

領域適応型 Particle Swarm Optimization の開発

金沢大学工学部 北山哲士, 香川大学工学部 荒川雅生, 金沢大学工学部 山崎光悦

Development of Adaptive Range Particle Swarm Optimization

Kanazawa Univ. Satoshi KITAYAMA, Kagawa Univ. Masao ARAKAWA, Kanazawa Univ. Koetsu YAMAZAKI

This paper proposes a new method which is called as Adaptive Range Particle Swarm Optimization (ARPSO), based on Adaptive Range Genetic Algorithm. That is, the search domain is determined by using the mean and standard deviation of each design variable. At the initial search stage it is preferable to explore the design domain widely, and is also preferable to explore the small design domain as the search goes on. To achieve this objective, new parameter which determines the search domain is introduced. Through numerical examples, the effectiveness and validity of proposed method are examined.

1. はじめに

Particle Swarm Optimization(PSO)は, 関数の感度を利用せずに, 多点同時探索を行い, 連続変数から成る多峰性関数の大域的最適解もしくはそれに相当するような準最適解を求める方法の一つである. PSO も他の多点探索法と同様に, はじめに設定した側面制約条件は固定され, 探索が十分進んだ段階でもその側面制約条件の変更はない. このため, 探索が十分進んだ段階でも, ある意味で無駄な探索領域が設定されたまま探索を行うことになる. 多点同時探索で大域的最適解を求める進化的計算法と称される多くの方法では, 全探索点が目的関数を最もよくする探索点へ向うため, 探索点から得られる何らかの情報を利用した有効な探索領域の絞込みは必要であると考えられる.

ここで関数の感度を利用しない多点探索法の課題をまとめると次のようになると思われる.

(P1)探索点のばらつきを考慮した探索領域の設定.

(P2)探索状況に応じた探索領域の変更.

(P3)探索回数を考慮した有効な探索領域の絞込み. すなわち探索点の集中化による解の精度向上.

(P4)制約条件の取扱い.

本論文では特に, 上記(P1)~(P3)の対策として, PSOに確定的な要素に確率的な要素を含ませることにより, 有効な探索領域の設定と探索点の集中化によって, 最適解の精度向上を狙う. そこで, 領域適応型遺伝的アルゴリズム(ARGA)を参考に, 直前の探索回数における各設計変数の平均・標準偏差を利用して, 探索状況に応じて探索領域が適宜変更される領域適応型 Particle Swarm Optimization(Adaptive Range Particle Swarm Optimization, ARPSO)を提案する.

2. Particle Swarm Optimization (PSO)

PSO は鳥や魚などの群れの行動は, 集団を構成する個々の情報を共有しながら進化を続けているということに基づいた最適化手法である. PSO は, 個体 (Particle) が持つ最良の情報 (p-best) と, その個体から形成されるグループ (Swarm) の最適値 (g-best) から, 過去の探索履歴を考慮して連続変数の多峰性関数の大域的最適解, もしくは準最適解を求める手法である. PSO では各個体 (Particle) が「位置」と「速度」を持ち, 集団 (Swarm) で探索を行い, 各個体の位置と速度を更新しながら, 最適解を探索する方法である.

2.1 位置と速度の更新式

k 回目の探索において, 個体 d の位置 x_d^k と速度 v_d^k を用いて, $k+1$ 回目の位置 x_d^{k+1} と速度 v_d^{k+1} は, 次式で更新される.

$$x_d^{k+1} = x_d^k + v_d^{k+1} \quad (1)$$

$$v_d^{k+1} = wv_d^k + c_1r_1(p_d^k - x_d^k) + c_2r_2(p_g^k - x_d^k) \quad (2)$$

式(2)において, r_1 と r_2 は[0,1]の乱数である. また c_1 と c_2 はパラメータであり, 一般には $c_1=c_2=2$ が用いられる. w は慣性項と呼ばれ, 線形的に減少する. p_d^k は個体 d が k 回目までの探索において, 今までで訪れた最良の解(p-best)を表す. 一方, p_g^k は k 回目の探索において, 群れ全体の中での最良の解(g-best)を表す.

