

# Study on Vibration Suppression of Multi-Degree-of-Freedom System with Parametric Excitation

メタデータ	言語: jpn 出版者: 公開日: 2019-02-22 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: Iwata, Yoshio メールアドレス: 所属:
URL	<a href="https://doi.org/10.24517/00053218">https://doi.org/10.24517/00053218</a>

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 3.0 International License.



---

# パラメトリック励振型動吸振器を使用した 多自由度系の制振手法に関する研究

---

17560203

平成17年度～平成18年度科学研究費補助金  
( 基盤研究(C) )研究成果報告書

平成19年3月

研究代表者 岩田佳雄

金沢大学自然科学研究科教授

金沢大学附属図書館



1300-04222-2

著 者 寄 贈

## はしがき

研究代表者及び分担者を含む研究グループは従来からパラメトリック励振型動吸振器について研究を行って来ている。ここではパラメトリック励振型動吸振器を実用化するための課題として、多自由度系に対して使用できること、使用制限のない使いやすい動吸振器とすること、を目標に本研究課題に取り組んだ。前者の課題についてはパラメトリック励振型動吸振器の特性を生かすこと、後者については重力ではなくばねを復原力として用いる振子にすること、によって解決することに努めた。本報告書においてはこれらの結果について具合的に報告する。

## 研究組織

研究代表者 : 岩田 佳雄 (金沢大学自然科学研究科教授)  
研究分担者 : 小松崎俊彦 (金沢大学自然科学研究科講師)

## 交付決定額 (配分額)

(金額単位: 円)

	直接経費	間接経費	合計
平成17年度	2,900,000 円	0 円	2,900,000 円
平成18年度	600,000 円	0 円	600,000 円
総計	3,500,000 円	0 円	3,500,000 円

## 研究発表

- (1) 口頭発表 箱田有司, 岩田佳雄, 佐藤秀紀, 小松崎俊彦, パラメトリック励振型動吸振器の基礎的検討, 日本機械学会北陸信越支部第43期総会・講演会, 2006年3月9日.
- (2) 同上 岩田佳雄, 箱田有司, 佐藤秀紀, 小松崎俊彦, 回転ばねを持つ振子を利用したパラメトリック励振型動吸振器, 日本機械学会機械力学・計測制御部門講演会 D&D2006, 2006年8月9日.

# パラメトリック励振型動吸振器を使用した多自由度系の制振手法に関する研究

## 目 次

第1章 緒論	
1-1. 研究の背景	3
1-2. 研究の目的	3
第2章 回転ばねを持つ振子系のパラメトリック振動	
2-1. 緒言	4
2-2. パラメトリック励振系	4
2-3. 回転ばねを持つ振子系の運動方程式	6
2-4. シミュレーション	7
2-5. 実験	11
2-6. 実験結果と考察	12
2-7. 結言	13
第3章 1つの固有振動数付近に対する動吸振器としての応用	
3-1. 緒言	14
3-2. 1次固有振動数付近における制振	
3-2-1 実験	14
3-2-2 シミュレーション	18
3-3. 2次固有振動数付近における制振	
3-3-1 実験	22
3-3-2 シミュレーション	25
3-4. 結言	29
第4章 動吸振器による1次と2次の固有振動数付近の制振	
4-1. 緒言	30
4-2. 実験	30
4-3. シミュレーション	32
4-4. 実験との比較	36
4-5. 結言	39
第5章 結 論	40
参考文献	41

# 第1章 緒 論

## 1-1. 研究の背景

機械構造物の振動を抑えるため、動吸振器<sup>(1)</sup>は様々な場所で利用されている。動吸振器はばねダンパ質量からなる1自由度系であり、それを構造物に付加して大きく振動している構造物の振動エネルギーを、付加した1自由度系に吸収して制振効果を発揮するものである。1自由度系としては振子を利用する場合もあり、高層ビルディングの制振などに使用されている。このような動吸振器を最適に設計するために、定点理論、いわゆるPQ理論が確立されており、これによって広い振動数範囲で機械構造物の振動の抑制が可能になっている。主に制振対象となるのは1自由度系とみなせる系の固有振動数付近における強制振動応答、または多自由度系の場合にはどれか1つのモードの固有振動数付近の振動のみの場合が多い。多自由度系に対する複数個のモードを対象とした動吸振器の設計法についての提案<sup>(2)-(6)</sup>があるが、その煩雑さ故に一般には応用されていないようである。例えば、1次モード用の動吸振器と2次モード用の動吸振器を設置して2つのモードの制振を行うとき、各動吸振器のパラメータが全体系の固有振動数へ及ぼす影響を考慮しながら、2つの動吸振器の質量とばね定数を最適に調整する必要、または振動モード相互に及ぼす影響を最小にするように動吸振器のパラメータ設定を行う必要があり、動吸振器の最適条件を見出すのが非常に面倒である。さらに3次モードも加えて制振を行うとすると、大変な困難を伴う。

上記は通常の共振を利用した動吸振器であるが、この一方で振子のパラメトリック共振を利用した動吸振器<sup>(6)-(8)</sup>がある。これは振子系に生じる自励振動であるパラメトリック共振を利用するものであり、この共振によって主系の振動エネルギーを吸収して制振する。この種の共振はオートパラメトリック共振<sup>(9)</sup>ともいわれており、この現象を利用した動吸振器のことをパラメトリック励振型動吸振器またはオートパラメトリック吸振器<sup>(10)-(12)</sup>という。この動吸振器の特徴は、制振を目的とする振動数付近では振動を起こすが、それ以外の振動数ではまったく振動しないことである。このことは多自由度系の制振において、例えば1次モード制振用の動吸振器は1次共振においてのみ動作し、2次共振付近では振動しない、すなわち2次モード用の動吸振器の動作を邪魔しないように振る舞うことが予想される。したがって多自由度系の制振を行うとき、パラメトリック励振型動吸振器を使用すれば他のモードに影響を及ぼすことなく制振対象のモードのみの振動を抑えることが可能であると考えられる。

## 1-2. 研究の目的

本研究ではパラメトリック励振型動吸振器が特定の振動数範囲でのみ動作することを利用し、多自由度系における複数の振動モードの共振を制振することを目的とする。具体的には、3自由度系の1次モードと2次モードの共振における振動を制振するため、1次モード制振用の動吸振器及び2次モード用の動吸振器を設置し、両モードに対する制振の可能性、及び制振特性を明らかにする。そしてこの種の動吸振器が多自由度系の制振に対して有効であることを検証する。

一方、パラメトリック励振型動吸振器を実用化をするにあたり、従来から研究されている、重

力による復原力を利用する振子では、振動方向が限られることが欠点である。さらに振子の長さのみによって動作振動数が決定されるため、設置場所の大きさなど寸法的な制限を考慮しなければならない。以上のこと鑑み、本研究では図1-1のような支点まわりに回転ばねとダンパを持つ振子系をパラメトリック励振型動吸振器として使用する。振子は水平面内で振動する構造になっており、本研究では水平方向に振動する構造物を制振対象にする。

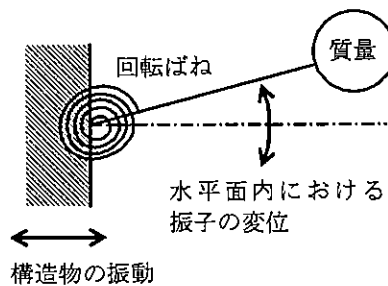


図1-1 回転ばねを持つ振子系

最初に、支点まわりに回転ばねとダンパを持つ振子系について、支点振動に対する応答を調べ、振子が発振するための条件を明らかにする。つぎにこれをパラメトリック励振型動吸振器として利用することを考え、構造物の1つの共振ピークを抑えるための動吸振器として、その効果について検討する。その上で2つの共振を対象として制振するため、2つの動吸振器を設置してそれら相互の動的影響及び主系である構造物の制振状態を検証し、この種の動吸振器の特性と可能性を明らかにする。具体的には3自由度系の1次及び2次共振の振動を制振するための実験とシミュレーションを行い、制振効果について考察している。

## 第2章 回転ばねを持つ振子系のパラメトリック振動

### 2-1. 緒言

本章においては、支点回りにばねを持つ振子系のパラメトリック振動について説明し、シミュレーションによってその応答を調べる。次に動吸振器として用いる振子系について、そのパラメトリック振動を実験的に調べ、結果について考察する。2-2節において、パラメトリック振動の一般的な一例として、重力によって振動する振子のパラメトリック励振をあげる。2-3節では、支点回りにばねを持つ振子のパラメトリック励振の運動方程式を立てる。2-4節では、2-3節で述べた振子のパラメトリック励振に関して、無次元化した運動方程式から数値積分法によって解き、その特性を調べる。2-5節では、実験から振子の振動応答を求める。2-6節では、実験結果から、シミュレーションとの比較、考察を行う。

### 2-2. パラメトリック励振系

系が鉛直方向に加振を受ける場合、支点振動の振動数が振子の固有振動数の2倍となった時、振子の振動が大きくなり発振する。これをパラメトリック励振といい、以下に詳しく紹介する。

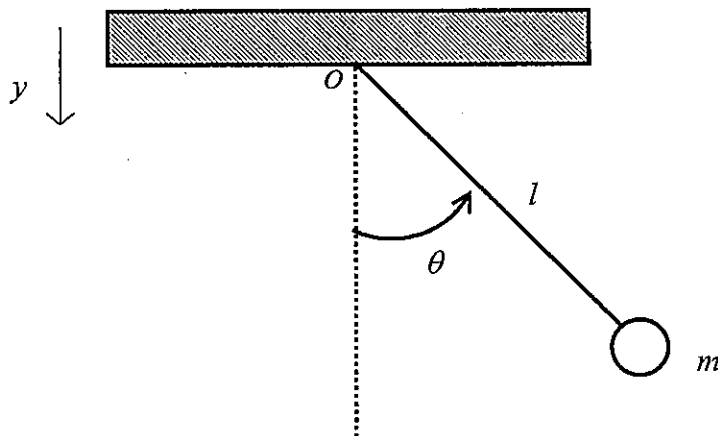


図 2-1 パラメトリック励振を引き起こす単振子系

図2-1に支点の上下運動を受ける単振子系を示す。この系において、振子の角変位を $\theta$ とし、振子の支点から重心までの距離を $l$ 、質量を $m$ とする。また、支点の運動を以下のようにする。

$$y = a \cos \omega t \quad (2-1)$$

このとき振り子の運動方程式は以下のようなになる。

$$ml^2 \ddot{\theta} + m(g + \ddot{y})l \sin \theta = 0 \quad (2-2)$$

ここで、(2-1)を(2-2)に代入すると(2-3)の式を得る。

$$\ddot{\theta} + \left( \frac{g}{l} - \frac{a\omega^2}{l} \cos \omega t \right) \theta = 0 \quad (2-3)$$

ここに $\theta$ は微小とし、 $\sin \theta \approx \theta$ とした。式(2-3)は線形微分方程式の係数が周期関数となっており、

このような方程式をMathieu方程式という。

式(2-3)に対して(2-4)のパラメータを用いて、(2-5)のように書き換える。

$$\omega t = 2\tau, \theta = x, \omega_n = \sqrt{\frac{g}{l}}, \left(\frac{2\omega_n}{\nu}\right)^2 = \delta, -\frac{2a}{l} = \varepsilon \quad (2-4)$$

$$\ddot{x} + (\delta + 2\varepsilon \cos 2\tau)x = 0 \quad (2-5)$$

(2-5)の式がMathieu方程式の標準形であり、周期係数の周期は $\pi$ である。周期係数は支点の調和振動から起こり、それによって系の $\theta$ の係数が変化することによって、振動が起こる。このような振動をパラメトリック励振と呼ぶ。周期係数の振動数が振子の固有振動数の2倍になると、1次パラメトリック共振が起こる。

### 2-3. 回転ばねを持つ振子系の運動方程式

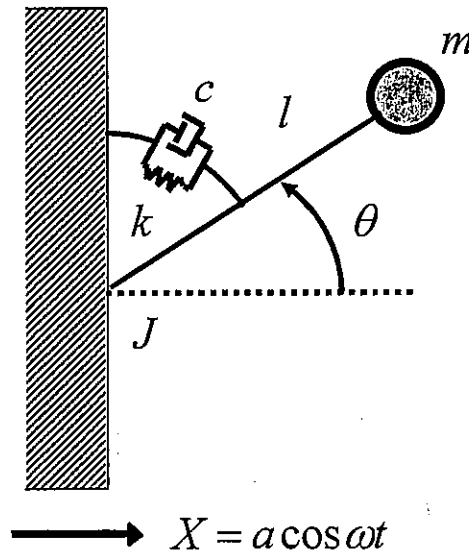


図 2-2 ばね振子振動系モデル図

重力による復原力を利用した振子を動吸振器として利用するには振動方向が限られる。そこで復原力として振子の支点回りに回転ばねを持つ振子系を考える。図2-2に支点振動により水平方向で加振され、回転ばねの復原力によって水平面内で振動するばね振子振動系モデル図を示す。ここで振子の変位を $\theta$ 、振子質量を $m$ 、支点から重心までの長さを $l$ 、回転ばねのばね定数を $k$ 、粘性係数を $c$ 、支点回りの慣性モーメントを $J$ とする。また外力振動は $x = a \cos \omega t$ である。この系の運動方程式は次のようになる。

$$J \frac{d^2 \theta}{dt^2} + c \frac{d\theta}{dt} + k\theta - ml\ddot{x} \sin \theta = 0 \quad (2-6)$$

(2-6)式に $x = a \cos \omega t$ を代入すると、

$$J \frac{d^2 \theta}{dt^2} + c \frac{d\theta}{dt} + k\theta + ml\omega^2 a \cos \omega t \sin \theta = 0 \quad (2-7)$$



ここで  $2\varepsilon = \frac{c}{ml^2}$ ,  $\omega_n = \sqrt{\frac{k}{ml^2}}$ ,  $q = \frac{ml^2}{J} \cdot \frac{a}{l}$  とすると、

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + 2\varepsilon \frac{d\theta}{dt} + \omega_n^2 \theta + q\omega^2 \cos \omega t \sin \theta = 0 \quad (2-8)$$

$z = \frac{\omega}{\omega_n}$ ,  $\zeta = \frac{\varepsilon}{\omega_n}$ ,  $\tau = \omega_n t$ ,  $\frac{d^2\theta}{dt^2} = \omega_n^2 \frac{d^2\theta}{d\tau^2}$ ,  $\frac{d\theta}{dt} = \omega_n \frac{d\theta}{d\tau}$  として無次元化すると、

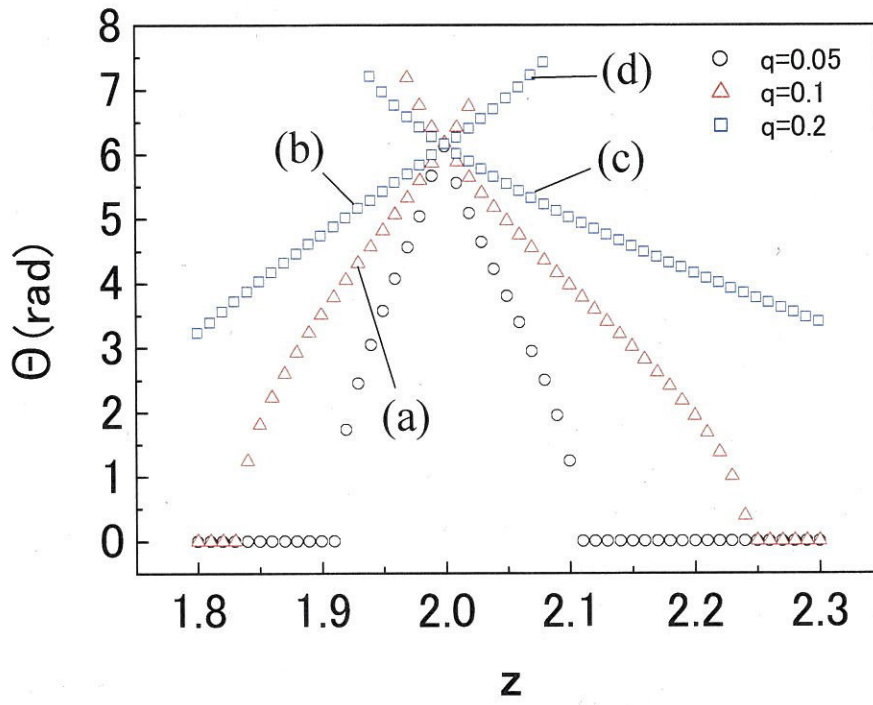
$$\frac{d^2\theta}{d\tau^2} + 2\zeta \frac{d\theta}{d\tau} + \theta + qz^2 \cos z\tau \sin \theta = 0 \quad (2-9)$$

