

## 科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成24年 6月 5日現在

機関番号：13901  
 研究種目：若手研究(B)  
 研究期間：2009～2010  
 課題番号：21760325  
 研究課題名（和文）  
 線形周期システムの可安定性解析  
 研究課題名（英文）  
 Stabilizability Analysis of Linear Periodic Systems  
 研究代表者  
 軸屋 一郎（JIKUYA ICHIRO）  
 名古屋大学・工学研究科・助教  
 研究者番号：90345918

研究成果の概要（和文）：本研究では線形周期システムの可安定性解析を行った。状態遷移行列の性質を詳細に調べ Floquet の定理の拡張を行った。これにより線形時不変システムでのモード分解の拡張が可能となり、部分的特性定数配置が可能となった。また応用面からの拡充を目的として、スイッチングコンバータの解析を行い、とくにスイッチングコンバータが連続導通モードであると仮定して線形周期システムとしての系統的な解析を行った。

研究成果の概要（英文）：This paper studied the stabilizability condition for linear periodic systems. The structure of the state transition matrices was studied in detail and the extension of the Floquet theorem was obtained. This gives a new modal decomposition in linear time-invariant system and enables a partial characteristic multiplier placement. The systematic analysis of switching converters was also discussed as linear periodic systems under the continuous conduction mode.

## 交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2009年度	1,300,000	390,000	1,690,000
2010年度	800,000	240,000	1,040,000
総計	2,100,000	630,000	2,730,000

研究分野：制御工学

科研費の分科・細目：電気電子工学・制御工学

キーワード：制御工学、線形周期システム、Floquet 定理

## 1. 研究開始当初の背景

(1) 近年“点に止める制御”から“周期的運動の制御”への関心が高まっている。例えば宇宙工学の分野では、人工衛星の軌道制御や磁気トルカの姿勢制御など研究にこのような側面がある。“点に止める制御”は局所的には時不変システムに対する安定化問題を扱うこととなるのに対し、“周期的運動の制御”では局所的には周期システムの安定化問題に帰着される。線形周期システムの研究を振り返ると、現状では線形周期システムの研究は現在では完成の域に達したと認識されているようである。申請者もそのような認識

のもとで、小型人工衛星の姿勢制御系の開発に従来研究の実装を検討した。とくに、H16年度より「小型人工衛星用・磁気トルカ姿勢制御系の開発」と題して研究を計画していた。ところが、従来研究を精査したところ、線形周期システムの従来研究には本質的な誤りがあることが明らかとなった。そこで、線形周期システムの研究の再構築が必要と考えている。以下に、これまでの研究の流れと、本研究を通じて明らかにすることを述べる。(2) 線形周期システムの研究は、連続時間の枠組みと離散時間の枠組みに大別される。連続時間線形周期システムは本質的には無限

次元システムであり、CAD への実装に耐えるレベルの研究成果は得られていない。そこで、実現理論(Silverman,1968)や正準分解(Bittanti and Bolzelon,1985)などのシステム解析の研究や、特性乗数配置(Brunovsky,1969)や最適制御問題(Bittanti et.al, Kano and Nisimura 1980' s)など、いくつかの制御系設計の話題が散見される位である。逆に、これらの標準的な話題は解決済と考えられてきたため、近年は離散時間の枠組みのもとで、具体的な計算量の見積やアルゴリズム化に興味が絞られている。2008年8月開催のIFAC Workshop on Periodic Control System (PSYCO' 7)で情報収集した時も同様の研究動向であった。

(3) 本研究の先行研究となる、小型人工衛星用・磁気トルカ姿勢制御系設計の基礎検討段階において、姿勢制御用磁気トルカが少ない場合に制御系が不可制御となることが明らかとなった。そこで、制御系の可安定性を確認すべく、可安定性の判定条件に関する論文(Bittanti and Bolzeron, 1985)の適用を検討した。すると可安定性解析の基礎となる正準分解の議論に誤りがあることが明らかとなった。そこで可安定性の判定条件や最適制御問題という正準分解に立脚した制御問題は未解決であり、再検討の必要があるという結論に至った。正準分解が存在しない制御対象に対しては、これまでと異なるアプローチが必要である。線形時不変システムと異なり、線形周期システムは状態遷移行列が陽に計算できないということが難しさの一因となる。そこで、モード分解を利用して低次元化された問題に分割し、A行列が標準的な構造をもつシステムに対して制御則を具体的に計算するという考え方が有効と予想している。

