^3} = - \frac{1}{(4\pi)^2} \frac{\Lambda_H^4}{2(\Lambda_H^2 + M^2)^2}. \quad (\text{C.11})$$

ここでそれぞれ極を足しあげること, 熱効果関数は以下のように計算される:

$A_F(u^2)$  は,  $k_0 = \omega$  において, 2位の極を持つ;

$$\begin{aligned} A_F(u^2) &= \int_{-i\infty+\epsilon}^{i\infty+\epsilon} \frac{dk_0}{2\pi i} \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \frac{2}{(k_0 - \omega)^2 (k_0 + \omega)^2} \frac{1}{e^{\beta k_0} + 1} \\ &= \lim_{k_0 \rightarrow \omega} \frac{d}{dk_0} \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \frac{2(k_0 - \omega)^2}{(k_0 - \omega)^2 (k_0 + \omega)^2} \frac{1}{e^{\beta k_0} + 1} \\ &= - \frac{1}{4\pi^2} \int_0^\infty dx \frac{x^2}{(\sqrt{x^2 + u^2})^3} \frac{1}{1 + e^{\sqrt{x^2 + u^2}}} \\ &\quad - \frac{1}{8\pi^2} \int_0^\infty dx \frac{x^2}{(\sqrt{x^2 + u^2})^2} \frac{1}{1 + \cosh \sqrt{x^2 + u^2}}, \end{aligned} \quad (\text{C.12})$$

ただし  $A_F(u^2)$  は, 原点  $u = 0$  において対数発散  $\ln u$  を含む.

$B_F(u^2)$  は  $k_0 = \omega$  において 3位の極を持つ;

$$\begin{aligned} B_F(u^2) &= \int_{-i\infty+\epsilon}^{i\infty+\epsilon} \frac{dk_0}{2\pi i} \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \frac{4M^2}{(k_0 - \omega)^3 (k_0 + \omega)^3} \frac{1}{e^{\beta k_0} + 1} \\ &= 4M^2 \lim_{k_0 \rightarrow \omega} \frac{1}{2!} \frac{d^2}{dk_0^2} \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \frac{(k_0 - \omega)^3}{(k_0 - \omega)^3 (k_0 + \omega)^3} \frac{1}{e^{\beta k_0} + 1} \\ &= \frac{2u^2}{\pi^2} \left[ 3 \int_0^\infty dx \frac{x^2}{(\sqrt{x^2 + u^2})^5} \frac{1}{1 + e^{\sqrt{x^2 + u^2}}} \right. \\ &\quad + 3 \int_0^\infty dx \frac{x^2}{(\sqrt{x^2 + u^2})^4} \frac{1}{1 + \cosh \sqrt{x^2 + u^2}} \\ &\quad \left. + \int_0^\infty dx \frac{x^2}{(\sqrt{x^2 + u^2})^3} \frac{1}{1 + \cos \sqrt{x^2 + u^2}} \tanh \left( \frac{1}{2} \sqrt{x^2 + u^2} \right) \right]. \end{aligned} \quad (\text{C.13})$$

本論では熱効果関数の数値積分結果を以下のフィット関数を用いてフィットした:

$$A_F(u^2) = \frac{1}{8\pi^2} \ln u + e^{-u} \sum_{n=0}^{40} a_n u^n, \quad (\text{C.14})$$

$$B_F(u^2) = e^{-u} \sum_{n=0}^{40} b_n u^n. \quad (\text{C.15})$$



## 付録 D

# 経路変形法による多次元バウンス解の求解

本研究は 2 次元バウンス解の解法として、経路変形法のアイデアを用いた。ここでは一般的な多次元バウンス解の経路変形法による求解方法を紹介する [131]。スカラー場  $\phi_i$  に対する以下のラグランジアンを考える：

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi_i)(\partial^\mu \phi_i) - V(\phi_i). \quad (\text{D.1})$$

このときバウンス解は、以下のユークリッド作用を最大化するものとして求められる、

$$S_E = \int d^4x \left[ \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi_i)(\partial^\mu \phi_i) + V(\phi_i, T) \right]. \quad (\text{D.2})$$

このとき有限温度においては、 $S_E(T) = S_3(T)/T$ 。O(3) 対称性を仮定したとき、以下の 3 次元ユークリッド作用をえる： $r^2 = \sum x_i^2$  とし、

$$S_3(T) = \int d^3r \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{d\phi_i}{dr} \right)^2 + V(\phi_i, T) \right]. \quad (\text{D.3})$$

したがって、バウンス解  $\phi_i(r)$  に対する運動方程式は次のように与えられる：

$$\frac{d^2\phi_i}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\phi_i}{dr} = \frac{\partial V(\phi, T)}{\partial \phi_i}, \quad (\text{D.4})$$

ただし、次の境界条件を満たす：

$$\phi_i(\infty) = \frac{d\phi_i(\infty)}{dr} = \frac{d\phi_i(0)}{dr} = 0. \quad (\text{D.5})$$

境界条件 (D.4) を満たす連立微分方程式 (D.4) の初期値の探索は困難である。経路変形法は、微分方程式の数を狙い撃ち法を用いることができる 1 つに減らす手法である。ここではその手法を紹介する。

はじめに、多次元のポテンシャル上のトンネリングが、経路  $\phi_i = \phi_i(x)$  で起こると仮定する。このとき  $x$  は、経路をパラメータ付する変数であり、 $\sum_i (d\phi_i/dx)^2 = 1$  を要求する。このとき運動方程式は、以下のように書き換えることができる：

$$\frac{d\phi_i}{dx} \left( \frac{d^2x}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dx}{dr} \right) + \frac{d^2\phi_i}{dx^2} \left( \frac{dx}{dr} \right)^2 = \frac{\partial V(\phi, T)}{\partial \phi_i}. \quad (\text{D.6})$$

さらに  $x$  が次の微分方程式を満たすとすると：

$$\frac{d^2x}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dx}{dr} = \frac{\partial V(\phi(x), T)}{\partial x}, \quad (\text{D.7})$$

