

令和 3 年 6 月 8 日現在

機関番号：13301

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2017～2020

課題番号：17K05411

研究課題名(和文) テンソルネットワーク法による素粒子物理学の諸問題へのアプローチ

研究課題名(英文) Tensor network approach to elementary particle physics

研究代表者

武田 真滋 (Takeda, Shinji)

金沢大学・数物科学系・准教授

研究者番号：60577881

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,200,000円

研究成果の概要(和文)：本研究は、テンソルネットワーク法を素粒子物理学における諸モデルに適用し、特に「符号問題」のためにこれまで実現不可能だった第一原理計算の実行を目指したものである。具体的な成果としては、低次元系の格子超対称模型や有限密度系、さらには実時間系へ適用できることを実証した。その他にも、計算コスト削減アルゴリズムの開発も行い、将来行われるであろう大規模計算の土台を形成することができた。

研究成果の学術的意義や社会的意義

従来の計算素粒子物理学の分野では確率的要素を含むモンテカルロ法が広く用いられてきたが、複素数の作用を持つ系では確率解釈ができないため符号問題が生じてしまい信頼できる結果を得ることが困難であった。しかし、テンソルネットワーク法は決定論的な手法であることから符号問題とは無縁であることが知られている。本研究では、低次元系においてテンソルネットワーク法が符号問題のある様々な系に対して有用であることを実証した。今後は、より現実世界に近い理論にテンソルネットワークを適用し、最終的には4次元有限密度量子色力学を目指し中性子星内部のシミュレーションを行いたい。

研究成果の概要(英文)：A purpose of the study is to perform first principle computations which are not possible due the sign problem. As specific results, we have demonstrated that tensor network method works well in lower dimensional lattice super symmetric model, finite density system and real-time path integral. Furthermore, we have developed an efficient algorithm which will be useful in future large scale simulation.

研究分野：素粒子論

キーワード：テンソルネットワーク 符号問題 実時間経路積分 テンソルくりこみ群 粗視化 有限密度系 格子超対称模型 射影打ち切り法

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

1. 研究開始当初の背景

素粒子標準模型の柱の一つである量子色力学(QCD)は閉じ込めなどの非摂動的効果が重要であるため、格子 QCD シミュレーションがその第一原理計算として大きな役割を果たしてきた。その具体的な成果としては、初期宇宙に起きたとされるクォーク・グルオン・プラズマ相転移の定量的な情報提供や、種々のハドロン質量をたった数個のパラメータ(クォーク質量と結合定数)をインプットとする数値計算によって再現するなど、多くの成功をおさめている。一方で、残された課題として、中性子星内部の状態方程式を第一原理計算から提供することなどが挙げられる。実際、この場合は QCD 作用が複素数になるため、モンテカルロ法が直接適用できないという複素作用問題(符号問題)に直面する。この問題を克服しようとこれまで様々な方法が提案されてきたが、最終的かつ完全な方法は見つかっていないという状況であった。

2. 研究の目的

このような状況のもとで、最近注目されているのがテンソルネットワーク法である。これはモンテカルロ法が抱えている符号問題を回避できるという特徴があり、物性物理学の分野から提案された方法である。本研究課題では、テンソルネットワーク法を素粒子物理学の分野に導入し、符号問題のために解析が難しかった、格子超対称模型、有限密度系、実時間系などの非摂動的ダイナミクスを取り出すことを目的として研究を進めた。特に、対象とする系を低次元に限定し、テンソルネットワーク法がいかに符号問題を克服するかを検証した。

一方、テンソルネットワーク法は高次元系において、その計算コストが激増してしまうという負の側面がある。現在、それを克服するための様々なアイデアが提案されているが、本研究では射影打ち切り法と呼ばれる情報圧縮技術を用いて効率性の高いアルゴリズムを開発した。

3. 研究の方法

本研究ではテンソルネットワーク法の中でもラグランジアン形式と呼ばれる方法を用いた。これは、特異値分解に基づく情報圧縮技術と実空間くりこみ群という粗視化法を組み合わせた数値計算手法の一つである。これによって量子格子系の分配関数や経路積分を近似的に計算することができる。本研究では、最も基本的な粗視化アルゴリズムである「テンソルくりこみ群」を主に使用しているが、任意次元の系でも適用可能な「高次テンソルくりこみ群」も使用した場合もある。