#### 2-4. シミュレーション

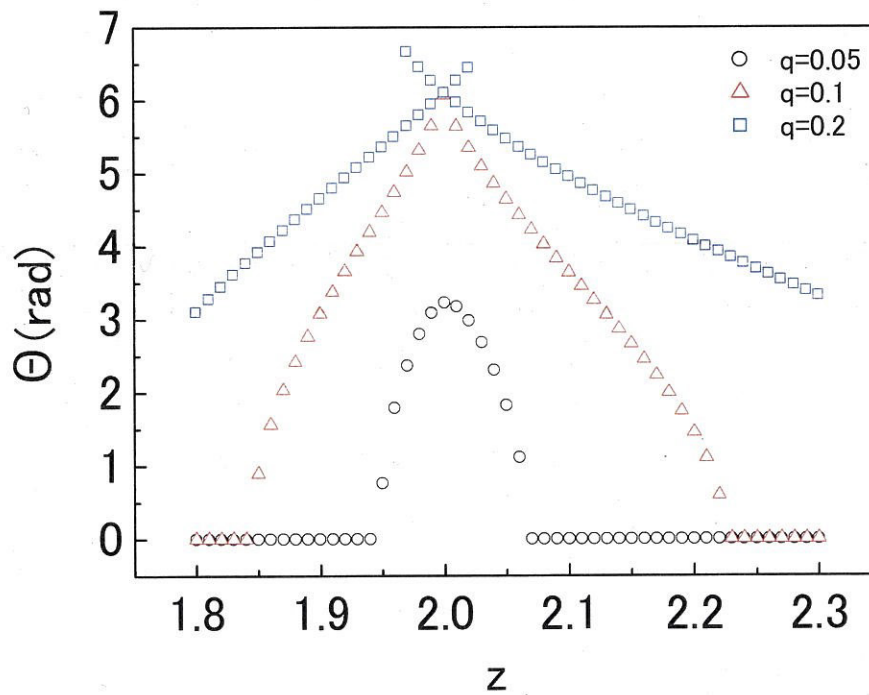
式(2-9)を数値積分法(ルンゲ・クッタ法)によって解き、定常振動応答を求めた。定常応答が複数個ある場合のことを考え、複数の初期条件を用いて計算を行った。数値計算解は波形が安定した範囲から200周期を取り出して、角変位の複振幅を求めた。初期変位については0.5と3.0(rad)、初期速度については0、1.0、5.0(rad/s)のいずれかを用いた。図2-3に減衰比 $\zeta$ と支点振幅に関するパラメータ(支点振幅と振子の重心までの距離の比) $q$ を変えたときの振幅応答について示す。図2-3(a)は $\zeta = 0.01$ 、(b)は $\zeta = 0.04$ でそれぞれ $q = 0.05, 0.1, 0.2$ の3通りとする。グラフの横軸を支点振動の振動数 $\omega$ と振子系の固有振動数 $\omega_n$ の比である固有振動数比 $Z = \omega/\omega_n$ とし、縦軸を振子系の複振幅 $\Theta$  (rad)とする。

これらの図より $Z=2.0$ 付近、すなわち振子の固有振動数の2倍付近の支点振動数においてパラメトリック振動が発生し、それ以外の振動数においては振幅がゼロの状態になる。複振幅値が $2\pi$ 以上の振動応答は1回転以上の振れで振動していることを示しているが、これは大きな初期変位または初期速度を与えないと発生せず、微小な初期変位と初期速度では複振幅値が $2\pi$ 以下の応答になる。複振幅値が $2\pi$ 以下の応答を見ると、減衰比が大きい場合には応答振幅が小さくなり、かつパラメトリック振動の発生領域が $Z=2.0$ を中心に狭くなる。 $q$ については、 $q$ が大きくなるにつれて複振幅値が大きくなり、広がりのある曲線が得られて発振領域が広がっている。さらに複振幅値が $2\pi$ 以上の応答については $q$ が小さくなるにつれて定常応答が消滅する。

図2-3(a)内の応答(a)、(b)、(c)、(d)における振動波形をそれぞれ図2-4に示す。ここで応答(a)と(b)は固有振動数比 $Z$ が等しく、 $q$ が異なる場合で、応答(c)と(d)は $Z$ と $q$ が等しくて複振幅が異なる場合である。(c)と(d)では、複振幅が異なるとともに、支点振動との位相差も異なることが確認できる。



(a)  $\zeta=0.01$



(b)  $\zeta=0.04$

図 2-3 シミュレーションによる応答振幅曲線

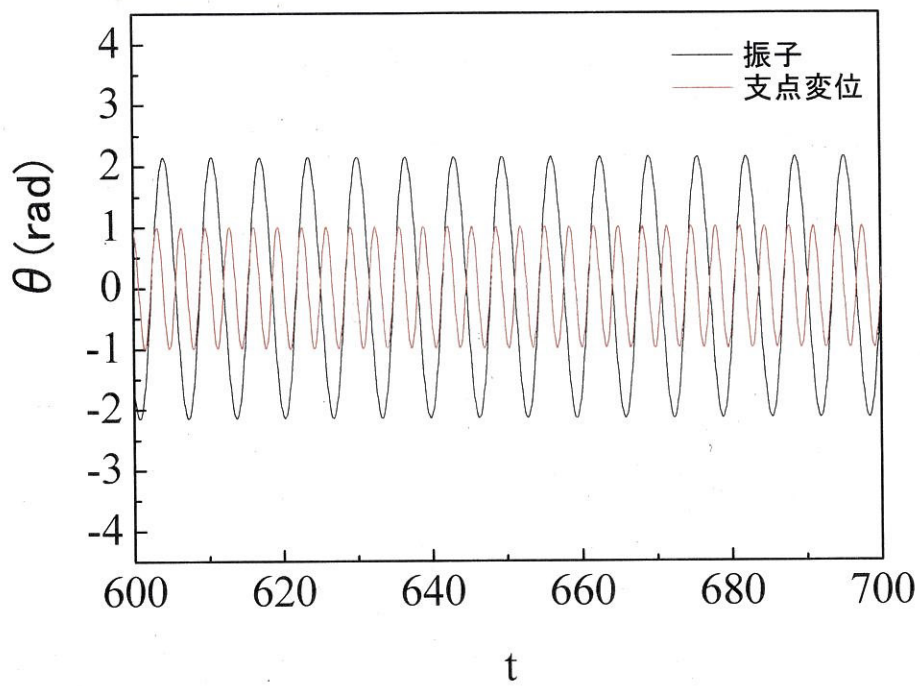


图 2-4(a) 応答(a) ( $z=1.93, q=0.1$ )

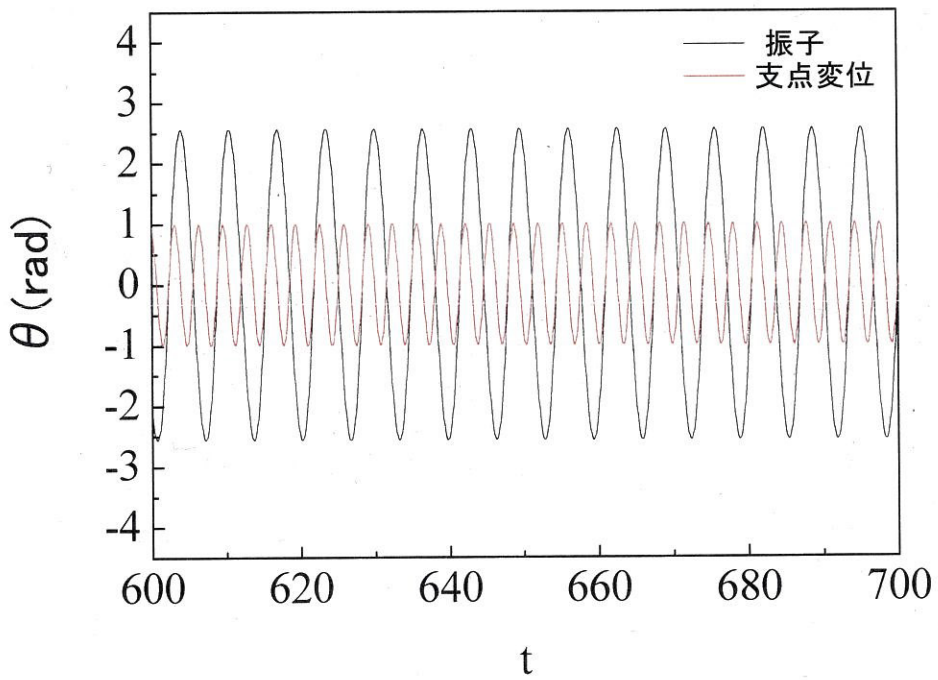


图 2-4(b) 応答(b) ( $z=1.93, q=0.2$ )

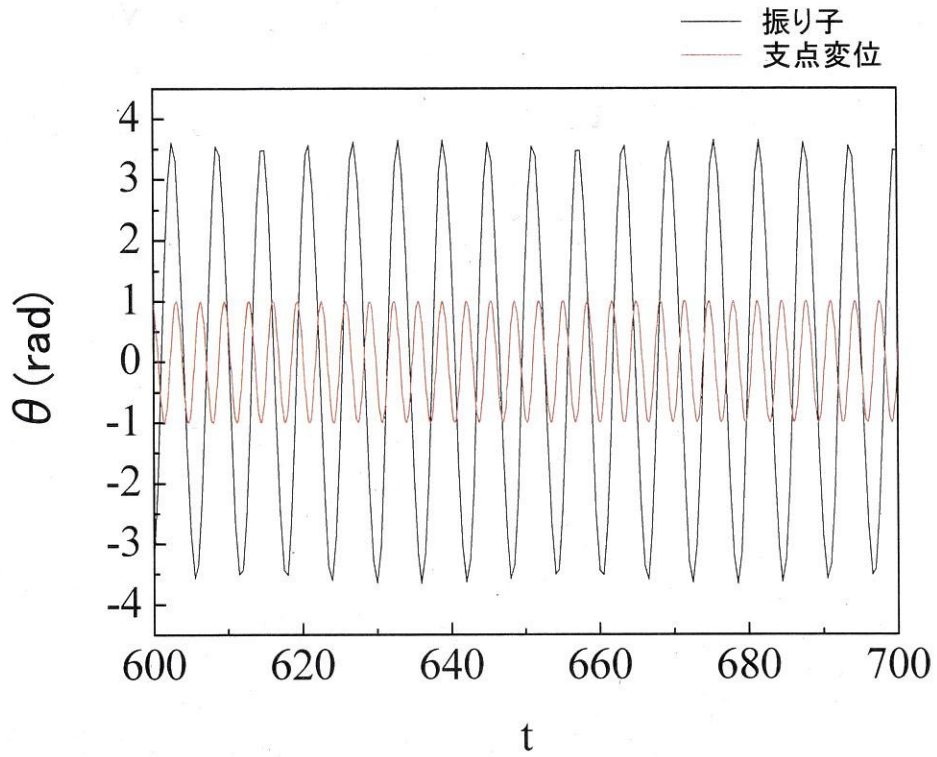


図 2-4(c) 応答(c) ( $z=2.07$ ,  $q=0.2$ )

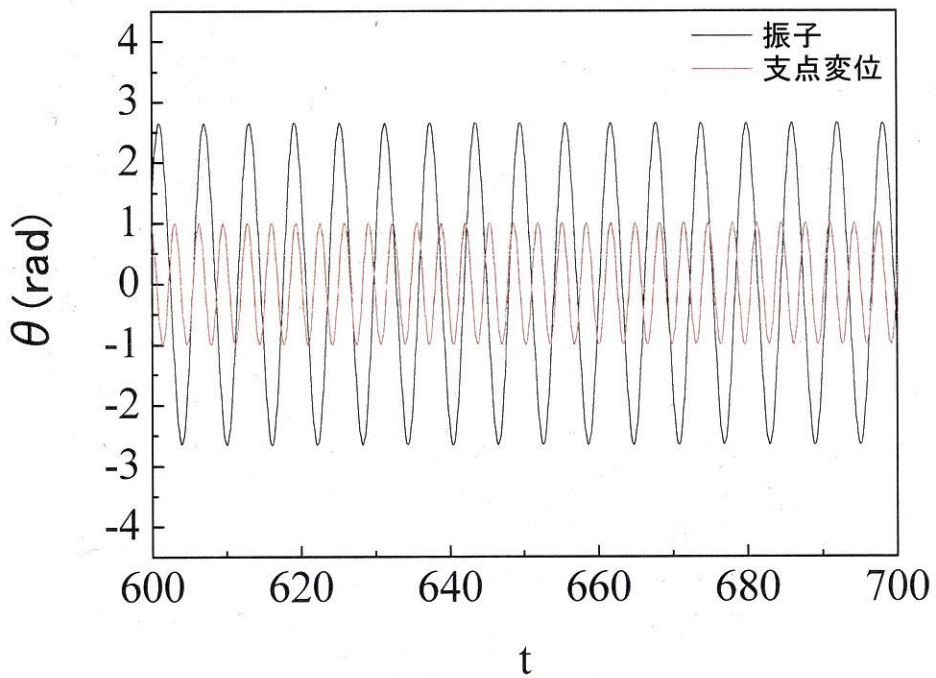


図 2-4(d) 応答(d) ( $z=2.07$ ,  $q=0.2$ )

図2-4 各応答点における振動応答波形

## 2-5. 実験

図2-5に振子支点に振動変位を与え、振子のパラメトリック振動を確かめる実験装置概略図を示す。装置は加振台の上に振子系を設置し、振子支点に回転ばねを取り付けて振子の復原力とする。コントローラによって任意の振動数で加振台を駆動し、振動する振子の角変位をポテンシオメータにて検出、FFTアナライザによって振動波形を測定する。実験に使用する支点回りに回転ばねを持つ振子を図2-6、またその諸元について表2-1に示す。「重心の長さ」は支点から振子の重心までの長さであり、ポテンシオメータによる振子の計測角度は $\pm 170$ 度である。したがってその角度以上の振動については測定が不可能になる。

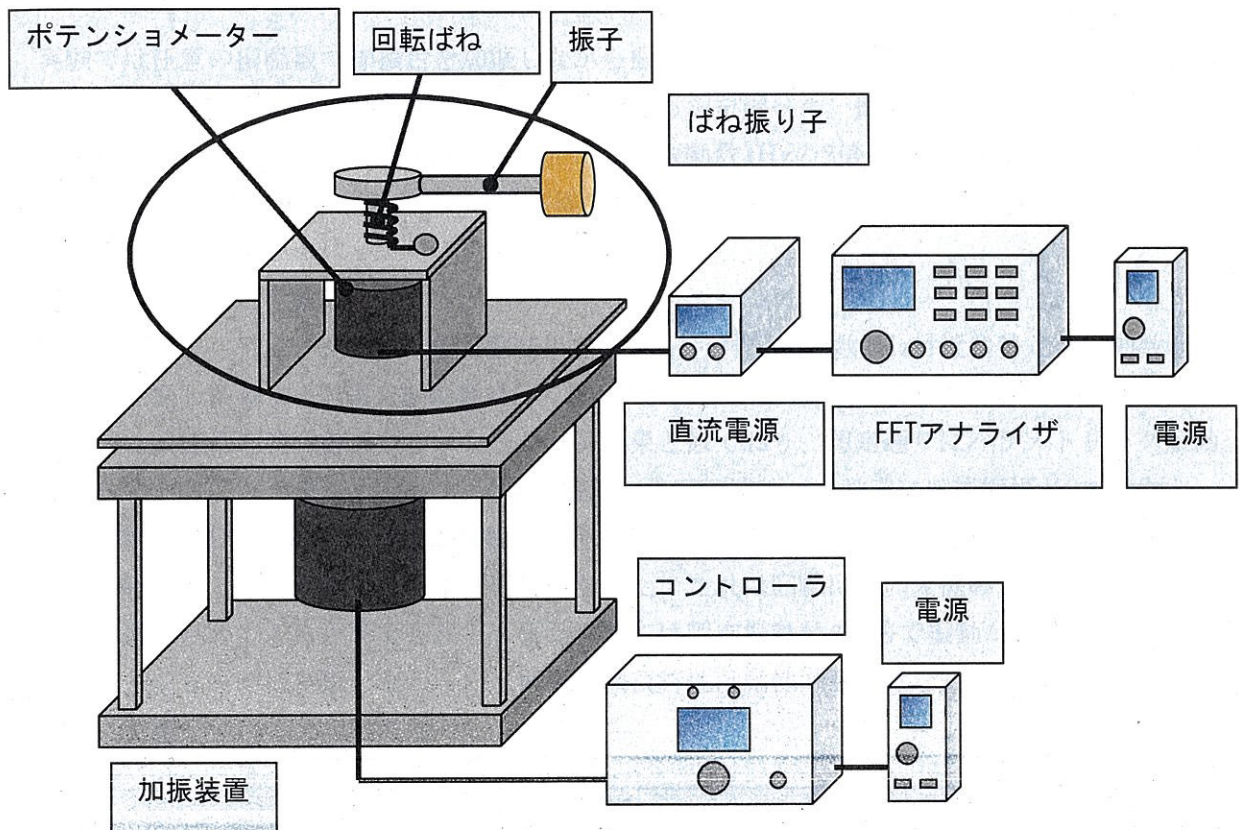


図 2-5 実験装置概略図

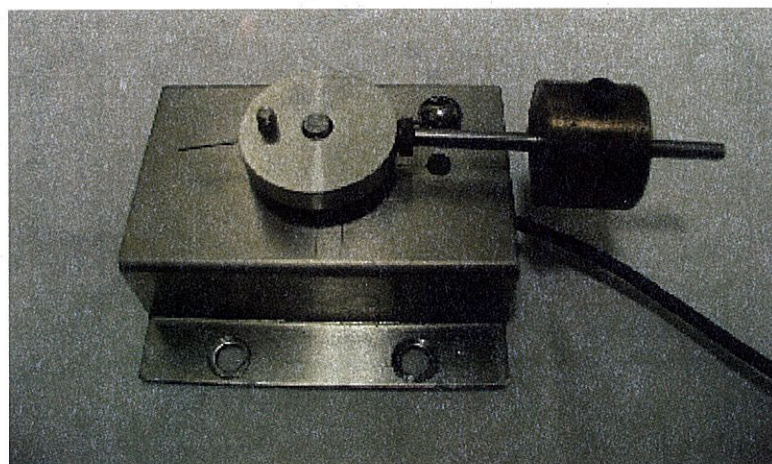


図 2-6 実験に使用した振子系

表 2-1 振子諸元

全質量	174(g)
振子部の質量	99.8(g)
支点から重りの重心までの長さ	6.00(cm)
支点から振子の重心までの長さ	5.2(cm)
ばね定数	0.0180(Nm/rad)
振子の固有振動数	1.00(Hz)
振子の計測角度範囲	-170°~170°
振子の慣性モーメント	$4.31 \times 10^{-4} (kg \cdot m^2)$
振子の減衰比	0.0692