ここでこの運動方程式は、狙い撃ち法によって解を得ることができる。また  $x$  方向の微分は以下のように書き表わせる:

$$\nabla_{\parallel} \equiv \frac{\partial}{\partial x} e_{\parallel}(x) = \sum_i \frac{d\phi_i(x)}{dx} \frac{\partial}{\partial \phi_i} e_i.$$

簡単のために、ポテンシャル  $V(\phi, T)$  の温度依存性を明記しない。ここで式 (D.6) に式 (D.7) を代入すると、

$$\frac{d^2 \phi_i}{dx^2} \left( \frac{dx}{dr} \right)^2 = \frac{\partial V(\phi)}{\partial \phi_i} - \frac{d\phi_i}{dx} \left[ \frac{\partial V(\phi(x))}{\partial x} \right] = \left( \frac{\partial}{\partial \phi_i} - \frac{d\phi_i}{dx} \sum_j \frac{d\phi_j}{dx} \frac{\partial}{\partial \phi_j} \right) V(\phi) \quad (\text{D.8})$$

を得る。ここでこの微分演算子を以下のように定義する:

$$\begin{aligned} (\nabla_{\perp})_i &\equiv \frac{\partial}{\partial \phi_i} - \frac{d\phi_i}{dx} \sum_j \frac{d\phi_j}{dx} \frac{\partial}{\partial \phi_j} \\ &= \frac{\partial}{\partial \phi_i} - \left( \frac{d\phi_i}{dx} \right)^2 \frac{\partial}{\partial \phi_i} - \frac{d\phi_i}{dx} \sum_{j \neq i} \frac{d\phi_j}{dx} \frac{\partial}{\partial \phi_j} \\ &= \left[ 1 - \left( \frac{d\phi_i}{dx} \right)^2 \right] \frac{\partial}{\partial \phi_i} - \frac{d\phi_i}{dx} \sum_{j \neq i} \frac{d\phi_j}{dx} \frac{\partial}{\partial \phi_j} = \sum_{k \neq i} \frac{d\phi_k}{dx} \frac{d\phi_k}{dx} \frac{\partial}{\partial \phi_i} - \frac{d\phi_i}{dx} \sum_{j \neq i} \frac{d\phi_j}{dx} \frac{\partial}{\partial \phi_j}. \end{aligned} \quad (\text{D.9})$$

より簡潔な表現を得るために、以下のように表すことにする:

$$\nabla_{\perp} = \sum_i \left( \sum_{k \neq i} \frac{d\phi_k}{dx} \frac{d\phi_k}{dx} \frac{\partial}{\partial \phi_i} - \frac{d\phi_i}{dx} \sum_{j \neq i} \frac{d\phi_j}{dx} \frac{\partial}{\partial \phi_j} \right) e_i \quad (\text{D.10})$$

$$= \sum_i \sum_{j \neq i} \left( \frac{d\phi_j}{dx} \frac{\partial}{\partial \phi_i} - \frac{d\phi_i}{dx} \frac{\partial}{\partial \phi_j} \right) \frac{d\phi_j}{dx} e_i + \sum_{i,j,k} \epsilon_{ijk} \left( \frac{d\phi_k}{dx} \frac{d\phi_k}{dx} \frac{\partial}{\partial \phi_i} - \frac{d\phi_i}{dx} \frac{d\phi_j}{dx} \frac{\partial}{\partial \phi_j} \right) e_i. \quad (\text{D.11})$$

この微分演算子の意味を理解するために、2次元  $\phi_i = \phi_1, \phi_2$  の場合を考える。このとき、

$$\begin{aligned} \nabla_{\perp} &= -\frac{d\phi_2}{dx} \left( \frac{d\phi_1}{dx} \frac{\partial}{\partial \phi_2} - \frac{d\phi_2}{dx} \frac{\partial}{\partial \phi_1} \right) e_1 + \frac{d\phi_1}{dx} \left( \frac{d\phi_1}{dx} \frac{\partial}{\partial \phi_2} - \frac{d\phi_2}{dx} \frac{\partial}{\partial \phi_1} \right) e_2 \\ &= \left( \frac{d\phi_1}{dx} \frac{\partial}{\partial \phi_2} - \frac{d\phi_2}{dx} \frac{\partial}{\partial \phi_1} \right) \left( -\frac{d\phi_2}{dx} e_1 + \frac{d\phi_1}{dx} e_2 \right), \end{aligned} \quad (\text{D.12})$$

したがって、この微分はトンネリング経路の進行方向に垂直な方向の微分演算子であり、直交基底は以下であることがわかる:

$$e_{\perp}(x) = -\frac{d\phi_2(x)}{dx} e_1 + \frac{d\phi_1(x)}{dx} e_2. \quad (\text{D.13})$$

経路変形法は、式 (D.4) の連立微分方程式を以下のように書き換える手法である:

$$\frac{d^2 x}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dx}{dr} = \nabla_{\parallel} V(\phi(x)), \quad \frac{d^2 \phi}{dx^2} \left( \frac{dx}{dr} \right)^2 = \nabla_{\perp} V(\phi(x)). \quad (\text{D.14})$$

上式はトンネリング経路の進行方向のバウンス解と、その経路と常に垂直方向の拘束条件を表す。この拘束条件は以下のように、垂直方向の力として再定義できる:

$$N = \frac{d^2 \phi}{dx^2} \left( \frac{dx}{dr} \right)^2 - \nabla_{\perp} V(\phi(x)), \quad (\text{D.15})$$

これは正しいトンネリング経路において  $|N(x)| = 0$  を満たし、これが経路変形の指標となる。この観点からポテンシャル  $V(\phi)$  で与えられるバウンス解の導出は、ポテンシャル  $V(\phi)$  上のトンネリング経路を探すことであり、これはポテンシャル  $V(\phi)$  上において、進行方向以外に何も力を受けず運動する測地線を探すことと対応している。