4. 研究成果

(1) 【2次元超対称模型(Wess-Zumino 模型)のテンソルネットワーク表示の作成】

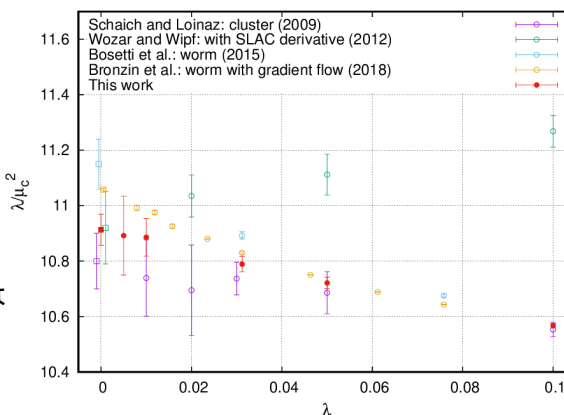
Wess-Zumino 模型は、最もシンプルな超対称模型の一つであり、超対称性の自発的破れのダイナミクスを調べる上で有用な模型である。しかし、この模型にモンテカルロ法を適用しようとすると符号問題が生じてしまう。そこで、テンソルネットワーク法によってこの模型を解析しようというのがこの研究の趣旨である。(引用文献)

この研究を始めるためには、まず模型の分配関数をテンソルネットワーク表示で表現しなければならない。そこで、格子上で定義された2次元 $N=1$ Wess-Zumino 模型の分配関数をテンソルネットワーク表示するところから研究を始めた。この模型はマヨラナ場と実スカラー場の組から構成されているが、それぞれの場合のテンソルネットワーク表示の方法はすでに先行研究によって確立されているため、それらを用いて構成した。そして、相互作用のない場合の厳密解との比較を行うことで、テンソルネットワーク表示が正しく構成されていることを検証した。今後は、相互作用が入った場合の相構造を調べたり、高次元系への拡張やより複雑な超対称模型への応用が期待される。

(2) 【2次元実スカラー理論の臨界点の決定】

引用文献では、テンソルネットワーク法を用いて2次元実スカラー理論の臨界点の決定を行った。この理論は Z_2 対称性の自発的対称性の破れを示し、これまでモンテカルロ法などによって臨界点の決定が行われてきた。この臨界点の決定は各種方法の性能比較のためのベンチマークとしてよく利用されている。この理論に符号問題はないが、テンソルネットワー

図1 臨界点の連続極限。縦軸は臨界点、横軸は格子間隔を示している。赤丸は本研究の結果で、その他はモンテカルロ法によるものである。



手法によって臨界点をどの程度精密に決定できるかを検証するのがこの研究の目的である。

その結果を図1に載せてあり、他の方法と同程度の精度が達成できることがわかった。今回の計算ではテンソルくりこみ群と呼ばれる最もシンプルな粗視化法を使っており、それにもかかわらず最新のモンテカルロ法と同程度の精度が得られたことは今後の展開に期待が持てるものであった。将来的には改良版の粗視化アルゴリズムを使うことでさらなる精度向上が期待される。

(3) 【2次元有限密度複素スカラー理論のシルバープレーズ現象の検証】

引用文献の研究では、2次元有限密度複素スカラー理論をテンソルくりこみ群によって解析した。このモデルには符号問題があり、また、シルバープレーズ現象と呼ばれる性質をもっていることが知られている。この現象は物理量がある化学ポテンシャルの値以下では、化学ポテンシャルに対する応答がないが、ある閾値を超えると急激に変化するというものである。この現象は、空間体積が大きく、かつ、ゼロ温度近傍で明確に観測されると予想されている。テンソルネットワーク法は大体積の計算を得意としており、この現象を観測するのに適したセットアップである。

同法を用いて体積 1024^2 の格子上でスカラー数密度という物理量 (Full) を計算したところ図2のようにはっきりとシルバープレーズ現象が確認された。一方、複素位相を無視した場合 (Phase quenched) は滑らかに変化しており、その違いが明確に確認できた。これは複素位相が物理として本質的な役割を果たしていることを示している。過去にモンテカルロ法でも同様の比較をしている例があったが、Full の誤差が大きく、また、体積が小さいために意味のある比較が難しい状況であったのとは対照的である。