実験では任意の振動数で加振台を加振しながら振子に初期変位を与えてその後の振動の状態を観察し、最終的に振子が振動するか、または静止するかを調べた。振動するときには振動波形から角振幅の値を測定する。加振振動数は振子の固有振動数1Hzの2倍付近の1.8~2.25Hzの範囲で徐々に変化させている。加振台は5mmの振幅で振動させた。

## 2-6. 実験結果と考察

以上の条件、パラメータで行った実験結果を図2-7に示す。振動数2Hz付近の特定の振動数範囲で振子は発振し振動する。固有振動数1Hzの2倍では振子の振動が発散し、測定範囲を越えたので×をつけた。振幅応答曲線はシミュレーション結果と似ており、想定通りにパラメトリック振動が発生していることが確かめられる。なお、振子の発振領域外では厳密には複振幅が0ではなかったが、振動台の振動で振子が微小に振動しているためである。シミュレーションでは $z=2.0$ を中心にほぼ対称になるが、実験では若干非対称になった。これは回転ばねの変位の正と負の方向のばね定数が違うためであると考えられる。また実験では固有振動数の2倍で振動が発散しているが、シミュレーションでは発散しなかった。振子の減衰特性は粘性減衰ではなく摩擦減衰であることが大きく影響しているようである。

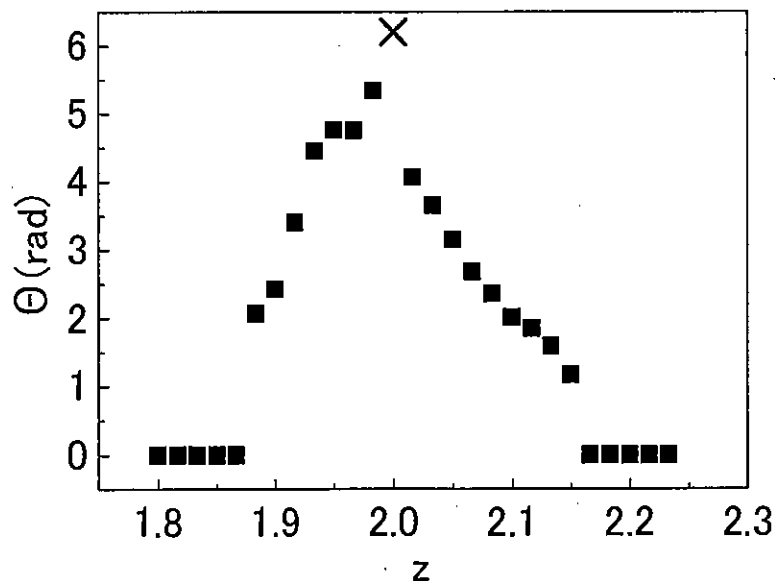


図 2-7 実験によって測定された振幅応答曲線

## 2-7. 結言

支点回りに回転ばねを持つ振子についてそのパラメトリック振動特性について調べ、以下の結果を得た。

1. 重力によって振動する振子のパラメトリック振動に関して、系が鉛直方向に変位加振を受ける場合、支点振動の振動数が振子の固有振動数の2倍となった時に振子の振幅が大きくなり、発振する。これについては従来からよく知られた現象である。
2. 支点回りにばねを持つ振子系が変位加振を受けた場合の振動について運動方程式を求め、パラメトリック振動の運動方程式になることを示した。重力による振子のパラメトリック振動との違いは線形の運動方程式になることである。シミュレーションによって振動波形を求め、振幅応答曲線を描いた。そして減衰比、支点振動の振幅を変化させてその影響を調べた。
3. 支点回りにばねを持つ振子系を製作し、それを加振台に載せてパラメトリック振動に関する実験を行った。実験においてパラメトリック振動が発生することを確認し、振幅応答曲線がシミュレーションと同じ結果になることを示した。したがって振子系の解析モデルが妥当であることが示された。

## 第3章 1つの固有振動数付近に対する動吸振器としての応用

### 3-1. 緒言

本章では、多自由度系の構造物の複数の共振ピークを制振する前段階として、3自由度を持った3層構造物の1次固有振動数付近のみ、または2次固有振動数付近のみの制振を行うことを目的に、支点回りに回転ばねを持つ振子のパラメトリック励振系を動吸振器として適用できないかを実験、およびシミュレーションによって検討する。そして通常の動吸振器の動作と比較する。3-2節、3-3節では、それぞれ1次固有振動数付近、2次固有振動数付近における制振について実験、シミュレーションにより検討する。

### 3-2. 1次固有振動数付近における制振

#### 3-2-1 実験

図3-1に実験装置全体図を示す。3層構造物を主系とし、1次固有振動数付近の振動を抑制することを目的とする。3層構造物の大きさを図3-2(a)、写真を図3-2(b)に示すが、3階建ての建物で各階の高さが等しい構造であり、水平一方向に振動可能な構造になっている。この3層構造物を図3-3に示すような3自由度ばね質量系としてモデル化する。このときのモデルのパラメータを表3-1に示す。これらのパラメータ値は形状寸法から導出された。

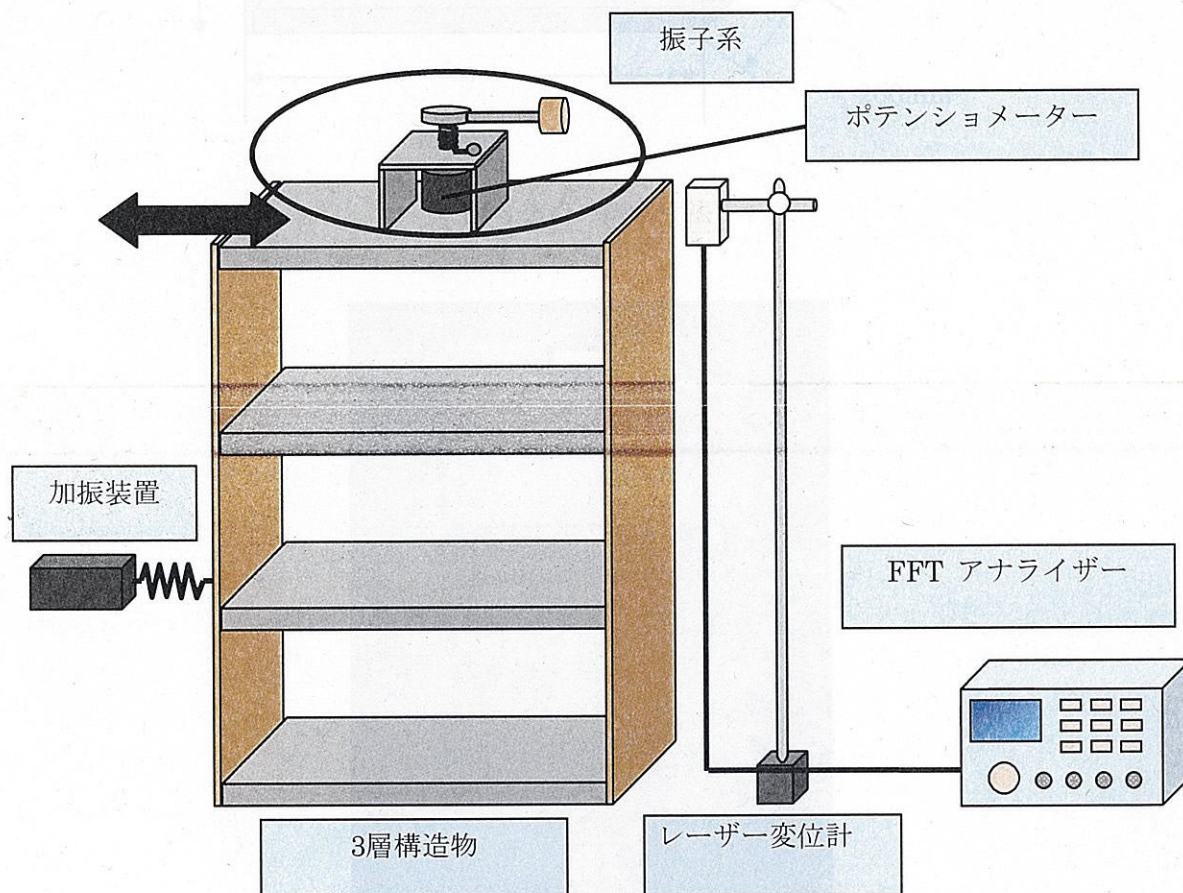


図3-1 1次固有振動数付近の制振実験用装置全体図



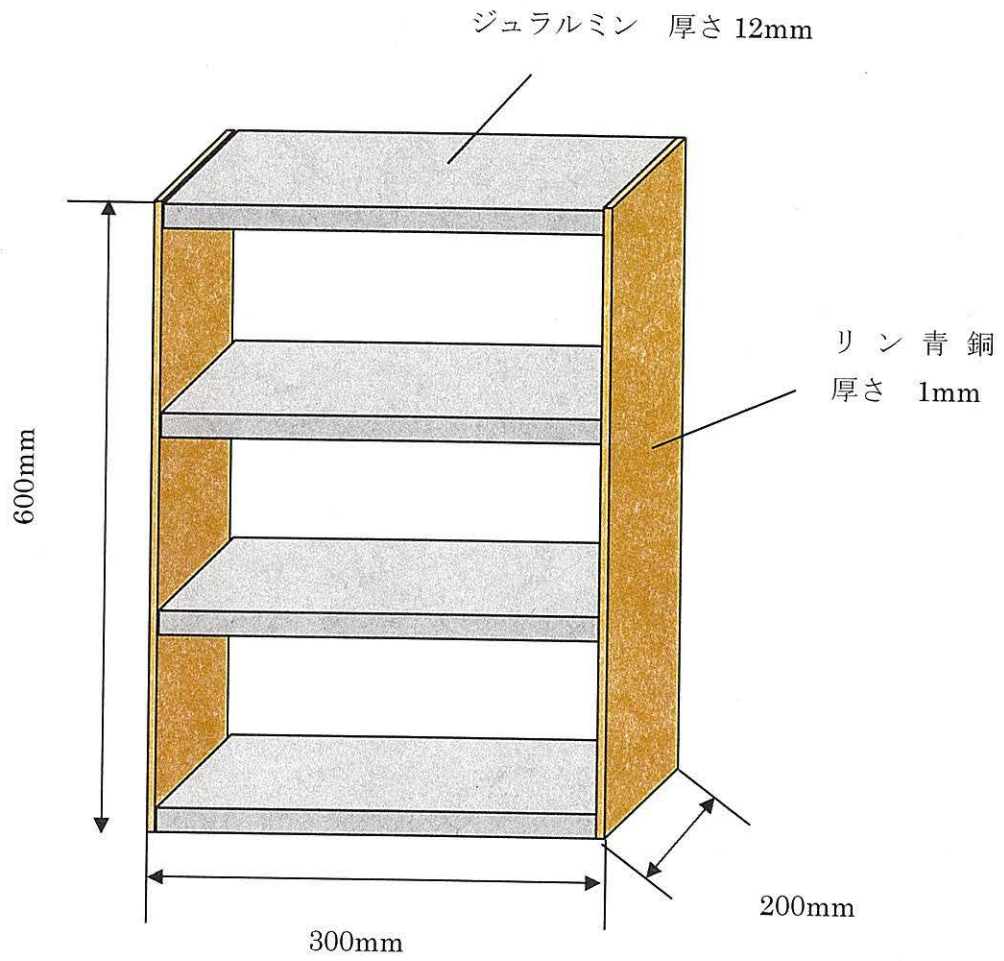


図 3-2(a) 形状寸法

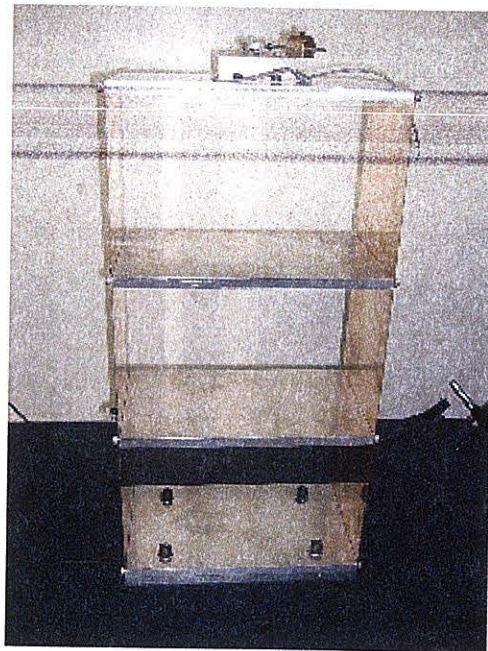


図 3-2(b) 写真

図 3-2 実験に使用した 3 層構造物

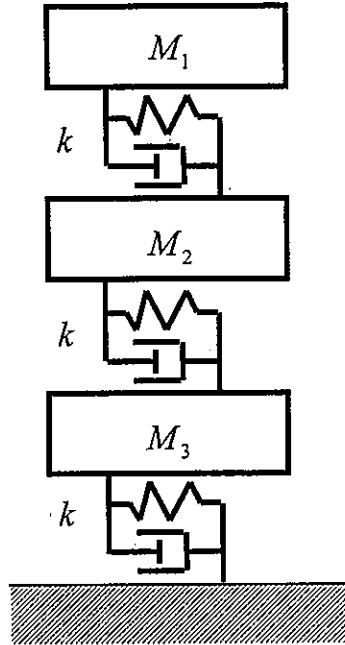


図 3-3 3層構造物のモデル図

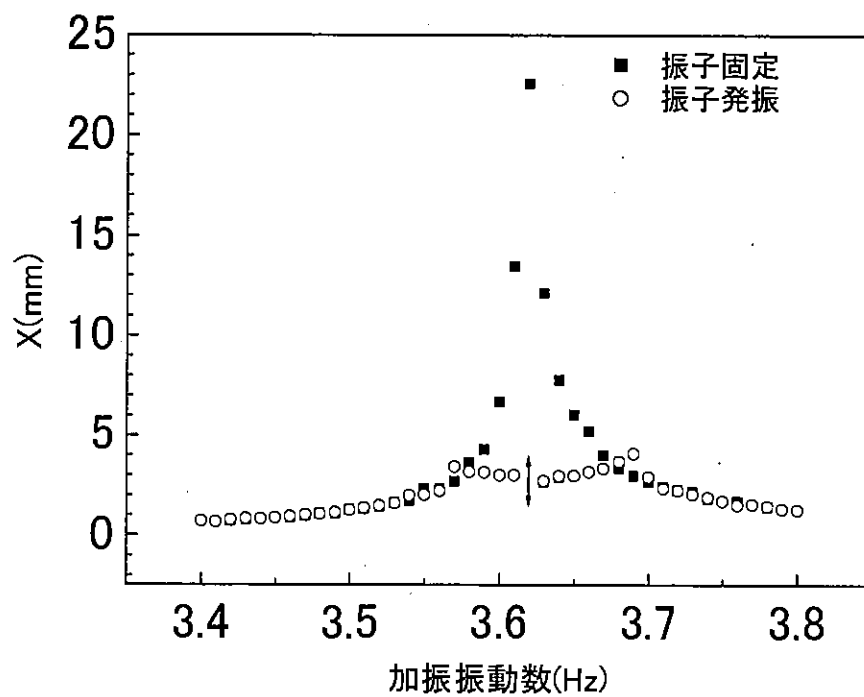
表3-1 3層構造物のモデルパラメータ等

質量	$M_1$	2.149 kg
	$M_2$	2.481 kg
	$M_3$	2.483 kg
ばね定数	$k$	2750 N/m
固有振動数	1次	3.6 Hz
	2次	10.5 Hz
	3次	15.5 Hz

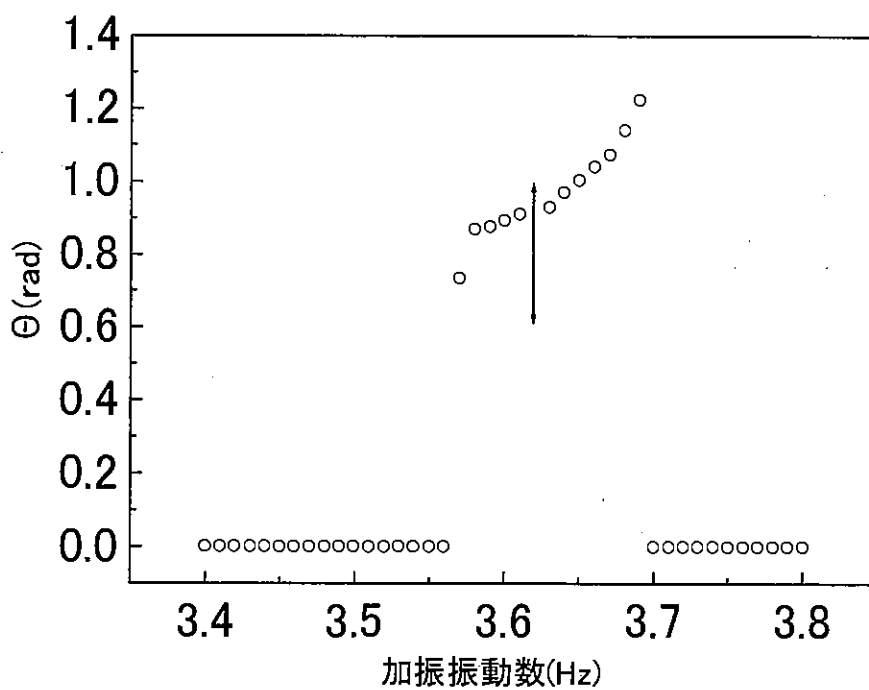
実験方法としては、1次固有振動数付近において振動が大きくなる構造物の3階部分に動吸振器の振子系を取り付け、1階部分を加振機によって加振し、主系の3層構造物3階および振り子の応答を、振動数3.4～3.8Hzの範囲を0.01Hzごとに測定した。

