錯視の研究（Ⅱ）
－美術教育に幾何学を－

松浦　昇・山崎まゆみ*

A Study on Optical Illusions（Ⅱ）:
Use of Geometry for Art Education

Noboru MATSUURA and Mayumi YAMAZAKI

Ⅲ　美術教育と錯視について

〔１〕数学と美術のかかわり

絵画や彫刻と数学の間の相互作用とはどのようなものであろうか。前者は眼で鑑賞し、感情で反応するものであり、後者は頭脳と知性で反応するものである。感性と知性という反対に位置するものと考えられるが、数学と芸術の間の結び付きは、一つの共通した文化という概念の中に存在するものであろう。

「美術」という言葉は、明治５年（1972年）の正月、西周が天皇に『美妙学説』つまり「美学」を講じた際、“fine art”の訳語として用いたのが初めとされている。[n-1]その「美術」には、絵画・彫刻・建築のみならず、音楽・舞踊・演劇それに詩歌・散文までも含まれており、今日の「芸術」に当たるものと考えられる。また、同じ年の２月、翌年ウィーンで開催される万国博に備えて、工部局長大鳥圭介が、「仮に美術の語を用いるが、後の人能く再考すべし」と附記し、官令にこの語を採ったとも伝えられる。[n-2]国際博には、「美術」の名のもとに、名古屋城の金鯱や浅草寺の大提灯などが出品された。ここでの「美術」は、人工の「博物」であり、その「美術」という語が、後に日本から中国や朝鮮に移出されて使われるようになったようである。

「美術」が明治文明開化期の新造語であるばかりでなく、その源である“fine　arts”もイギリスにおいて1767年、つまり明治より100年ほど前に造られた言葉に過ぎない。フランスではさらに遅く、1789年に初めて“beaux-arts”が用いられたとされる。

したがって、「美術館」の名称も「美術アカデミー」もそれまでは存在しなかった。フランスにおいては、17世紀中葉にアカデミーが設立されていたが､それは｢絵画・彫刻アカデミー」であって、“beaux-arts”を称するものではなかったのである。[n-3]「美術」が一般に普及するのは、西欧でも日本でも19世紀も終わりに入ってからであり、「美術館」の名称が日本で初めて用いられるのも明治10年のことである。

「美術」が普及しなかったのは、そのような考えが必要でなかったからだろう。しかし、19世紀になってその必要が生じた。18世紀に、イギリスを中心に起こった産業革命が次第に進展し、工業技術が発達するにつれ、純粋な美術と産業に必要な応用の美術の区分けが次第に明らかになってきたからである。

20世紀に入り、マス・プロダクションとマスコミュニケーションが発達すると、西欧においても日本においても「応用美術」は廃れて、代わりに「デザイン」“design”が広く用いられるようになってきた。[n-4]

一方、「美術」は今なお健在であるが、実状にそぐわないという人もいる。“fine arts”、“beaux-arts”そしてドイツ語の“schöne kunst”の訳語に「美術」を当てたことが妥当であったかを疑問

平成15年９月29日受理
*富山県立泊高等学校教諭

視するのである。この点について三田村畯右は、現代の求める「美」があまりにも多様であり過ぎ、前世紀までのようには統一されていないところに起因すると指摘している。

このような状況を反映して、西欧においては近年、“fine”、“beaux”、“scohöne”などの修飾語を省き、単に“art”、“kunst”とのみ記す回帰現象が見受けられる。

“fine art”が18世紀の産物であったのに対し、“art”は、古くローマの時代から“ars”（アルス）の表記で用いられてきたことが知られている。さらに遡ると、古代ギリシャの時代にはこの言葉さえなく、代わりに“technē”（テクネ）つまり英語のテクニックの語源である「技巧・技術」を意味する語が用いられていた。「テクネ」は「アルス」そのものではなく、今日すばらしい「美術」あるいは「芸術」と賞賛を受けているギリシャ彫刻の名品の数々も、「アルス」のなかった当時においては、「テクネ」という「術」の一種と見なされていたのである。[n-5]

やがてその「テクネ」が今日の「技術」の意に転化し「アルス」が別に用いられるようになってもなお、「芸術」と訳すにしてはあまりにも広い概念を包括していた。それは「アルス」がゲルマン語系の“kunst”（クンスト）共々、英語の“can”（……することができる）と語源を一にして自然の無秩序で不完全な世界を「人間の技術によって完成させていく」という、極めて広範な意味をもっていたからである。試みに、この「アルス」に現代の訳語を当てると「芸術」はもとより「美術・術・才能・熟練・性質・志向・意義・道・手段・方法・骨（こつ）・技法・策略・商売・職・文芸・知識・原理・学術書・芸術作品」など、人間の術一切を含むことになる。

実際、その後の「アルス」は決して永遠ではなかった。ギリシャ・ローマ時代の「芸術」も永い間見捨てられており、やっと17・8世紀になって、その価値が見い出されたのである。「アルス」は変転を重ね、中世には学問や学芸を意味することになる。その「自由学芸」“artes liberales”の中には、数論・天文・幾何など、今日からすれば、およそ「芸術」とはかけ離れた科学と見なされるものまでも含んでいた。その後、「アルス」の文芸化傾向が強まり、「テクネ」の要素が離脱して近代に至り“art”と記され、「Art For art’s sake＝芸術のための芸術」として19世紀末葉に自立する。[n-6]このようにして見ると、“art”は意外に深く「技術」や「科学」とかかわってきたことがわかる。

その“art”が、明治の開花期に、「芸術」と邦訳されたのである。最も、広い意味での“art”に当たる。「芸術」は、古代中国において、礼・楽・射・御・書・数の六芸（りくげい）総称として用いられており、全くの新造語ではない。しかし、日本においては江戸時代に至り、「芸」は芸能・芸事・芸人の意を指す言葉に転じてしまっており、「芸術」は武芸・遊芸・大道芸それに縁日や祭礼の日に屋台を出して叩き売りをする的屋や香具師（や）の芸を指す言葉に変わっていた。その「芸術」が、明治期に本来の意を復活し、より高尚な「芸」を表すようになったのである。

以上のことから、「美術」の考え方も、時代による変化ばかりでなく、地域や民族によっても異なり、「芸術は普遍である」とは言い切れないと思われる。

人類が長い間に築いてきた道具や建築などの建造物は、ただそれが経済的で機能性があり、合目的であればよいかと言うと、いつの時代にも「美しい形」でなければならなかった。衣類・日用品など、すべてが美的享受のできるものが望ましかった。

長い造形との闘いの中で、美の基準や尺度を発見創造することに力を注ぎ、万人が認める形の美の作法とは何かを追求してきた。そして美の秩序としての美的原理に、シンメトリー・プロポーション・バランス・ハーモニーなどを発見し、これらの発展や組み合わせにより多くの造形を試みた。

創造の美的手法として、「数」が秩序とかか

わることは、古代ギリシャ時代から考えられてきた。この数的秩序は、シンメトリー・バランス・プロポーション・リズムなどもその一つとして考えることが可能である。ギリシャ以来、美しい人体・美しい作品（絵画・彫刻・建築）の比例を模範にして美の秩序が研究されてきた。元来ギリシャ人にとって、「比と比例」は非常に重大な意味をもっていたと言われている。ギリシャ語で「比はロゴス、比例はアナノギア」であったが、彼らはロゴスを世界秩序の基本原理とし、また比例的な調和、均衡こそ「真・善・美」であると考えていた。

数的秩序とは、創造の美的方法の一つであって、目安である。必ず美しくなるといったことよりも、数的媒介によって、形態操作を行い、その中から人間の審美眼で、造形目的・生活目的に合致する美的適応形態を選択していくことであり、その一つの手法と考えるべきものである。

「この複雑多岐な自然界は、すべて数字によって成り立っているとさえ言われています。数理造形とは感性的美形態の通則を発見し、その法則性の上に立って、数学の原理を適用して造形を行うことに外ならないのです。自然界に存在する物質や現象を発見して、それをそのまま利用するのではなく、自然界の物質や現象に表れた形態の中に存在する法則を掌握し、これを活用して造形を考えることなのです。」

と清水千之助が言うように、数のもっている法則性または数によって創られた法則を媒介として造形することが「数と造形」との相関であると考えられる。[n-7]

数を媒介としての造形には、数そのものの法則を用いて行う場合と、数を使用して創造された人為的な規則によるものとの二通りの方法がある。

数の法則を用いる時は次の二つの内容がある。

〈１〉具体的な数の法則や数によってできる形の法則を用いる場合
数については整数・分数などの有理数や無理数、指数などによって、つくられている数の相関関係であり、形は各種曲線・曲面や平面、立体図形である。

