様　式　C－１９、F－１９、Z－１９　(共通)

科学研究費助成事業　　研究成果報告書

平成 ２８ 年　 ６ 月 １４ 日現在

機関番号：１３９０１
研究種目：若手研究(B)
研究期間：2012～2015
課題番号：２４７６０３３３

研究課題名（和文）微分可制御性に基づく線形周期システムの解析アルゴリズム

研究課題名（英文）Analysis algorithm of linear periodic systems based on differential controllability

研究代表者
軸屋　一郎（Jikuya, Ichiro）

名古屋大学・工学（系）研究科（研究院）・助教

研究者番号：９０３４５９１８

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費）　　3,400,000円

研究成果の概要（和文）：線形周期システムのカルマン正準分解の構成方法を導出した。従来研究には判例が存在することを指摘し、この問題に対する完全な解を導出した。まず、可制御性グラミアンと可観測性グラミアンの同時ブロック対角化に帰着する解を導出し、これによりYoulaやWeissによる線形時変システムの正準分解との関係が明らかとなった。さらに、フロケ分解に基づく解法を導出し、これにより数値計算により適した計算方法が得られた。さらに、微分可制御性の概念を拡張して、微分可制御部分空間や微分可到達部分空間の概念提案し、それらの計算方法や基本的性質を調べた。

研究成果の概要（英文）：We have investigated the Kalman canonical decomposition of linear periodic systems. We have pointed out that there is a counterexample for the previous work. Then, we have obtained the complete solution to this problem. One is the simultaneous block diagonalization of the controllability and observability Gramians. This approach clarifies the relation to the methods by Youla and Weiss for linear time-varying systems. The other is based on the Floquet factrization. This approach is suitable for numerical computations. Moreover, the concepts of differentially controllable subspace and differentially reachable subspace are introduced by expanding the concept of differential controllability. Then, their computational methods and fundamental properties are investigated.

研究分野：制御工学

キーワード：制御工学　線形周期システム　システム解析

１．研究開始当初の背景

近年“点に止める制御”から“周期的運動の制御”への関心が高まっている。例えば宇宙工学の分野では、人工衛星の軌道制御や磁気トルカの姿勢制御などの研究が一例である。数学的には、“点に止める制御”は局所的には時不変システムに対する安定化問題を扱うこととなるのに対し、“周期的運動の制御”では局所的には周期システムの安定化問題に帰着される点で一般化された問題設定となっている。

現在では、線形周期システムの研究は完成の域に達したと認識されているようである。ところが、申請者らが従来研究を精査したところ、線形周期システムの従来研究には本質的な誤りがあることが明らかとなった。そこで、線形周期システムの研究の再構築が必要と考え、研究を行ってきた。

線形周期システムの研究は、連続時間の枠組みと離散時間の枠組みに大別される。連続時間線形周期システムは本質的には無限次元システムであり，CAD への実装に耐えるレベルの研究成果は得られていない。実現理論(Silverman,1968)や正準分解(Bittanti and Bolzelon,1985)などのシステム解析の研究や、特性乗数配置(Brunovsky,1969)や最適制御問題(Bittanti et.al, Kano and Nisimura 1980’s)などいくつかの制御系設計の話題が散見される位である。逆に、これらの連続時間制御系の標準的な話題は解決済と考えられてきたため、近年は離散時間の枠組みのもとで、具体的な計算量の見積やアルゴリズム化に興味が絞られている。しかし、IFAC PYSCO’10 や IFAC WC’11 で人工衛星用姿勢制御系の研究者である M. Lovera や離散時間制御系の研究者である A. Varga に情報収集をしたところ、離散時間制御系はサンプル周期が短くなると計算量が膨大となるために、連続時間制御系が再び注目を集めていることが明らかとなった。とくに解析的な解法の導出が望まれる現状にあった。

応募者は、H16 から「小型人工衛星用・磁気トルカ姿勢制御系の開発」と題して姿勢制御系の研究を行った。基礎検討段階において、姿勢制御用磁気トルカが少ない場合に制御系が不可制御となることに着目して解析を行った。制御系の可安定性を確認すべく、可安定性の判定条件に関する論文(Bittanti and Bolzeron, 1985)の適用を検討した。すると可安定性解析の基礎となる正準分解の議論に誤りがあることが明らかとなった。そこで可安定性の判定条件や正準分解に立脚した制御問題は未解決であり、再検討の必要があるという結論に至った。正準分解が存在しない制御対象に対しては、これまでと異なるアプローチが必要である。H21 年から「線形周期システムの可安定性解析」と題して先行研究を行った。この先行研究では、モード分解を利用して制御則を計算するという考え方が有効と予想し、可安定性解析の問題に取り組んできた。しかし、線形時不変システムと異なり、線形周期システムは状態遷移行列が陽に計算できないということが難しさの一因となり、解析的な計算が困難であった。そこで解析的な計算アルゴリズムの開発が望まれる状況にあった。

