

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 27 年 6 月 8 日現在

機関番号：10104

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2012～2014

課題番号：24540155

研究課題名(和文) 荷重付きベルグマン空間上の作用素解析とその応用

研究課題名(英文) Operator analysis and its application on the weighted Bergman spaces

研究代表者

米田 力生 (Yoneda, Rikio)

小樽商科大学・商学部・准教授

研究者番号：70342475

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,900,000円

研究成果の概要(和文)：一般的な空間である荷重付きディリクレ空間上の作用素、テープリッツ作用素、合成作用素がいつ閉値域を持つのかを特徴付けを行った。ベルグマン空間上での掛け算作用素に関しては勿論、一般的な空間である荷重付きディリクレ空間上の掛け算作用素が閉値域を持つ必要条件に関する必要十分条件に関しては知られているが、テープリッツ作用素、ハンケル作用素がいつ閉値域を持つのかに関しては殆ど知られていない。そこで、シンボルを解析函数に限定して、サンプリング集合の特徴付けを行い、その解析結果を利用して、テープリッツ作用素及びハンケル作用素がいつ閉値域を持つかに関する結果を得た。

研究成果の概要(英文)：I researched the operators on the weighted Dirichlet spaces. In particular, I studied the Toeplitz operator and the Hankel operator on the weighted Dirichlet space with the closed range. It is well-known with respect to the closed range multiplication operator, but there is no result with respect to the closed range Toeplitz operator and Hankel operator on the weighted Dirichlet space. So I studied the sampling set with respect to the analytic symbol multiplication operator. Moreover I get the results when Toeplitz operator and Hankel operator have the closed range on the weighted Dirichlet spaces.

研究分野：関数論

キーワード：ベルグマン空間 テープリッツ作用素 閉値域 合成作用素 逆不等式

1. 研究開始当初の背景

荷重付きベルグマン空間上とその上の作用素に関する研究は多くの研究者によって注目され、盛んに行われている。特に、中国、アメリカ、韓国、カナダではかなり活発に研究されている。古典的なハーディー空間とともにベルグマン空間は荷重付きディクレ空間とみなすことができるが、それぞれの空間上で利用できる計算方法や証明手法は全く異なっている。そのため、ハーディー空間上の理論をベルグマン空間上の理論に一般化しようとしても、そう簡単には行かず、数多くの未解決問題が残されている。古典的なハーディー空間上の理論は工学にも広く応用されており、ベルグマン空間上の理論も、最近はずいぶん進歩はあるが工学に適用されており、今後、更なる応用も期待されている分野である。

2. 研究の目的

本研究の目的は、複素平面上の開単位円板上の解析関数からなる関数空間である荷重付きベルグマン空間上の作用素の解析を行い、それに対応したサンプリング集合を特徴付けることに関する解析を進めることにより、掛け算作用素がいつ閉値域を持つのかという問題を解析することであり、さらにそれを応用したベルグマン空間上の作用素の可逆性およびフレドホルム作用素の特徴付けという未解決問題に着手することである。特にテープリッツ作用素がいつ閉値域を持つのか、いつ可逆になるのか、そのスペクトルはどうなっているのかということはほとんど知られていないため、この問題に着手し、進めることが研究の目的である。ハーディー空間上のテープリッツ作用素がいつ閉値域を持つのか、いつ可逆になるのか、そのスペクトルはどうなっているのかということは、その多くが研究され、知られているが、これらの結果を参考にして、ベルグマン空間上の結果に応用し、新たな結果を導き出すことも本研究の目的である。

3. 研究の方法

ベルグマン空間上、ハーディー空間上の共通性質があることに着目し、両方の空間上での共通性質を導き出し、荷重付きベルグマン空間上の全く新しい特徴付けを導き出すという方法により、これまででない新しい定理を導き出すという方法をとっている。問題になってくることが作用素が閉値域を持つこととサンプリング集合が必要十分条件で結ばれるという意味で深く関係していることである。つまり、サンプリング集合がどのようなものなのかを知ることが必要不可欠となる。過去に知られた結果としては、サンプリング集合は必ずサンプリング列を含むこと