## 参考文献

- [1] G. Aad *et al.* [ATLAS Collaboration], “Observation of a new particle in the search for the Standard Model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC,” *Phys. Lett. B* **716** (2012) 1 [arXiv:1207.7214 [hep-ex]].
- [2] S. Chatrchyan *et al.* [CMS Collaboration], “Observation of a new boson at a mass of 125 GeV with the CMS experiment at the LHC,” *Phys. Lett. B* **716** (2012) 30 [arXiv:1207.7235 [hep-ex]].
- [3] ATLAS Collaboration, <https://twiki.cern.ch/twiki/bin/view/AtlasPublic/Winter201713TeV>.
- [4] CMS Collaboration, <https://cms.cern/news/cms-new-results-Moriond-2017>.
- [5] Y. Fukuda *et al.* [Super-Kamiokande Collaboration], “Evidence for oscillation of atmospheric neutrinos,” *Phys. Rev. Lett.* **81** (1998) 1562 [hep-ex/9807003].
- [6] Q. R. Ahmad *et al.* [SNO Collaboration], “Direct evidence for neutrino flavor transformation from neutral current interactions in the Sudbury Neutrino Observatory,” *Phys. Rev. Lett.* **89** (2002) 011301 [nucl-ex/0204008].
- [7] F. Zwicky, “Die Rotverschiebung von extragalaktischen Nebeln,” *Helv. Phys. Acta* **6** (1933) 110 [*Gen. Rel. Grav.* **41** (2009) 207].
- [8] V. C. Rubin, N. Thonnard and W. K. Ford, Jr., “Rotational properties of 21 SC galaxies with a large range of luminosities and radii, from NGC 4605 /R = 4kpc/ to UGC 2885 /R = 122 kpc/,” *Astrophys. J.* **238** (1980) 471.
- [9] K. G. Begeman, A. H. Broeils and R. H. Sanders, “Extended rotation curves of spiral galaxies: Dark haloes and modified dynamics,” *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **249** (1991) 523.
- [10] L. A. Moustakas and R. B. Metcalf, “Detecting dark matter substructure spectroscopically in strong gravitational lenses,” *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **339** (2003) 607 [astro-ph/0206176].
- [11] E. van Uitert, H. Hoekstra, T. Schrabback, D. G. Gilbank, M. D. Gladders and H. K. C. Yee, “Constraints on the shapes of galaxy dark matter haloes from weak gravitational lensing,” *Astron. Astrophys.* **545** (2012) A71 [arXiv:1206.4304 [astro-ph.CO]].
- [12] D. N. Spergel *et al.* [WMAP Collaboration], “First year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) observations: Determination of cosmological parameters,” *Astrophys. J. Suppl.* **148** (2003) 175 [astro-ph/0302209].
- [13] P. A. R. Ade *et al.* [Planck Collaboration], “Planck 2015 results. XIII. Cosmological parameters,” *Astron. Astrophys.* **594** (2016) A13 [arXiv:1502.01589 [astro-ph.CO]].
- [14] D. Clowe, M. Bradac, A. H. Gonzalez, M. Markevitch, S. W. Randall, C. Jones and D. Zaritsky, “A direct empirical proof of the existence of dark matter,” *Astrophys. J.* **648** (2006) L109 [astro-ph/0608407].
- [15] A. Riotto and M. Trodden, “Recent progress in baryogenesis,” *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* **49** (1999)

- 35 [hep-ph/9901362].
- [16] W. Bernreuther, “CP violation and baryogenesis,” *Lect. Notes Phys.* **591** (2002) 237
- [17] M. Dine and A. Kusenko, “The Origin of the matter - antimatter asymmetry,” *Rev. Mod. Phys.* **76** (2003) 1 [hep-ph/0303065].
- [18] H. P. Nilles, “Supersymmetry, Supergravity and Particle Physics,” *Phys. Rept.* **110** (1984) 1.
- [19] J. Wess and J. Bagger, “Supersymmetry and supergravity,” Princeton, USA: Univ. Pr. (1992) 259 p
- [20] S. P. Martin, “A Supersymmetry primer,” *Adv. Ser. Direct. High Energy Phys.* **21** (2010) 1 [Adv. Ser. Direct. High Energy Phys. **18** (1998) 1] [hep-ph/9709356].
- [21] C. D. Froggatt and H. B. Nielsen, “Standard model criticality prediction: Top mass  $173 \pm 5$ -GeV and Higgs mass  $135 \pm 9$ -GeV,” *Phys. Lett. B* **368** (1996) 96 [hep-ph/9511371].
- [22] M. Holthausen, K. S. Lim and M. Lindner, “Planck scale Boundary Conditions and the Higgs Mass,” *JHEP* **1202** (2012) 037 [arXiv:1112.2415 [hep-ph]].
- [23] F. Bezrukov, M. Y. Kalmykov, B. A. Kniehl and M. Shaposhnikov, “Higgs Boson Mass and New Physics,” *JHEP* **1210** (2012) 140 [arXiv:1205.2893 [hep-ph]].
- [24] W. A. Bardeen, “On naturalness in the standard model,” FERMILAB-CONF-95-391-T, <http://lss.fnal.gov/archive/1995/conf/Conf-95-391-T.pdf>
- [25] S. R. Coleman and E. J. Weinberg, “Radiative Corrections as the Origin of Spontaneous Symmetry Breaking,” *Phys. Rev. D* **7** (1973) 1888.
- [26] T. Hur, D. W. Jung, P. Ko and J. Y. Lee, “Electroweak symmetry breaking and cold dark matter from strongly interacting hidden sector,” *Phys. Lett. B* **696** (2011) 262 [arXiv:0709.1218 [hep-ph]].
- [27] T. Hur and P. Ko, “Scale invariant extension of the standard model with strongly interacting hidden sector,” *Phys. Rev. Lett.* **106** (2011) 141802 [arXiv:1103.2571 [hep-ph]].
- [28] M. Heikinheimo, A. Racioppi, M. Raidal, C. Spethmann and K. Tuominen, “Physical Naturalness and Dynamical Breaking of Classical Scale Invariance,” *Mod. Phys. Lett. A* **29** (2014) 1450077 [arXiv:1304.7006 [hep-ph]].
- [29] M. Holthausen, J. Kubo, K. S. Lim and M. Lindner, “Electroweak and Conformal Symmetry Breaking by a Strongly Coupled Hidden Sector,” *JHEP* **1312** (2013) 076 [arXiv:1310.4423 [hep-ph]].
- [30] J. Kubo, K. S. Lim and M. Lindner, “Gamma-ray Line from Nambu-Goldstone Dark Matter in a Scale Invariant Extension of the Standard Model,” *JHEP* **1409** (2014) 016 [arXiv:1405.1052 [hep-ph]].
- [31] Y. Ametani, M. Aoki, H. Goto and J. Kubo, “Nambu-Goldstone Dark Matter in a Scale Invariant Bright Hidden Sector,” *Phys. Rev. D* **91** (2015) no.11, 115007 [arXiv:1505.00128 [hep-ph]].
- [32] H. Hatanaka, D. W. Jung and P. Ko, “AdS/QCD approach to the scale-invariant extension of the standard model with a strongly interacting hidden sector,” *JHEP* **1608** (2016) 094 [arXiv:1606.02969 [hep-ph]].
- [33] D. S. Akerib *et al.* [LUX Collaboration], “Results from a search for dark matter in the complete LUX exposure,” *Phys. Rev. Lett.* **118** (2017) no.2, 021303 [arXiv:1608.07648 [astro-ph.CO]].
- [34] E. Aprile *et al.* [XENON Collaboration], “First Dark Matter Search Results from the XENON1T Experiment,” arXiv:1705.06655 [astro-ph.CO].
- [35] B. P. Abbott *et al.* [LIGO Scientific and Virgo Collaborations], “Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger,” *Phys. Rev. Lett.* **116** (2016) no.6, 061102 [arXiv:1602.03837 [gr-