## 2. 研究の目的

(1) 線形周期システムのモード分解・・・実数値関数の範囲内で線形周期システムの状態遷移行列の分解を考えたとき、周期を保ったまま Floquet 分解を可能でない場合が存在することが知られている。このことは線形周期システムのモード分解を行う際の障壁となっている。実現問題に関する申請者らの先行研究を参考に、従来のフロケ分解とは異なる分解方法を導出し、実数値関数の範囲内で周期を保存するようなフロケ分解が存在しない場合でも適用可能な表現を与えたい。

(2) 線形周期システムの可安定性の判定条件・・・線形周期システムの可安定性を解析する上で、申請者らにより明らかにされた正準構造の破綻が問題となる。正準構造が破綻する場合には、正準構造とは異なる解析の道具を用いる必要がある。申請者は新たに提案するモード分解方法を用いて、周期システム

をある種の標準構造をもつサブシステムに分解することにより問題を単純化し、正準構造が存在しない場合でも適用可能な可安定性の判定条件を導出したい。

## 3. 研究の方法

本研究は理論研究であり、数学的な議論の積み重ねにより研究を遂行する。ただし、応用面からの問題設定の再確認を目的として、スイッチングコンバータの理論解析も行い、シンボリック計算可能なソフトウェアを用いた計算を併用する。

## 4. 研究成果

(1) 本研究では、線形周期システムに対して従来の Floquet 分解とは異なる分解を導出した。

① Floquet の定理では基本行列を周期関数と指数関数の積に分解する。本研究では基本行列を周期関数と 2 個の指数関数の積に分解することを提案した。

② 得られる分解を応用することにより、時不変システムでのモード分解に対応する標準系を構築できる。

③ 新しい標準形は、周期関数が周期システムの周期性を受け継ぎ、指数関数が周期システムの時間発展を特徴付ける点でフロケの定理と共通している。さらに、新たに追加した指数関数が周期システムの周期性と時間発展の両方の特徴を担うことにより、周期保存の性質を回復することを可能とした。すなわち、分解により得られた周期関数がもとの線形周期システムと同じ周期を持つことを可能とした。

④ 分解形の形式を固定し、基本行列の特徴づけを行うという観点から、さらに基本行列の構造を調べた。すなわち、分解形の構成要素(周期関数と 2 個の行列指数関数)固定し、与えられた基本行列を表現するような分解形の構成要素)の組み合わせを求めた。最初に提案した分解形と比較すると分解形の構成要素の制約が緩和され、可換性の条件のみが本質的に重要であることをあきらかにした。これにより、基本行列の最大パラメトリゼーションが得られ、周期システムの基本行列が備えるべき本質的な構造を明らかにした。

⑤ リアプノフ・フロケの定理の拡張という観点から、分解形を用いて周期システムに座標変換を施し、A 行列を簡略化する問題を調べた。リアプノフ・フロケの定理では、時不変システムへの座標変換が必ずしも可能でない。すなわち、A 行列を定数行列とするなら、実行列の範囲で閉じず、複素行列の範囲にまではみ出してしまう。一方、実行列の範囲で A 行列を定数行列とするなら、座標変換行列の周期が元の線形周期

システムの二倍となってしまう。本研究では、新しく提案した標準形での分解形を利用して、新しい座標変換を提案した。すると、座標変換行列の周期を元の線形周期システムの周期と等しくすることが可能であり、A 行列が高々基本周波数成分を持つような周期システムに変換される。ここで注目すべき点は、近似を行うことなく変換を施したことにあり、周期システムの新しい基本構造を明らかとした。

⑥ 最大パラメトリゼーションと対となる最小パラメトリゼーションの問題に関しては、ジョルダン標準形の構成の自由度に起因する自由度が残されており、完全ではない。この点を補完することにより、新しく提案した分解形の研究は完結すると考えている。

(2) 本研究では、正準形が存在する場合に、線形周期システムに対して部分的特性定数配置問題への解を与えた。

① 線形時不変システムでは、システムが可制御なら任意に極配置可能であり、システムが可安定なら可制御なモードを任意に極配置可能であることが知られている。線形周期システムでは、Brunovsky により、システムが可制御なら任意に特性定数配置可能であることが知られている。一方、システムが可制御ではない場合の特性定数配置問題については、未解決であった。

② 本研究で新しく提案した Floquet 分解の拡張を適用すると、正準形が存在する場合に、線形周期システムが可制御でない場合の特性定数配置問題に解を与えることができる。まず、システムが可制御でない場合に、正準分解可能と仮定する。申請者らにより、正準分解は常に可能とは限らないことが示されており、この仮定には注意が必要である。次に、可制御なモードに対して、Floquet 分解の拡張を適用する。この分解は正準分解の構造を崩すことなく適用可能であり、可制御なモードをブロック対角化することができる。ブロック対角化されたモードはそれぞれが可制御である。最後に、Brunovsky の特性定数配置問題に対する解法を適用することにより、ブロック対角化されたモードに対して特性定数配置が可能である。これにより、部分的特性定数配置問題に対する解が得られる。