〈２〉具体的な数そのものでなく、数的概念による場合
加法、減法、乗法、除法や比例、数列、集合、群、対称、回転などの概念の造形的利用

また、数によって創造された規則による造形には、次の二つの方法が考えられる。

〈１〉できる限り共通要素を多くし、多様に利用可能な法則をつくり出す場合、基準法（モデュールによるモデュラーコオディネイション）などに見られるもの。

〈２〉個人的な造形や、一つの計画のためにつくり出される寸法のシステム。本のレイアウトのためのグリッドや各種の個人的システムに見られるもの。

以上の組み合わせにより、具体的な数を用いて造形行為がなされるわけであるが、次から述べる二つの内容が中心課題となる。一つは基礎造形の手法として行われる場合であり、もう一つは生活造形のシステム化や工業化対策として用いられる場合である。このシステムはそれ自体限界を内包しながら、可能な限り、人間の自由な要求の拡大をしようとする思想であることを忘れてはならない。[n-8]

ヨーロッパではギリシャ時代から紳聖律として多用されていた黄金分割、シンメトリーの概念、紋様の配列によるリズムや連続性といった数理的装飾技法が様式化された造形法として使われてきた経緯がある。そこでは、これらの分割、比例法やパターンの配置法は伝統的な技法の中に埋没してしまい、新しい創造に活かそうという試みは皆無であった。

装飾美術の分野では、古くから構成学的な技法や展開によって装飾紋様やパターンを用いてきた。タピストリーや布地・衣装などのテキスタイル、ファッション、建築や教会・神殿の装飾、陶器の絵付けなど、生活を取り巻くすべて

の領域で装飾を楽しみ、育んできた。装飾のモチーフには動植物の具象のほか、幾何学的な抽象形体が見られる。しかし、その配置や配列には数理的な秩序が見られ、分割・繰り返し（リピティション）・対称・交代などによるリズムとなって表現されている。

つまり一つの紋様の単位（ユニット）が左右や四方に連続して配置され軽快な旋律を生む。弥生式土器に描かれた渦紋や鋸歯紋に見られる幾何学紋の原始紋様は、地理的に隔離された世界各地の民族の土器や生活用具にも見られ、自然発生的に生まれたものと推定される。

ここで表記しなければならないことは、あらゆる民族で具象的な紋様が発生する以前に幾何学紋様が生まれ、装飾として用いられていたという歴史的事実である。

古代エジプトのピラミッドやインカの巨石建築、日本の古墳に見られる前方後円墳などはすべて単純な幾何学的形体である。このことには人間のもっている根源的な創造の本質と、数的秩序に対する憧憬の関連が見え隠れして興味深い。

黄金比やルート矩形は古代から美術や建築・工芸に応用されてきた美の原理で、現在なお構成の重要なテーマとなっている。また、数列の応用としてプログレッシブ・リズムやグラデーション、数的曲線や曲面、多面体や構造系に関する数学的分析法を造形やデザインにどのように活かすかという問題も今日の構成の重点研究課題である。

ギリシャ時代以降、建築や装飾美術では美のモデュール（“Module”尺度）であり、絶対的な尺度として使用されてきた黄金分割、ルート矩形やシンメトリーなどの数理的分割法や基準が基本尺として伝承されてきた。

また、石器時代には、陶器や織物や木工の模様が図形と芸術の融合を生み出した。原始民族の瓶・壺や土器を見ればわかるように、パターンの繰り返し（リピティション“Repetition”）によるリズムの表現が人類の最も古い美の基本として用いられてきた。単純な幾何学的紋様が土器や衣服、住まいの装飾に使われ、古墳から発見される多くの遺物はリピティションによる装飾の宝庫である。

このような造形的な数理性が美をつくり、同時に情緒的な美の形式として受け継がれた近代社会を迎えたのである。

黄金分割は古代エジプトで考案され、ギリシャ時代に実用化された美の原理であり、中世ではその比例の神秘化された定理として神授比例法と呼ばれていた。[n−9]近世になって黄金分割という呼び名が一般化されたが、そのルーツはここから生まれたものと思われる。つまり、神から授かった分割法とか、黄金の名にふさわしいプロポーションの意味で、古来から絶対的で理想的な造形の比例指数（プロポーション）として崇められてきたのである。

黄金分割、黄金比の命名はギリシャの数学者エードクソス（“Eudoxos”）によると言われ、これをその彫刻に用いたハァイディアス（“Phidias”）のギリシャ頭文字を用いて、黄金比はϕで示される。

記号ϕで書かれる黄金比は日常生活の中にいろいろな形で現れる。ϕは何度も自然界に現れる三叉交点・c・e・i・π・充填・等傾螺旋・六角形・プラトンの正多面体・つる巻き線・サイクロイド・フラクタル・シンメトリーといったような数学上の概念の一つである。それは黄金比をもつ長方形やフィボナッチ数列と切り離せない関係にあるので、これらの数学上の概念が現れるところ（花の生長パターン・松ぼっくり・オウムガイの内部のしきりなど）では必ず出てくる。

古代ギリシャ人は、ϕを考え出し、黄金長方形をパルテノン神殿のデザインや彫刻の比率として使ったことは知られている。

今日では、$\phi=1.68\cdots\cdots$という値がわかっているが、ϕは次のようなものの中に現れる。

・等傾螺旋　・五角形　・黄金長方形　・黄金三角形　・芸術　・建築　・代数　・無限級数

・プラトンの正多面体　・円に内接している正十角形　・フィボナッチ数列を含む数列の極限　・フィボナッチ数列の連続した項の比

ギリシャ時代はユーグリッド幾何学のように数理性の研究に優れた業績を残したが、ギリシャ人は黄金分割をはじめ、シンメトリー、ルート矩形など多くの数理的原理を好んで建築や美術ばかりでなく生活の中へ取り入れた。人体の造形美に対してもあくなき理想を求め、ミロのビーナスをはじめ多くの残された塑像から、ギリシャの理想の人体像を見ることができる。

縦対横あるいは横対縦の比がϕ（≒1.6）である矩形を黄金矩形と言い、アテネのアクロポリスにあるパルテノンの古い神殿の建物には、黄金矩形が用いられている。しかしこれは、西暦五世紀前につくられているので、建設者は黄金矩形のことを知らずに美しい形を求めて、この形に到達したと推測される。

対称性の概念は、芸術・自然・科学・詩・建築などの様々なところに見い出すことができる。

数学的な立場から言うと、ある図形が線対称であるとは、その図形をある直線に沿って折ったとき、その直線によって分けられた二つの部分が重なる図形を（その直線に関して）線対称であると言う。また、点対称な図形とは、その図形をある一点を通る任意の直線で二つの部分に切り分けた時、一方の部分を180°回転すれば他の部分に重なる図形のことである。

xy 座標上で、関数のグラフの対称性について考えると、任意の関数のグラフとその関数のxとyを入れ替えてできる関数（逆関数）のグラフは、直線 $y=x$ に関して線対称である。

黄金比である１：1.618の比は、なぜ美しく見えるのだろうか。

少しずつ大きくなったり小さくなったりする分割や現象を構成学ではグラデーション（“Gradation” 漸変、諧調）と言う。色彩のグラデーションは色が次第に明るくなったり、赤から緑へと色相が変化する連続的色彩の変化を指す。前者は明度のグラデーション、後者は色相のグラデーションと呼ばれている。

数学の世界ではこれを数列（級数）と言い、等差数列、等比数列が代表的であるが、イタリアの数学者、レオナルド・ダ・ピサ（本名フィボナッチ）によって13世紀のはじめ考案されたフィボナッチ数列がある。

これは0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144・・・と続く。つまり前項と次項をプラスしたものがその次の項となる数列である。55：89の黄金比の登場によって、フィボナッチ数列は黄金比の連続による数列であるということが言える。55：89以降は限りなく黄金比に近付くことになる。すなわち常に黄金比による相似性をもった数列である。

日本の美は１：１や１：２，１：３といった最も単純な整数比による分割法が基本となっている。日本建築の基準も１：２の等量分割であり、室内を分割する畳のサイズも１：２ないし１：１である。この等量分割では一つの形を左右等量に分けることが基本となる。等量が単純であるが美しく見えるのは、左右同等に分けることによって生じるシンメトリー性と、同じものが二つある合同の概念による歯切れのよい数理性にあると思われる。

日本では１：３の分割が西欧の黄金比に匹敵する比例法として日常的に用いられてきた。１：３の分割は、１：１や１：２の基本の分割を壊さないで、これと調和させる日本の優れた造形感覚が生み出した調和率と言える。