以上の条件で行った実験結果として、主系と振子の振幅応答曲線を図 3-4 に示す。それぞれ縦軸は主系の複振幅  $X$ 、振子の複振幅  $\Theta$ 、横軸は加振振動数である。複振幅は安定した振動状態での波形の最大値と最小値の差を求めた値である。図 3-4(a)において■は振子を固定したときのもの、○は動吸振器として動作させたものである。図 3-4(b)は振子の振幅応答である。また図中の矢印は、主系及び振り子の振幅が時間とともに変動したため、その振幅範囲を示している。そのときの波形を図 3-5 に示す。

実験結果より、振子の回転を固定した場合、1次固有振動数付近で主系の振幅が大きくなっている。振子を回転できる状態にすると1次固有振動数付近で振子が発振して動吸振器としての効果が現れ、主系の複振幅を約7分の1に抑えることが出来た。振子の発振領域以外の振動数では振子の振幅がゼロ、すなわち静止状態になる。



(a) 主系の振幅応答曲線



(b) 振子の振幅応答曲線

図 3-4 主系および振子の振幅応答曲線

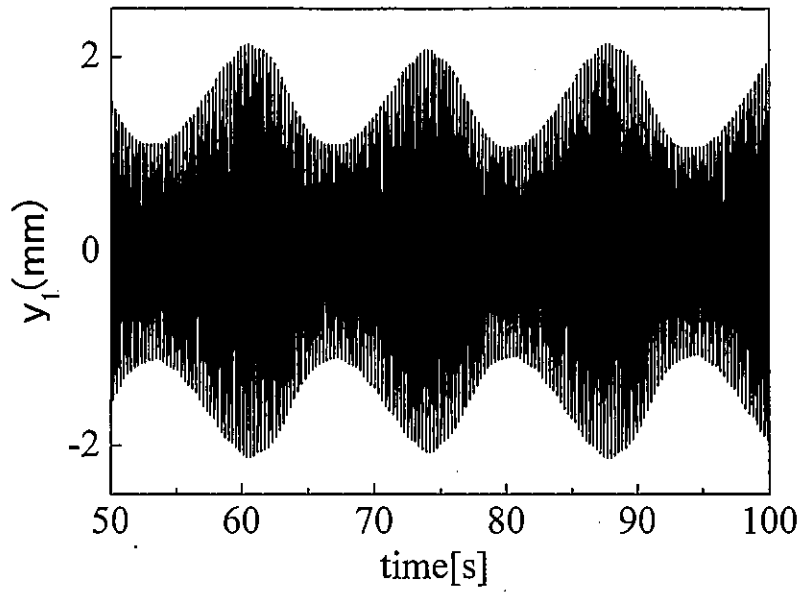


図 3-5 振幅が変動するときの主系応答

### 3-2-2 シミュレーション

図 3-6 にシミュレーションにおける 3 層構造物のモデル図を示す。

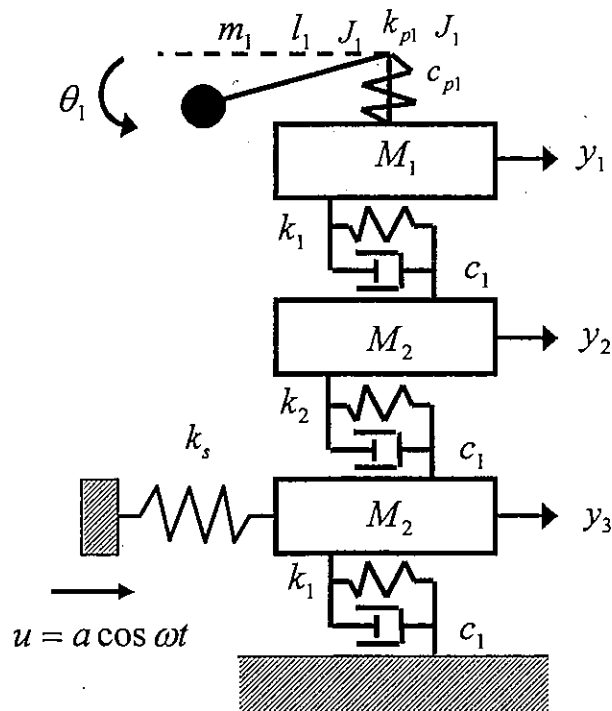


図 3-6 3 層構造物シミュレーションモデル図

3 階から等価質量を  $M_1$ 、 $M_2$ 、 $M_2$ 、ばね定数を  $k_1$ 、 $k_2$ 、 $k_1$ 、粘性減衰係数を  $c_1$ 、変位を  $y_1$ 、 $y_2$ 、

$y_3$ とし、振子の質量を $m_1$ 、支点から振子重心までの長さを $l_1$ 、変位を $\theta_1$ 、支点回りの慣性モーメントを $J_1$ 、回転ばねのばね定数を $k_{p1}$ 、粘性減衰係数を $c_{p1}$ とする。1階質量にばね $k_s$ を介して加振器を設置し、構造物を加振する。加振器の変位を $u = a \cos \omega t$ とすると、系の運動方程式は次のようになる。

$$(M_1 + m_1)\ddot{y}_1 - m_1 l_1 (\ddot{\theta}_1 \sin \theta_1 + \dot{\theta}_1^2 \cos \theta_1) - k_1(y_2 - y_1) - c_1(\dot{y}_2 - \dot{y}_1) = 0 \quad (3-1)$$

$$M_2 \ddot{y}_2 + k_1(y_2 - y_1) - k_2(y_3 - y_2) + c_1(\dot{y}_2 - \dot{y}_1) - c_1(\dot{y}_3 - \dot{y}_2) = 0 \quad (3-2)$$

$$M_3 \ddot{y}_3 + k_2(y_3 - y_2) + k_3 y_3 - k_s(u - y_3) + c_1(\dot{y}_3 - \dot{y}_2) + c_1 \dot{y}_3 = 0 \quad (3-3)$$

$$J_1 \ddot{\theta}_1 + c_{p1} \dot{\theta}_1 + k_{p1} \theta_1 - m_1 l_1 \ddot{y}_1 \sin \theta_1 = 0 \quad (3-4)$$

上式を無次元化して以下の式を得る。

$$(1 + \mu_1)x_1'' - \mu_1(\theta_1'' \sin \theta_1 + \theta_1'^2 \cos \theta_1) - x_2 + x_1 - 2\zeta_1(x_2' - x_1') = 0 \quad (3-5)$$

$$x_2'' + M_{21}(x_2 - x_1) - M_{21}k_{12}(x_3 - x_2) + 2\zeta_1(x_2' - x_1') - 2\zeta_1(x_3' - x_2') = 0 \quad (3-6)$$

$$x_3'' + k_{12}M_{31}(x_3 - x_2) + M_{31}x_3(\kappa + k_{13}) + 2\zeta_1(x_3' - x_2') + 2\zeta_1x_3' - \kappa M_{31}q_1 \cos z\tau = 0 \quad (3-7)$$

$$J_{p1}\theta_1'' + 2\zeta_{p1}\theta_1' + \rho^2\theta_1 - x_1'' \sin \theta_1 = 0 \quad (3-8)$$

ただし、

$$\begin{aligned} \mu_1 &= m_1/M_1, \omega_1^2 = k_1/M_1, 2\varepsilon_1 = c_1/M_1, x_i = y_i/l_1, \zeta_1 = \varepsilon_1/\omega_1, M_{21} = M_1/M_2, M_{31} = M_1/M_3 \\ k_{12} &= k_2/k_1, k_{13} = k_3/k_1, q_1 = a/l_1, \kappa = k_s/k_1, \tau = \omega_1 t, z = \omega/\omega_1, J_{p1} = J_1/m_1 l_1^2, 2\varepsilon_{p1} = c_{p1}/m_1 l_1^2 \\ \omega_{p1}^2 &= k_{p1}/m_1 l_1^2, \zeta_{p1} = \varepsilon_{p1}/\omega_1, \rho = \omega_{p1}/\omega_1 \quad (i=1,2,3) \end{aligned}$$

(')は $\tau$ による微分を表す。数値積分法で解き易いように無次元化した4つの式を次式のようにする。

$$x_1'' = \frac{-\mu_1 \sin \theta_1 (2\zeta_{p1}\theta_1' + \rho^2\theta_1) + \mu_1 \theta_1'^2 \cos \theta_1 + x_2 - x_1 + 2\zeta_1(x_2' - x_1')}{1 + \mu_1 - \frac{\mu_1 \sin^2 \theta_1}{J_{p1}}} \quad (3-9)$$

$$x_2'' = -M_{21}(x_2 - x_1) + M_{21}k_{12}(x_3 - x_2) - 2\zeta_1(x_2' - x_1') + 2\zeta_1(x_3' - x_2') \quad (3-10)$$

$$x_3'' = -M_{31}k_{12}(x_3 - x_2) - M_{31}x_3(\kappa + k_{13}) - 2\zeta_1x_3' + M_{31}\kappa q_1 \cos z\tau \quad (3-11)$$

$$\theta_1'' = \frac{x_1'' \sin \theta_1 - 2\zeta_{p1} \theta_1' - \rho^2 \theta_1}{J_{p1}} \quad (3-12)$$

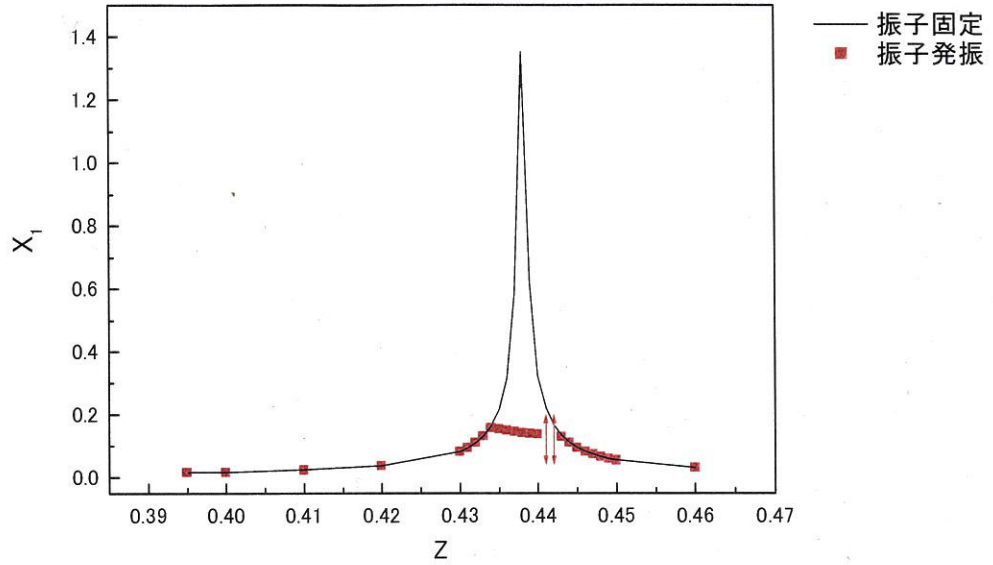
上式の4つの式を数値積分法(ルンゲ・クッタ法)によって解き、主系および、振子の応答を求める。

シミュレーションに使用したパラメータを表3-2に示す。また、シミュレーション結果を図3-6に示す。縦軸は $x_1$ の無次元複振幅 $X_1$ 、振子の複振幅 $\Theta$ 、横軸は、 $Z = \omega/\omega_1$ である。実線は振子の回転を固定した場合、■は動吸振器として動作させた場合を示す。シミュレーション結果においても、振子を固定したときに大きくなっている主系の1次固有振動数付近の応答が、振子の発振とともに小さくなっていることがわかる。また、実験同様固有振動数付近において振幅が時間とともに変動する不安定な振動が見られた。そのときの波形を図3-7に示す

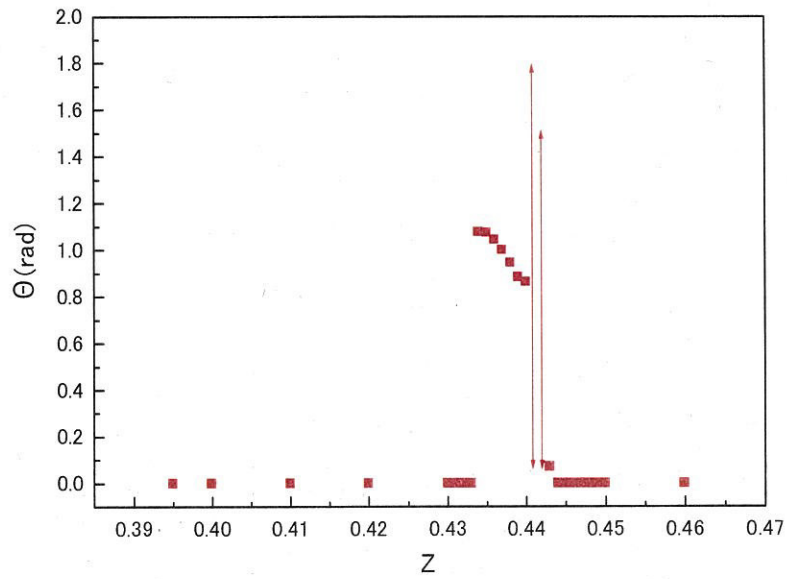
表 3-2 シミュレーションに使用したパラメータ値

$M_{21}$	0.962	$M_{31}$	0.962	$k_{12}$	1.01	$k_{13}$	1.00
$\mu_1$	0.0485	$q_1$	0.943	$\zeta_1$	0.00200	$\zeta_{p1}$	0.0120
$J_{p1}$	0.918	$\rho$	0.219	$\kappa$	0.0166		

実験値とシミュレーション結果との比較を図3-8に示す。ここで、比較を容易にするために実験値、シミュレーションにおいてピークの振動数を一致させる。そのために、横軸をそれぞれのピークの振動数で基準化した $Z'$ とする。縦軸は主系の無次元複振幅 $X_1$ 、振子の複振幅 $\Theta$ とする。両者とも主系の振動が制振されているが、図3-8(b)において振動数に対する振子の振幅の変化が逆傾向になっている。主系と振子の固有振動数比がほぼ2対1になっているが、厳密には微小に違っていたためと考えられる。



(a) 主系の振幅応答曲線



(b) 振子の振幅応答曲線

図 3-6 シミュレーションによる主系および振子の振幅応答曲線

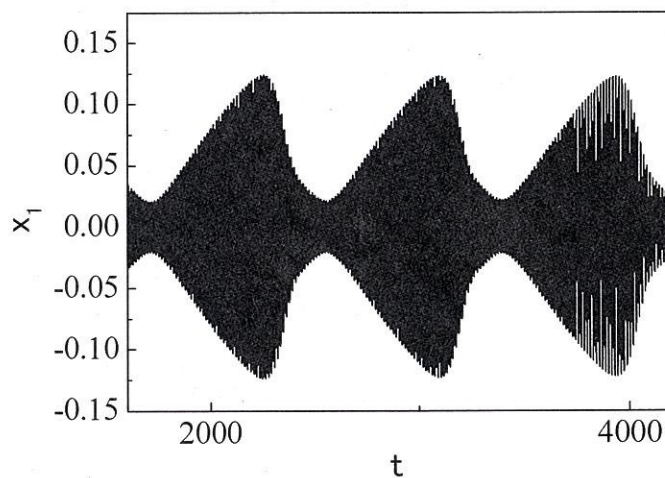
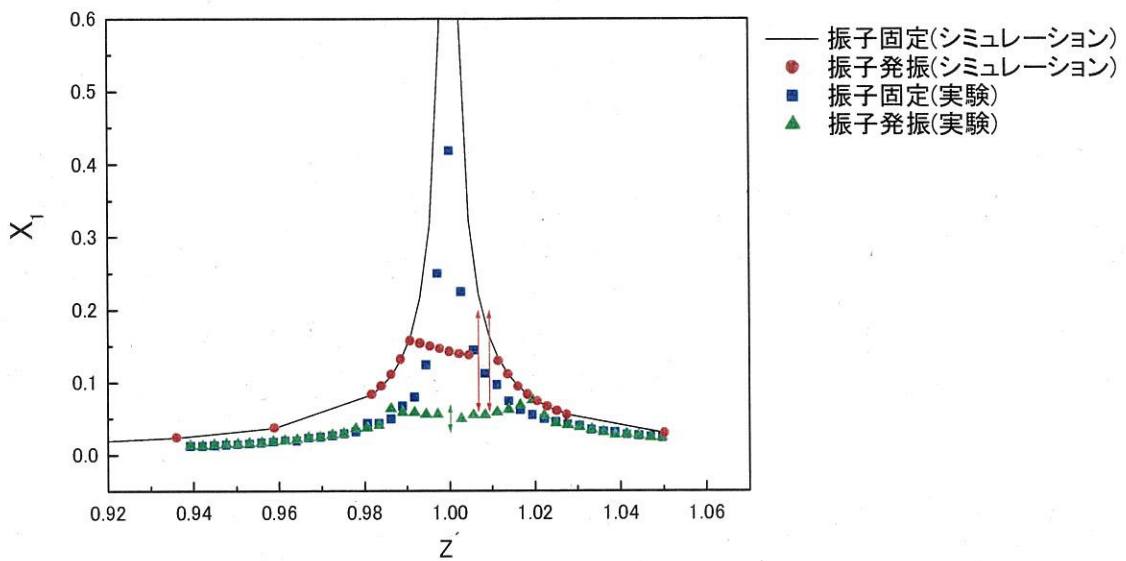
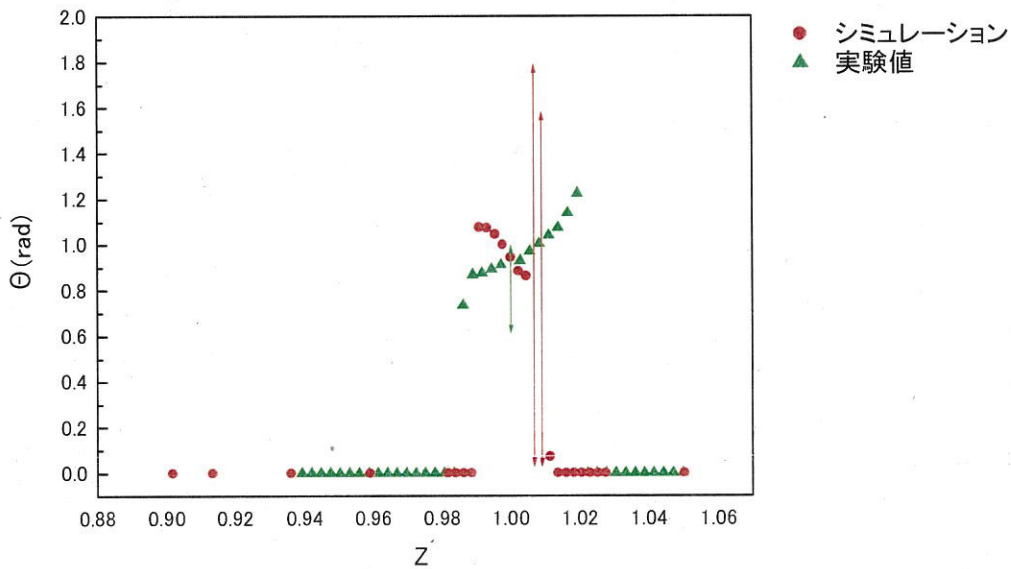