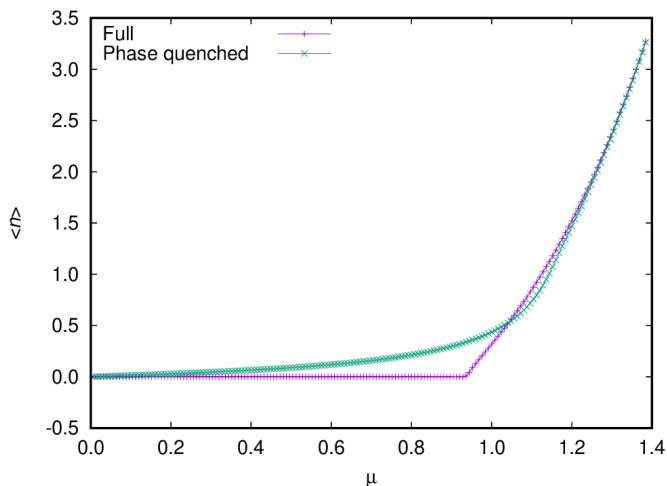


図2 縦軸：スカラー数密度、横軸：化学ポテンシャル。Full は複素位相込みの真のモデルの結果、Phase quenched は位相を無視した近似モデルの結果。

(4) 【1 + 1次元実スカラー模型の実時間経路積分の直接評価】

実時間経路積分を直接評価することは符号問題のため難しい問題である。なぜなら、経路積分の定義上、被積分関数は純粋な位相であり、また、多自由度の積分のため非常に激しい相殺の後に残る小さな量を求める計算であるからだ。しかし、引用文献において、質量項に純虚数の正規化パラメータを導入することにより、テンソルネットワーク法によって実時間経路積分が直接計算できることを実証した。そこで用いた模型は1 + 1次元実スカラー模型であるが、今後はより複雑な内部自由度をもつ模型や高次元系へ拡張することが可能であり、本研究によって実時間経路積分の直接評価の道が開かれた。

(5) 【射影打ち切り法による計算コスト削減アルゴリズムの開発】

テンソルくりこみ群で粗視化する時の計算コストは、 $O(\chi^6)$ に比例することが知られている。ここで、 χ はテンソルネットワーク中のテンソルの添字の走る範囲を表す量であり、 χ の値が大きい程、精度の良い計算となる。この計算コストを削減するために、引用文献では、射影打ち切り法と呼ばれる技法を用いることにより、次数を低減した $O(\chi^5)$ のアルゴリズムを開発した。

2次元イジングモデルでベンチマークテストを行った結果、従来法に比べて数倍から5倍程度のコスト削減を達成することができた。これは任意のネットワークにも適用することができるため、様々な場面での応用が期待される。

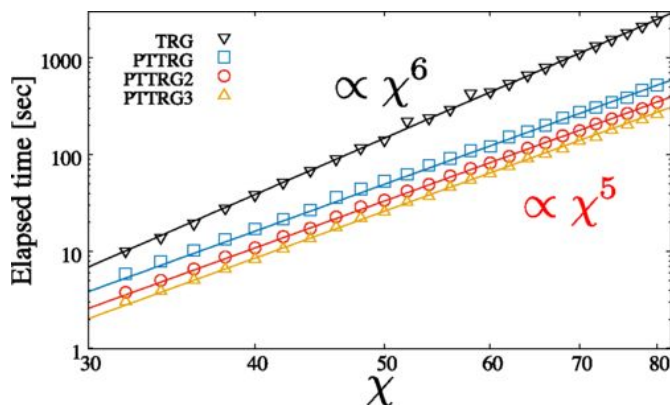


図3 縦軸は実行時間[秒]、横軸はテンソルのサイズを表すパラメータ χ 。TRG はテンソルくりこみ群の結果、PTTRG, PTTRG2, PTTRG3 は提案法の結果である。

<引用文献>

- D. Kadoh et al., “Tensor network formulation for two-dimensional lattice N=1 Wess-Zumino model”, JHEP 03 (2018) 141
- D. Kadoh et al., “Tensor network analysis of critical coupling in two dimensional ϕ^4 theory”, JHEP 05 (2019) 184
- D. Kadoh et al., “Investigation of complex ϕ^4 theory at finite density in two dimensions using TRG”, JHEP 02 (2020) 161
- S. Takeda, “Tensor network approach to real-time path integral”, PoS LATTICE2019 (2019) 033
- Y. Nakamura, H. Oba and S. Takeda, “Tensor renormalization group algorithms with a projective truncation method”, Phys. Rev. B99, 155101(2019)