数理に基づく図形のデザインには、アメリカインディアンの敷物・日本の家紋・先史時代からの石器・陶器・タペストリー・イスラム教の建物の複雑な模様・コンピュータによって作られた模様などがあり、これらには、数学的アイデアが豊富に含まれている。

日本の家紋は11世紀ごろに伝統の一部となった。多くは植物・動物・天然記念物・数学的図形や概念を様式化したものである。家紋に見られる数学的モチーフには対称・結び目・三角形・正方形・円・立方体・固体・六角形などが含

まれ、これらはすべて際立つようにダイナミックに描かれている。

イスラムの教えによると、もし芸術家たちの作品が動物や植物の形をしていたら、彼らはアッラーの領域に不法侵入したことになる。したがって、彼らは作風を改良して発展させるために、数学上の概念を有効に使った。対称や合同と同じくらい幾何学模様の充填・回転・変形・平行移動が多いのはそのような理由からである。

錯視及び不可能図形は、グラフィックの多くの形式で使われ、迷路・ジョルダン曲線・結び目はクノックスの硬貨の模様・ナバホ族の毛布の迷路のような模様・アイルランドの石の彫刻に描かれている渦巻き状の迷路などに見られる。不可能図形は、何世紀にもわたって芸術家や数学者の刺激的な対象であった。不可能図形がもつ魅力とそれらについての数学的説明は、知能や想像力を刺激することになると思われる。

黄金長方形とその比や等傾螺旋は、星形五角形や様々な織物のデザインなどに見られる数学的概念である。

イスラム教は、モスレム芸術の発展にとって支配的な役割を果たしてきた。イスラム教徒は、アッラーの神が唯一無二の生物創造主であると信じて、芸術家が動物を模った絵を描いたり彫刻を制作しようとすることは、アッラーの領域を侵すことだと考えていた。この信念によって、イスラム教徒の芸術家にとっての被写体は厳しく制限されていた。芸術家たちは、人間や動物を作品の中で描くことを避け、必要に迫られて描くときは、決まった型に従わなければならなかった。その結果、芸術家たちは、彼らの想像力を特定の分野に注いだ。作品は、装飾品やモザイクに限られ、幾何学的デザインや花のモチーフが中心になっている。（アラベスク）モスレム芸術家は、結果的に限られた対象領域を広げようとして、数学を探究した。

アルハンブラは、モスレム建築及び芸術の発展を体現したものである。スペインのグラナダにある宮殿は、ムーア人によって建設されたが、これはヨーロッパのムーア芸術作品の中でも最も精巧なものの一つである。アルハンブラの壁は、多様な模様で飾り立ててあり、対称・充填・反射・回転・幾何学的な図形の平行移動と回転、白黒で塗り分けられた合同図形などの数学的概念が盛り込まれている。芸術の形態を広げるために、芸術家はこれらの数学的概念を発見し用いた。芸術家や数学者は、平面をいかに充填するかを学び、平面に存在するあらゆる対称形を発見した。

15世紀から16世紀にかけて、ヨーロッパでは文化と芸術が復興した時期（ルネサンス）である。その波はあらゆる分野に及んでいるが、特に数学の発達は著しく、実際その影響は造形美術や建築美術にも及んだ。

このような傾向をすべて兼ね備えた人物が、科学者で記述者、文学者、数学者、そして芸術家でもあるレオナルド・ダ・ビンチである。ダビンチにとっては、数学は人間の芸術的文化的努力に対して密接に結び付いているものであった。数学と芸術の結合は、レオナルド・ダ・ヴィンチと同時代のアンブレヒト・デューラーの作品の根底にもなっている。人体のプロポーションに関するデューラーの画期的な仕事は、解剖学における深い洞察力と透視図法と幾何学を結合させたものである。

多くの芸術家は、あるデザインをつくり出すために、数学的なアイデアを自分のものにすることに専心してきた。これらの芸術家の中には、レオナルド・ダ・ヴィンチ、アルブレヒト・デューラー、スーラー、エッシャー、モンドリアンが含まれている。

芸術の歴史では、芸術家のプロポーションに対する感覚は、人体の形状に発見される比例関係、すなわち有名な数学的な関係がある黄金分割から生まれたとするのが決まり文句になっている。[n-10]このように美術の歴史を振り返ると、芸術家が当時の最先端の科学理論や数学理論にいかに敏感であったかがわかり、芸術家、そしてその作品は数学の知識や理論に影響を受けて

きたと言える。

諸科学の進歩や自然及び現代社会の発展法則の認識のために、数学がもつ重要性とそれが果たす役割については、極めて多くのことが語られたり記されたりしている。

現在では、数学なしでは国家経済の合理的な計画も運営も不可能であるし、心理学や芸術の面でも、数学は私たちの認識を深める上で助けになっている。つまり、数学が影響しているのは、あらゆる科学技術の発展、経済機構、国家の運営といった対象だけではなく、私たちの身近な日常生活に存在していると言える。

数学は独自の複雑さと抽象性をもっているが、それにもかかわらず芸術的、絵画的なものをたくさんもっている。さらには、数学に特有の世界認識の方法として「数学的イメージ」という言葉さえ使われている。数学が思考の詩であり、数学の式や法則は客観的な世界の本質的な特徴を表現するばかりでなく、「自然の真の奥深い美」をも反映しているのである。

古代ギリシャの哲学者プラトンの学校の入り口には、「幾何学を知らざる者、この門に入るべからず」と大書されていた。同様に、古代ギリシャの数学者エウクレイデスが、勉強に飽きた王様に与えた返事と伝えられる「幾何学に王道なし」という言葉がある。

これらの言い伝えは数学のイメージを語る言葉として通用してきたもので、数学は昔から一つのイメージで貫かれてきたと言える。

〔2〕美術教育と数学の関連

現代ほど数学的なものが日常生活の中に登場し、ときには親しまれている時代はないように思われる。数学的なイメージや概念は、気付かないうちに私たちの思考の中に入り込んでいる。

最近の数学パズルのブームは異常なほどである。その多くは細切れ式の問題集で、一種の頭の体操や知的ゲームをうたったものも少なくないが、読者層は子どもから高度の数学マニアにまで及んでいる。この数学ブームという言葉には、科学技術における数学の重要性が認められてきたことの他に数学の新しい応用が科学技術以外の方面にも次々と見い出されているということだろう。

その一つの例として、芸術における数学的なものの登場と、それに対する人々の偏愛が挙げられる。

オランダの版画家M・C・エッシャーは、60年代以降の若者たちの間に熱狂的なファンを育てているが、エッシャーの作品の魅力はその心理的な幻想風景によるだけでなく、対称性の構図でつくられた「はめ絵」や、多面体のモチーフ、さらに位相数学的なイメージのような数学的風景によっていることを無視できない。

現代において数学は、一種の暗喩的な語り口や、その直観的イメージ作用によって、人々の意識に働きかけ、芸術や科学の創造の場でも強い触媒の役割を果たしている。現代人の多くが、一方で数学論理の難解さを敬遠しながら他方で数学のもつ神秘的な力に期待し、現代の混沌のなかを照らす光を感じ取ろうとするのは、そのような状況を反映しているのではないだろうか。

しかし、現実には、教育の現状で扱われる数学と大衆の意識の中で見直されてきた新しい数学的イメージの間には、ギャップがあると考えられる。

坂根厳夫は、数学がもっているその豊かな触媒作用を活用して、人々の心に創造的イメージを生み出せるようになるためには、数学教育の再検討が望まれると同時に、社会の中に様々な媒体を通じて、数学の楽しさ、数学的洞察の魅力が発見できるようになることが必要であるとし、その一つの方法として、「数学博物館」の構想を提案している。[n-11]

これは古代エジプトやギリシャ時代、あるいはさらに先史時代の人類の数学的直観から、現代に至るまでの数学的イメージの展開を、様々な媒体の展示物で訴えかけるミュージアムである。建築・彫刻・絵画・音楽などに現れた無数の数学的コンセプトのダイナミックな発展を、

五官に訴えかける方法で展開していく。

この数学博物館の興味深い点は、それが単なる数学のための博物館ではなく、人間の総合的な創造性開発のための触媒の場を目指しているということである。生物学や物理学・心理学・言語学・歴史学・文化人類学から美学や芸術学に及ぶ広大な領域と手を結びながら、人間の知覚や意識の水先案内人として、数学的イメージの冒険を試みようとすることがねらいである。

“美”は、情緒・感性・そして主観的なもので、数学のような論理、理性そして客観的なものとは相容れないと考えられるが、確かに“美”と対立的あるいは対極にあるものと言える。しかし「数学」という学問は単なる“理系”といった単純なものではなく、数学史を見てもすべての学問の土台という部分もあり、その特徴や性格も一つではなくなっている。[n-12]

