

令和 3 年 5 月 30 日現在

機関番号：13301

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2017～2020

課題番号：17K14227

研究課題名(和文) 圧縮性粘性流体の球対称解の漸近解析

研究課題名(英文) Asymptotic analysis of spherical solution of compressible viscous fluid

研究代表者

甲斐 伊都子(橋本伊都子)(Kai, Itsuko)

金沢大学・機械工学系・准教授

研究者番号：70584639

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,200,000円

研究成果の概要(和文)：高次元空間上のバーガーズ方程式の球対称問題において、これまでの研究を通し1次元空間では現れないタイプの定常解の存在を発見し、漸近形についても1次元との差異を発見してきた。手法としては最大値原理、縮小写像の原理、重み付きエネルギー法を用いて解明してきた。このバーガーズ方程式の球対称問題における結果を踏まえ、最近の研究の中で圧縮性ナビエ・ストークス方程式の球対称定常解において高次元と1次元で解の構造に差異に注目し研究を進めている。

研究成果の学術的意義や社会的意義

従来の研究においては、1次元バーガーズ方程式の解と高次元球対称バーガーズ方程式の解の挙動は同じものであると考えられてきた。しかしながら、私の研究を通して双方の解の漸近挙動は大きく異なるものであることを発見した。ナビエ-ストークスは非圧縮の場合がミレニアム問題として挙げられるほど重要な問題となっており、圧縮性の場合も同様に重要である。バーガーズ方程式は圧縮性ナビエ-ストークス方程式の密度を一定と置いて得られる運動方程式である。これまでのバーガーズ方程式で得られた知見はナビエ-ストークス方程式の球対称解の解明へ応用する際に非常に重要である。

研究成果の概要(英文)：We considered the asymptotic behaviors of radially symmetric solutions for the multi-dimensional Burgers equation on the exterior domain. We found the stationary solution which does not appear on the one dimensional space. We used maximum principle, Banach fixed-point theorem and weighted energy method. We recently apply the results of Burgers equation to the radially symmetric stationary solutions for exterior problems to the compressible Navier-Stokes equation, describing the motion of viscous barotropic gas.

研究分野：関数方程式論

キーワード：外部問題 球対称問題 偏微分方程式論 圧縮性 ナビエ-ストークス方程式

1. 研究開始当初の背景

(1) 高次元空間上におけるバーガーズ方程式の球対称問題の解の漸近挙動

本研究テーマは私が取り組むまで世界的に見ても研究成果はなかった。私は学生時代から単独1次元粘性保存則の漸近挙動の研究に取り組んできた。高次元空間上におけるバーガーズ方程式の球対称問題の解の解析は単独1次元粘性保存則の解の挙動とどのくらい差異があるかという疑問を元に研究を開始した。

(2) 高次元空間上における準線形波動方程式の球対称問題の解の漸近挙動

バーガーズ方程式は n 次元空間上における Transport 則に Fourier 則を適用させて得ることが出来る。 n 次元空間上においては、同法則に加えて Cattaneo 則を適用させると準線形波動方程式が得られる。球対称問題ではない一般次元の場合には、コンスタンツ大学(独)の Reinhard Racke 教授が Navier-Stokes 方程式に対して Cattaneo 則を適応させ、解の適切性について世界をリードしている。しかし、高次元球対称問題に関する研究は皆無であったため(1)の研究課題と並行して研究を開始した。

2. 研究の目的

本研究の目的は、これまで主に一次元空間上で行われてきた単独粘性保存則に対する解の時間大域的挙動の理論を、より一般的な高次元圧縮性粘性流体方程式系に展開することにある。

高次元空間の同方程式系の典型例である球対称問題の初期-境界値問題の適切性は未解決であり、新たな解法と理論の発展が求められているため第一段階として流体方程式に対する球対称問題について考察した。特にバーガーズ方程式、及び圧縮性ナビエ-ストークス方程式について考察を行った。

3. 研究の方法

(1) 高次元空間上におけるバーガーズ方程式の球対称問題については、主に最大値原理と重み付きエネルギー法を用いて考察を行った。

(2). バーガーズ方程式に Cattaneo 則を作用させて得られた準線形波動方程式の球対称問題については、重み関数によるエネルギー法とガレルキン法を組み合わせることで時間大域的な弱解を構成し、定常波の漸近安定性を示した。

4. 研究成果

(1) Cattaneo 則を用いたバーガーズ方程式の定常解の漸近解析

バーガーズ方程式は n 次元空間上における Transport 則に Fourier 則を適用させて得ることが出来る。一方で、Transport 則に Cattaneo 則を適用させると準線形波動方程式が得られる。私は球対称問題に変換して得られた準線形波動方程式の研究を、早稲田大学の小園教授と共同で行ってきた。その結果、私がこれまで構築した重み関数による解法とガレルキン法を組み合わせることで時間大域的な弱解を構成し、定常波の漸近安定性を示すことに成功した。(参考文献[1])