図 3-7 不安定時の主系応答



(a) 主系の振幅応答曲線比較



(b) 振子の振幅応答曲線比較

図 3-8 シミュレーションと実験値との応答曲線比較図

### 3-3. 2次固有振動数付近における制振

#### 3-3-1 実験

図 3-9 に 2 次固有振動数付近における制振実験装置全体図を示す。3 層構造物は 3-2 節に示したものと同様である。

実験方法としては、2 次固有振動数付近において振動が大きくなる構造物の 1 階部分にパラメトリック励振型動吸振器を取り付け、1 階部分を加振機によって加振し、主系の 3 層構造物 1 階及び振り子の応答を測定した。



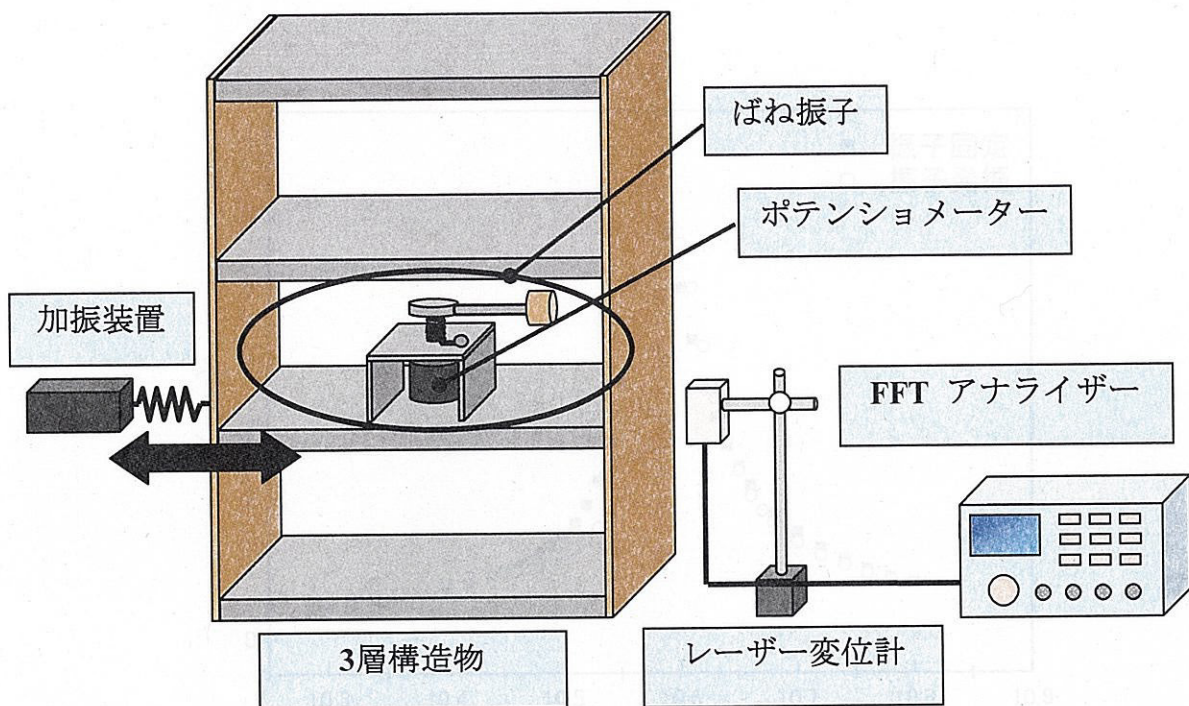
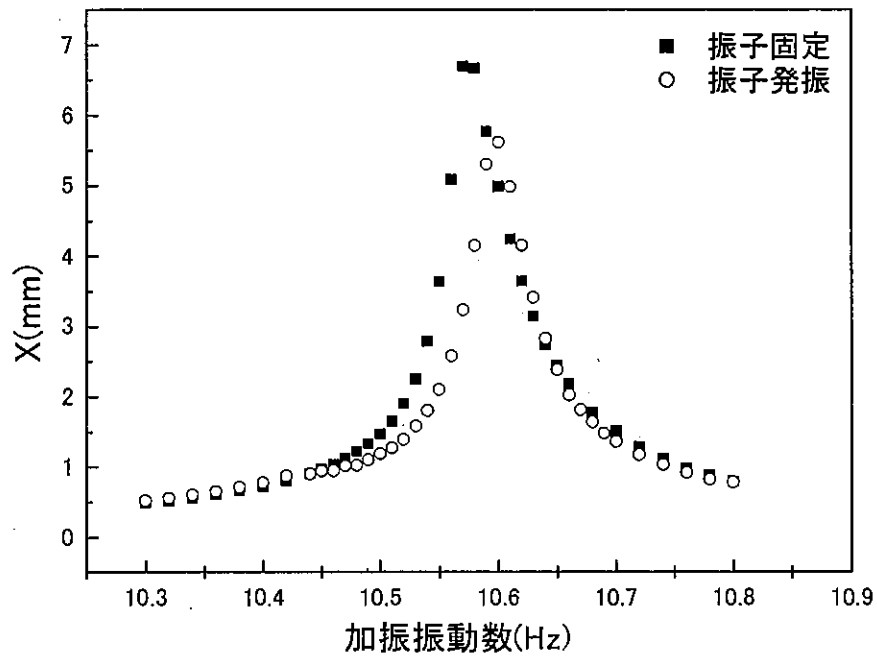
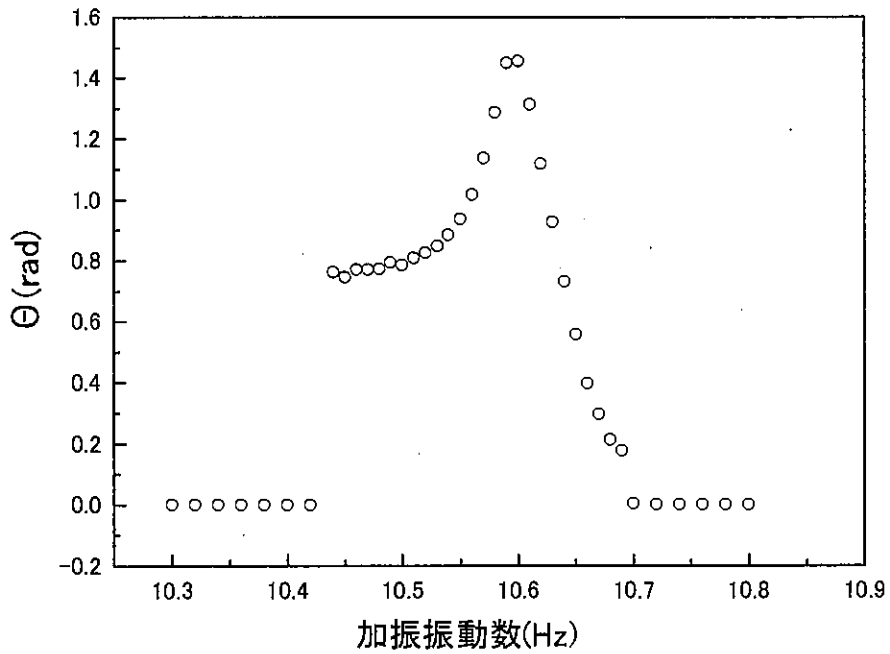


図 3-9 実験装置全体図

実験結果として、主系と振子の振幅応答曲線を図 3-10 に示す。それぞれ縦軸は主系の複振幅  $X$ 、振子の複振幅  $\Theta$ 、横軸は加振振動数である。図 3-10(a)において■は振子を固定したときのもの、○は動吸振器として動作させたものである。図 3-10(b)は振子の振幅応答である。振子を固定した場合には 2 次固有振動数付近において主系の振幅が大きくなる。振子を動吸振器として作用させると振子が発振し、主系の振動を抑えていることが確認できる。振子の減衰が大きかったため、かつ振子の固有振動数を高くする目的で振子の質量を小さくしたため、動吸振器としての効果は小さくなってしまったが、構造物のピークの値を小さくすることができている。



(a) 主系の振幅応答曲線



(b) 振子の振幅応答曲線

図 3-10 主系および振子の振幅応答曲線

3-3-2 シミュレーション

図 3-11 にシミュレーションにおける 3 層構造物のモデル図を示す。

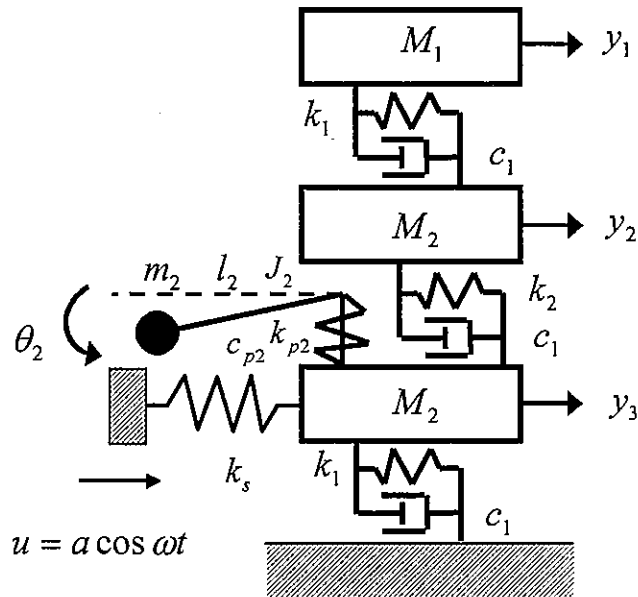


図 3-11 3 層構造物シミュレーションモデル図

3 層構造物のパラメータは 3-2-2 節の 1 次固有振動数の場合のシミュレーションと同じである。振子の質量を  $m_2$ 、支点から振子重心までの長さを  $l_2$ 、変位を  $\theta_2$ 、支点回りの慣性モーメントを  $J_2$ 、回転ばねのばね定数を  $k_{p2}$ 、粘性減衰係数を  $c_{p2}$  とする。この系の運動方程式は次のようになる。

$$M_1 \ddot{y}_1 - k_1(y_2 - y_1) - c_1(\dot{y}_2 - \dot{y}_1) = 0 \quad (3-13)$$

$$M_2 \ddot{y}_2 + k_1(y_2 - y_1) - k_2(y_3 - y_2) + c_1(\dot{y}_2 - \dot{y}_1) - c_1(\dot{y}_3 - \dot{y}_2) = 0 \quad (3-14)$$

$$(M_3 + m_2) \ddot{y}_3 - m_2 l_2 (\ddot{\theta}_2 \sin \theta_2 + \dot{\theta}_2^2 \cos \theta_2) + k_2(y_3 - y_2) + k_3 y_3 - k_s(u - y_3) + c_1(\dot{y}_3 - \dot{y}_2) + c_1 \dot{y}_3 = 0 \quad (3-15)$$

$$J_2 \ddot{\theta}_2 + c_{p2} \dot{\theta}_2 + k_{p2} \theta_2 - m_2 l_2 \ddot{y}_3 \sin \theta_2 = 0 \quad (3-16)$$

上式を無次元化すると次式を得る。

$$x_1'' - x_2 + x_1 - 2\zeta_1(x_2' - x_1') = 0 \quad (3-17)$$

$$x_2'' + M_{21}(x_2 - x_1) - M_{21}k_{12}(x_3 - x_2) + 2\zeta_1(x_2' - x_1') - 2\zeta_1(x_3' - x_2') = 0 \quad (3-18)$$

$$(1 + \mu_2)x_3'' - \mu_2(\theta_2'' \sin \theta_2 + \theta_2'^2 \cos \theta_2) + k_{12}M_{31}(x_3 - x_2) + M_{31}x_3(\kappa + k_{13}) + 2\zeta_1(x_3' - x_2') + 2\zeta_1 x_3' - \kappa M_{31}g_2 \cos z\tau = 0 \quad (3-19)$$

$$J_{p2} \theta_2'' + 2\zeta_{p2} \theta_2' + \gamma^2 \theta_2 - x_3'' \sin \theta_2 = 0 \quad (3-20)$$

ただし、

$$\begin{aligned} \mu_2 &= m_2/M_3, \omega_1^2 = k_1/M_1, 2\varepsilon_1 = c_1/M_1, x_i = y_i/l_2, \zeta_1 = \varepsilon_1/\omega_1, M_{21} = M_1/M_2, M_{31} = M_1/M_3 \\ k_{12} &= k_2/k_1, k_{13} = k_3/k_1, q_1 = a/l_1, \kappa = k_s/k_1, \tau = \omega_1 t, z = \omega/\omega_1, J_{p2} = J_2/m_2 l_2^2, 2\varepsilon_{p2} = c_{p2}/m_2 l_2^2 \\ \omega_{p2}^2 &= k_{p2}/m_2 l_2^2, \zeta_{p2} = \varepsilon_{p2}/\omega_1, \gamma = \omega_{p2}/\omega_1 \quad (i=1,2,3) \end{aligned}$$

(')は $\tau$ による微分を表す。無次元化した4つの式から次式を得る。

$$x_1'' = x_2 - x_1 + 2\zeta_1(x_2' - x_1') \quad (3-21)$$

$$x_2'' = -M_{21}(x_2 - x_1) + M_{21}k_{12}(x_3 - x_2) - 2\zeta_1(x_2' - x_1') + 2\zeta_1(x_3' - x_2') \quad (3-22)$$

$$x_3'' = \frac{-\mu_2 \sin\theta_2 (2\zeta_{p2}\theta_2' + \gamma^2\theta_2) + \mu_2\theta_2^2 \cos\theta_2 - M_{31}k_{12}(x_3 - x_2) - M_{31}x_3(k_{13} + \kappa) - 2\zeta_1(x_3' - x_2') - 2\zeta_1x_3' + M_{21}k_{p2} \cos z\tau}{1 + \mu_2 - \frac{\mu_2 \sin^2\theta_2}{J_{p2}}} \quad (3-23)$$

$$\theta_2'' = \frac{x_3'' \sin\theta_2 - 2\zeta_{p2}\theta_2' - \gamma^2\theta_2}{J_{p2}} \quad (3-24)$$

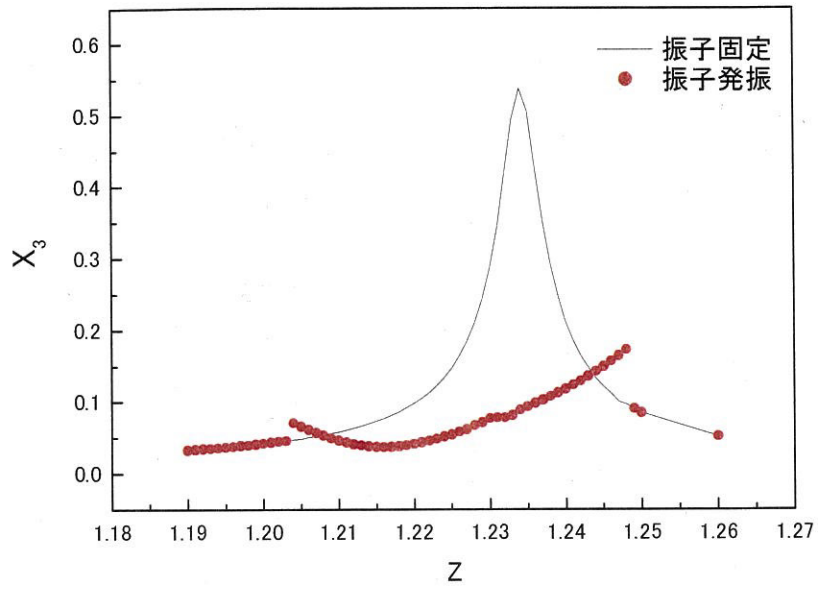
式(3-21)～式(3-24)を数値積分法(ルンゲ・クッタ法)によって解き、主系および振子の応答を求める。

シミュレーションに使用したパラメータを表3-3に示す。また、シミュレーション結果を図3-12に示す。縦軸は、それぞれ無次元複振幅 $X_3$ 、振子の複振幅 $\Theta$ 、横軸は、 $Z = \omega/\omega_1$ である。シミュレーションにおいても振子の発振によって主系の振動が抑えられていることがわかる。しかし、振子の発振と静止の境界付近において主系の振動が振子固定の状態よりも大きくなっている部分が現れている。