このように、現代の文化の状況を見渡すと、かつて相反する領域と考えられてきたものの間に、様々な形で歩み寄りが見られ始めている。例えば現代の芸術の中には、最先端のテクノロジーを使って表現を試みたり、現代の科学がもたらした新しい自然観や宇宙観のもとに壮大な概念芸術を提案する作家が増えている。同様に、一流の科学者や数学者の中に、創造の過程で芸術的な直観イメージの重要性を訴え、科学の中に美学の必要を求める人々が増えていることも見逃せない。

学校教育では、新しい指導要領、教育内容が厳選された教科書のもとで、完全5日制が実施されている。当然、子どもたちが学ぶ内容も大幅に削減される。教科の統合再編をはじめとして、総合学習、選択制の導入は避けられない。この事態・変化に対処するため、これまでのカリキュラムの発想や枠組みの検討が必要である。高度に複合化された社会では、「知識はますます回帰的になってきて、単に学習することではなく、『学習』を学習することが問題になってくる。」と言われる。数学教育においては、総合学習、テーマ学習の中に数学をどのように組み込むか、数学をそれらの問題解決にどのように役立てるか、生かしうるのかという発想・観点がこれまで以上に重要になる。[n-13]

この点について、井上正允は、今必要なことは、生徒の「なぜ」「どうして」「なんとかしたい」という知的好奇心や探求心を引っ張り出し、教室をダイナミックな思考・探究や議論の場にしていく教材・授業であって、お仕着せのつながりや系統性、基礎・基本なのではないのではないか。数学が他の教科や領域とどのように結びついているのか、自然科学・社会科学の諸問題の解決に数学がどのように寄与してきたのかの一端を提示していくことが必要なのではないかと指摘している。[n-14]

欧米各国において、20世紀初頭、相次いで数学教育改革の主張がなされ、一つの運動の流れを形成した。この改革運動を、今日「数学教育改造運動」と呼んでいる。

1901年9月14日、イギリスのグラスゴーで開催された英国学術協会の年会の席上で、ジョン・ペリー“John Perry”(1850～1920年)による講演「数学の教育(“The Teaching of Mathematics”)」が行われた。ペリーの主張を列挙すると以下のようになる。

〈1〉数学の教育内容および教育方法は「有用性」の観点から決定されるべきこと。
〈2〉数学の実用性方向を重視すべきこと。
〈3〉ユーグリッドの形態から抜け出ること。
〈4〉数学の教育に当たって、その厳正さに固執しないこと。
〈5〉実験幾何および立体幾何を重んずること。
〈6〉子どもの既有体験を基礎とした教育方法を採用すること。
〈7〉実用的な種々の測定を重んずること。
〈8〉方眼紙を使用すること。
〈9〉微積分の思想をなるべく早く得させること。
〈10〉試験のための数学から脱退すること。

さらに1902年、ドイツの数学者フェリックス・クライン“Felix Klein”(1849～1925年)は、

「中等学校の数学教授について（“Über den mathematischen Unterricht an den höheren Schulen”）」という論文を発表し、数学教育の改革を訴えた。クラインの主張の要点は、以下の通りである。

〈1〉教育は演繹的方法によってではなく、発生的方法によること。

〈2〉生徒の心意の自然発生に適応するように教材を選択し配列すること。

〈3〉数学各分野を融合し、かつ他学科との関係をも密接にすること。

〈4〉数学の型式陶冶のみを過重せず、実用方面にも重きを置き、自然および社会における諸現象に対して、これを数学的に観察する能力を十分に発達せしむること。

〈5〉これらの目的を達成するために関数概念の涵養と空間観察力の養成とを数学教育の骨子とすること。

〈6〉学ぶことの本質は、数学の理論的厳密性からの出発にあるのではなく、作業などを出発点に置く明解性・明瞭性にあること。

〈7〉ユーグリッドの『原論』は非教育的であること。

このような重点の置き方の違いはあるが、数学教育のいわば内部的改造に深く関連している「厳密性と系統性」、そして外部的改造にかかわる「有用性と経験性」は改造運動全体を貫く重要な論争になっていた。

上垣渉は、この二つのテーマが今日の数学教育改革のキーワードにもなっていると言っている。[n−15]

ペリーの言う有用性は、工学にとっての数学の有用性だけでなく、広い範囲に及んでいる。例えば、「子どもの情操を養い、心の歓びを喚起すること」や「精神の開発、思考の論理的方法を養うこと」などにも数学の効用を認めている。ペリーの講演の全体を貫くトーンは、「他学科への数学の直接的有用性」であった。

数学教育改造運動の考察から言えることは、これからの数学教育は、数学の厳密性に固執せず、柔軟で多様な系統性の上に打ち立てられる必要があるということである。[n−16]

今日の数学教育は閉鎖的で硬直化しているという批判がなされ、数学は現実世界との豊かな交流を測るべきであるとの主張がなされている。今日の数学教育改革にとって重要なことは、数学の世界と現実の世界（生活）の分離という思想を廃棄することである。そして、「柔軟で多様な系統性」を土台とし、現実世界との豊かな交流をもった数学の内容と方法を「子どもの論理」に即していかに構成するか、という問題が問われている。

21世紀のカリキュラムを考える上で重視すべき点は、学ぶ意味の回復である。中学生・高校生の学びは受験へと収斂され、知識や技能を強いられている。

そのような現状に風穴を開けるために「総合的な学習」の新設は意味がある。「生徒が自分で課題を見付け、考え、問題を解決する能力を育てること」（教育課程審議会答申　1988年）を重視することは大切である。

学習とは、教科の枠で仕切られるのではなく、総合的なものであると考えることが望ましい。他教科の内容にも数学の題材が含まれていることもあれば、数学の中に他教科の題材が潜んでいることもあるからである。「総合的」である日常生活の中から、学習の動機付け（問題発見）が行われ、教科の中で追求され、他教科ともつながりをもった総合的な「知」へと到達する。このようにして得た知識は、生きて働く「知」として、また日常生活に還るのである。

多くの生徒にとっての教科の枠は、必要感から生まれたものではなく、それまでの学習履歴の中で自然に身に付いてきたものである。またその枠が生徒自身の中に自然に学習内容の範囲を決めることになり、学びを制約することにつながっていることが多い。しかし、この教科枠を取り除き、自由に学習内容を広げていくことができるようになると、生徒は関連的に扱う学

習内容を見い出し始めて、自分自身で学びを連続させ始めるようになる。

生徒の学びは関心によって、教科の枠に縛られることなく広がりを見せ、活動が展開していく。本来、学びはこのように教科の枠内にきちんと整理されていくものばかりでなく、生徒の興味や関心によってその流れが決められていくものが多い。

生徒は学びへの興味や関心を強くもち、その内容は教科を越えて多岐多様にわたる。その意欲を学習に取り込むことは学習指導では欠かせないことであるが、その関心は系統的ではなく、学習すべき内容があり、それを計画的に学習することが求められている教科の学習内容に沿って整理されているわけではない。しかし、興味や関心を生かして学習が展開できれば、より生徒が意欲的に学ぶことが可能になると思われる。

平成10年改訂の小学校学習指導要領〔算数科〕では、数・量・図形への感覚を育てることを重視している。数量や図形についての感覚を豊かにしていくことは、「第3　指導計画の作成と各学年にわたる内容の取扱い」においても述べられている。[n-17]この数・量・図形への感覚は、総合的な学習の中の活動でつくったり、実測したりすることによって高まっていく。

何かをつくる活動では、線対称や点対称のような美しい形に対する感覚を育てる活動も考えられる。

「線対称・点対称」は、平成10年改訂の学習指導要領では削除されたものであるが、総合的な学習の中では扱うことができる。

一松信は、現在の日本の数学教育の中で幾何学が軽視されており、初期幾何学の範囲でも、平面充填形など未解決の問題があることは意外に知られていないということを指摘している。[n-18]

充填図形に関する数学の基礎知識は、芸術家たちが模様をつくり出すことに役立っていることから、「タイル張り」を活用することにより、美術科・数学科の双方において楽しい授業が期待できる。模様、図案づくりの基本は“タイル張り”[n-19]と呼ばれる数学の領域であり、タイルの土台となる形が、正三角形・正方形である。これらの大小組み合わせや面積を変えない変形を行う。