2.2 基本アルゴリズム

(STEP1)個体数, 最大探索回数を決める.

(STEP2)各個体に対して, 側面制約条件内にランダムに初期位置 x_d^k と初期速度 v_d^k を決める. $k=1$ とする.

(STEP3)各個体に対して, 関数値を計算する.

(STEP4) p_d^k と p_g^k を求める.

(STEP5)各個体の速度と位置を式(1), (2)に従い更新.

また慣性項を以下の式に従い更新.

$$w = w_{\max} - (w_{\max} - w_{\min}) / k_{\max} \times k \quad (3)$$

(STEP6)探索回数が最大探索回数以下なら $k=k+1$ としてSTEP3へ戻る. そうでなければ, 探索終了.

上記アルゴリズムからも判るように, 探索領域自体(すなわちはじめに与えられた側面制約条件)は可変することはない. 慣性項は探索回数に応じて線形的に減少するが, これは探索点の近傍自体を小さくするための要素であり, 探索領域自体を可変させる要素ではない. さらに PSO では, 探索が進むにつれ, 探索点は集中化することが報告されているが, 探索領域の絞込みはできない.

3. Adaptive Range Particle Swarm Optimization (ARPSO)

本論文では ARPSO の基礎的な検討として, 側面制約条件のみからなる無制約最適化問題を対象とする.

3.1 探索領域の設定

初期探索 ($k=1$) のときは, 直前の探索における情報がないため, 従来までの PSO を適用する. これにより i 番目の設計変数の平均 μ_i と標準偏差 σ_i が求まる. 探索領域の設定は正規分布を基調とし, この正規分布縦軸の値を利用して, 式(4)のように探索領域を次のように設定する.

$$\mu_i - \sqrt{-2\sigma_i^L \log a} \leq x_i \leq \mu_i + \sqrt{-2\sigma_i^R \log a} \quad (4)$$

式(4)中の σ_i^L と σ_i^R は左右別々に与えられる i 番目の設計変数の標準偏差を表すが, 探索領域の設定の段階では左右同じ ($\sigma_i = \sigma_i^L = \sigma_i^R$) とする. また式(4)の a は図1の縦軸の値であり, システムパラメータである. 探索領域を図1に例示する.

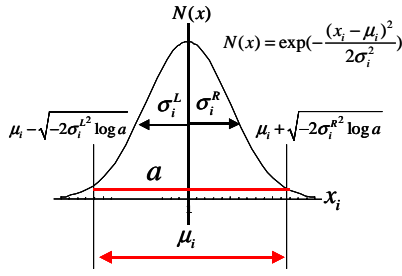


Fig.1 Search region of i -th design variables

3.2 最良値の保存

ARPSO では探索領域が直前の探索における探索点の情報を利用して決定されるため、図 2 に示すように探索領域が探索回数毎に変更される。図 2 中の μ_i^k は k 回目の探索における i 番目の設計変数の平均（すなわち探索領域の中心）を表す。そのため、過去の探索において目的関数を最良にする探索点の設計変数の情報をも失われてしまう。そこで、過去の探索において目的関数を最良にする探索点は必ず探索領域に入るように以下の操作を行う。なお以下の記述において x_i^{best} とは、過去の探索において目的関数を最良にした番目の設計変数を意味する。

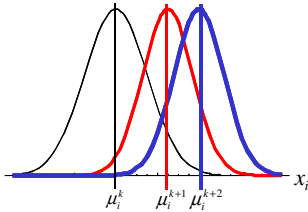


Fig.2 Variation of search region

(1) $\mu_i + \sqrt{-2\sigma_i^{R^2} \log a} < x_i^{best}$ のとき

これは、図 3 に示すように x_i^{best} が探索領域外の右側に位置したときである。なお図 3 中において実線は元の探索領域を示している。このとき、

$$a = \exp\left(-\frac{(x_i^{best} - \mu_i)^2}{2\sigma_{i,new}^R}\right) \quad (5)$$

