

研究種目：基盤研究（B）  
 研究期間：2006～2008  
 課題番号：18300265  
 研究課題名（和文） 小学校から中学校への移行期における算数・数学学習の質的変容に関する実証的研究  
 研究課題名（英文） Research on Qualitative Change of Mathematics Learning in Transition Period from Elementary to Junior Secondary Level  
 研究代表者  
 大谷 実（OHTANI MINORU）  
 金沢大学・学校教育系・教授  
 研究者番号：50241758

研究成果の概要：本研究は、小学校から中学校への移行期における児童・生徒の算数・数学学習の質的変容を明らかにするために、両校の教師と協働して、数と式の領域における授業を設計し、実際の授業データを収集し、それを「擬概念」を視点として分析を行った。その結果、算数・数学学習の質的変容を促進する条件として、児童・生徒が構成する「擬概念」が社会的相互作用において機能することを解明した。そして、算数と数学の接続性を高めるための理論枠組みとして、「擬概念」の社会的機能を基本原理とする「創発的アプローチ」を提言した。

## 交付額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2006年度	1,600,000	480,000	2,080,000
2007年度	1,800,000	540,000	2,340,000
2008年度	1,500,000	450,000	1,950,000
年度			
年度			
総計	4,900,000	1470,000	6,370,000

研究分野：数学教育学

科研費の分科・細目：科学教育・教育工学，科学教育

キーワード：算数・数学学習，質的変容，接続性，実証的研究

## 1. 研究開始当初の背景

算数から数学へ移行期において、児童・生徒の学習内容および知的発達に関して大きな質的変容が生ずる。学習内容に関して、例えば、中学校数学では、数の範囲が負の数にまで広げられ、文字も導入される。それに伴い、生徒は、数の大小判断や演算規則に関して算数で学んだ既習の事柄を見直さなければならない。しかしながら、国立教育政策研究所の調査（平成 13 年度教育課程実施状況調査）によると、「 $5+a$  の  $a$  にどんな数を代

入しても、その結果は正の数になる」という主張が正しくないと指摘できた中学校 1 年生は 39.5%であった。このことは、小学校のように「足せば増える」、「 $a$  は正の数」と考え、中学校への移行がなされていない生徒が少なからずいるのである。

算数と数学の移行期の問題は、教育内容が厳選され、螺旋的なカリキュラムが影を潜めている状況において、その重要度がいっそう増している理論的・実践的課題であった。しかしながら、研究開始当初には、算数と数学の移行を明示的に取り上げてい

る研究は比較的少なかった。この分野における先駆的で重要な研究は、岩崎（広島大学）およびその協同研究者と藤井（東京学芸大学）であった。岩崎の研究は小学校の算数の単元に数学的要素を与え、藤井の研究は数学の要素を小学校に導入することを旨とし、互いに補完的な視点を提供しており、国際的にも広く認知されていた。国外でもわが国と類似の研究がなされていた。その代表は、オランダのフロイデンタール研究所によるものであった。例えば、Keijer の研究は、小学校の分数量学習にフォーマルな数学的要素を加味しようとするもので岩崎の研究と類似しており、van Ameron の研究は算数から代数へ徐々に移行しようとするもので藤井の研究と類似していた。

本研究では、算数に数学的要素を与える方向と、数学の要素を小学校に導入する方向を統合するために、現場教師の手中にあった教材研究と学習指導法に、研究者の理論的視点と分析手法を融合させ、それを実際のカリキュラムと授業に組織的に組み入れることで従来の先行研究を進展させようとしたものであった。

## 2. 研究の目的

本研究は、小学校から中学校への移行期における児童・生徒の算数・数学学習の質的変容を、小学校・中学校の教師との協働による縦断的研究を通して実証的に明らかにし、その成果を踏まえて算数と数学の接続を高めるための改善事項を提言することを目的とした。そして、この目的を達成するために、次のような相互に関連する三つの下位目標（ア）、（イ）、（ウ）を設定した。

（ア）小学校 6 年算数と中学校 1 年数学において、特定の単元に焦点をあて、学習内容の接続性を配慮したカリキュラムを、児童・生徒の思考水準の発達を配慮しつつ再編成すること。