面積を変えない図形の変形を等積変形と呼ぶが、工夫次第で多種多様な形がつくれる面白さがある。等積変形であると合同なので、複雑な形でも平面上に埋め尽くすことができる。いわゆる「タイル張り」である。また、合同変換(図形の移動)は、美術教育の構成に関連づけて学習することも可能である。このような形を創造する際には、個人の幾何学的直観と芸術的な能力に対して高度の要求がなされるが、生徒たちは美的な観点から敷き詰め図形や敷き詰め方を見直すことによって、図形の世界を広げていくと考えられる。数学的な考え方を培っていくと共に、美的な感覚をも育んでいく題材として有効である。

現実世界との関連を重視するカリキュラムには他教科との関連(理科・社会・美術)や合科授業の創造は重要である。

教科の多様なコラボレーション(協働)を基盤とする授業では、自教科の枠組みでは見えなかった生徒の考え方、感じ方、表現の仕方などに実際に触れることができる。また教師に当初、想定しなかった「思いがけない発見」を促すことがある。このような「思いがけない発見」は、授業づくりの魅力にもなり、教師間の同僚性を高めるきっかけにもなる。授業を進める中でのこのような発見を語り合い、その意味を探ることによって教科の基礎・基本や本質を相互に明らかにすることも期待できると思われる。

他教科に学び、刺激を受けながら豊かで魅力ある学びの場を協働して構築することは、生徒だけでなく教師の成長にとっても不可欠である。教科固有の知識を共有することによって、新しい学びの場を多彩につくることができるようになる。問題解決能力の育成に重点が置かれる学習においては、教師が生徒の問題解決にどのよ

うに働きかけ、どのように学びの質を高めていくかが問われている。そのためにも教科を越えた発想ができ、教師同士が自由に、柔軟に連携できるシステムを形成していくことは必須の課題である。指導力を協働的に高め合っていく関係をつくり上げていく上でも、教科間や教師間の関係を開いていくことが求められる。

〔3〕美術教育に幾何学を

「幾何学」は、図形のいろいろな性質を研究する学問であり、中学数学においては「方程式」と共に大きな柱となっている。「幾何学」という言葉は英語で“geometry”と言い、これはギリシャ語の“geometoria”から生まれている。“geo”は「土地」を、“metoria”は「測る」ことをそれぞれ意味していて、文字通り幾何学は、「土地を測る」こと、すなわち「空間の測量」から発達してきたものと考えられる。

数学を美神に奉仕したピタゴラス（“Pythagoras” B.C.582～500年）は、「数と図形とは、同一不離のもので、数は同時に一つの図形であり、図形は同時に一つの数である」という思想をもっていた。[n-20] “万物は数”と捉えていたため、図形の数量化に努め、その結果数と図形の交流に大きな貢献をした。平面図形の中で円は最も美しいと語り、幾何学的に完全な円は完全・永遠・生命・王・黄金等のシンボルとして使われるようになった。そこでは事物の伝達を機能とする記号を超えて、表象を運ぶもの、イメージを心に描かせるものになっている。このように幾何学が哲学や美術と未分化の昔には、形に対して多様な意味をもった重畳の現象が起きていた。

イメージを伝える形態パターンの本質的な特徴を図形として考える。原始美術の様式には、抽象的な表現として記号的な図形のモチーフが多く見られる。図形というと幾何学の対象を連想するが、それは計量的・定性的な数理上の立場から形態を扱う場合が多いことに起因する。[n-21]広辞苑にも数学用語として、立体・面・線・点などの集合からなったものと記されている。すなわち、図形とは二次元も三次元も包括した概念である。一般に形に関する言葉として形態・形状・形象・形姿など種々の言い表し方がある。しかし、それらを厳密な意味で使い分けるのは極めて難しい。

形態と形体の区別は、現実に存在する有機物のように成長などで変容・変化しうる形は形態で、無機的で変化しない形を形体と解釈する。

英語との対応では、広義の形態一般は“form”であり、特定の個別的な形体は“shape”となる。

輪郭はアウトライン、映像はイメージで表す他は、置かれた状況や状態によって、状・皃・容・頌・像・貌などニュアンスの異なる語彙もある。なお形態に関して、一般には直接知覚しえない観念的な形としての理念的形態（純粋形態）と現実に存在する形としての自然形態・人為形態に区分している。[n-22]私たちの周辺には、平面・立体を問わず、理念的形態も自然的形態も無限に存在する。理念的形態としての図形を、特に幾何学的な平面図形をモチーフとして、それらの基本的な性質に基づき構成的視点から考察する。

点は相対的に空間を支配する最も基本的なエレメントである。幾何学の点は目には見ることのできない観念的な存在である。しかし、円の中心や三角点の頂点として、平面図形上の点の位置を明確化することはできる。人は点と点を結んでいろいろな図形をイメージする。

点が二つ以上配置したとき、知覚に及ぼす影響は様々である。星座のように点と点を結んで関連付けた図形をイメージすることができる。その際、点と点の距離や、点の大きさによって引き合う力が異なって見える。

幾何学的には、点が移動した軌跡と定義されるが、面や立体の限界またはその交わったものとも考えられる。平面同士が交われば直線となり、曲面同士が交われば曲線となる。線は点に次いで最も単純な形式要素であるが、幾何学的な線は、太さをもたない方向・長さ・形状だけ

の性格を示している。点が無限定な空間の中で位置を固定するのに対して、線は絶えず伸長する性格をもち、その場その場において方向性を示す要素から成っている。

線は、また流動的な性質によって、自由にイメージした形を顕在化するのに不可欠の手段であり、絵や図の表現・表示のための最も重要な基本的要素である。線により閉じた形は面を形成するが、フリーハンドで自由に描かれた曲線は無限に存在する。数学的に規則性をもった各種の曲線は、自然界の現象や生物の形姿に多く見られるが、それぞれが構造的な合理性と美しさを示している。

幾何学的には、面の形成は線が移動したときの軌跡と定義され、その表面は原則的に厚みをもたない。現実的には、無限定に広がる平面を輪郭線で切り取った形を平面図形と考えると理解しやすい。

直線が画面を分割するように、平面は空間を分割する。現実的には、点や線を目に見える面として表現するように、面に明暗をつけたり空間を区切ることで、面の表情として凹凸感や遠近感を表現することができる。

平面を隙間なく埋め尽くすことのできる正多角形はいくつあるのだろか。

同じ大きさの、同種の正多角形を使って平面を敷き詰めるには、まず正n角形を考える。

正n角形の一つの内角の大きさは、

$$180^\circ \times \frac{n-2}{n} \quad \text{である。}$$

また、一点のまわりの角は360° であるから、ちょうど正多角形で敷き詰めることができるためには、

$$360^\circ \div \left[180^\circ \times \frac{n-2}{n} \right]$$

が割り切れること、すなわち整数になることが必要である。この式を簡単にすると、

$$\frac{2n}{n-2}, \quad \text{すなわち} \quad 2+\frac{4}{n-2}$$

になる。ここで $\frac{4}{n-2}$ が整数になればよいわけである。これが整数になるためには、n=3，4，6の三つの場合しかない。この値を入れて上の式を計算すると、

$$n=3：\frac{2n}{n-2}=6$$

$$n=4：\frac{2n}{n-2}=4$$

$$n=6：\frac{2n}{n-2}=3$$

これは一点の周りで出会うことのできる正多角形の箇数である。このことから、同じ大きさの同種類の正多角形でつくれるモザイクは、正三角形・正四角形・正六角形を使う場合に限ることがわかる。[n−23]

単位となる図形を正多角形とすると、頂点同士が常に重なり合うように埋め尽くす方法は、頂点の数と頂点の関係から限られてくる。一種類の正多角形を用いて平面を埋め尽くす方法は、正三角形・正方形・正六角形の三種類のみである。これは三角形、四角形の内角の和がそれぞれ180°、360°であることから明らかである。

長方形は正多角形ではなく、正五角形では隙間ができてしまう。このことは、古代ギリシャの幾何学を発展させたピタゴラスとその一派により立証されている。

この正三角形・正方形・正六角形をもとにして、エッシャーの版画などでよく知られる「平面を隙間なく埋め尽くすタイル割り模様」をつくることができる。またそのようにしてできたタイル割り模様は、さらに並べることによって、様々な表情を見せる。

繰り返し模様の分類は、結晶構造の分類と深いかかわりがある。繰り返し模様の分類は「対称」を基本としているが、原子・分子・イオンの規則的な配列＝結晶の形を分類するのに「対称」を拠り所にしているからである。