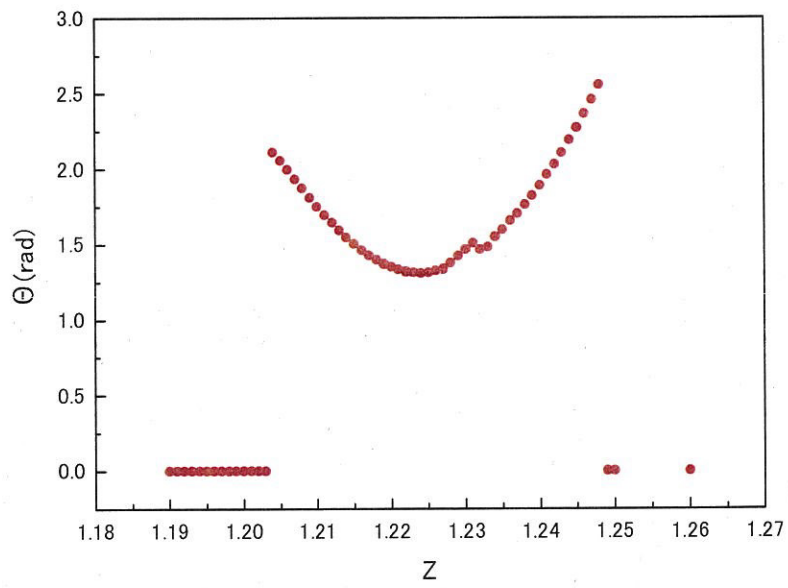
実験値とシミュレーション結果との比較を図3-13に示す。図3-8と同様にピークの振動数を一致させるために横軸を $Z'$ としてある。縦軸は、主系の無次元振幅 $X_3$ 、振子の複振幅 $\Theta$ とする。実験では制振効果が小さかったが、シミュレーションではよく制振されている結果となった。実験において主系2次固有振動数と振子の固有振動数の比が2:1よりずれていたためと考えられる。シミュレーションの振子の静止状態と発振状態の境界においては逆に主系の振幅が大きくなっているが、これは減衰の値を小さく見積もり過ぎたためであると考えている。

表 3-3 2次固有振動数制御対象系パラメータ

$M_{21}$	0.962	$M_{31}$	0.962	$k_{12}$	1.01	$k_{13}$	1.00
$\mu_2$	0.0134	$q_2$	0.199	$\zeta_1$	0.00163	$\zeta_{p2}$	0.0106
$J_{p2}$	2.48	$\gamma$	0.957	$\kappa$	0.0166		

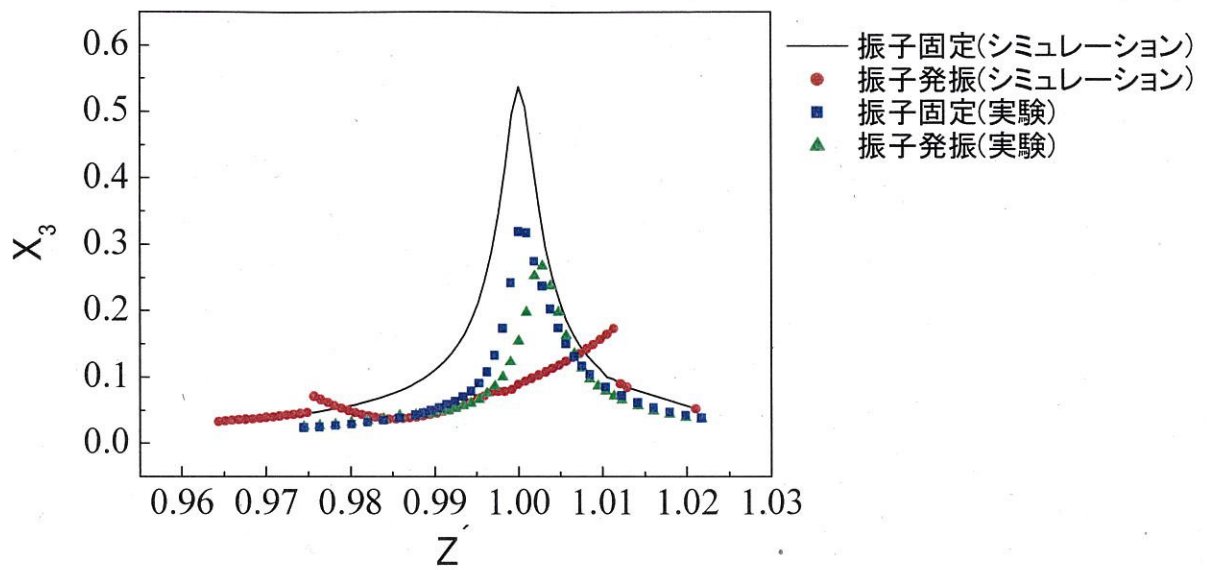


(a) 主系の振幅応答曲線

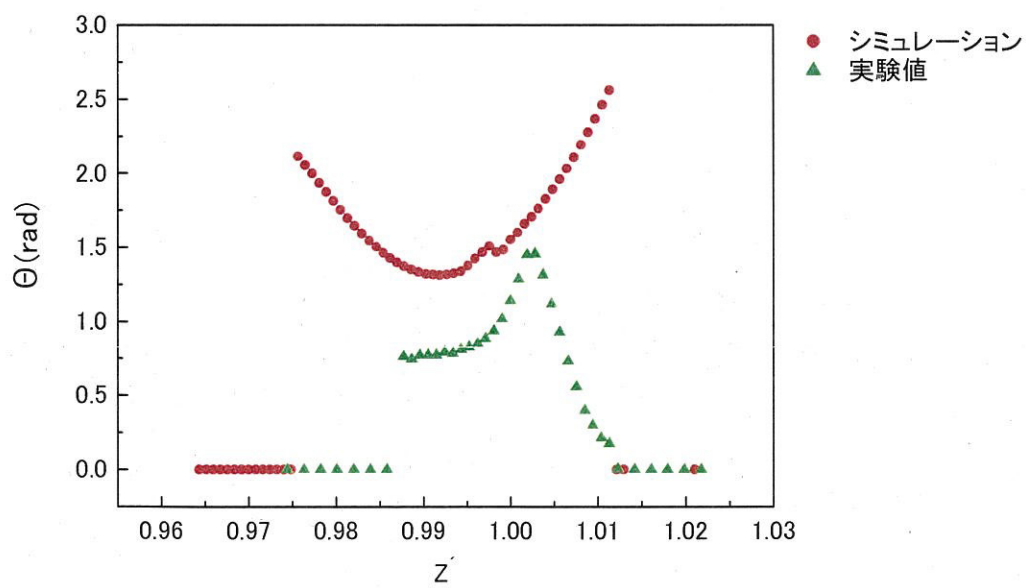


(b) 振子の振幅応答曲線

図 3-12 シミュレーションによる主系および振子の振幅応答曲線



(a) 主系の振幅応答曲線比較



(b) 振子の振幅応答曲線比較

図 3-13 シミュレーションと実験値との応答曲線比較図

### 3-4. 結言

1 個のパラメトリック励振型動吸振器を使用し、3 層構造物の 1 次固有振動数付近、または 2 次固有振動数付近の制振実験とシミュレーションを行った。そして以下の事項を得た。

1. 3 層構造物の 1 次固有振動数とパラメトリック励振型動吸振器の固有振動数の比を 2 : 1 になるように振子の固有振動数を調節し、3 層構造物の 1 次共振のピークを小さくするための制振実験を行った。その結果、1 次共振付近において振子が発振し、そのときに 3 層構造物の振動が抑えられ、動吸振器としての効果が現れていることがわかった。
2. 実験系モデルを作成してシミュレーションを行った結果、実験と同じように 1 次共振のピークが小さくなったので、この制振効果はパラメトリック動吸振器の作用によるものであることがわかった。ただし、振子の振幅応答特性が実験とシミュレーションで逆傾向になったが、実験においては 2 : 1 の固有振動数比が厳密には再現されていなかったと考えられる。
3. 3 層構造物の 2 次固有振動数とパラメトリック励振型動吸振器の固有振動数の比を 2 : 1 になるように振子の固有振動数を調節し、2 次共振のピークを抑えるための制振実験を行った。このときにも 3 層構造物の振動が抑えられ、パラメトリック励振型動吸振器としての効果が現れていることがわかった。
4. シミュレーションにおいては 2 次共振付近における 3 層構造物及び動吸振器振子の挙動については実験と一致しなかった。固有振動数比のずれ及び減衰の大きさの見積もり誤差による影響であると考えられる。

## 第4章 動吸振器による1次と2次の固有振動数付近の制振

### 4-1. 緒言

本章では、3層構造物の1次固有振動数付近と2次固有振動数付近の制振を行うために、1次固有振動数用及び2次固有振動数用の2つのパラメトリック励振型動吸振器を用いて実験、およびシミュレーションを行っている。4-2では実験、4-3ではシミュレーションについて述べ、それぞれ結果を示し、かつ考察を行っている。

### 4-2. 実験

図4-1に実験装置全体図を示す。3層構造物は3-2節に示したものと同一である。実験方法としては、1次、2次固有振動数付近において振幅が大きくなる構造物の1階、3階部分に動吸振器を取り付け、1階部分を加振機によって加振し、主系の3層構造物各階及び振り子の応答を測定した。

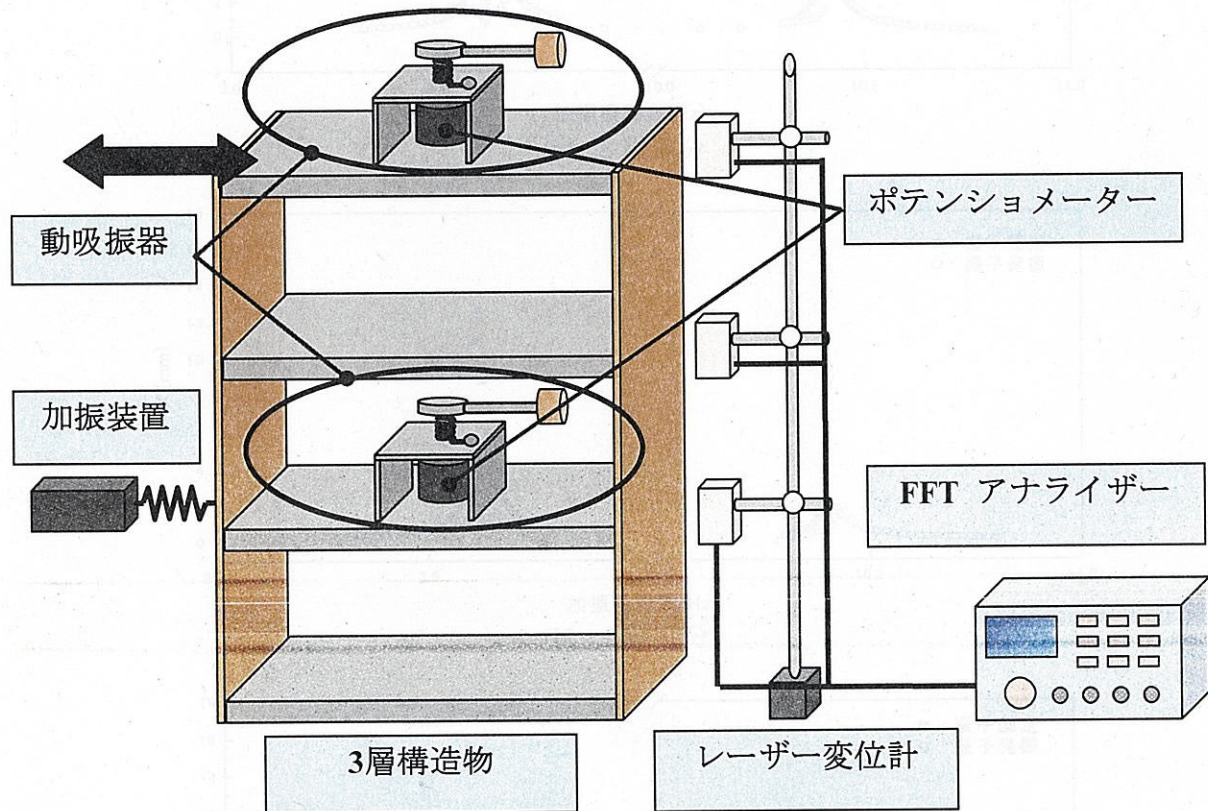


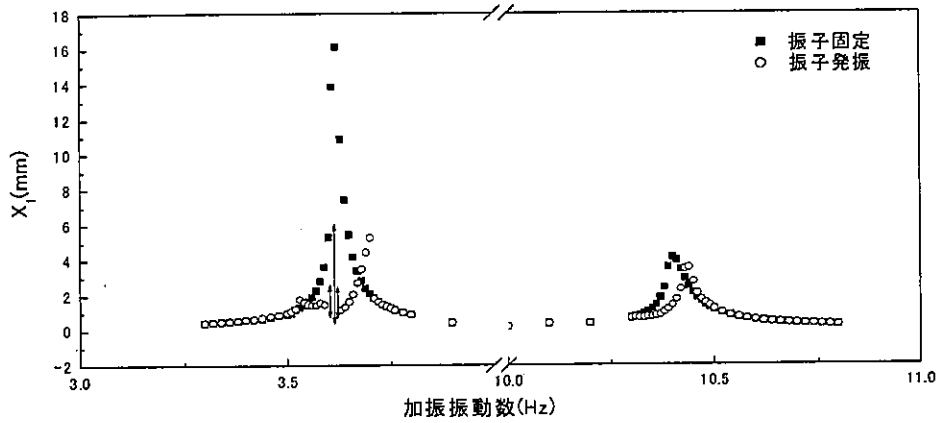
図4-1 実験装置全体図

実験結果として、3層構造物各階と各振り子の振幅応答曲線を図4-2と図4-3に示す。3層構造物は、3階から複振幅を $X_1, X_2, X_3$ とする。また、3階の振り子の複振幅を $\Theta_1$ 、1階の振り子の複振幅を $\Theta_2$ とし、それらを縦軸とする。横軸は加振振動数である。図4-2において■は振り子を固定したときのもの、○は動吸振器として動作させたものである。

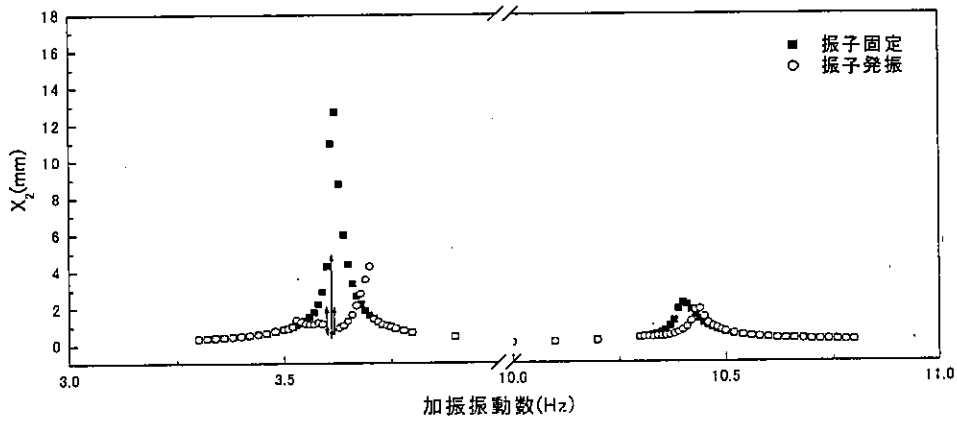
結果より、振り子固定の場合、1次固有振動数付近において3階部の振幅が最も大きくなっていることがわかる。2次固有振動数付近においては、1階部が最も大きく振動していることがわかる。



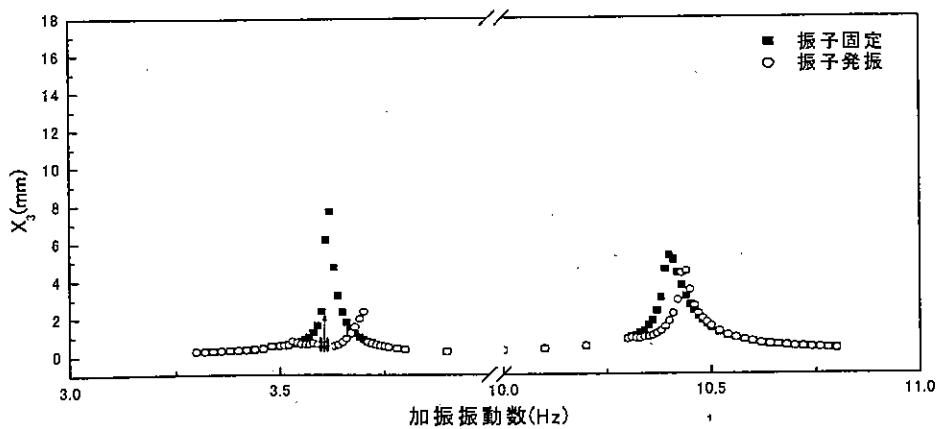
そして、動吸振器を作用させると、1次固有振動数付近では、3階部の振子のみが動吸振器として作用しており、1次固有振動数付近の系の振動を抑えている。また、2次固有振動数付近では、1階部の振子のみが動吸振器として作用しており、2次固有振動数付近の系の振動を若干ではあるが抑えている。それぞれの動吸振器の作用によって1次、2次固有振動数付近の振動を個別に抑えており、この種の動吸振器を複数個設置することによって複数個の共振に対して制振効果が得られることがわかった。