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計11件（うち査読付論文 7件 / うち国際共著 0件 / うちオープンアクセス 11件）

| | |
|--|-------------------|
| 1. 著者名 Shinji Takeda | 4. 巻 - |
| 2. 論文標題 Tensor network approach to real-time path integral | 5. 発行年 2019年 |
| 3. 雑誌名 Proceedings of Sciences (Lattice 2019) | 6. 最初と最後の頁 33 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.22323/1.363.0033 | 査読の有無 無 |
| オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である) | 国際共著 - |
| 1. 著者名 Kadoh Daisuke, Kuramashi Yoshinobu, Nakamura Yoshifumi, Sakai Ryo, Takeda Shinji, Yoshimura Yusuke | 4. 巻 2 |
| 2. 論文標題 Investigation of Complex ϕ^4 Theory at Finite Density in Two Dimensions Using TRG | 5. 発行年 2020年 |
| 3. 雑誌名 Journal of High Energy Physics | 6. 最初と最後の頁 161 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/JHEP02(2020)161 | 査読の有無 有 |
| オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である) | 国際共著 - |
| 1. 著者名 R. Sakai, D. Kadoh, Y. Kuramashi, Y. Nakamura, S. Takeda and Y. Yoshimura | 4. 巻 - |
| 2. 論文標題 Tensor network study of two dimensional lattice ϕ^4 theory | 5. 発行年 2018年 |
| 3. 雑誌名 Proceedings of Science | 6. 最初と最後の頁 232 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.22323/1.334.0232 | 査読の有無 無 |
| オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である) | 国際共著 - |
| 1. 著者名 R. Sakai, D. Kadoh, Y. Kuramashi, Y. Nakamura, S. Takeda and Y. Yoshimura | 4. 巻 5 |
| 2. 論文標題 Tensor network analysis of critical coupling in two dimensional ϕ^4 theory | 5. 発行年 2019年 |
| 3. 雑誌名 Journal of High Energy Physics | 6. 最初と最後の頁 184 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/JHEP05(2019)184 | 査読の有無 有 |
| オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である) | 国際共著 - |

| | |
|--|----------------------|
| 1. 著者名 Nakamura Yoshifumi, Oba Hideaki, Takeda Shinji | 4. 巻 99 |
| 2. 論文標題 Tensor renormalization group algorithms with a projective truncation method | 5. 発行年 2019年 |
| 3. 雑誌名 Physical Review B | 6. 最初と最後の頁 155101 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1103/PhysRevB.99.155101 | 査読の有無 有 |
| オープンアクセス オープンアクセスとしている(また、その予定である) | 国際共著 - |

| | |
|--|-------------------|
| 1. 著者名 Kadoh Daisuke, Kuramashi Yoshinobu, Nakamura Yoshifumi, Sakai Ryo, Takeda Shinji, Yoshimura Yusuke | 4. 巻 2018 |
| 2. 論文標題 Tensor network formulation for two-dimensional lattice N= 1 Wess-Zumino model | 5. 発行年 2018年 |
| 3. 雑誌名 Journal of High Energy Physics | 6. 最初と最後の頁 141 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/JHEP03(2018)141 | 査読の有無 有 |
| オープンアクセス オープンアクセスとしている(また、その予定である) | 国際共著 - |

| | |
|---|----------------------|
| 1. 著者名 Sakai Ryo, Takeda Shinji, Yoshimura Yusuke | 4. 巻 2017 |
| 2. 論文標題 Higher-order tensor renormalization group for relativistic fermion systems | 5. 発行年 2017年 |
| 3. 雑誌名 PTEP | 6. 最初と最後の頁 063B07 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1093/ptep/ptx080 | 査読の有無 有 |
| オープンアクセス オープンアクセスとしている(また、その予定である) | 国際共著 - |

| | |
|---|---------------------|
| 1. 著者名 Kawauchi, Hikaru and Takeda, Shinji | 4. 巻 175 |
| 2. 論文標題 Loop-TNR analysis of CP(1) model with theta term | 5. 発行年 2018年 |
| 3. 雑誌名 EPJ Web Conf. | 6. 最初と最後の頁 11015 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1051/epjconf/201817511015 | 査読の有無 無 |
| オープンアクセス オープンアクセスとしている(また、その予定である) | 国際共著 - |