として、探索領域を決める新しい標準偏差 $\sigma_{i,new}^R$ を求める。

$$\sigma_{i,new}^R = \sqrt{\frac{(x_i^{best} - \mu_i)^2}{2 \log a}} \quad (6)$$

そして、新しい探索領域を以下のように設定する。

$$\mu_i - \sqrt{-2\sigma_{i,new}^L \log a} \leq x_i \leq \mu_i + \sqrt{-2\sigma_{i,new}^R \log a} \quad (7)$$

図 3 中の破線は最良値を保存することにより得られた新しい探索領域を示している。 $x_i^{best} < \mu_i - \sqrt{-2\sigma_{i,new}^L \log a}$ のときは、同様の手順で左側の新しい標準偏差 $\sigma_{i,new}^L$ を求めればよい。

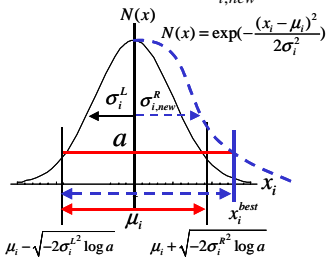


Fig.3 New search region by changing standard deviation

3.3 側面制約条件の対処

図 2 に示したように探索領域の中心は探索回数毎に変化することがあり、その結果、側面制約条件を破ってしまうこと

がある。例えば探索領域が上限値を超えた場合は、新しい右側の標準偏差 $\sigma_{i,new}^R$ を以下のように求める。

$$\sigma_{i,new}^R = \sqrt{\frac{(x_i^U - \mu_i)^2}{2 \log a}} \quad (8)$$

そして式(8)を式(7)に代入して新しい探索領域を設定する。下限値についても同様な操作を行えばよい。

4 数値計算例

次の問題を考える。(ndv=2)

$$f(x) = 418.9829n + \sum_{i=1}^{ndv} \{-x_i \sin \sqrt{|x_i|}\} \rightarrow \min \quad (9)$$

$$-500 \leq x \leq 500 \quad (10)$$

探索点数を 20、最大探索回数を 100 とし、初期的に $-100 \leq x \leq 100$ の領域に探索点を発生させたときの、探索領域の変動の様子を図 4 に示す。図 4 中において、は探索領域であり、は最良個体を表す。

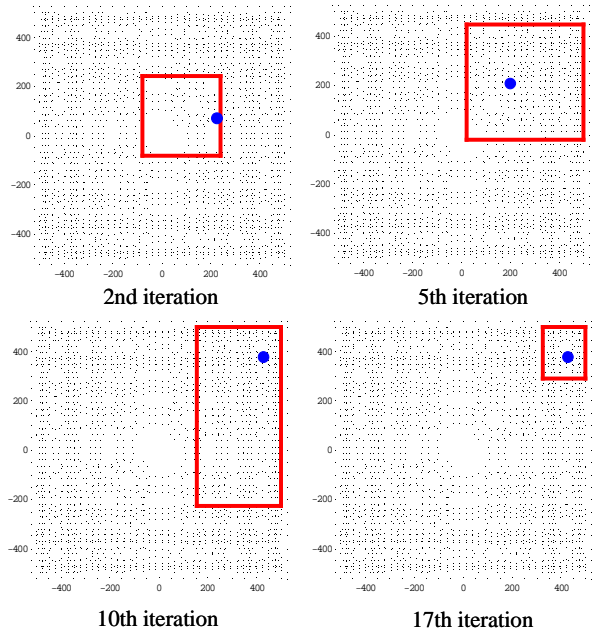


Fig.4 Change of search domain through search process

また図 5 に、PSO の各モデルを適用した際の、目的関数の収束状況を示す。

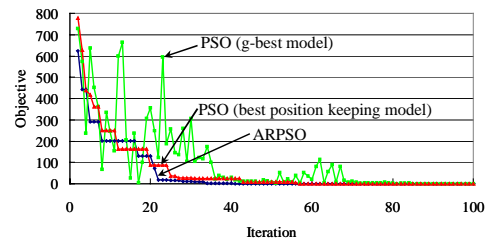


Fig.5 Convergence of objective function

おわりに

本稿では、探索領域を探索点の平均と標準偏差を用いて適応的に変化させる領域適応型 Particle Swarm Optimization を提案した。今後、システムパラメータ a の決定法や制約条件の取扱いなどについて検討が必要である。