そして、その対称性は二次元に限って言えば

「並進対称」「鏡映対称」「回転対称」の三種類の基本的な操作がある。

幾何学で定義されている対称の基本は次の三種類である。

〈１〉鏡映対称：鏡に映したように、一本の軸で折り曲げて重なるもの。

〈２〉並進対称：並進ともいい、平行移動によって重なるもの。

〈３〉回転対称：図形を回転させることによって重なるもの。

また、特殊な例として平行移動しながら鏡映する並進鏡映（すべり鏡映）がある。

以上の基本的な対称を組み合わせると矩形が縦横に整然と並ぶ格子模様のような単純なものから、万華鏡を思わせる美しいパターンまでつくることができる。また、このような組み合わせを用いて平面を埋め尽くすことができるパターンは17種類あると言われている。[n-24]

バウハウス以降、美術・デザインの分野に数学的手法による幾何学的形体の応用が積極的に導入された。

美術やデザインの世界では形が主役で、それゆえ「始めに形ありき」が造形表現の原点である。

形には木の葉や河原の石のような自然界の形があり、円や矩形のような幾何学的形体もあれば、雲や墨流しパターンのような定まっていない形もあり、インクの染みのような偶発的に生じた形や、アメーバや動物の形のように滑らかな曲線で囲まれている形など、どれ一つとして同じ形がないほど、形の世界は様々な様相を呈している。

形は大きく分けると自然がつくった形の自然形体と、人間がつくり出した形の人工形体の二つに分類できる。

またもう一方では、自然界にみられる形や人間がつくりうるあらゆる形、つまり実際に存在する形、現実的形体“Real　Form”と、幾何学で扱う円や楕円のように直接的には知覚できないイメージの形である形而上の理念的形体“Ideal Form”という二つの対峙した関係で分類することもできる。

あるいは形を定形と非定形とに分ける方法もある。幾何学的形体のように数的な秩序をもち、再現性のある形を定形とし、偶発的に生じた形（これをアクシデント形体、あるいはオートマチック形体と呼ぶ）や、滑らかな曲線のオーガニック形体（あるいは有機的形体）のように数理的な規則性をもたない形を非定形型とする分類である。[n-25]

幾何学的形体は定量的に計れる形体として、美術やデザインからのアプローチよりも、ユーグリッド幾何学や微分・積分からの数学としての研究が先行しており、ルネッサンス以降、美術や装飾にとっては副産物としての視覚化にすぎなかったという歴史的経緯がある。

バウハウスでは、科学的技術による機械生産への技術的必然性と合理主義的思想から、幾何学的形体への傾斜を強め、その造形美を賛美しデザイン分野への展開を試みた。

バウハウスでは、造形の表現主義的な傾向はイッテン以降次第に排除され、幾何学的形体が主体となっていった。一方、それ以外の非定形な形への探究はほとんど行われていなかったといってもよい。

現在の色彩教育は、美術やデザインへの応用を第一に考え、色彩調和による配色や色彩構成に重点が注がれている。

本来、芸術活動は科学的方法論や数理性とは無縁と思われてきたが、今世紀になってロシア構成主義の幾何学的抽象の美術運動やモンドリアンのように数理的分割法や構成法によって美が成立することを立証した作家たちが出現してきた。バウハウスではこのような美術運動が背景となって造形の要素や秩序を理論的に整理、体系化し、教育の場に移植しようとした。

芸術やデザインの造形はすべて人間が人工的につくり出した形である。美術の歴史は長い間、風景や人物という対象を忠実に再現することに注がれた。遠近法をはじめとした技法は、その

模倣のための技法開発の系譜だったとも言える。

バウハウスではイッテンの予備課程において、自然界のテクスチャを観察するとともに木・石・布などの天然材料による素材研究を怠らなかった。イッテンに代わって造形基礎教育を担当したナギとアルバースは、天然材料に加えて金属やガラス・プラスチック・紙などの人工的な材料と幾何学的形体による教育を推し進めた。

その背景には、技術の発展が工業化社会をつくり、国力を豊かにしてきたという技術への絶対的信頼から、科学的手法による造形へのアプローチが優先され始めたことが考えられる。[n-26]

このようにして生まれた人工の形には機能を徹底的に追及した上で求められる機能美が秘められていると人々が気付き始めたのである。それゆえバウハウスでは具象より抽象造形が優先され、写実よりコンポジションや造形の秩序に関する描写や構成に重点が置かれた。その技法や発想も従来の直観より、数学的手法や機能的演繹法が用いられた。したがって、構成学にはこれまでの芸術家が踏襲してきたデッサンや模写による訓練や経験に基づく直観的発想法から美を解放し、科学的方法によって客観的に美を探り、造形するためのサイエンスとも言える。

三井秀樹は、これまでの構成学が魅力のない学問になってしまったことは構成教育に携わる者の責任も大きいと指摘し、美術教科の中に基礎造形として構成分野を入れたものの、デザインや日常生活とのかかわりを曖昧にして観念的な美術教育のカリキュラムに終始したことのツケがまわってきたのであると言っている。[n-27]

このことから、構成学は芸術家養成の美術教育だけではなく、写実によらない非再現性の方法によって造形的なセンスをつくり上げる感性教育としても捉えていく必要があると思われる。

また、今日の図学は形態に対して心理学的精神的意味を求めず、図法も科学的範囲内に限定され、美術に直接関わることはない。しかし、美術作品を制作する時に図学を活用したり、あるいは美術作品を図法によって分析することは重要なことであり、その手段として図学は広く活用されている。

「芸術は見えるものを再現するのではなく、見えるようにするのである……」（パウル・クレー：『創造的信条白書』：1920）

クレーのこの言葉の中には、芸術（における表現）と広い意味での図学との接点の一つが見い出せるということが暗示されている。それは、全体としては見えにくいもの・直接見ることができないもの・観念的なものなどを、見えるようにしようという造形的精神とでも言えるだろう。[n-28]

言うまでもなく、図学の理論的（数学的）基礎は幾何学である。幾何学はその性格上眼に見える対象をその起源として発展してきた学問なので、古くはユークリッド幾何学から現代のトポロジーに至るまで、幾何学的対象を「見えるようにする」ことが多方面で行われている。

数学を用いて造形を展開しているマックス・ビルが次のように言っている。

「数学的な方法に基づいて芸術を発展させることは可能だ……。あらゆる造形芸術の根本要素は、幾何つまり平面や立体の分割と関係があるのだから……。最も、精密科学として知られる数学をそのまま用いても、現代芸術に数学的方法を導入したことにはならない。要は、リズムの構造と相互関係にある造形表現に、論理的思考を援用することである。」[n-29]

幾何学形を使用しても、芸術になりうるとは限らない。それは美しく整っているから、それらしく思える。しかし、思考の構造が造形のそれと繋がっていなければ、ただの図柄に過ぎないと警告しているように思われる。

同様に、マックス・ビルは、1949年「現代美術における数学的アプローチ」と1954年「美術と建築」の執筆においても、美術における数学的思考の重要性について触れている。[n-30]

しかし、幾何学は教育の場面では軽視されて

いる傾向があり、その回復が望まれる。美術教育においては、造形的創造を主とし、自己表現を主なテーマとして行われてきたが、形自体のもつ特性についての科学を軽視し、敬遠されてきた。

新川昭一は、造形の活動において、余角（加えて90°になる角）や補角（加えて180°になる角）などの幾何学の用語も、学習者の発達に応じて活用できる用語であると指摘している。[n-31]幾何学は視覚的な面が多いため、すばらしい定理や証明に溢れている。直観や創造性は幾何学を教えることによって伸びるものと期待される。

数学的な思考方法を媒介としての基礎造形や平面デザインの手法は、数の法則を構成の目安として、規則正しい秩序をもった美的造形をすることにある。数学的な思考による方法は、科学的な思考能力を育てるため、いろいろな角度から指導に入れて実践することは有効である。

数学的思考にひらめきは不可欠であり、これは生まれ付きのものではなく、自分で考える過程で養われるものである。[n-32]数学的思考力や数学的感覚は、日常生活の各場面に応用できる。絵を見るときも、その奥に秘められた数学的手法に気付き、新しい発見をすることができるようになるだろう。

〔4〕美術教育における錯視の有効性

視覚芸術である造形美術は、視知覚があって初めて成立する。作者は視知覚と手によって作品をつくり、見る者は視知覚によってそれを鑑賞する。いずれも知覚が主役である。[n-33]

美術やデザインは視覚を媒介とする造形活動である。視覚は、人間の視覚生理を介したものの見え方を基準としている。この視覚によって知覚する「ものの見え方」を学問的に掘り下げる領域を、実験心理学の分野では造形心理学（ゲシュタルト心理学）と呼んでいる。この心理学は、19世紀中頃、多くの心理学者によって研究が始められ、今世紀初頭、デンマークの心理学者ルビン博士らによって心理学の新たな研究領域として独立した。それ以前は、遊び絵、だまし絵、隠し絵、メタモルフォーゼ[n-34]など、造形的なトリックの遊びの世界として扱われていた。