（イ）小学校算数科から中学校数学科への移行を促進するために、両校の教員と大学教員が協働し研究授業を組織すること。

（ウ）実際の授業過程の参与観察を通して得られた児童・生徒の質的データを分析し、具体的な意味に基づく小学校での算数から、一般的原理に基づき処理する数学への移行を首尾よく実現するための具体的改善事項を提言すること。

## 3. 研究の方法

（ア）に関しては、小学校 6 年算数科の「数と計算」領域と中学校 1 年数学科の「数と式」領域に焦点をあて、学習内容の接続性を配慮したカリキュラムを、児童・生徒の思考水準

の発達を配慮しつつ再編成した。その際に、次の 3 つの作業、すなわち、算数と数学の接続に関する児童・生徒の学習状況の分析、当該分野における内外の研究の整理と新しい視点の構築、そして、諸外国のカリキュラムにおける算数と数学の接続性の調査、授業を分析する単位の検討を行った。

（イ）に関しては、（ア）の検討に基づき、次の 2 つの作業、すなわち、算数と数学の接続を有するカリキュラムの編成、そして、算数から数学の移行を促進する実験授業を行った。

（ウ）では、授業における算数・数学学習の質的変容の分析を通じた、算数から数学への移行を首尾よく実現するための理論的アプローチの提言を行った。

## 4. 研究成果

（ア）に関して、算数と数学の接続に関する内外の研究を整理し、算数に数学的要素を与える方向と、数学の要素を小学校に導入する方向を統合する観点を整理した。その際、国立教育政策研究所による平成 15 年度教育課程実施状況調査（小学校算数・中学校数学）ならびに平成 17 年実施の特定の課題に関する調査研究（小学校算数・中学校数学）の結果を分析し、算数の「数と計算」領域と数学の「数と式」領域間で移行が困難となっている内容明らかにするとともに、算術と代数の接続に関して先進的なフロイデンタール研究所のカリキュラム論並びにロシア連邦の数学科カリキュラムと教科書・指導書を分析し、「数と計算」領域と「数と式」領域間で移行が困難となっている内容に対して、どのような代替的アプローチを取っているかを明らかにした。それは、中学校での「正負の数」と「文字式」の単元を明確に分離し、「文字式」の単元を小学校に移行することである。具体的には、小学校で整数の範囲で文字を導入し、次第に扱う数の範囲を広げることである。このことによって、生徒が中学校で「正負の数」と「文字」を相続けて学ぶという「二重苦」が解消される。他方で、学習指導要領により指導内容が法的に規定されている我が国では、このような指導内容の大胆な再編成は現実的ではない。このため、本研究では、授業における指導方法のレベルでの工夫・改善を行うことが、より現実的であると考えた。授業レベルでの改善の視点として、本研究は、オランダのフロイデンタール研究所の「実際の数学教育」(RME) に求めた。その特徴は 3 点ある。第 1 点は、児童・生徒の数学学習に 4 つの異なる質的変容のレベルを設けていることである。レベル 1 は「状況的レベル」と呼ばれ、現実感のある状況で、具体

的な問題が具体的に解かれる場面である。レベル2は「参照レベル」と呼ばれ、子どものインフォーマルな方法にもとづく状況のモデル構成がなされる。このモデルが具体から切り離され、一般的なものに洗練される段階が文字通り「一般的レベル」と呼ばれるレベル3である。このレベルでは、モデルそれ自体が対象化され推論の道具となる。ちなみに、レベル2のモデルを「状況のモデル」、レベル3のモデルを「標準を指向したモデル」といい、このレベル2とレベル3の間のモデルの自己発達によって、標準的で公的な数学の知識へと近づく。そして、最後のレベル4では、「形式的レベル」と呼ばれ、フォーマルな数学的知識やシンボルが形成される。