- qc]].
- [36] A. A. Starobinsky, “Spectrum of relict gravitational radiation and the early state of the universe,” *JETP Lett.* **30** (1979) 682 [*Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **30** (1979) 719].
  - [37] A. Vilenkin and E. P. S. Shellard, “Cosmic Strings and Other Topological Defects,” Cambridge University Press, 2000.
  - [38] E. Witten, “Cosmic Separation of Phases,” *Phys. Rev. D* **30** (1984) 272.
  - [39] K. Kajantie, M. Laine, K. Rummukainen and M. E. Shaposhnikov, “The Electroweak phase transition: A Nonperturbative analysis,” *Nucl. Phys. B* **466** (1996) 189 [hep-lat/9510020].
  - [40] K. Kajantie, M. Laine, K. Rummukainen and M. E. Shaposhnikov, “Is there a hot electroweak phase transition at  $m_H$  larger or equal to  $m_W$ ?,” *Phys. Rev. Lett.* **77** (1996) 2887 [hep-ph/9605288].
  - [41] K. Rummukainen, M. Tsypin, K. Kajantie, M. Laine and M. E. Shaposhnikov, “The Universality class of the electroweak theory,” *Nucl. Phys. B* **532** (1998) 283 [hep-lat/9805013].
  - [42] C. Caprini *et al.*, “Science with the space-based interferometer eLISA. II: Gravitational waves from cosmological phase transitions,” *JCAP* **1604** (2016) no.04, 001 [arXiv:1512.06239 [astro-ph.CO]].
  - [43] H. Audley *et al.*, “Laser Interferometer Space Antenna,” arXiv:1702.00786 [astro-ph.IM].
  - [44] N. Seto, S. Kawamura and T. Nakamura, “Possibility of direct measurement of the acceleration of the universe using 0.1-Hz band laser interferometer gravitational wave antenna in space,” *Phys. Rev. Lett.* **87** (2001) 221103 [astro-ph/0108011].
  - [45] S. Kawamura *et al.*, “The Japanese space gravitational wave antenna DECIGO,” *Class. Quant. Grav.* **23** (2006) S125.
  - [46] S. Kawamura *et al.*, “The Japanese space gravitational wave antenna: DECIGO,” *Class. Quant. Grav.* **28** (2011) 094011.
  - [47] S. Sato *et al.*, “The status of DECIGO,” *J. Phys. Conf. Ser.* **840** (2017) no.1, 012010.
  - [48] R. Apreeda, M. Maggiore, A. Nicolis and A. Riotto, “Gravitational waves from electroweak phase transitions,” *Nucl. Phys. B* **631** (2002) 342 [gr-qc/0107033].
  - [49] C. Grojean and G. Servant, “Gravitational Waves from Phase Transitions at the Electroweak Scale and Beyond,” *Phys. Rev. D* **75** (2007) 043507 [hep-ph/0607107].
  - [50] J. R. Espinosa, T. Konstandin, J. M. No and M. Quiros, “Some Cosmological Implications of Hidden Sectors,” *Phys. Rev. D* **78** (2008) 123528 [arXiv:0809.3215 [hep-ph]].
  - [51] A. Ashoorioon and T. Konstandin, “Strong electroweak phase transitions without collider traces,” *JHEP* **0907** (2009) 086 [arXiv:0904.0353 [hep-ph]].
  - [52] S. Das, P. J. Fox, A. Kumar and N. Weiner, “The Dark Side of the Electroweak Phase Transition,” *JHEP* **1011** (2010) 108 [arXiv:0910.1262 [hep-ph]].
  - [53] P. Schwaller, “Gravitational Waves from a Dark Phase Transition,” *Phys. Rev. Lett.* **115** (2015) no.18, 181101 [arXiv:1504.07263 [hep-ph]].
  - [54] M. Kakizaki, S. Kanemura and T. Matsui, “Gravitational waves as a probe of extended scalar sectors with the first order electroweak phase transition,” *Phys. Rev. D* **92** (2015) no.11, 115007 [arXiv:1509.08394 [hep-ph]].
  - [55] R. Jinno and M. Takimoto, “Probing classically conformal  $B - L$  model with gravitational waves,” *Phys. Rev. D* **95** (2017) no.1, 015020 [arXiv:1604.05035 [hep-ph]].
  - [56] K. Hashino, M. Kakizaki, S. Kanemura and T. Matsui, “Synergy between measurements of gravitational waves and the triple-Higgs coupling in probing the first-order electroweak phase transition,”