(a) 3階部分

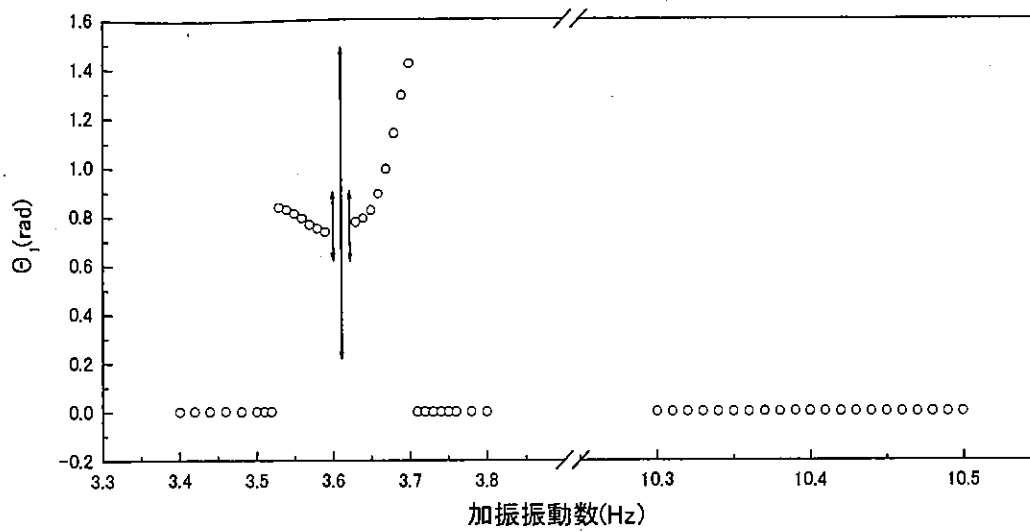


(b) 2階部分

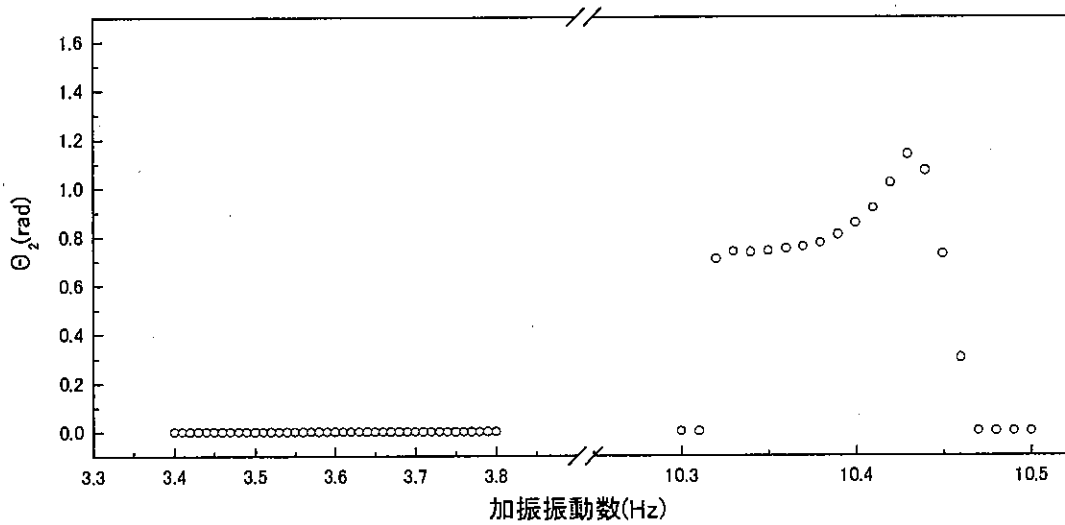


(c) 1階部分

図 4-2 実験における3層構造物の振幅応答曲線



(a) 3階の動吸振器



(b) 1階の動吸振器

図 4-3 実験における動吸振器振子の振幅応答曲線

#### 4-3. シミュレーション

図 4-4 にシミュレーションにおける 3 層構造物のモデル図を示す。3 層構造物のパラメータ値は 3-2 節のシミュレーションと同じである。また、3 階、1 階の振子のパラメータ値はそれぞれ 3-2 節、3-3 節と同じである。この系の運動方程式は次のようになる。

$$(M_1 + m_1)\ddot{y}_1 - m_1 l_1 (\ddot{\theta}_1 \sin \theta_1 + \dot{\theta}_1^2 \cos \theta_1) - k_1 (y_2 - y_1) - c_1 (\dot{y}_2 - \dot{y}_1) = 0 \quad (4-1)$$

$$M_2 \ddot{y}_2 + k_1 (y_2 - y_1) - k_2 (y_3 - y_2) + c_1 (\dot{y}_2 - \dot{y}_1) - c_1 (\dot{y}_3 - \dot{y}_2) = 0 \quad (4-2)$$

$$(M_3 + m_2)\ddot{y}_3 - m_2 l_2 (\ddot{\theta}_2 \sin \theta_2 + \dot{\theta}_2^2 \cos \theta_2) + k_2 (y_3 - y_2) + k_3 y_3 - k_s (u - y_3) + c_1 (\dot{y}_3 - \dot{y}_2) + c_1 \dot{y}_3 = 0 \quad (4-3)$$

$$J_1 \ddot{\theta}_1 + c_{p1} \dot{\theta}_1 + k_{p1} \theta_1 - m_1 l_1 \ddot{y}_1 \sin \theta_1 = 0 \quad (4-4)$$

$$J_2 \ddot{\theta}_2 + c_{p2} \dot{\theta}_2 + k_{p2} \theta_2 - m_2 l_2 \ddot{y}_3 \sin \theta_2 = 0 \quad (4-5)$$

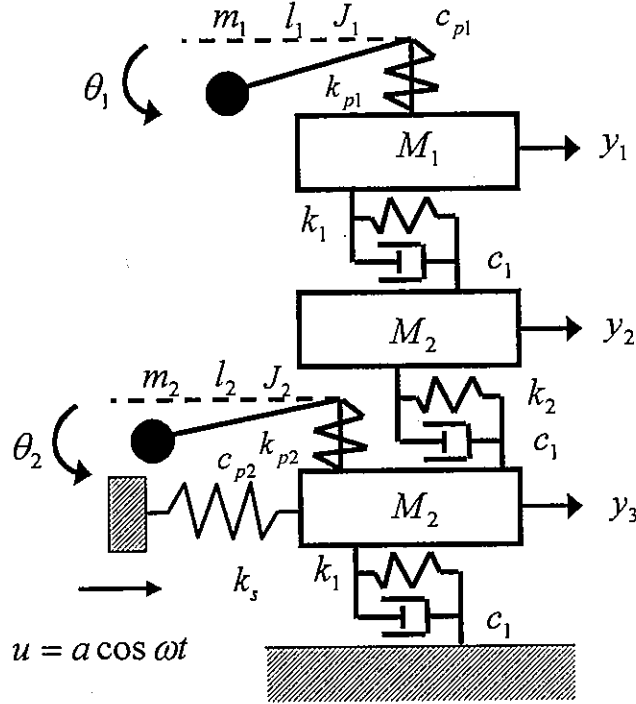


図 4-4 3層構造物シミュレーションモデル図

上式を無次元化すると次式を得る。

$$(1 + \mu_1) x_1'' - \mu_1 q_1 (\theta_1'' \sin \theta_1 + \theta_1'^2 \cos \theta_1) - x_2 + x_1 - 2\zeta_1 (x_2' - x_1') = 0 \quad (4-6)$$

$$x_2'' + M_{21} (x_2 - x_1) - M_{21} k_{12} (x_3 - x_2) + 2\zeta_1 (x_2' - x_1') - 2\zeta_1 (x_3' - x_2') = 0 \quad (4-7)$$

$$(1 + \mu_2) x_3'' - \mu_2 q_2 (\theta_2'' \sin \theta_2 + \theta_2'^2 \cos \theta_2) + k_{12} M_{31} (x_3 - x_2) + M_{31} x_3 (\kappa + k_{13}) + 2\zeta_1 (x_3' - x_2') + 2\zeta_1 x_3' - \kappa M_{31} \cos z\tau = 0 \quad (4-8)$$

$$J_{p1} \theta_1'' + 2\zeta_{p1} \theta_1' + \rho^2 \theta_1 - x_1'' \sin \theta_1 / q_1 = 0 \quad (4-9)$$

$$J_{p2} \theta_2'' + 2\zeta_{p2} \theta_2' + \gamma^2 \theta_2 - x_3'' \sin \theta_2 / q_2 = 0 \quad (4-10)$$

ただし、

$$\begin{aligned} \mu_1 &= m_1 / M_1, \mu_2 = m_2 / M_3, \omega_1^2 = k_1 / M_1, 2\varepsilon_1 = c_1 / M_1, x_i = y_i / a, \zeta_1 = \varepsilon_1 / \omega_1, M_{21} = M_2 / M_1 \\ M_{31} &= M_1 / M_3, k_{12} = k_2 / k_1, k_{13} = k_3 / k_1, q_1 = l_1 / a, q_2 = l_2 / a, \kappa = k_s / k_1, \tau = \omega_1 t, z = \omega / \omega_1 \\ J_{p1} &= J_1 / m_1 l_1^2, 2\varepsilon_{p1} = c_{p1} / m_1 l_1^2, \omega_{p1}^2 = k_{p1} / m_1 l_1^2, \zeta_{p1} = \varepsilon_{p1} / \omega_1, \rho = \omega_{p1} / \omega_1 \\ J_{p2} &= J_2 / m_2 l_2^2, 2\varepsilon_{p2} = c_{p2} / m_2 l_2^2, \omega_{p2}^2 = k_{p2} / m_2 l_2^2, \zeta_{p2} = \varepsilon_{p2} / \omega_1, \gamma = \omega_{p2} / \omega_1 \quad (i=1,2,3) \end{aligned}$$

(\*)は $\tau$ による微分を表す。無次元化した5つの式から次式を得る。

$$x_1'' = \frac{-\mu_1 q_1 \sin \theta_1 (2\zeta_{p1} \theta_1' + \rho^2 \theta_1) + \mu_1 \theta_1'^2 q_1 \cos \theta_1 + x_2 - x_1 + 2\zeta_1 (x_2' - x_1')}{1 + \mu_1 - \frac{\mu_1 \sin^2 \theta_1}{J_{p1}}} \quad (4-11)$$

$$x_2'' = -M_{21} (x_2 - x_1) + M_{21} k_{12} (x_3 - x_2) - 2\zeta_1 (x_2' - x_1') + 2\zeta_1 (x_3' - x_2') \quad (4-12)$$

$$x_3'' = \frac{-\mu_2 q_2 \sin \theta_2 (2\zeta_{p2} \theta_2' + \gamma^2 \theta_2) + \mu_2 \theta_2'^2 q_w \cos \theta_2 - M_{31} k_{12} (x_3 - x_2) - M_{31} x_3 (k_{13} + \kappa) - 2\zeta_1 (x_3' - x_2') - 2\zeta_1 x_3' + M_{21} \kappa \cos \tau}{1 + \mu_2 - \frac{\mu_2 \sin^2 \theta_2}{J_{p2}}} \quad (4-13)$$

$$\theta_1'' = \frac{x_1'' \sin \theta_1 / q_1 - 2\zeta_{p1} \theta_1' - \rho^2 \theta_1}{J_{p1}} \quad (4-14)$$

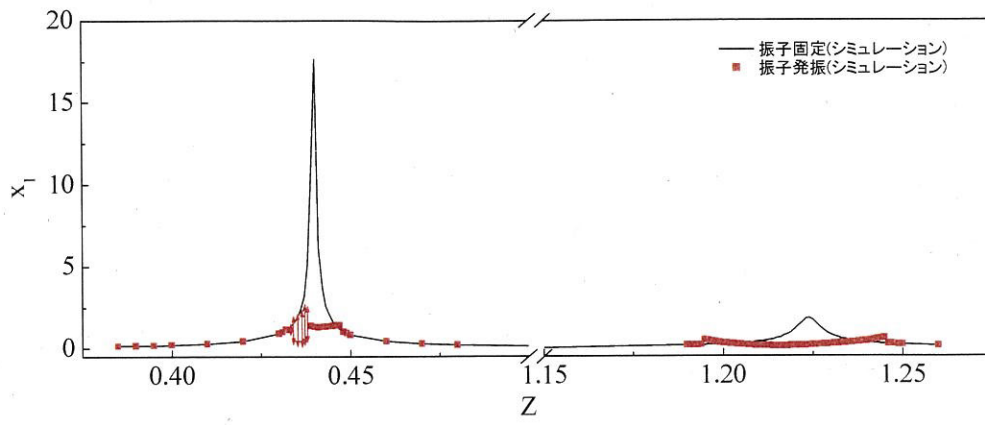
$$\theta_2'' = \frac{x_3'' \sin \theta_2 / q_2 - 2\zeta_{p2} \theta_2' - \gamma^2 \theta_2}{J_{p2}} \quad (4-15)$$

求めた式(4-11)～式(4-15)を数値積分法(ルンゲ・クッタ法)によって解き、主系および振子の応答を求める。

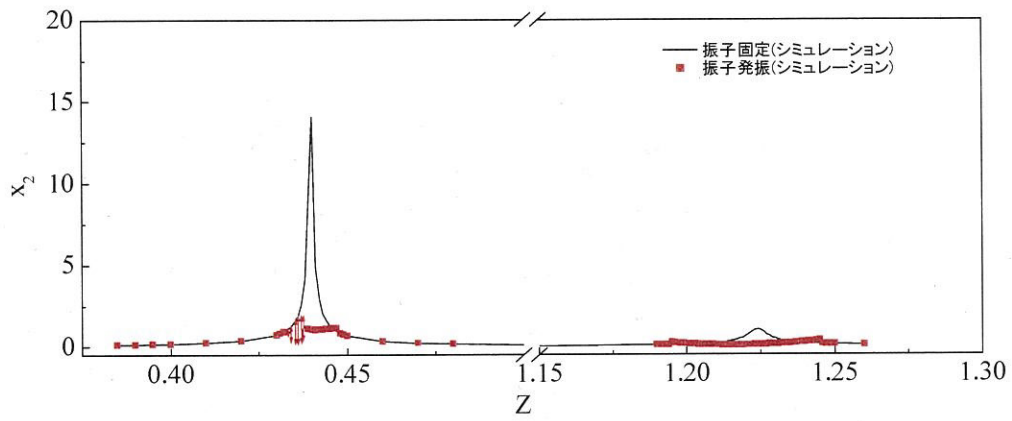
シミュレーションに使用したパラメータを表4-1に示す。また、シミュレーション結果を図4-5、図4-6に示す。縦軸は、それぞれ無次元振幅 $X_1, X_2, X_3$ 、3階部分の振子の複振幅 $\Theta_1$ 、1階部分の振子の複振幅 $\Theta_2$ である。横軸は、 $Z = \omega/\omega_1$ である。それぞれ、1次、2次固有振動数付近を拡大して示してある。シミュレーションにおいても実験同様、1次固有振動数付近において3階の振幅が最も大きくなっていることがわかる。2次固有振動数付近においては、1階部分が最も大きく振動していることがわかる。そして、そのときにそれぞれの振子が発振することによって系の振動を抑えていることが確認できる。ただし振子の静止状態と発振状態の境界においては逆に主系の振幅が大きくなるが、これは減衰の値を小さく見積もっているためであると考えている。

表3-3 シミュレーションに用いたパラメータ値

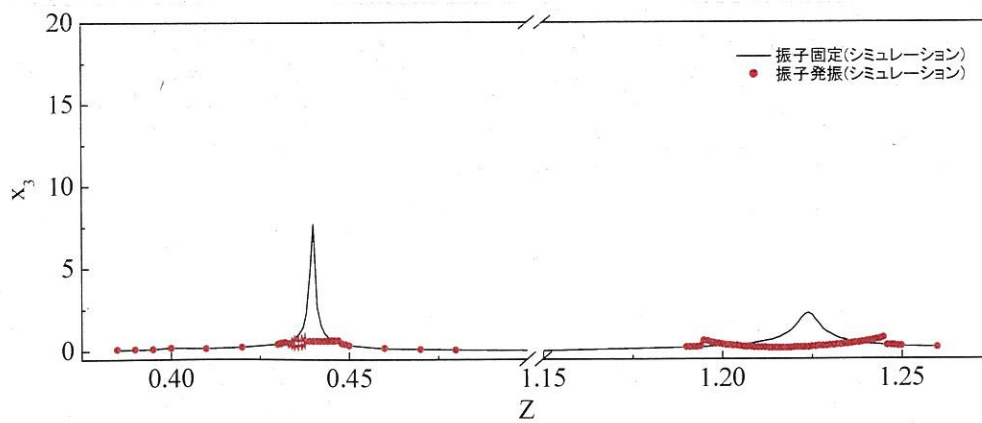
$M_{21}$	0.962	$M_{31}$	0.961	$k_{12}$	1.01	$k_{13}$	1.01
$\mu_1$	0.0485	$\mu_2$	0.0134	$q_1$	9.24	$q_2$	3.66
$\zeta_{p1}$	0.0120	$\zeta_{p2}$	0.0106	$\kappa$	0.0166	$\gamma$	0.957
$\rho$	0.201	$J_{p1}$	0.918	$J_{p2}$	2.48	$\zeta_1$	0.00200
$a$	5.74mm						