本研究では、RME が内在する2つの問題点を解決しようとした。一つは、インフォーマルな個人的知識とフォーマルな社会的知識がいかに結びつくか、その際に文字などの記号の担う役割についての説明が明確ではないこと。RME では、具体的場面からモデルを構成し、それを自己発展させ、やがてフォーマルな知識と結びつく可能性を想定しているが、レベル3からレベル4へ移行、すなわち、モデルから記号への転換には大きな壁があり、改善が必要であった。児童が自己発展させたモデルはその性格上私的な本性を持ち、教師が提供する慣習的な性格を持つ記号とは連続性を持つとは限らないからである。もう一つは、RME が設定する4つのレベルは、学習者個人の思考の抽象化・一般化のレベル、すなわち、個人の「行為」の発達を記述しているものである。従って、教師や他の児童との社会的相互作用がレベルの上昇とどのように関係するかが明確ではない。RME の理論は、教室における社会的相互作用を分析する社会学的視野と、個人の行為を分析する心理学的視野を適宜取り合わせるものの、それは決して整合的な理論とは言えないのである。その解決のためには、教室における活動を社会学と心理学の2つの要素に還元し個別に記述するのではなく、両者の関連性を説明できる理論を取り入れる必要性が出てきたのであった。

これに関して、本研究では、ヴィゴツキー派の文化-歴史理論を採用することで、解決を図った。特に、「擬概念的複合」という考えは、算数から数学への思考水準の移行、すなわち、数量や図形に関する個別・具体的な諸性質を扱う水準から、一般的原理や抽象的概念を扱う水準への移行を分析する可能性をもっていた。実際、「擬概念的複合」は、個別・具体的な水準から一般的・抽象的な水準へ移行する際の過渡的な水準であり、それを視点として授業の社会的相互作用下での児童・生徒の思考を分析することで、算数から数学へ移行に関しする指導上の改善事項

を得ることが期待できるのである。

(イ)に関しては、小学校算数科と中学校数学科の接続を改善するために、現場の教員と大学教員が協働し研究授業を組織し、実際の授業過程の参与観察を通して得られた生徒の質的データを分析し、具体的な数量の意味に基づく小学校での算術から、数量を文字で表し一般的原理に基づき処理する代数への移行を首尾よく実現するための具体的改善事項を提言した。実際には、金沢大学附属中学校と石川県内の公立中学校の教員と協働し、「正負の数」と「一次方程式」の単元で、算数と数学の接続を有する単元をデザインし、各1クラスを研究対象として設定し、実験授業を組織した。データ収集と分析の方法としては、授業の全般的相互行為が視野におさめられるよう教室の前方と後方にデジタルビデオカメラを各1台設置し、後方のカメラは、教師の活動をとりえ、前方のカメラは生徒の活動を記録した。研究授業の検討会では、授業を録画・録音した映像・音声データを適宜活用して討議を行った。残念ながら、今回の研究では、附属小学校の教員の人事異動により、小学校での教授実験を行うことができなかった。

(ウ)に関しては、得られた授業データから、授業における「擬概念的複合」の現れに着目した。「擬概念的複合」は、個別・具体的な思考から一般的・抽象的な思考の過渡的思考であり、算数から数学への移行においどのような機能を果たしているかを分析した。その結果、算数・数学学習の質的変容を促進する条件として、生徒が構成する「擬概念的複合」が社会的相互作用において機能することを解明した。「擬概念的複合」に関するこれまでの研究は、個人の概念形成過程に関するものではなかった。本研究では、算数と数学の接続性を高めるための理論枠組みとして、「擬概念的複合」の社会的機能を基本原理とする授業設計の理論を提唱し、それを「創発的アプローチ」(Emergent Approach)と命名した。

「創発」は、「複雑系」の鍵概念である。すなわち、多くの要素からなり、部分が全体に、全体が部分に影響しあって複雑に振る舞う系で、要素還元による分析と、要素を集めた総合では捉えることが困難な現象をいう。

「創発」とは、動的なプロセスの中で、部分と全体はお互いに影響を与えながら、ともに進化することで、授業においては、児童・生徒がクラス全体に、クラス全体が個々の児童・生徒に影響しあう動的なプロセスの中で、個と集団がともに進化することを意味する。