- Phys. Rev. D **94** (2016) no.1, 015005 [arXiv:1604.02069 [hep-ph]].
- [57] J. Kubo and M. Yamada, “Scale genesis and gravitational wave in a classically scale invariant extension of the standard model,” JCAP **1612** (2016) no.12, 001 [arXiv:1610.02241 [hep-ph]].
- [58] V. Vaskonen, “Electroweak baryogenesis and gravitational waves from a real scalar singlet,” Phys. Rev. D **95** (2017) no.12, 123515 [arXiv:1611.02073 [hep-ph]].
- [59] A. Beniwal, M. Lewicki, J. D. Wells, M. White and A. G. Williams, “Gravitational wave, collider and dark matter signals from a scalar singlet electroweak baryogenesis,” arXiv:1702.06124 [hep-ph].
- [60] L. Marzola, A. Racioppi and V. Vaskonen, “Phase transition and gravitational wave phenomenology of scalar conformal extensions of the Standard Model,” Eur. Phys. J. C **77** (2017) no.7, 484 [arXiv:1704.01034 [hep-ph]].
- [61] W. Chao, H. K. Guo and J. Shu, “Gravitational Wave Signals of Electroweak Phase Transition Triggered by Dark Matter,” JCAP **1709** (2017) no.09, 009 [arXiv:1702.02698 [hep-ph]].
- [62] L. Bian, H. K. Guo and J. Shu, “Gravitational Waves, baryon asymmetry of the universe and electric dipole moment in the CP-violating NMSSM,” arXiv:1704.02488 [hep-ph].
- [63] W. Chao, W. F. Cui, H. K. Guo and J. Shu, “Gravitational Wave Imprint of New Symmetry Breaking,” arXiv:1707.09759 [hep-ph].
- [64] P. S. B. Dev and A. Mazumdar, “Probing the Scale of New Physics by Advanced LIGO/VIRGO,” Phys. Rev. D **93** (2016) no.10, 104001 [arXiv:1602.04203 [hep-ph]].
- [65] Y. Aoki, G. Endrodi, Z. Fodor, S. D. Katz and K. K. Szabo, “The Order of the quantum chromodynamics transition predicted by the standard model of particle physics,” Nature **443** (2006) 675 [hep-lat/0611014].
- [66] P. Petreczky, “Lattice QCD at non-zero temperature,” J. Phys. G **39** (2012) 093002 [arXiv:1203.5320 [hep-lat]].
- [67] T. Bhattacharya *et al.*, “QCD Phase Transition with Chiral Quarks and Physical Quark Masses,” Phys. Rev. Lett. **113** (2014) no.8, 082001 [arXiv:1402.5175 [hep-lat]].
- [68] N. Cabibbo, “Unitary Symmetry and Leptonic Decays,” Phys. Rev. Lett. **10** (1963) 531.
- [69] M. Kobayashi and T. Maskawa, “CP Violation in the Renormalizable Theory of Weak Interaction,” Prog. Theor. Phys. **49** (1973) 652.
- [70] B. Pontecorvo, “Inverse beta processes and nonconservation of lepton charge,” Sov. Phys. JETP **7** (1958) 172 [Zh. Eksp. Teor. Fiz. **34** (1957) 247].
- [71] Z. Maki, M. Nakagawa and S. Sakata, “Remarks on the unified model of elementary particles,” Prog. Theor. Phys. **28** (1962) 870.
- [72] C. Patrignani *et al.* [Particle Data Group], “Review of Particle Physics,” Chin. Phys. C **40** (2016) no.10, 100001.
- [73] D. Decamp *et al.* [ALEPH Collaboration], “Determination of the Number of Light Neutrino Species,” Phys. Lett. B **231** (1989) 519.
- [74] S. Schael *et al.* [ALEPH and DELPHI and L3 and OPAL and SLD Collaborations and LEP Electroweak Working Group and SLD Electroweak Group and SLD Heavy Flavour Group], “Precision electroweak measurements on the  $Z$  resonance,” Phys. Rept. **427** (2006) 257 [hep-ex/0509008].
- [75] CKMfitter, [http://ckmfitter.in2p3.fr/www/results/plots\\_ichep16/ckm\\_res\\_ichep16.html](http://ckmfitter.in2p3.fr/www/results/plots_ichep16/ckm_res_ichep16.html).
- [76] G. Aad *et al.* [ATLAS and CMS Collaborations], “Measurements of the Higgs boson production and decay rates and constraints on its couplings from a combined ATLAS and CMS analysis of the