２．研究の目的

本研究では物理的なシステムでは係数行列が区分的な解析関数により表現される場合が多いことに着目する。解析関数は任意の次数でのテーラー級数展開が可能であることを利用して、係数行列を直接用いることにより状態遷移行列の計算の困難さを回避し、直接計算可能なアルゴリズムの構築に取り組むこととする。

３．研究の方法

本研究は理論研究であり、数学的な議論の積み重ねにより研究を遂行する。ただし、応用面からの問題設定の再確認を目的として、スイッチングコンバータの理論解析も行い、シンボリック計算可能なソフトウェアを用いた計算を併用する。

４．研究成果

本研究では、まず、先行研究において手がけてきた継続研究を仕上げることにより、本研究へのスタートアップとした。

線形周期時変システムの実現問題に関して、Silverman とは異なる解法を提案した。一般の線形時変システムに対する実現問題では、重み関数が既約な場合に状態空間実現可能であることが知られている。また、重み関数が周期的である場合に、周期的な状態空間実現が存在することも知られている。そこで、重み関数は既約であることを仮定し、重み関数の周期を陽に定義した。Silverman による解法では、周期を持つ重み関数の状態空間実現の周期は重み関数の周期と一致するとは限らず、一般的には二倍となる。二倍となる原因は、実数の範囲において線形周期システムのフロケ分解を施した時に、分解後の周期関数が一般的には二倍となることに相当していた。これに対し、状態遷移行列を二個の行列指数関数と周期関数の分解系として表現することにより、従来のフロケ分解とは異なる分解を考え、フロケ型分解と名付けた。そして、フロケ型分解をもとにして、周期を持つ重み関数の実現問題を考慮したところ、与えられた重み関数と同じ周期を持つ状態空間条件が得られることをしめした。具体的

には、周期を持つ重み関数に対して符号の概念を導入し、符号が正であれば、与えられた重み関数と同じ周期と次数を持つ状態空間実現が得られることを明らかとした。また、符号が負であれば、与えられた重み関数と同じ周期を持ち次数は一つ大きな状態空間実現が得られることを明らかとした。以上により、線形周期時変システムの実現問題に関して、Silverman の解法における問題点を解決し、完全な解を得ることができた。

線形時変システムのカルマン正準分解の問題に関して、Weiss や Youla による古典的な研究結果を精査した。Weiss と Youla の論文においては可制御性と可観測性という共通の用語を用いて正準分解を定式化しているにも関わらず、異なる結論が得られている。一見すると、同じ問題に対して異なる答えを提示しているわけであり、矛盾するように思われる。証明を精査したところ、実際には、用語としては同じ可制御性と可観測性を用いているが、異なる可制御性と可観測性の定義を用いて正準分解を定式化していたことが明らかとなった。具体的には、Weiss では Kalman と同様の可制御性と可観測性の定義を用いて正準分解を議論していた。Youla では、可制御部分空間と可到達部分空間の和として表現される部分空間により可影響性の概念を定義し、可観測部分空間の直交補空間と可検出部分空間の直交補空間の積の直交補空間として可視性を定義した時に、可影響性と可視性の意味で正準分解を議論していた。このように、可制御性と可観測性の定義に応じて異なるカルマン正準分解が得られることを指摘した。Weiss と同様に可制御性と可観測性に基づき正準分解を議論しようとすると、実は、部分システムによる正準分解は定義できない。そこで、座標変換後のシステムの座標系が可制御部分空間や可観測部分空間と一致すると定義することにより、正準分解の定義を行った。さらに、Weiss による証明には不十分な箇所があったので、改めて導出をし直し、可制御性グラミアンと可観測性グラミアンの同時ブロック対角化が可能である時に、正準分解が可能であることを示した。Youla と同様に可影響性と可視性に基づき正準分解を議論しようとすると、部分システムにより正準分解を定義できる。また、Youla の証明に誤りはなかった。ただし、可影響性グラミアンと可視性グラミアンの同時ブロック対角化問題として別証明を与えたところ、Youla の証明とは異なり正準分解を構成できる座標変換行列のパラメトリゼーションを得ることができた。以上により、正準分解という現代制御理論における基本的問題に対して、Weiss や Youla の古典的な研究結果を統一的に含む完全な解を得ることができた。

ここで、古典的な概念である微分可制御性に着目する。微分可制御性は係数行列から直接的に判定可能であり、通常の可制御性と比較すると計算が劇的に容易になる。
· L.M. Silverman and H.E. Meadows: Equivalent Realizations of Linear Systems, SIAM Journal on Applied Mathematics, 1969
本研究の計画段階で調べた限りでは、不思議なことに、微分可制御性の研究の幅に広がりがなかった。