| | |
|---|---------------------|
| 1. 著者名 Sakai, Ryo and Kadoh, Daisuke and Kuramashi, Yoshinobu and Nakamura, Yoshifumi and Takeda, Shinji and Yoshimura | 4. 巻 175 |
| 2. 論文標題 Application of tensor network method to two dimensional lattice N=1 Wess-Zumino model | 5. 発行年 2018年 |
| 3. 雑誌名 EPJ Web Conf. | 6. 最初と最後の頁 11019 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1051/epjconf/201817511019 | 査読の有無 無 |
| オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である) | 国際共著 - |

| | |
|--|---------------------|
| 1. 著者名 Yoshimura, Yusuke and Kuramashi, Yoshinobu and Nakamura, Yoshifumi and Takeda, Shinji and Sakai, Ryo | 4. 巻 D97 |
| 2. 論文標題 Calculation of fermionic Green functions with Grassmann higher-order tensor renormalization group | 5. 発行年 2018年 |
| 3. 雑誌名 Physical review D | 6. 最初と最後の頁 54511 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1103/PhysRevD.97.054511 | 査読の有無 有 |
| オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である) | 国際共著 - |

| | |
|---|-------------------|
| 1. 著者名 Kadoh, Daisuke and Kuramashi, Yoshinobu and Nakamura, Yoshifumi and Sakai, Ryo and Takeda, Shinji and Yoshimura | 4. 巻 3 |
| 2. 論文標題 Tensor network formulation for two-dimensional lattice N = 1 Wess-Zumino model | 5. 発行年 2018年 |
| 3. 雑誌名 Journal of High Energy Physics | 6. 最初と最後の頁 141 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/JHEP03(2018)141 | 査読の有無 有 |
| オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である) | 国際共著 - |

〔学会発表〕 計24件 (うち招待講演 5件 / うち国際学会 11件)

| |
|---|
| 1. 発表者名 武田真滋 |
| 2. 発表標題 実スカラー場理論における実時間相関関数の非摂動的計算手法 |
| 3. 学会等名 日本物理学会第76回年次大会 (2021年) |
| 4. 発表年 2021年 |

| |
|----------------------------------|
| 1. 発表者名 大羽秀明 |
| 2. 発表標題 三つ組第二テンソルくりこみ群 |
| 3. 学会等名 日本物理学会第76回年次大会(2021年) |
| 4. 発表年 2021年 |

| |
|--|
| 1. 発表者名 Hideaki Oba |
| 2. 発表標題 Triad second renormalization group |
| 3. 学会等名 The 3rd R-CCS international symposium(国際学会) |
| 4. 発表年 2021年 |

| |
|---|
| 1. 発表者名 Hideaki Oba |
| 2. 発表標題 Triad second renormalization group |
| 3. 学会等名 Frontiers of Computational Physics from meV to MeV(国際学会) |
| 4. 発表年 2020年 |

| |
|---|
| 1. 発表者名 武田真滋 |
| 2. 発表標題 テンソルネットワーク法による1+1次元格子 4理論の実時間経路積分の計算 |
| 3. 学会等名 日本物理学会第75回年次大会(2020年) |
| 4. 発表年 2020年 |

| |
|--|
| 1. 発表者名 Shinji Takeda |
| 2. 発表標題 Tensor Network Approach to CP(N-1) model |
| 3. 学会等名 CP^N model: recent developments and future directions (招待講演) (国際学会) |
| 4. 発表年 2020年 |

| |
|---|
| 1. 発表者名 武田真滋 |
| 2. 発表標題 場の理論の実時間経路積分をテンソルネットワーク法で計算できるのか？ |
| 3. 学会等名 青木慎也教授還暦記念研究会「場の理論における非摂動的手法と素粒子物理学への応用」(招待講演) |
| 4. 発表年 2019年 |

| |
|-------------------------------------|
| 1. 発表者名 武田真滋 |
| 2. 発表標題 テンソルネットワーク法による実時間経路積分の計算 |
| 3. 学会等名 日本物理学会 2019年秋季大会 |
| 4. 発表年 2019年 |

| |
|---|
| 1. 発表者名 Shinji Takeda |
| 2. 発表標題 Tensor network approach to real-time path integral |
| 3. 学会等名 Lattice 2019 (国際学会) |
| 4. 発表年 2019年 |

| |
|--|
| 1. 発表者名 Shinji Takeda |
| 2. 発表標題 Tensor Network Approach to Real-Time Path Integral |
| 3. 学会等名 Frontiers in Lattice QCD and related topics (招待講演) (国際学会) |
| 4. 発表年 2019年 |