- LHC pp collision data at  $\sqrt{s} = 7$  and 8 TeV,” JHEP **1608** (2016) 045 [arXiv:1606.02266 [hep-ex]].
- [77] A. D. Sakharov, “Violation of CP Invariance, c Asymmetry, and Baryon Asymmetry of the Universe,” Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz. **5** (1967) 32
- [78] G. Degrandi, S. Di Vita, J. Elias-Miro, J. R. Espinosa, G. F. Giudice, G. Isidori and A. Strumia, “Higgs mass and vacuum stability in the Standard Model at NNLO,” JHEP **1208** (2012) 098 [arXiv:1205.6497 [hep-ph]].
- [79] D. Buttazzo, G. Degrandi, P. P. Giardino, G. F. Giudice, F. Sala, A. Salvio and A. Strumia, “Investigating the near-criticality of the Higgs boson,” JHEP **1312** (2013) 089 [arXiv:1307.3536 [hep-ph]].
- [80] A. Andreassen, W. Frost and M. D. Schwartz, “Scale Invariant Instantons and the Complete Lifetime of the Standard Model,” arXiv:1707.08124 [hep-ph].
- [81] S. Chigusa, T. Moroi and Y. Shoji, “State-of-the-Art Calculation of the Decay Rate of Electroweak Vacuum in the Standard Model,” Phys. Rev. Lett. **119** (2017) no.21, 211801 [arXiv:1707.09301 [hep-ph]].
- [82] H. Aoki and S. Iso, “Revisiting the Naturalness Problem – Who is afraid of quadratic divergences? –,” Phys. Rev. D **86** (2012) 013001 [arXiv:1201.0857 [hep-ph]].
- [83] S. Iso, “What Can We Learn from the 126 GeV Higgs Boson for the Planck Scale Physics? - Hierarchy Problem and the Stability of the Vacuum -,” arXiv:1304.0293 [hep-ph].
- [84] C. Wetterich and M. Yamada, “Gauge hierarchy problem in asymptotically safe gravity—the resurgence mechanism,” Phys. Lett. B **770** (2017) 268 [arXiv:1612.03069 [hep-th]].
- [85] J. Kubo, K. S. Lim and M. Lindner, “Electroweak Symmetry Breaking via QCD,” Phys. Rev. Lett. **113** (2014) 091604 [arXiv:1403.4262 [hep-ph]].
- [86] J. Kubo and M. Yamada, “Genesis of electroweak and dark matter scales from a bilinear scalar condensate,” Phys. Rev. D **93** (2016) no.7, 075016
- [87] C. Vafa and E. Witten, “Restrictions on Symmetry Breaking in Vector-Like Gauge Theories,” Nucl. Phys. B **234** (1984) 173.
- [88] X. Zhu, M. Bleicher, S. L. Huang, K. Schweda, H. Stoecker, N. Xu and P. Zhuang, “D anti-D correlations as a sensitive probe for thermalization in high-energy nuclear collisions,” Phys. Lett. B **647** (2007) 366 [hep-ph/0604178].
- [89] Y. Nambu, “Axial vector current conservation in weak interactions,” Phys. Rev. Lett. **4** (1960) 380.
- [90] Y. Nambu and G. Jona-Lasinio, “Dynamical Model of Elementary Particles Based on an Analogy with Superconductivity. I,” Phys. Rev. **122** (1961) 345.
- [91] Y. Nambu and G. Jona-Lasinio, “Dynamical Model Of Elementary Particles Based On An Analogy With Superconductivity. Ii,” Phys. Rev. **124**, 246 (1961).
- [92] M. Kobayashi and T. Maskawa, “Chiral symmetry and eta-x mixing,” Prog. Theor. Phys. **44** (1970) 1422.
- [93] T. Kunihiro and T. Hatsuda, “A Selfconsistent Mean Field Approach to the Dynamical Symmetry Breaking: The Effective Potential of the Nambu-Jona-Lasinio Model,” Prog. Theor. Phys. **71** (1984) 1332.
- [94] T. Hatsuda and T. Kunihiro, “QCD phenomenology based on a chiral effective Lagrangian,” Phys. Rept. **247** (1994) 221 [hep-ph/9401310].
- [95] T. Inagaki, D. Kimura, H. Kohyama and A. Kvinikhidze, “Regularization parameter independent analysis in Nambu-Jona-Lasinio model,” Int. J. Mod. Phys. A **28** (2013) 1350164 [arXiv:1302.5667

- [hep-ph]].
- [96] R. D. Pisarski and F. Wilczek, “Remarks on the Chiral Phase Transition in Chromodynamics,” *Phys. Rev. D* **29** (1984) 338.
- [97] B. Svetitsky and L. G. Yaffe, “Critical Behavior at Finite Temperature Confinement Transitions,” *Nucl. Phys. B* **210** (1982) 423.
- [98] Z. Fodor and S. D. Katz, “Critical point of QCD at finite T and  $\mu$ , lattice results for physical quark masses,” *JHEP* **0404** (2004) 050 [hep-lat/0402006].
- [99] D. J. Schwarz and M. Stuke, “Lepton asymmetry and the cosmic QCD transition,” *JCAP* **0911** (2009) 025 Erratum: [*JCAP* **1010** (2010) E01] [arXiv:0906.3434 [hep-ph]].
- [100] C. Caprini, R. Durrer and X. Siemens, “Detection of gravitational waves from the QCD phase transition with pulsar timing arrays,” *Phys. Rev. D* **82** (2010) 063511 [arXiv:1007.1218 [astro-ph.CO]].
- [101] M. Milgrom, “A Modification of the Newtonian dynamics as a possible alternative to the hidden mass hypothesis,” *Astrophys. J.* **270** (1983) 365.
- [102] G. Aad *et al.* [ATLAS Collaboration], “Search for dark matter in events with a Z boson and missing transverse momentum in pp collisions at  $\sqrt{s}=8$  TeV with the ATLAS detector,” *Phys. Rev. D* **90** (2014) no.1, 012004 [arXiv:1404.0051 [hep-ex]].
- [103] G. Aad *et al.* [ATLAS Collaboration], “Search for dark matter in events with heavy quarks and missing transverse momentum in pp collisions with the ATLAS detector,” *Eur. Phys. J. C* **75** (2015) no.2, 92 [arXiv:1410.4031 [hep-ex]].
- [104] V. Khachatryan *et al.* [CMS Collaboration], “Search for dark matter, extra dimensions, and unparticles in monojet events in proton-proton collisions at  $\sqrt{s} = 8$  TeV,” *Eur. Phys. J. C* **75** (2015) no.5, 235 [arXiv:1408.3583 [hep-ex]].
- [105] A. M. Sirunyan *et al.* [CMS Collaboration], “Search for dijet resonances in proton-proton collisions at  $\sqrt{s} = 13$  TeV and constraints on dark matter and other models,” *Phys. Lett. B* **769** (2017) 520 Erratum: [*Phys. Lett. B* **772** (2017) 882] [arXiv:1611.03568 [hep-ex]].
- [106] X. Cui *et al.* [PandaX-II Collaboration], “Dark Matter Results From 54-Ton-Day Exposure of PandaX-II Experiment,” *Phys. Rev. Lett.* **119** (2017) no.18, 181302 [arXiv:1708.06917 [astro-ph.CO]].
- [107] E. Aprile *et al.* [XENON Collaboration], “Physics reach of the XENON1T dark matter experiment,” *JCAP* **1604** (2016) no.04, 027 [arXiv:1512.07501 [physics.ins-det]].
- [108] L. Accardo *et al.* [AMS Collaboration], “High Statistics Measurement of the Positron Fraction in Primary Cosmic Rays of 0.5–500 GeV with the Alpha Magnetic Spectrometer on the International Space Station,” *Phys. Rev. Lett.* **113** (2014) 121101.
- [109] M. Aguilar *et al.* [AMS Collaboration], “Electron and Positron Fluxes in Primary Cosmic Rays Measured with the Alpha Magnetic Spectrometer on the International Space Station,” *Phys. Rev. Lett.* **113** (2014) 121102.
- [110] O. Adriani *et al.* [PAMELA Collaboration], “Cosmic-Ray Positron Energy Spectrum Measured by PAMELA,” *Phys. Rev. Lett.* **111** (2013) 081102 [arXiv:1308.0133 [astro-ph.HE]].
- [111] M. Ackermann *et al.* [Fermi-LAT Collaboration], “Fermi LAT Search for Dark Matter in Gamma-ray Lines and the Inclusive Photon Spectrum,” *Phys. Rev. D* **86** (2012) 022002 [arXiv:1205.2739 [astro-ph.HE]].