(2) バーガーズ方程式の球対称問題に関する「流出問題」と新たな形状の定常波の解明

非単調性の取り扱いに新たな手法の開発を要したが、最大値原理、及び重み付きエネルギー法を用いて新たな証明方法を開発し証明の成功を得た。空間3次元の場合は、解の漸近形の完全な分類を与え、「定常波」から「希薄波」へ、加えて「衝撃波」へと遷移する境界条件の閾値も明らかにした。この結果については一般の流体方程式における臨界値を研究する際に適用させるための重要なステップとなる。本成果は 2018 年に香港中文大学で行われた「Workshop on Compressible Navier-Stokes Systems and Related Problems」及び、2019 年にオランダの Leiden で行われた国際研究集会「Equadiff 2019」において講演を行った。(参考文献[2])

(3) バーガーズ方程式の球対称定常解の高次元初期擾乱による安定性

これまでの研究においては、対象となる主流の定常解は球対称であり、その摂動としての非定常流も

球対称という制限を課した。しかし実在する気体の爆発現象においては、たとえ小さな球対称の初期擾乱であっても、流れの場は瞬時に非対称となり、それ故、摂動解は一般的な 3 次元の流れとして取り扱うことが自然である。このような現場の流体力学的要請に応えるべく、高次元バーガーズ方程式において、主流の球対称定常解に非対称の初期擾乱を与えた場合について数学的解析を行った。(参考文献[3])

(4) 圧縮性ナビエ・ストークス方程式の球対称定常解の存在定理

圧縮性ナビエ・ストークス方程式において、空間1次元の場合には境界条件と無限遠方条件の組み合わせに応じて、様々な解の漸近挙動が考察されてきた。空間多次元の場合は境界上における流速が静止しているという条件の下で定数自明解の漸近安定性が示されている。また、ポテンシャル外力がある場合の定常解の漸近安定性の研究も既に知られているが、境界からの流入や流出がある場合の圧縮性ナビエ・ストークス方程式の球対称問題においては、定常解の存在さえ知られていない。そのため今回境界上での流速に制限はあるが、定常解の存在について証明を行った。(参考文献[4])

<参考文献>

[1] [Itsuko Hashimoto](#), Hideo Kozono “Asymptotic behavior of radially symmetric solutions for quasilinear hyperbolic fluid model in higher dimensions”, J. Differential Equations 262 pp.5133-5159 (2017)

[2] [Itsuko Hashimoto](#), Akitaka Matsumura “Asymptotic behavior toward nonlinear waves for radially symmetric solutions of the multi-dimensional Burgers equation”, J. Differential Equations 266, pp. 2805-2829(2019)

[3] Itsuko Hashimoto “Stability of the radially symmetric stationary wave of the Burgers equation with multi-dimensional initial perturbations in exterior domain”, Math. Nachr. 293, pp2348-2362 (2020)

[4] [Itsuko Hashimoto](#), Akitaka Matsumura “Existence of Radially Symmetric Stationary Solutions for the Compressible Navier-Stokes Equation”, Methods Appl. Anal. (2021,掲載決定済)

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計3件（うち査読付論文 3件／うち国際共著 0件／うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 Itsuko Hashimoto, Akitaka Matsumura	4. 巻 266
2. 論文標題 Asymptotic behavior toward nonlinear waves for radially symmetric solutions of the multi-dimensional Burgers equation	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Journal of differential equations	6. 最初と最後の頁 2805, 2829
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Itsuko Hashimoto	4. 巻 293
2. 論文標題 Stability of the radially symmetric stationary wave of the Burgers equation with multi-dimensional initial perturbations in exterior domain	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Math. Nachr.	6. 最初と最後の頁 2348, 2362
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 tsuko Hashimoto, Hideo Kozono	4. 巻 262
2. 論文標題 Asymptotic behavior of radially symmetric solutions for quasilinear hyperbolic fluid model in higher dimensions	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 J. Differential Equations	6. 最初と最後の頁 5133, 5159
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計7件（うち招待講演 0件／うち国際学会 2件）

1. 発表者名 Itsuko Hashimoto
2. 発表標題 Asymptotic behavior of radially symmetric solutions for the Burgers equation in several space dimensions
3. 学会等名 The seventh Japan-China Workshop on Mathematical Topics from Fluid Mechanics（国際学会）
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Itsuko Hashimoto
2. 発表標題 asymptotic stability of radially symmetric solutions of multi dimensional Burgers equation
3. 学会等名 Equadiff 2019 (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 橋本伊都子
2. 発表標題 バーガース方程式の球対称定常解の漸近安定性について
3. 学会等名 大阪大学微分方程式セミナー
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 橋本伊都子
2. 発表標題 高次元空間上におけるバーガース方程式の球対称定常波の安定性
3. 学会等名 日本数学会 年度会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 橋本伊都子, 松村昭孝
2. 発表標題 多次元空間上におけるバーガース方程式の球対称問題の漸近挙動について
3. 学会等名 日本数学会年会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 橋本伊都子, 松村昭孝
2. 発表標題 圧縮性Navier-Stokes 方程式の球対称定常解 の存在について
3. 学会等名 日本数学会秋季分科会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 橋本伊都子
2. 発表標題 Classification of asymptotic states for radially symmetric solutions of multi-dimensional Burgers equation
3. 学会等名 Workshop on Compressible Navier-Stokes Systems and Related Problems
4. 発表年 2019年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------