| |
|--|
| 1. 発表者名 Hideaki Oba |
| 2. 発表標題 Tensor Renormalization Group Algorithms with Projective Truncation Method |
| 3. 学会等名 Tensor Network States: Algorithms and Applications (TNSAA) 2018-2019 (国際学会) |
| 4. 発表年 2018年 |

| |
|---|
| 1. 発表者名 大羽 秀明 |
| 2. 発表標題 射影打ち切りテンソルくりこみ群を用い二次元イジング模型の自発磁化計算 |
| 3. 学会等名 2018 年度日本物理学会北陸支部定例学術講演会 |
| 4. 発表年 2018年 |

| |
|---|
| 1. 発表者名 Shinji Takeda |
| 2. 発表標題 Elementary Particle Physics |
| 3. 学会等名 Kanazawa U. & Kazan F.U. Joint Symposium on Physics (国際学会) |
| 4. 発表年 2018年 |

| |
|---|
| 1. 発表者名 Shinji Takeda |
| 2. 発表標題 Tensor network approach to quantum field |
| 3. 学会等名 5th Joint Meeting of the APS Division of Nuclear Physics and JPS (招待講演) (国際学会) |
| 4. 発表年 2018年 |

| |
|-----------------------------|
| 1. 発表者名 武田 真滋 |
| 2. 発表標題 テンソルネットワーク入門 |
| 3. 学会等名 第23回新潟山形合宿(招待講演) |
| 4. 発表年 2018年 |

| |
|--|
| 1. 発表者名 武田 真滋 |
| 2. 発表標題 射影打ち切り法によるテンソルくりこみ群アルゴリズムの計算コスト削減 |
| 3. 学会等名 第73回日本物理学会春季年次大会 |
| 4. 発表年 2018年 |

| |
|---|
| 1. 発表者名 大羽 秀明 |
| 2. 発表標題 射影打ち切りテンソルくりこみ群を用い二次元イジング模型の自発磁化計算 |
| 3. 学会等名 第73回日本物理学会春季年次大会 |
| 4. 発表年 2018年 |

| |
|--|
| 1. 発表者名 坂井 涼 |
| 2. 発表標題 2次元格子N=1Wess-Zumino模型のテンソルネットワーク形式：超対称性の相構造 |
| 3. 学会等名 第73回日本物理学会春季年次大会 |
| 4. 発表年 2018年 |

| |
|--|
| 1. 発表者名 坂井 涼 |
| 2. 発表標題 Application of tensor network method to two dimensional lattice N=1 Wess-Zumino model |
| 3. 学会等名 35th international symposium on lattice field theory (国際学会) |
| 4. 発表年 2017年 |

| |
|---|
| 1. 発表者名 吉村 友佑 |
| 2. 発表標題 Development of Grassmann higher order tensor renormalization group |
| 3. 学会等名 35th international symposium on lattice field theory (国際学会) |
| 4. 発表年 2017年 |

| |
|--|
| 1. 発表者名 河内 比花留 |
| 2. 発表標題 Loop-TNR analysis of CP(1) model with theta term |
| 3. 学会等名 35th international symposium on lattice field theory (国際学会) |
| 4. 発表年 2017年 |

| |
|--|
| 1. 発表者名 坂井 涼 |
| 2. 発表標題 テンソルくりこみ群による2次元格子N=1Wess-Zumino模型の相構造解析 |
| 3. 学会等名 日本物理学会2017年秋季大会 |
| 4. 発表年 2017年 |

| |
|--|
| 1. 発表者名 吉村 友佑 |
| 2. 発表標題 Grassmannテンソルくりこみ群によるGreen関数の計算 |
| 3. 学会等名 日本物理学会2017年秋季大会 |
| 4. 発表年 2017年 |

| |
|---------------------------------------|
| 1. 発表者名 河内 比花留 |
| 2. 発表標題 テンソルネットワークくりこみを用いた臨界点近傍の解析 |
| 3. 学会等名 日本物理学会2017年秋季大会 |
| 4. 発表年 2017年 |

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

| 氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号) | 所属研究機関・部局・職 (機関番号) | 備考 |
|---------------------------|-----------------------|----|
| | | |

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計1件

| | |
|--|--------------------|
| 国際研究集会 Frontiers of Computational Physics from meV to MeV | 開催年 2020年～2020年 |
|--|--------------------|

8 . 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

| 共同研究相手国 | 相手方研究機関 |
|---------|---------|
|---------|---------|