- 
- [112] M. Gustafsson [Fermi-LAT Collaboration], “Fermi-LAT and the Gamma-Ray Line Search,” arXiv:1310.2953 [astro-ph.HE].
- [113] M. Ackermann *et al.* [Fermi-LAT Collaboration], “The Fermi Galactic Center GeV Excess and Implications for Dark Matter,” *Astrophys. J.* **840** (2017) no.1, 43 [arXiv:1704.03910 [astro-ph.HE]].
- [114] F. Aharonian *et al.* [H.E.S.S. Collaboration], “The h.e.s.s. survey of the inner galaxy in very high-energy gamma-rays,” *Astrophys. J.* **636** (2006) 777 [astro-ph/0510397].
- [115] A. Abramowski *et al.* [H.E.S.S. Collaboration], “Search for Photon-Linelike Signatures from Dark Matter Annihilations with H.E.S.S.,” *Phys. Rev. Lett.* **110** (2013) 041301 [arXiv:1301.1173 [astro-ph.HE]].
- [116] G. Ambrosi *et al.* [DAMPE Collaboration], “Direct detection of a break in the teraelectronvolt cosmic-ray spectrum of electrons and positrons,” *Nature* **552** (2017) 63 [arXiv:1711.10981 [astro-ph.HE]].
- [117] G. D. Kribs and E. T. Neil, “Review of strongly-coupled composite dark matter models and lattice simulations,” *Int. J. Mod. Phys. A* **31** (2016) no.22, 1643004 [arXiv:1604.04627 [hep-ph]].
- [118] A. Mitridate, M. Redi, J. Smirnov and A. Strumia, “Dark Matter as a weakly coupled Dark Baryon,” *JHEP* **1710** (2017) 210 [arXiv:1707.05380 [hep-ph]].
- [119] Y. Hochberg, E. Kuflik, H. Murayama, T. Volansky and J. G. Wacker, “Model for Thermal Relic Dark Matter of Strongly Interacting Massive Particles,” *Phys. Rev. Lett.* **115** (2015) no.2, 021301 [arXiv:1411.3727 [hep-ph]].
- [120] T. Hambye and A. Strumia, “Dynamical generation of the weak and Dark Matter scale,” *Phys. Rev. D* **88** (2013) 055022 [arXiv:1306.2329 [hep-ph]].
- [121] R. Huo, S. Matsumoto, Y. L. Sming Tsai and T. T. Yanagida, “A scenario of heavy but visible baryonic dark matter,” *JHEP* **1609** (2016) 162 [arXiv:1506.06929 [hep-ph]].
- [122] E. Aprile [XENON1T Collaboration], “The XENON1T Dark Matter Search Experiment,” *Springer Proc. Phys.* **148** (2013) 93 [arXiv:1206.6288 [astro-ph.IM]].
- [123] B. P. Abbott *et al.* [LIGO Scientific and Virgo Collaborations], “GW170817: Observation of Gravitational Waves from a Binary Neutron Star Inspiral,” *Phys. Rev. Lett.* **119** (2017) no.16, 161101 [arXiv:1710.05832 [gr-qc]].
- [124] G. Hobbs *et al.*, *Class. Quant. Grav.* **27** (2010) 084013 [arXiv:0911.5206 [astro-ph.SR]].
- [125] P. Demorest *et al.* [NANOGrav Collaboration], arXiv:0902.2968 [astro-ph.CO].
- [126] K. Tsumura, M. Yamada and Y. Yamaguchi, “Gravitational wave from dark sector with dark pion,” *JCAP* **1707** (2017) no.07, 044 [arXiv:1704.00219 [hep-ph]].
- [127] M. Aoki, H. Goto and J. Kubo, “Gravitational Waves from Hidden QCD Phase Transition,” *Phys. Rev. D* **96** (2017) no.7, 075045 [arXiv:1709.07572 [hep-ph]].
- [128] S. R. Coleman, “The Fate of the False Vacuum. 1. Semiclassical Theory,” *Phys. Rev. D* **15** (1977) 2929 Erratum: [*Phys. Rev. D* **16** (1977) 1248].
- [129] C. G. Callan, Jr. and S. R. Coleman, “The Fate of the False Vacuum. 2. First Quantum Corrections,” *Phys. Rev. D* **16** (1977) 1762.
- [130] A. D. Linde, “Decay of the False Vacuum at Finite Temperature,” *Nucl. Phys. B* **216** (1983) 421 Erratum: [*Nucl. Phys. B* **223** (1983) 544].
- [131] C. L. Wainwright, “CosmoTransitions: Computing Cosmological Phase Transition Temperatures and Bubble Profiles with Multiple Fields,” *Comput. Phys. Commun.* **183** (2012) 2006