申請者らは下記論文にて可制御部分空間を定義し、その基本的な性質を調べてきた。さらに線形システムの実現問題で開発したフロケ型分解を適用したところ、可制御部分空間や可観測部分空間を直接的に評価することができた。具体的には、フロケ型分解を考え、特性乗数の各々に対応した部分空間を定めた時に、それぞれが可制御・可観測、可制御・不可観測、不可制御・可観測、不可制御・不可観測な部分空間のいずれかに相当することを示すことができた。これにより線形時変システムと比較するとかなり詳細な構造が明らかとなったが、状態遷移行列を用いた計算方法であり、係数行列から直接的に計算する計算方法が解決すべき課題として残されていた。

本研究では、上記論文で得られた線形周期システム独特の知見を活かして、微分可制御な状態の集合の解析を行った。Chen による解析的なシステムに対する結果を参考にすると、解析的な係数をもつシステムでは微分可制御な状態の集合と可制御部分空間が一致することが予想された。
· C.T. Chen: Linear Independence of Analytic Functions, SIAM J. on Applied Math., 1967
そこで、区分解析的な線形周期時変システムに対して、微分可制御部分空間の概念を導入した。微分可制御部分空間は、任意の時間区間において適当な制御入力を用いて原点に遷移可能な状態の集合として定義される。積集合と和集合を重ねて定義される込み入った構造を持つために、定義に従い直接的に計算することは困難であった。しかし、係数行列が解析的な時刻において微分化制御部分空間お直交補空間を評価することにより、係数行列の微分を再帰的に計算することにより計算可能な計算式を導出した。得られた計算式は、解析的とは限らない任意の時刻において有効であるが、状態遷移行列を含む積分計算が必要である。そこで、解析的な時刻に限定して得られた計算式のテーラー級数展開を評価し、状態遷移行列を含まない計算式を導出した。これにより、本研究の主目的は達成された。

５．主な発表論文等
（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕（計　２件）

(1) Ichijo HODAKA and Ichiro JIKUYA: A period-specific realization of linear continuous-time systems, Systems and Control Letters, Vo. 62, No 5, pp. 395-400, 2013

(2) Ichiro Jikuya and Ichijo Hodka: Kalman Canonical Decomposition of Linear Time-Varying Systems, SIAM Journal on Control and Optimization, Vol. 52, No. 1, pp. 274-310, 2014

〔学会発表〕（計　９件）

(1) I. Jikuya and I. Hodaka: Time Domain Analysis of Steady State Response in Linear Periodic Systems and Its Application to Switching Converters, Proceedings of the 18th IFAC World Congress, Milan, Italy, 2011 年, 8 月

(2) I. Jikuya and I. Hodaka: A note on the input-output structure of linear periodic continuous-time systems with real-valued coefficients, Proceedings of 2013 American Control Conference (ACC2013), Washington, America, 2013 年, 6 月

(3) I. Jikuya and I. Hodaka: A note on the input-output structure of linear periodic continuous-time systems with complex-valued coefficients, Proceedings of the 21st International Symposium on Mathematical Theory of Networks and Systems (MTNS2014), Groeningen, Netherlands, 2014 年, 7 月

(4) I. Jikuya and I. Hodaka: Factorizing the Monodromy Matrix of Linear Periodic Systems, Proceedings of the 19th IFAC World Congress, Cape Town, South Africa, 2014 年, 8 月

(5) 軸屋一郎, 穂高一条：線形時変システムの正準分解に関する一考察, 計測自動制御学会・第 40 回制御理論シンポジウム予稿集, 2011 年 9 月

(6) 軸屋一郎, 穂高一条：線形周期システムの正準分解に関する一考察, 計測自動制御学会・第 41 回制御理論シンポジウム予稿集, 2012 年 9 月

(7) 軸屋一郎, 穂高一条：線形周期システムの正準分解に関する一考察－モノドロミ行列の分解に基づく計算法, 計測自動制御学会・第 13 回制御部門大会予稿集, 2013 年 3 月

(8) 軸屋一郎, 穂高一条：線形周期システムの正準分解に関する一考察－モノドロミ行列の分解に基づく計算法の拡張, 計測自動制御学会・第 1 回制御部門マルチシンポジウム, 2014 年 3 月

(9) 軸屋一郎：線形周期システムの微分可制御性に関する一考察, 計測自動制御学会・第 2 回制御部門マルチシンポジウム, 2014 年 3 月

〔図書〕（計　０件）

〔産業財産権〕
○出願状況（計　０件）

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
出願年月日：
国内外の別：

○取得状況（計　０件）

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
取得年月日：
国内外の別：

〔その他〕
ホームページ等

６．研究組織
(1)研究代表者
軸屋一郎（JIKUYA, Ichiro）
名古屋大学・大学院工学研究科・助教
研究者番号：90345918

(2)研究分担者
（　　）

研究者番号：

(3)連携研究者
（　　）

研究者番号：