である。更にサンプリング列に関しては、1993年に Kristian Seip が Seip's density を導入し、完全な特徴付けを与えている。そしてその特徴付けが現在知られている唯一の情報であるが、実際にサンプリング集合がどのような集合なのかということを知るための手段としては不十分なものである。サンプリング集合を Kristian Seip とは全く違った角度から解析する。Kristian Seip の特徴付けは、開単位円板の部分集合がサンプリング集合であるためには、デンシティが最低でもどの程度無くてはならないのかというものであるが、現在進めている手法は全く逆のものである。具体的には、開単位円板の部分集合がサンプリング集合としての性質を保つためには開単位円板からどの程度部分集合を取り除くことが許されるのかということであり、この研究が進めばサンプリング集合の具体像を知ることが出来るのと同様に、補間列とサンプリング集合の間の直接の関係を知ることが可能になる。また、補間列とサンプリング集合の関係を解析することは不変部分空間の解明につながる。現在、知られている結果としては、サンプリング列を2個の補間列の和で表現出来るとき、index 2 を持つ不変部分空間 SIS の存在を知ることが出来るということが 1993年に Hakan Hedenmalm によって証明された。ここで index とは $SI=ZI$ の次元のことである。そこで、補間列とサンプリング集合の関係の解析から得られる新しい結果から不変部分空間の新たな性質の構築を目指す。また同時進行で、ベルグマン空間上におけるハンケル・テープリッツ・掛け算作用素が「いつ可逆な作用素になるのか」「いつフレドホルム作用素になるのか」に関する研究も進めていく。一方、ベルグマン空間上のテープリッツ作用素の有界性及びコンパクト性に関する研究として代表的な結果が 1998年に Sheldon Axler と Dechao Zheng によってベリジン変換を利用して特徴付けられた。しかし、「いつハンケル・テープリッツ作用素が閉値域を持つのか」に関する研究は、現在殆ど知られておらず、未解決問題として残されている。この問題解決のためにベリジン変換を利用できないかということは自然な考察であるが、そこにはかなりのギャップがあり、そのような結果は未だ知られていない。そこで、申請者は、先ず掛け算作用素がテープリッツ作用素の特殊な場合であることに着目し、サンプリング集合を利用した掛け算作用素の解析を行い、その結果を一般化するという方法で閉値域を持つテープリッツ作用素の解析を進めていく。また、閉値域を持つハンケル作用素に関して同様の手法で解析を進めていく。更に、得られた理論を多変数上の理論に応用する研究にも着手する。

4. 研究成果

一般的な空間である荷重付きディクレク空間上の作用素、テプリッツ作用素、合成作用素がいつ閉値域を持つのかの特徴付けを行った。ベルグマン空間上での掛け算作用素に関しては勿論、一般的な空間である荷重付きディクレク空間上の掛け算作用素がいつ閉値域を持つかに関する必要十分条件は知られているが、テプリッツ作用素、ハンケル作用素がいつ閉値域を持つかに関しては殆ど知られていない。そこで、シンボルを解析関数に限定して、サンプリング集合の特徴付けを行い、その解析結果を利用してテプリッツ作用素、ハンケル作用素がいつ閉値域を持つかに関する結果を得た。現在は、それらの結果をさらに精査し、現在幾つかの専門雑誌に投稿中である。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 5 件)

The Reverse Carleson Measure On The Bergman Spaces And Closed Range
米田, 力生 (2013). 小樽商科大学人文研究, 126: 323-335 査読無

Pointwise Multipliers From BMOA To BMOA
Yoneda, Rikio. 商学討究, 64(1): 137-155 (2013) 査読無

The Boundedness And Compactness Of Extended Cesáro Operators On Mixed Norm Spaces
米田, 力生. 小樽商科大学人文研究, 125: 117-124 (2013) 査読無

The Boundedness And Compactness Of Extended Cesáro Operators On Mixed Norm Spaces
米田, 力生. 小樽商科大学人文研究, 125: 117-124 (2013) 査読無

Essential Norm of Integration Operators And Multipliers On Weighted Drichlet Spaces,
米田, 力生. 小樽商科大学人文研究, 124: 211-230 (2012) 査読無

[学会発表](計 6 件)

フレドホルムテプリッツ作用素とペリジン変換、米田力生、日本数学会関数論分科会 2015年3月23日 明治大学
Toeplitz operators on the Bergman spaces、米田力生、ポテンシャル論セミナー2014年12月12日 名城大学
可逆なテプリッツ作用素とペリジン変換、米田力生、日本数学会関数論分科会 2014年3月15日 学習院大学
可逆なテプリッツ作用素、米田力生、ポテンシャル論セミナー2013年12月13日 名城大学
閉値域を持つベルグマン空間上のテプリッツ作用素とハンケル作用素、米田力生、日本数学会関数論分科会 2013年3月22日
Toeplitz operators and Hankel operators on the Bergman spaces with closed range、米田力生、日本数学会関数論分科会 2012年9月18日

[図書](計 0 件)

[産業財産権]

出願状況(計 0 件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
出願年月日：
国内外の別：

取得状況(計 0 件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
出願年月日：
取得年月日：
国内外の別：

[その他]
ホームページ等

6. 研究組織
(1)研究代表者
米田 力生 (YONEDA, Rikio)
小樽商科大学・商学部・准教授
研究者番号：70342475

(2)研究分担者

()

研究者番号：

(3)連携研究者

中路 貴彦 (NAKAZI, Takahiko)

北星学園大学・教授

研究者番号： 30002174

連携研究者

山本 隆範 (YAMAMOTO, Takanori)

北海学園大学・工学部・教授

研究者番号： 60182630

連携研究者

山田 雅博 (YAMADA, Masahiro)

岐阜大学・教育学部・准教授

研究者番号： 00263666

連携研究者

瀬戸 道生 (SETO, Micho)

島根大学・総合理工学研究科・准教授

研究者番号： 30398953