(a) 3 階部分

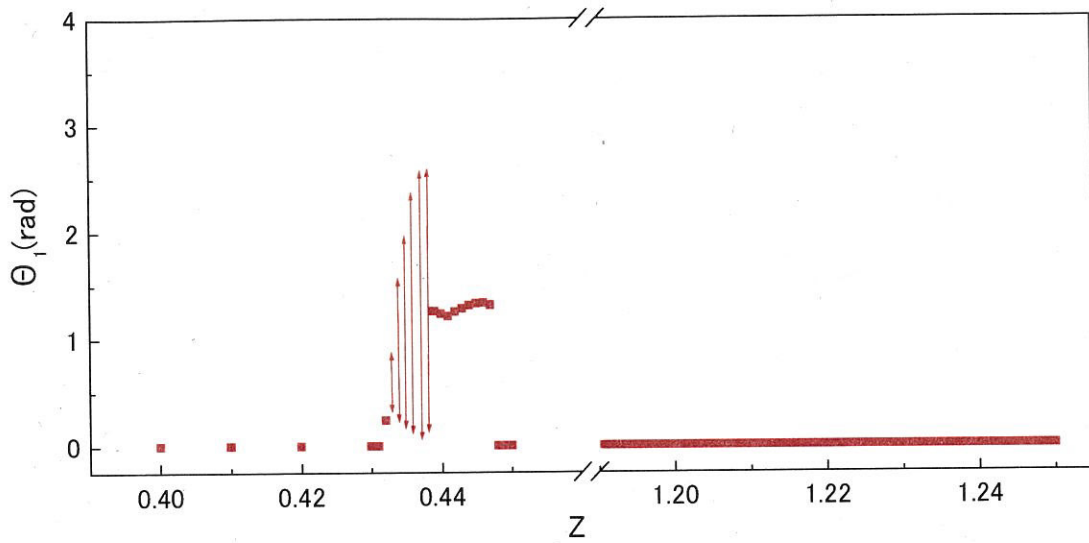


(b) 2 階部分

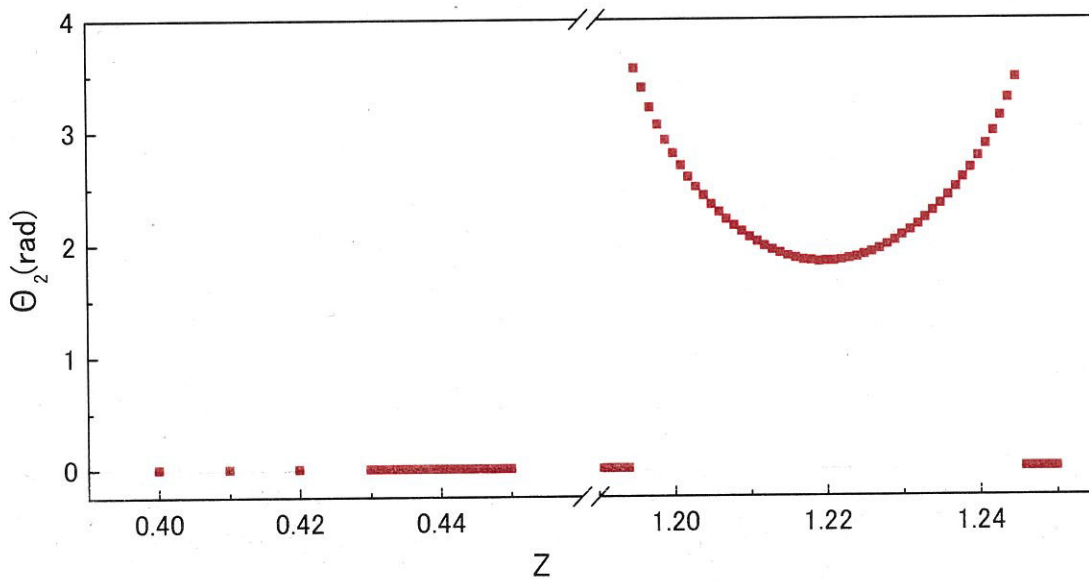


(c) 1 階部分

図 4-5 シミュレーションにおける 3 層構造物の応答振幅曲線



(a)  $\theta_1$ の振幅

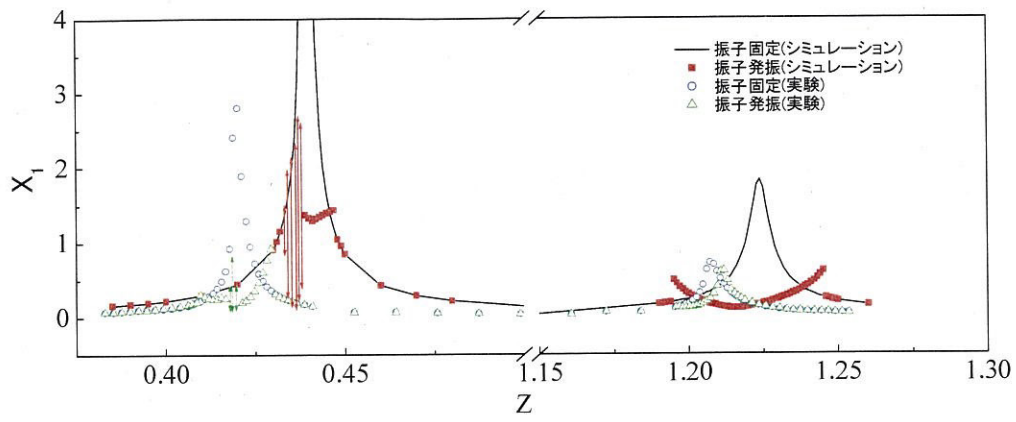


(b)  $\theta_2$ の振幅

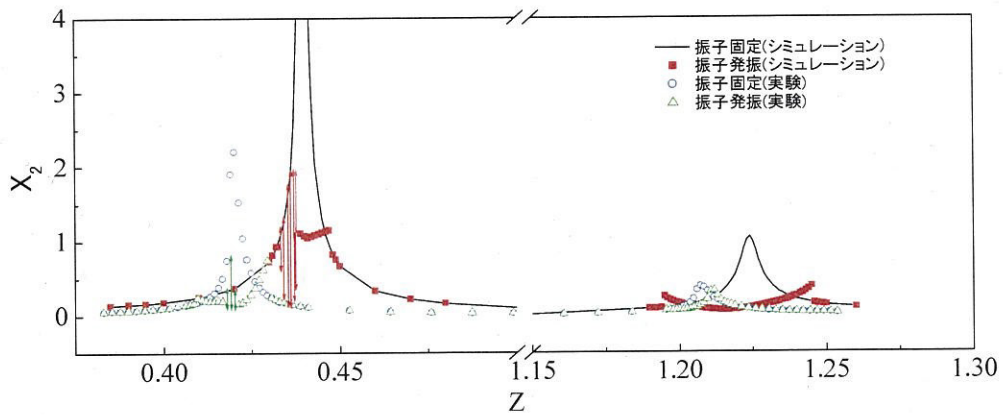
図 4-6 シミュレーションにおける動吸振器振子の振幅応答曲線

#### 4-4. 実験との比較

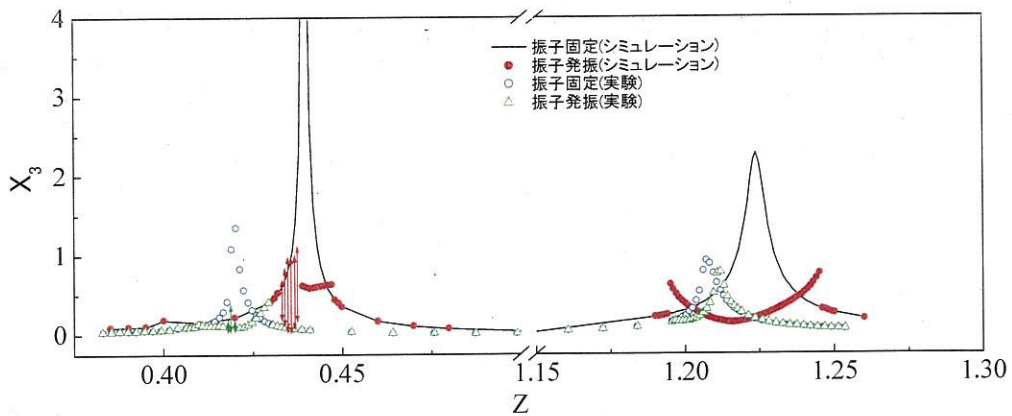
実験値とシミュレーション結果との比較を図 4-7 と図 4-8 に示す。縦軸は、それぞれ無次元複振幅  $X_1, X_2, X_3$ 、3 階部分の振子の複振幅  $\Theta_1$ 、1 階部分の振子の複振幅  $\Theta_2$  である。横軸は  $Z = \omega/\omega_1$  である。それぞれ 1 次、2 次固有振動数付近を拡大して示してある。また、黒線は振子固定のシミュレーション、赤の四角は振子発振のシミュレーション、青丸は振子固定の実験値、緑三角は振子発振の実験値を示している。



(a) 3階部分

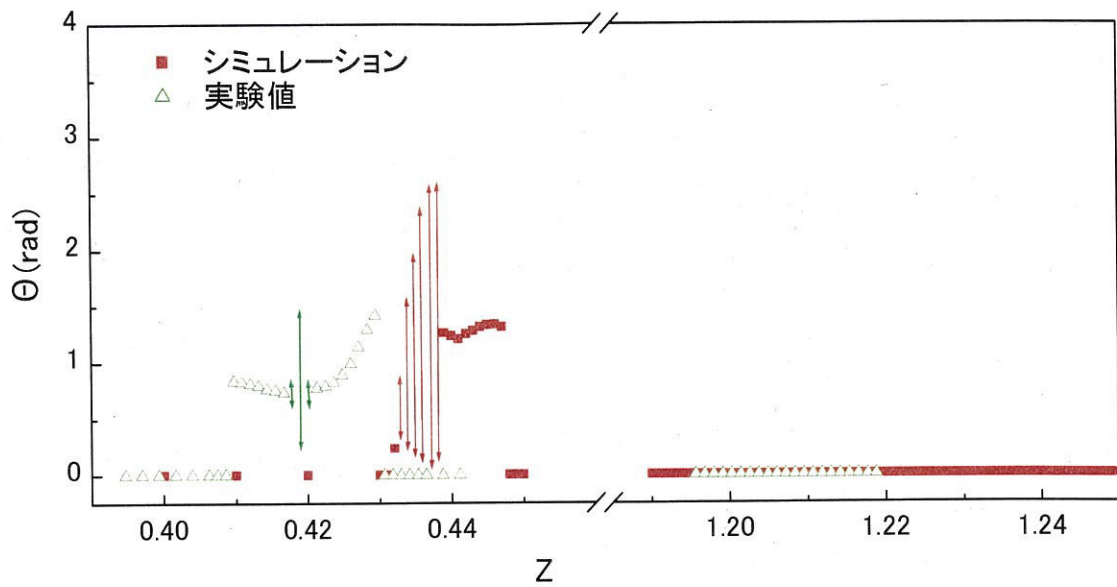


(b) 2階部分

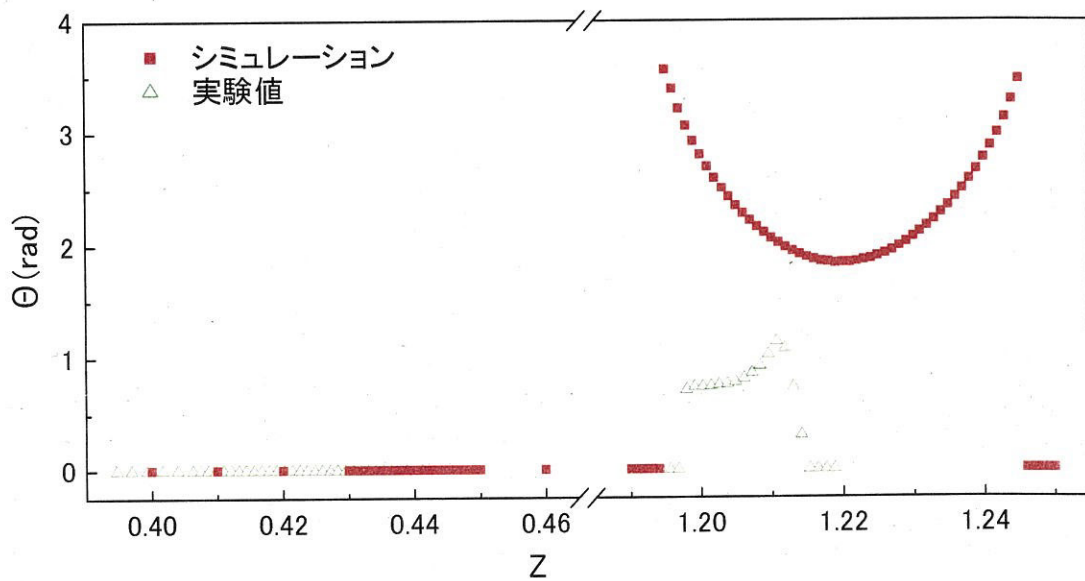


(c) 1階部分

図 4-7 3層構造物の振幅応答曲線の実験とシミュレーションの比較



(a)  $\theta_1$ の振幅



(b)  $\theta_2$ の振幅

図 4-8 動吸振器振子の振幅応答曲線の実験とシミュレーションの比較

実験とシミュレーションの比較において、1次固有振動数付近の振幅応答曲線はほぼ同じような傾向にあるが、2次固有振動数付近の応答については一致していない。3層構造物と動吸振器振子系の固有振動数比が2:1からずれていること、及びシミュレーションにおける減衰の値の小ささが原因であると考えているが、詳細は今後の課題である。



#### 4-5. 結言

3層構造物の1次固有振動数付近と2次固有振動数付近の両ピークの制振を行うため、1次固有振動数用及び2次固有振動数用の2つのパラメトリック励振型動吸振器を用いて制振することを行った。そして以下の事柄を得た。

1. 3層構造物の1次または2次固有振動数それぞれに対し、固有振動数の比が2:1になるような振子系をパラメトリック励振型動吸振器として使用すれば、1次共振及び2次共振のピークを制振できることを実験によって確かめた。1次共振の制振のときに2次共振用の動吸振器振子は振動せず、2次共振の制振のときに1次用の振子は振動しないことを示した。複数個の制振に対してパラメトリック励振型動吸振器は簡単に適用可能であることがわかった。
2. シミュレーションによっても同様の傾向が示されたが、2次共振付近における3層構造物及び動吸振器振子の挙動については実験と一致しなかった。固有振動数比のずれ、及び減衰の大きさの見積もり誤差による影響であると考えている。
3. 3層構造物の1次または2次固有振動数付近における振幅応答は、それぞれ前章の1つの動吸振器によるものとほぼ同じであり、2つの動吸振器が相互に影響を及ぼしていないことがわかった。

## 第5章 結 論

本研究では支点回りに回転ばねを持つ振子系をパラメトリック励振型動吸振器として使用する場合の可能性と応答特性について調べ、この動吸振器を用いて3自由度系の1次モードと2次モードの共振における振動を制振することを試みている。それぞれ実験とシミュレーションによって詳細に制振効果などの特性を求めている。結果を要約すると以下ようになる。

1. 支点回りにばねを持つ振子系が変位加振を受けた場合、振子の固有振動数の2倍の加振振動数付近において振子はパラメトリック共振を起こし発振する。
2. この振子系を動吸振器として用いるため、3自由度構造物の1次固有振動数と振子固有振動数が2対1になるように調整して実験を行った結果、1次共振における振幅は動吸振器無しの場合と比較して著しく小さくなった。したがって動吸振器としての利用が可能であることが示された。
3. シミュレーションにおいても上記と同様のことが確かめられ、パラメトリック励振系としてのモデル化が妥当であることが示された。
4. つぎにこの動吸振器振子系を、3自由度構造物の2次固有振動数と振子固有振動数が2対1になるように調整して実験した結果、2次共振における振幅は動吸振器無しの場合と比較して若干ではあるが小さくなった。固有振動数が厳密には2対1になっていなかったためと考えられる。
5. 2次共振付近における応答をシミュレーションと比較すると、振幅特性が異なる傾向がみられた。これは減衰の大きさが実験とシミュレーションでは違っていたためで、実験では減衰の値がもっと大きかったものと考えられる。
6. 3自由度構造物の1次と2次の両共振付近における振幅応答を小さくするため、それぞれの共振用にもちいた2つの動吸振器を構造物に設置して実験を行った。その結果1次共振付近については著しい制振効果がみられ、2次共振付近では若干の効果しかみられなかった。これは各共振単独の制振実験の結果とまったく同じであり、2つの動吸振器は互いにまったく影響を及ぼしていないことが明らかになった。
7. したがって各共振対して調整されたそれぞれの動吸振器を多自由度系に設置することによって簡単に複数個の共振振幅の抑制が行えることが示された。

## 参考文献

- (1) 佐藤秀紀・岡部佐規一・岩田佳雄, 機械振動学, 工業調査会.
- (2) 背戸一登・岩浪孝一・滝田好宏, 動吸振器による多自由度系の制振 (第1報: 動吸振器の設計理論), 日本機械学会論文集 C 編, 50(458), pp.1962-1969, 1984.
- (3) 背戸一登, 動吸振器による多自由度系の制振 (第2報: 伝達マトリックス法による動吸振器の設計), 日本機械学会論文集 C 編, 50(458), pp.1970-1977, 1984.
- (4) 背戸一登, 動吸振器による多自由度系の制振(第3報:  $\Gamma$ 形構造物の制振について), 機械学会論文集 C 編, 52(481), pp.2318-2325, 1986.
- (5) 山下繁生・大熊政明・背戸一登・長松昭男, 複数動吸振器の同時調整法, 日本機械学会論文集 C 編, 57(534), pp.399-406, 1991.
- (6) 宋義林・佐藤秀紀・岩田佳雄・小松崎俊彦, 振り子のパラメトリック励振を利用した動吸振器系の応答, 日本機械学会論文集 C 編, 67(661), pp. 2763-2769, 2001.
- (7) 宋義林・佐藤秀紀・岩田佳雄・小松崎俊彦, 傾いた振り子式動吸振器系の応答 (第1報: 単振り子の場合), 日本機械学会論文集 C 編, 70(689), pp.1-7, 2004.
- (8) 宋義林・佐藤秀紀・岩田佳雄・小松崎俊彦, 傾いた振り子式動吸振器系の応答 (第2報: 振り子と主系の固有振動数比の影響), 日本機械学会論文集 C 編, 71(710), pp.2857-2862, 2005.
- (9) A. Tondl, T. Ruijgrok, F. Verhulst, R. Nabergoj, *Autoparametric Resonance in Mechanical System*, Cambridge University Press, 2000.
- (10) H. Hatwal, A. K. Mallik, and A. Ghosh, The Autoparametric Vibration Absorber, *Trans. ASME, J. Appl. Mech.* 50, pp.657-662, 1983.
- (11) A. K. Bajaj, S. I. Chang, and J. M. Johnson, Amplitude Modulated Dynamics of a Resonantly Excited Autoparametric Two Degree-of-Freedom System, *Nonlinear Dynamics* 5, 433-457, (1994).
- (12) A. Vyas, A. K. Bajaj, Dynamics of Autoparametric Vibration Absorbers Using Multiple Pendulum, *J. Sound Vib.*, 246(1), pp.115-135, 2001.