- [arXiv:1109.4189 [hep-ph]].
- [132] A. Kosowsky, M. S. Turner and R. Watkins, “Gravitational radiation from colliding vacuum bubbles,” *Phys. Rev. D* **45** (1992) 4514.
- [133] A. Kosowsky, M. S. Turner and R. Watkins, “Gravitational waves from first order cosmological phase transitions,” *Phys. Rev. Lett.* **69** (1992) 2026.
- [134] A. Kosowsky and M. S. Turner, “Gravitational radiation from colliding vacuum bubbles: envelope approximation to many bubble collisions,” *Phys. Rev. D* **47** (1993) 4372 [astro-ph/9211004].
- [135] M. Kamionkowski, A. Kosowsky and M. S. Turner, “Gravitational radiation from first order phase transitions,” *Phys. Rev. D* **49** (1994) 2837 [astro-ph/9310044].
- [136] C. Caprini, R. Durrer and G. Servant, *Phys. Rev. D* **77** (2008) 124015 [arXiv:0711.2593 [astro-ph]].
- [137] S. J. Huber and T. Konstandin, “Gravitational Wave Production by Collisions: More Bubbles,” *JCAP* **0809** (2008) 022 [arXiv:0806.1828 [hep-ph]].
- [138] M. Hindmarsh, S. J. Huber, K. Rummukainen and D. J. Weir, “Gravitational waves from the sound of a first order phase transition,” *Phys. Rev. Lett.* **112** (2014) 041301 [arXiv:1304.2433 [hep-ph]].
- [139] J. T. Giblin, Jr. and J. B. Mertens, “Vacuum Bubbles in the Presence of a Relativistic Fluid,” *JHEP* **1312** (2013) 042 [arXiv:1310.2948 [hep-th]].
- [140] J. T. Giblin and J. B. Mertens, “Gravitational radiation from first-order phase transitions in the presence of a fluid,” *Phys. Rev. D* **90** (2014) no.2, 023532 [arXiv:1405.4005 [astro-ph.CO]].
- [141] M. Hindmarsh, S. J. Huber, K. Rummukainen and D. J. Weir, “Numerical simulations of acoustically generated gravitational waves at a first order phase transition,” *Phys. Rev. D* **92** (2015) no.12, 123009 [arXiv:1504.03291 [astro-ph.CO]].
- [142] C. Caprini and R. Durrer, “Gravitational waves from stochastic relativistic sources: Primordial turbulence and magnetic fields,” *Phys. Rev. D* **74** (2006) 063521 [astro-ph/0603476].
- [143] T. Kahniashvili, A. Kosowsky, G. Gogoberidze and Y. Maravin, “Detectability of Gravitational Waves from Phase Transitions,” *Phys. Rev. D* **78** (2008) 043003 [arXiv:0806.0293 [astro-ph]].
- [144] T. Kahniashvili, L. Campanelli, G. Gogoberidze, Y. Maravin and B. Ratra, “Gravitational Radiation from Primordial Helical Inverse Cascade MHD Turbulence,” *Phys. Rev. D* **78** (2008) 123006 Erratum: [*Phys. Rev. D* **79** (2009) 109901] [arXiv:0809.1899 [astro-ph]].
- [145] T. Kahniashvili, L. Kisslinger and T. Stevens, “Gravitational Radiation Generated by Magnetic Fields in Cosmological Phase Transitions,” *Phys. Rev. D* **81** (2010) 023004 [arXiv:0905.0643 [astro-ph.CO]].
- [146] D. Bodeker and G. D. Moore, “Can electroweak bubble walls run away?,” *JCAP* **0905** (2009) 009 [arXiv:0903.4099 [hep-ph]].
- [147] D. Bodeker and G. D. Moore, “Electroweak Bubble Wall Speed Limit,” arXiv:1703.08215 [hep-ph].
- [148] J. R. Espinosa, T. Konstandin, J. M. No and G. Servant, “Energy Budget of Cosmological First-order Phase Transitions,” *JCAP* **1006** (2010) 028 [arXiv:1004.4187 [hep-ph]].
- [149] A. D. Dolgov, S. L. Dubovsky, G. I. Rubtsov and I. I. Tkachev, “Constraints on millicharged particles from Planck data,” *Phys. Rev. D* **88** (2013) no.11, 117701 [arXiv:1310.2376 [hep-ph]].
- [150] M. Ahmadvand and K. Bitaghsir Fadafan, “Gravitational waves generated from the cosmological QCD phase transition within AdS/QCD,” *Phys. Lett. B* **772** (2017) 747 [arXiv:1703.02801 [hep-th]].
- [151] M. Shirogane, S. Ejiri, R. Iwami, K. Kanaya and M. Kitazawa, “Latent heat at the first order phase transition point of SU(3) gauge theory,” *Phys. Rev. D* **94** (2016) no.1, 014506 [arXiv:1605.02997]



- 
- [hep-lat]].
- [152] S. Ejiri *et al.*, “Determination of latent heat at the finite temperature phase transition of SU(3) gauge theory,” PoS LATTICE **2016** (2017) 058 [arXiv:1701.08570 [hep-lat]].
- [153] J. D. Romano and N. J. Cornish, “Detection methods for stochastic gravitational-wave backgrounds: a unified treatment,” Living Rev. Rel. **20** (2017) 2 [arXiv:1608.06889 [gr-qc]].
- [154] R. Jinno and M. Takimoto, “Gravitational waves from bubble dynamics: Beyond the Envelope,” arXiv:1707.03111 [hep-ph].
- [155] R. Jinno, S. Lee, H. Seong and M. Takimoto, “Gravitational waves from first-order phase transitions: Towards model separation by bubble nucleation rate,” arXiv:1708.01253 [hep-ph].