③ 上記の通り、システムが可制御でない場合に、常に正準分解が得られるとは限らない。正準分解が得られない場合についてはまだ未解決であり、引き続き取り組む必要がある。

(3) 本研究では、応用面からの問題設定を再確認すべく、線形周期システムが現れる具体

例の研究も行った。

① スイッチングコンバータは半導体素子に起因する非線形性の大きい回路であるが、実用上重要な電流導通モードに限定すると、線形周期システムに帰着される。まず線形周期システムとして具体的な方程式を導出し、これまでに得られた成果が適用できる状況であるか調べた。

② 結論としては、正準分解やフロケ定理に関して特異な状況は出現せず、これまでの問題設定を拡張する動機とはならなかった。しかし、パワーエレクトロニクス分野では見過ごされてきたいくつかの研究成果を得た。

③ スイッチング回路の解析用モデルとして状態平均化モデルが使われることが多い。従来研究では、周期解の存在を仮定して、折れ線近似により議論をしてきたが、そもそも周期解の存在すら自明ではないし、折れ線近似には数学的な根拠が欠ける。また、周期解以外の解の解析も重要であるが、この点に関する議論も欠けている。本研究では、Floquet-Lyapunov 変換を用いて、平均化モデルを導出し、さらにスイッチング周期が十分短いときに状態平均化モデルが導出できることを示した。この結果は、従来研究にはかけていた数学的厳密性を保証するものであり、解の漸近的な挙動の解析に役立つ。

④ スイッチング回路の特性評価をする規準として、定常状態での平均電圧やリップル電圧の解析が重要である。ところが、状態平均化モデルの導出と同様に理論的な考察が不十分である。そこで、本研究では、線形周期システムの知見を用いると、定常状態は安定な周期軌道として定式化されることを指摘した。さらに安定な周期解を逐次近似することにより数式処理が可能であり、平均電圧は 0 次近似、リップル電圧は 1 次近似により得られることを示した。これらの結果は、従来研究での図的解釈から得られた近似解法に対して数学的根拠を与えるものであり、価値がある。また、寄生要素が入ったシステムに対して、図的解釈に頼ることなく数式処理できるということは強みであり、応用が期待できる。さらに、逐次近似の考え方はより高次の近似も可能にする。将来的な応用研究の方向性としては、数式処理と組み合わせる回路設計ソフトウェアに組み込むことが考えられ、高精度な回路設計につながると期待できる。

## 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕（計 0 件）

〔学会発表〕（計 7 件）

- ① 線形周期システムの定常応答と昇降圧コンバータ・電流連続モードの静特性  
2010年9月27～29日 第39回制御理論シンポジウム予稿集：穂高一条、軸屋一郎，ホテルコスモスクウェア国際交流センター（大阪府）
- ② Time Domain Analysis of Steady State Response in Linear Periodic Systems and Its Application to Switching Converters 2011年8月29日 18th IFAC World Congress : Ichiro Jikuya, Ichijo Hodaka, Milan (Italy)
- ③ Maximum Parametrization of the Set of All Solutions to Linear Periodic Systems 2010年8月26日 Proceedings of 2010 IFAC Workshop on Periodic Control Systems : Ichiro Jikuya, Ichijo Hodaka, Antalya, (Turkey)
- ④ An Explicit Parametrization of the Set of All Solutions to Linear Periodic Systems 2010年7月6日 Proceedings of The 19th International Symposium on Mathematical Theory of Networks and Systems (MTNS 2010) : Ichiro Jikuya, Ichijo Hodaka, Budapest (Hungary)
- ⑤ Floquet-Lyapunov 変換による降圧回路の平均化モデル 2010年3月16日～18日 第10回制御部門大会予稿集：軸屋一郎、穂高一条，熊本大学工学部（熊本県）
- ⑥ A Floquet-Like Factorization for Linear Periodic Systems 2009年12月16～18日 proceedings of the 48th IEEE conference on decision and control : Ichiro Jikuya, Ichijo Hodaka, Shanghai International Convention Center (China)
- ⑦ Floquet-Lyapunov 変換による昇圧回路の平均化モデル 2009年9月14～16日 第38回制御理論シンポジウム予稿集：軸屋一郎、穂高一条，ホテルコスモスクウェア国際交流センター（大阪府）

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

軸屋 一郎 (JIKUYA ICHIRO)  
名古屋大学・工学研究科・助教  
研究者番号：90345918

### (2) 研究分担者なし

### (3) 連携研究者なし