算数・数学学習の質的変容を促進する「創発的アプローチ」において、特に重要であることは、「擬概念的複合」がいかなる条件のもとで社会的機能を持つかという問題であ

った。本研究では、RMEの第2から第3水準への移行における授業における教師の談話の意図的な組織化が、決定的に重要であることを明らかにした。

本研究では、第2の個別・具体的な参照レベルから、第3の一般的な仕組みへと意味と機能を転回するために、教師による談話の組織化が必要である理由として、次の2点を根拠とした。

第1に、授業で教師は、生徒が数学の公的・慣習的表現を知り、それを使っていくよう支援する必要がある。第2に、生徒の説明は当人によくわかる個別・具体的な文脈にもとづくものであり、一般性に欠ける。そこで、教師は、教室全体で理解可能な一般的な仕組みを生徒が説明できるように談話を組織化しなければならない。かくして、教師による談話の組織を通じて、個別・具体的な表記から、専門用語を含む一般的な意味へと移行することが可能となる。

第2水準の個別・具体的な表記から、第3水準の専門用語を含む一般的な意味への移行は、生徒にとって、教師の想像以上に困難である。実際、具体的な数値が求められて現実の問題が解決してしまったなら、それ以上の目的意識を持つことは難しいからである。以上のことから、生徒の側の個別・具体的な意味からの一般化を談話を通じて導くことが、授業の鍵となるのである。「擬概念的複合」は、異なるレベルで思考している教師と生徒の間の社会的相互作用の基盤を確立することを可能にする点が、算数と数学の接続性を促進するうえできわめて重要であることが解明された。

今回の研究では、小学校算数科における教授実験を実施することができなかつた点が課題として残される。これを補うことにより、「創発的アプローチ」の完成度が高くなる。

## 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計5件)

① Ohtani, M., Classroom research in mathematics education as a collaborative enter prize for the international research community. Proceedings of 32<sup>nd</sup> International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 1, 111-112, 2008, 査読有

② 大谷実, 國次太郎, オランダにおける「数学A-lympiad」及び「数学B-Day」の現地調査: Scala Collegeでの実施状況と生徒のレポートの考察, 日本数学教育学会誌・数学教育, 90(3), 8-22, 2008, 査読有

③ 瀬沼花子, 大谷実, 辰野真夕, オランダ

における文科系高校生のための「数学A-lympiad」の背景と実際, 日本数学教育学会誌・数学教育, 90(1), 42-51, 2007, 査読有

④ Ohtani, M., Designing unit for teaching proportion based on cultural-historical activity theory. Proceedings of 31<sup>nd</sup> International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 4, 33-40, 2007, 査読有

⑤ 大谷実, 「確かな計算力」と「豊かな計算力」—中学校で大切にしたいこと—, 教育科学数学教育, 593号, 4-7, 2007, 査読無

[学会発表] (計5件)

① Ohtani, M., Plenary Lecture: Representations of mathematical concepts, objects and processes in mathematics teaching and learning, The 11<sup>th</sup> International Congress of Mathematics Education, 2008年7月14日, University of Monterey, Mexico, 査読有

② Ohtani, M., From Property to Character, 4<sup>th</sup> ISDE Conference, 2008年6月30日, Egmond aan Zee The Netherlands, 査読有

③ Ohtani, M., Construction Zone for Understanding Simultaneous Equations, Annual Meeting of American Educational Research Association, 2008年3月25日, New York, 査読有

④ 大谷実, 漢野有美子, 中村雅恵, 言語的思考を視点とした証明の指導, 日本数学教育学会第40回数学教育論文発表会論文集, 2007年11月3日, 東京理科大学, 査読有

⑤ 大谷実, 漢野有美子, 中村雅恵, 相等関係の発達を視点とした一次方程式の教授実験, 日本数学教育学会第39回数学教育論文発表会論文集, 2006年11月7日, 広島大学, 査読有

[図書] (計2件)

① 大谷実, 中学校新学習指導要領の展開(数学科編), 分担執筆(96-103, 170-172), 明治図書, 2009

② 大谷実, 平成20年改訂中学校教育課程講座(数学), 分担執筆(148-149, 188-189, 261-264), ぎょうせい, 2009.

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

大谷 実 (OHTANI MINORU)  
金沢大学・学校教育系・教授  
研究者番号: 50241758