美術作品において、錯視や視覚抽象を最も直接的に利用する場合、連想や象徴、またはそれが何を示しているか、というようなこととは無関係である。視覚的な形態に取り組む作家は、予測できる視覚作用を引き出すようなデザインを生み出そうとする。この意図は、視覚効果の性格と特質を最も顕著に表す。網膜の経験・視覚反応・知覚抽象・視覚効果などの術語は、錯視という言葉が関連してもつ幅広い意味の感覚に適用される。

錯視は、生理学や心理学などの科学者だけでなく、芸術家にとっても決して疎かにできない問題である。現代の造形は、絵画においても、デザインにおいても心理学的実験の結果から直接にテーマを得たものがある。自然界にも、自然沙汰の過程で生物が錯視を演出する能力を授けられていることを知ることができる。

心理学者は、脳の働きを把握したり、人間の視覚を解明する手がかりを得ようとして錯視を取り上げた。芸術家はそのような錯視の力に興味をもち、想像的な世界をつくり出し、その神秘的な効果を用いて私たちの感覚や心を魅了し、感情を掻き立て、自分たちの感性を訴えているようである。

人間の視覚はある条件によっては見えないものまでも見えてしまうことがあるし、当然見えるべきものが全く見えなくなってしまうということも有り得るのである。人間の視知覚は本人の意志ではどうにもならない錯覚によって左右される。ないものが見えたり、あるものが見えなかったりするというマジックは、創造的なトリックではなく、眼そのものの仕組みによって勝手にそのようになってしまうのである。

デザインは、インテリア・デザイン、インダストリアル・デザイン、グラフィック・デザイ

ンと断片的な分割組織によって今日まで進められてきた。この点について福田繁雄は、総合的な知恵の結集されたデザインとして発見されていかなければならないと指摘し、中でもビジュアル・デザインの方向を決定するのは、人間の文明だけがもつイリュージョンの世界を知覚することから始めなければならないと言っている。[n-35]グラフィック・デザインの世界で、ビジュアル・コミュニケーションという言葉が使われ出し、産業の発達と同時に進歩し続けた情報は、ビジュアル（視覚）という根源的な分野を置き去りにしたまま今日に至った。

視覚効果を中心に仕事をしている美術家やデザイナーにとって、表現言語の二大要素は黒と白である。この黒と白の不可分の性格は、広い範囲にわたる知覚経験に対し伝達媒体となる。黒と白は網膜上に刺激を与えるために、視覚的には幾分補色のような作用を及ぼす。視神経系が疲れるにつれて、眼は一貫したイメージを保とうとする。この適応作用は、イメージが重なりあったり、位置を変えたりするような感覚を生み出す。黒白のもつ振動作用は、知覚効果の重要な面である。また、最近では、芸術は科学の影響を受けており、色彩や線、形の新しい世界が現在では拡大されうる視覚世界の部分となっている。

芸術と錯視は密接な関係がある。プラトンも述べているように、芸術は現実の写しであると同時に、偽物であり幻であるとされ、嘘物をつくり出すものとして避難される。このようなプラトンの批判に答えるために、美の世界は実の世界とは別であるという二元論が立てられた。現実の真偽の法則は芸術に当てはまらないことが多い。造形の世界は現実世界から独立することによってむしろ価値をよく発揮する。美術はそれ独自の幻影の世界を主観のうちにつくり出す。そして「錯視は、何物でもそれが美的対象として経験されるときに必要になる。（オルドリッチ：芸術の哲学)」であるから、美の世界が独立されるなら錯視は嘘物という避難から解放されて芸術のイリュージョン性は逆にその価値を示すところとなる。むしろもう錯視ではなくて美の本体と言うべきものになっている。[n-36]

Ⅰの古今の絵画に見られる錯視について述べたように、錯視表現は、ある特定の作家や表現方法だけに限定されたものではない。ホルバイン・ハンス、アルチンボルト・ジュセッペ、シュールレアリスムのダリ・サルバドール、幾何学的な構成を生み出したエッシャー・モーリス、さらに現代日本においては福田繁雄や安野光雅など、錯視・錯覚という視覚効果を用いた数多くの美術作品が制作されている。

最近では、視覚的な仕掛けを用いた表現に関する展覧会も全国各地で開催され、錯視・錯覚という視覚的効果を活用した作品に接する機会が増えている。美術界でも注目されつつあり、錯視・視覚に関する表現方法が広まっていくものと思われる。

錯視的視覚効果を活用した表現を試みた代表的な作家と言えば、誰でもエッシャーを思い浮かべるだろう。エッシャーはその分野において有名な作家であり、彼の版画作品は、図工や美術の教科書にも記載されている。

エッシャーの作品は、見る者の視覚に働きかける不思議な絵である。ゲシュタルト心理学をはじめ、科学的領域に関心を示し、自分の作品の中に科学的知識を取り込んでいることから、知的な印象も受ける。

エッシャーの作品について、エルンストは、「分類屋泣かせの芸術家」[n-37]と言い、坂根厳夫は、「科学と芸術の間」にある知的な表現として位置付けている[n-38]が、同様に美術教育においても、錯視の位置付けは難しい。だまし絵と隠し絵を含みながらも「絵画」の中に含まれず、視覚伝達を重視する「デザイン」の中からも外され、新たに設けられた「表現」という大きな領域分けの中でかろうじて教科書に記載されていたようである。[n-39]

このような経緯から、錯視表現は教科書の中

でも着目されることは少なく、授業でもあまり取り入れられることがなかったと考えられる。

しかし、現代のように視覚的な情報が氾濫している時代においては、見ることの問い直しが必要である。錯視・錯覚に関する題材は、視覚の曖昧さを自分の眼で確認することができる点で有効であり、生徒の興味・関心を高めることも期待できる。また、錯視の現象は、ものの見え方の基本的なしくみに関係するので、重視すべき事柄である。

久保村里正は、エッシャーのような造形メソッドは、造形理論や制作の面だけでなく、造形教育という観点から考えても、非常に有効なものであると言っている。[n−40]しかし、色・形・コンポジション等の各造型要素を授業の中で取り上げることはあっても、それらの造型要素を造形メソッドとして、その運用まで踏み込んだ授業を行っているところは少ないと指摘している。[n−41]

美術教育において、「モチーフをよく見て描く」ことがよく行われ、正確な形・遠近・明暗・量感・材質感などを表現する能力を養うことが重視されてきた。そのため、そっくりに描かれた絵がよい絵として高く評価されるという事態も見受けられる。

造形芸術は錯視の上に成り立っていると言われる。空間に存在する対象を平面に置き換えようとする絵画やデザインなどでは、錯視の特性を理解させることが不可欠である。[n−42]

錯視は、私たちを楽しませる源であり、誰でもが興味をそそられるものであると共に、芸術・心理学・数学から哲学に至るまで、多くの分野で特に重要な役割を果たしている。人間の眼に映るものは、眼と脳との共同の働きによって決まる。人間の眼は、カメラと構造がよく似ているが、写真では投影される映像そのものが最終の結果となるのに対して、人間の眼の場合は、映像が単なる情報としての意味しかなく、それがさらに信号として視神経系を通って脳に送り込まれる。

美術が嫌いという生徒の理由として、下手だから、上手く描けないからという理由が圧倒的に多いが、[n−43]これは「よく見る」ことが強調された結果であると考えられる。

古田洋司は、上手下手という概念を現場の教師が変えていかないと美術嫌いの子どもたちをつくってしまう恐れがあり、上手下手でない造形教育を行って欲しいと言っている。[n−44]

見て描くことの意味を考え直すためにも、視点を変えて見た表現が必要である。

錯視表現の多様性は、エッシャーの表現方法が単に美術においてのみ研究されているのではなく、幾何学・結晶学・心理学・物理学・精神分析学・建築学など多様な学問分野から研究されていることからも理解できる。[n−45]このことから、錯視表現は、様々な要素を含み、美術教育に多様な効果をもたらすことが期待できる。

おわりに

本論文では、創造力を伸ばす教材として錯視を取り上げ、美術教育における錯視の有効性について考察した。

錯視表現には、錯覚を引き起こすような仕掛けが用いられており、見る者に強い知的好奇心を抱かせると同時に図形に対する見方も深まるものと考えられる。

特に敷き詰め可能な図形の構成の仕方や敷き詰め方を工夫することによって、既習の数学的な内容を確認したり、新たな数学的な内容に気付いたりしていくことになり、数学に対する意欲を引き出すきっかけになることもある。

このことから、他教科との関連を図り、多様な要素が感得できるような活動場面をつくることによって、生徒の美術への興味・関心を高め、自由な発想や思考を喚起させることができる。

造形教育は児童生徒のイメージする力を育てる創造性の教育の性格があり、いろいろなアイデアをもとにして構想を練ることを重視する。構成的能力は、絵が上手・下手ということでは

なく、すべての教科の基礎にもなるものであり、すべての児童生徒に必要な資質であると言えよう。

指導に当たっては、一人ひとりの生徒の個性を生かしながら、誰もが自信をもって取り組むことができるよう、指導方法や題材の研究・開発をし、確かな実践に結び付けていくことが大切である。

子どもたちの多様な表現には、指導者自身の柔軟な思考と構成的能力が求められる。本論文で得た成果をもとに、錯視から新しい指導題材の開発に努めていきたい。

注

【1】三田村畯右著　『美術からアートへ　現代造形セミナー』　鳳山社　1982，P. 9

【2】*ibid*.

