

機関番号：10104

研究種目：若手研究（B）

研究期間：2008～2010

課題番号：20740070

研究課題名（和文） サンプル集合を利用した閉値域作用素の解析と不変部分空間の構築

研究課題名（英文） The characterization of the closed range operator and the invariant subspace using the sampling set

研究代表者

米田 力生 (YONEDA RIKIO)

小樽商科大学・商学部・准教授

研究者番号：70342475

研究成果の概要（和文）：一般的な空間である荷重付きディリクレ空間上の作用素、特に掛け算作用素、テープリッツ作用素、ハンケル作用素がいつ閉値域を持つのかを特徴付けを行った。ベルグマン空間上での掛け算作用素に関しては勿論、一般的な空間である荷重付きディリクレ空間上の掛け算作用素が閉値域を持つ必要条件に関する必要十分条件に関しては知られているが、テープリッツ作用素、ハンケル作用素がいつ閉値域を持つのかに関しては殆ど知られていない。そこで、シンボルを解析函数に限定して、サンプル集合の特徴付けを行い、その解析結果を利用して、テープリッツ作用素及びハンケル作用素がいつ閉値域を持つのかに関する結果を得た。

研究成果の概要（英文）： I researched the operators on the weighted Dirichlet spaces. In particular, I studied the multiplication operator and the Toeplitz operator and the Hankel operator on the weighted Dirichlet space with the closed range. It is well-known with respect to the closed range multiplication operator, but there is no result with respect to the closed range Toeplitz operator and Hankel operator on the weighted Dirichlet space. So I studied the sampling set with respect to the analytic symbol multiplication operator. Moreover I get the results when Toeplitz operator and Hankel operator have the closed range on the weighted Dirichlet spaces.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
20年度	1,200,000	360,000	1,560,000
21年度	900,000	270,000	1,170,000
22年度	1,100,000	330,000	1,430,000
総計	3,200,000	960,000	4,160,000

研究分野：函数論

科研費の分科・細目：数学・基礎解析学

キーワード：ベルグマン空間、ハーディー空間、荷重付きディリクレ空間、閉値域、掛け算作用素、サンプル集合、テープリッツ作用素、積分作用素、ハンケル作用素、不変部分空間

1. 研究開始当初の背景

ベルグマン空間は、複素平面上の開単位円板 D 上の p 乗可積分である正則関数からなるバナッハ空間であり、複素平面上の単位円上の p 乗可積分である正則関数からなるバナッハ空間として定義されるハーディー空間とは理論的に深く結びついている。ハーディー空間は古典的な分野であり工学にもかなり応用があることが知られている。ベルグマン空間はこれから工学に応用が期待されている分野である。

$p=2$ の場合、両空間とも荷重付きディリクレ空間とみなすことが出来るが、それぞれの空間上において利用できる証明手法や証明テクニックはそれぞれ全く異なっている。そのため、単純にハーディー空間上の理論をベルグマン空間上の理論に応用しようとしても簡単にはいかないのが現状であり、多くの未解決問題が残されている。しかも荷重付きディリクレ空間上での共通性質を求めることは重要なことであり、これもまた未解決問題として残されている。

2. 研究の目的

ベルグマン空間上の理論に関する研究の大半は古典的で工学にも応用があるハーディー空間上の理論を一般化するといったものであるが、現在進めている研究は、ハーディー空間及びベルグマン空間上の作用素の直接的関係を導き出し、荷重付きディリクレ空間上の全く新しい特徴付けを導き出すというものである。「掛け算作用素が荷重付き

ディリクレ空間上でいつ閉値域を持つのか」

「荷重付きディリクレ空間上の不変部分空間はどのような型を持つのか」に関する特徴付けは、未解決問題として残されていて、本研究ではこれらの未解決問題を研究目標の中心に据えるものである。

3. 研究の方法

「荷重付きディリクレ空間上の不変部分空間の解析」に関して、荷重付きディリクレ空間上の不変部分空間は荷重付きディリクレ空間に関するサンプリング集合と緊密な関係があることから、この研究を進めていくために最新のベルグマン論関連図書及び等角写像論関連図書を引用し、証明方法を幾つか利用した。この研究を進めていく上で、関数論、関数解析、ポテンシャル論、値分布論・等角写像論に関連した研究集会に参加しそこで発表し意見交換を行い、そして岐阜大学の山田雅博・准教授、島根大学の瀬戸道生・講師と研究の細部に関しての意見交換等を行うことにより研究を進めていった。山田雅博・准教授とは、「逆カールソン測度を利用した荷重付きベルグマン空間上の不変部分空間の解析」に関する意見交換等を行い、名古屋大学の鈴木紀明・准教授と、島根大学の瀬戸道生・講師と、「荷重付きディリクレ空間上における不変分空間の構築」に関する研究打ち合わせを行った。また日本数学会春季・秋季総合分科会、関数論、値分布論・等角写像論等の研究集会に参加し、研究成果の発表を行った。

4. 研究成果

一般的な空間である荷重付きディリクレ空間上の作用素、特に掛け算作用素、テープリッツ作用素、ハンケル作用素がいつ閉値域を持つのかを特徴付けを行った。荷重付きディリクレ空間上で定義される掛け算作用素が閉値域を持つこととサンプリング集合には密接な関係があることに着目し、サンプリング集合に関する解析を行った。

具体的には、荷重付きディリクレ空間上で定義されるハンケル作用素が閉値域を持つ必要十分条件をサンプリング集合を用いて特徴付ける研究に着手し一定の成果を上げた。その結果は幾つかの研究集会において発表し、現在、専門雑誌に投稿中である。そして、それらの特徴付けを応用し、荷重付きディリクレ空間上に関するサンプリング集合の生成に関する研究を行い、これまでには無かった新しい結果を得ることに成功した。そこでまとめた結果は学術論文として現在投稿中である。また、その結果に関して更なる吟味を重ね、荷重付きディリクレ空間上におけるテープリッツ作用素がいつ閉値域を持つのかに関する新しい条件を得た。その結果に関しては幾つかの研究集会において発表を行い、現在、専門雑誌に投稿中である。更に、具体的な例（特殊なシンボルを持つテープリッツ作用素）の検証から、テープリッツ作用素が閉値域を持つ別の条件に関する研究に着手し、幾つかの成果が上がってきている。これらの結果は来年度、発表予定であり、吟味の上で、専門雑誌に投稿する予定である。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 1 件)

1. 米田力生、The characterization of the sampling set for Bloch-type spaces、査読無、数理解析研究考究録 1596、pp51-61

[学会発表] (計 8 件)

1. The composition operator with closed range on the weighted Bloch space and the weighted Dirichlet spaces
2. Composition operators on the weighted Dirichlet spaces with closed range
3. The characterization of the sampling set for Bloch-type spaces
4. Interpolation sequence and closed range integration operator
5. The multiplication operators on the weighted Dirichlet spaces
6. The lower norm of the multiplication operators
7. Hankel operator with closed range
8. 閉値域をもつハンケル作用素に関して

6. 研究組織

(1) 研究代表者

米田 力生 (YONEDA RIKIO)

小樽商科大学・商学部・准教授

研究者番号：70342475