【3】*op.cit*.,P. 10

【4】*op.cit*.,P. 11

【5】*op.cit*,.P. 14

【6】*op.cit*.,P. 15

【7】辻弘、杉山明博著　『造形形態論』　三晃書房　1980，P. 134

【8】*op.cit*.,P. 135

【9】黄金比の起源は古く、古代エジプトにまで遡るが、黄金分割が現代のように比例法として一般化したのはルネサンス期の古代文化への憧憬と見直しが始まってからであり、中世の研究者はこれを神秘化し、神から授けられた理想のプロポーションとしてこの名を冠した。

【10】Micheal Holt 著、西田稔訳　『芸術における数学』　紀伊國屋書店　1976，P. 75

【11】坂根厳夫著　『科学と芸術の間』　朝日新聞社　1986，P. 219

【12】仲田紀夫著　『思わず教えたくなる数学66の神秘』　黎明書房　2001，P. 17

【13】汐見稔幸他編　『時代は動く！どうする算数・数学教育』　国土社　1999，P. 20

【14】*op.cit*.,P. 15

【15】*op.cit*.,P. 56

【16】*op.cit*.,P. 60

【17】東洋館出版社発行　『小学校学習指導要領解説　算数編』　東洋館出版社　1999，PP. 174－178

各学年にわたる内容の取扱いの（1）及び（6）に述べられ、感覚を豊かにすることは、中学年から高学年においても引き続き配慮していくものであると表記されている。

（1）数量や図形についての豊かな感覚を育てると共に、およその大きさや形を捉え、それらに基づいて適切な判断をしたり、能率的な処理の仕方を考え出したりすることができるようにすること。

（6）コンピュータなどを有効に活用し、数量や図形についての感覚を豊かにしたり、表やグラフを用いて表現する力を高めたりするよう留意すること。

【18】マーチン・ガードナー著、一松信訳　『別冊サイエンス　数学ゲームⅢ』　日本経済新聞社　1981，P. 3

【19】同じ形、同じ大きさの一種類の図形で、平面を重なりも透き間もなしに敷き詰めることをタイル張りと言う。

【20】仲田紀夫著　『数学ロマン紀行２』　日科技連出版社　1999，P. 56

【21】日本図学会編　『美の図学』　森北出版　1998，P. 71

【22】*ibid*.

【23】平山諦著　『東西数学物語』　恒星社厚生閣　1956，PP. 258－259

【24】日本図学会 *op.cit*.,P. 34

【25】三井秀樹著　『美の構成学』　中央公論社　1996，P. 67

【26】*op.cit*.,P. 154

【27】*op.cit*.,P. 163

【28】日本図学会 *op.cit*.,P. 161

【29】三田村畯右著　『美術からアートへ　現代造形セミナー part２』　鳳山社　1983，P. 76

【30】ヴィリー・ロッツラー著　『構成的美術の諸相』　構成主義と幾何学的抽象展カタログ　1984，P. 7

【31】新川昭一著　『美術の授業の楽しみ』　三晃書房　2002，P. 151

【32】樺旦純著　『図説数学トリック』三笠書房　1996，P. 4

【33】仲谷洋平、藤本浩一編　『美と造形の心理学』　北大路書房　1993, P. 3
【34】16世紀頃からヨーロッパに流行した歪み絵のことで、変形した平面の図像を磨かれた円筒形や曲面に投射すると正像が映し出されるだまし絵（トロンプ・ルイユ）の一種。メタモルフォーゼとはフォルムの変形の意味。日本でも江戸時代、刀の鞘に投影する「さや絵」と言われるメタモルフォーゼがあった。その他、遊び絵、隠し絵などもだまし絵の一つである。
【35】福田繁雄著　『デザイン快想録』　誠文堂新光社　1996, P. 53
【36】海野弘、田中紀男著　『イリュージョン・デザイン』造形社　1970, P. 80
【37】ブルーノ・エルンスト著　『エッシャーの宇宙』　毎日新聞社　1983, P. 22
【38】坂根 *op.cit.*,PP. 84－94
【39】辻泰秀　『〈錯視〉表現の美術教育における位置とその指導に関する考察』　美術教育学会　第7巻　1985, PP. 158－159
【40】久保村里正　『造形要素からの発想．Ⅱ－エッシャー作品に於ける発想の展開－』基礎造形学会論文集　第8巻　1999, P. 25
【41】*ibid*.
【42】宮脇理監修　『美術教育の基礎知識』　健帛社
2000, P. 107
【43】長谷川総一郎他編　『地域文化と美術教育』長門出版社　1995, P. 168
【44】*ibid*.
【45】辻 *op.cit.*,PP. 161－162

参考文献

[1] 三田村畯右著　『美術からアートへ　現代造形セミナー』　鳳山社　1982
[2] 辻弘、杉山明博著　『造形形態論』　三晃書房　1880
[3] Micheal Holt 著、西田稔訳　『芸術における数学』　紀伊國屋書店　1976
[4] 坂根厳夫著　『科学と芸術の間』　朝日新聞社　1986
[5] 仲田紀夫著　『思わず教えたくなる数学66の神秘』　黎明書房　2001
[6] 汐見稔幸他編　『時代は動く！どうする算数・数学教育』　国土社　1999
[7] 東洋館出版社発行　『小学校学習指導要領解説　算数編』　東洋館出版社　1999
[8] マーチン・ガードナー著、一松信訳　『別冊サイエンス　数学ゲームⅢ』　日本経済新聞社　1981
[9] 仲田紀夫著　『数学ロマン紀行2』　日科技連出版社　1999
[10] 日本図学会編　『美の図学』　森北出版　1998
[11] 平山諦著　『東西数学物語』　恒星社厚生閣　1956
[12] 三井秀樹　『美の構成学』　中央公論社　1996
[13] 三田村畯右著　『美術からアートへ　現代造形セミナー part 2』　鳳山社　1983
[14] ヴィリー・ロッラー著　『構成的美術の諸相』　構成主義と幾何学的抽象展カタログ　1984, PP. 4－8
[15] 新川昭一著　『美術の授業の楽しみ』　三晃書房　2002
[16] 樺旦純著　『図説数学トリック』　三笠書房　1996
[17] 仲谷洋平、藤本浩一編　『美と造形の心理学』　北大路書房　1993
[18] 福田繁雄著　『デザイン快想録』　誠文堂新光社　1996
[19] 海野弘、田中紀男著　『イリュージョン・デザイン』造形社　1970
[20] ブルーノ・エルンスト著　『エッシャーの宇宙』　毎日新聞社　1983
[21] 辻泰秀著　『〈錯視〉の美術教育における位置とその指導に関する考察』　美術教育学会　第7巻　1985, PP. 157－168
[22] 久保村里正著　『造形要素からの発想－エッシャ作品に於ける発想の展開－』　基礎造形学会論文集　第8巻　1999, PP. 17－26
[23] 宮脇理監修　『美術教育の基礎知識』　健帛社　2000
[24] 長谷川総一郎他編　『地域文化と美術教育』　長門出版社　1985
[25] 清水千之助著　『造形の科学』　朝倉書店

1988
[26] 木下百合子他編　『総合学習時代の授業論ー社会・メディア・コミュニケーションー』　ミネルヴァ書房　2002
[27]「生きる力をはぐくむ算数授業の創造」刊行会編　『CREAR　生きる力をはぐくむ算数授業の創造』ニチブン　1999
[28] 伏見康治他著　『美の幾何学　天のたくらみ　人のたくらみ』　中央公論社　1979
[29] 井上正允著　『数学ワンダーランド③　本日オープン！数学美術館［平面図形］』　国土社　1995
[30] 中村義作著　『エッシャーの絵から結晶構造へ』　海鳴社　1993
[31] 一松信著　『正多面体を解く』　東海大学出版会　1983