Cross Curriculum Learning Tasks in High School Mathematics: Analysis of"Central Examination"in the Netherlands

高等学校数学科における教科横断的な学習課題：オランダの全国共通試験の分析

大谷　実*・川谷内　哲二**

Cross-Curriculum Learning Tasks in High School Mathematics: Analysis of “Central Examination” in the Netherlands

Minoru OHTANI and Tetsuji KAWAYACHI

1．はじめに

(1) 研究の意図と目的

本稿は，高等学校数学科において日常生活や社会との繋がりや教科横断的な学びを充実する上で有望な在り方を提言することを目的とする．教科横断的な学びを検討するにあたり，オランダのユトレヒト大学フロイデンタール研究所のRME (Realistic Mathematics Education)のアプローチのもつ潜在的豊かさ，特に，数学と他教科との関連や，日常生活や社会の事象に数学を活用することに着目する．そして，「大学準備コース」（VWO）の一教科である「数学Ａ」（Wiskunde A）に着目し，「テスト開発中央研究所」（Cito）が中等教育修了資格試験として開発している全国共通試験の問題を取り上げ，分析を行う．

(2) 研究の背景

高校学校数学科における日常生活や社会との繋がりや教科横断的な学びは，いわゆるSTEAM 教育の大きな潮流のもとで，国内外において高い関心を引いている．国際的には，OECD/PISA 調査（OECD, 2019）に代表されるように，「数学的リテラシー」の育成が引き続き重視されているとともに，近年の技術革新の時代において「協同的問題解決能力」の育成も喫緊の課題となっている．その意味で，高校数学においては，他者との協同（協働）のもとで，現実世界の様々な文脈の中で事象を数学的に定式化し，数学を活用し，解釈する能力の育成に向けた教育が重要である．海外では，EU のMascil（Mathematics and Science for Life）プロジェクトでは，現実世界の様々な文脈の中で事象を数学的に定式化し，数学を活用し，解釈する資質・能力の育成に向けた教材やモジュールが多数開発されている（Jonker & Wijers, 2016）．国内では，新しい学習指導要領が告示され，高等学校数学科において日常生活や社会の事象に数学を活用することが一層重視されている（文部科学省，2018）．また，新科目「理数探究」においても，教科横断的課題について探究的に学ぶことの充実が求められている．

2．RME とその基本原理

(1) RME とは

RME は，ハンス・フロイデンタール（Hans Freudenthal: 1905-1990）が著した数学論や教授論を基にしている．「現実感から出発し，現実感にとどまる数学」(Freudenthal, 1987)，「数学化すること」（mathematizing）や「追発明」(re-invention)（Freudenthal, 1973）を重視する．フロイデンタール自身の数学論や教授論については，伊藤がその形成過程を踏まえて体系的に再構成し，その特質を解明している（伊藤，2007a; 2007b)．RME は，フロイデンタールを主

令和元年 12 月 20 日受理
*大学院教職実践研究科　**附属高等学校

導者とつつ，多くの人々の研究者によりそれぞれのアクセントや解釈をともないながら漸次構築された協働的な理論の複雑な総体である．ファン・デン・ヒューヴェルによれば，RME理論の開発はトレファース（Adri Treffers）とホフリー（Fred Goffree）に負うところが多く，それは「一般」（general）と「局所」（local），さらに「何を」（what）という目的と「いかに」（how）という方法の視点により整理できる（van den Heuvel-Panhuizen, 2001）．

RMEの一般理論は，「有意味な人間の活動」，「水平的数学化」（horizontal mathematization）と「鉛直的数学化」（vertical mathematization）を目的としている．水平的数学化と鉛直的数学化は，トレファースとホフリーが考案したもので，他の数学教育のタイプ（経験的，構造的，機械的）と区別しつつ，RMEが目指すべきタイプを特徴づけたものである（Treffers, 1986: 70）．水平的数学化は，「経験的方法・観察・実験・帰納的推論を通して，問題を厳密な数学的手段によってアプローチできる様に変形すること」，鉛直的数学化は「水平的数学化に続き，数学的処理，問題の解決，解決の一般化，更なる形式化に関連する活動」（ibid,71）である．

(2) RMEの基本原理

RMEでは有意味な人間の活動や数学化を実現する一般的方法に関して，6つの一般的原理が提示されている（van den Heuvel-Panhuizen, 2001: 35）．これらは「教授」と「学習」の側面に分けられる．これらの原理もまた，トレファースとホフリーに多くを負うている．

<u>主として教授に関連する原理</u>

・**現実感の原理**（Reality Principle）：実生活など現実感のある文脈を伴う問題を提示すること．

・**関連付けの原理**（Inter-twinment Principle）：教師が数学の内容を様々な内容領域の内外で関連付けを図ること．

・**導きの原理**（Guidance Principle）：児童・生徒がみずから考えを作り出すことを通して数学を追発明するよう教師が手立てを講じること．

<u>主として学習に関する原理</u>

・**活動の原理**（Activity Principle）：児童・生徒が数学の学びへ活動的に参加すること．

・**水準の原理**（Level Principle）：児童・生徒の学びが一般性を高める水準へ徐々に高まること．

・**相互作用の原理**（Interaction Principle）：児童・生徒が個人的に思考し，社会的にかかわること．

かくして，RMEの一般論では，児童・生徒が，現実感のもてる問題場面からスタートし，問題場面を自らの考え方を表現し，教師の導きや児童・生徒との関わりの中で，次第に考え方をより一般的なものへと洗練させながら，最終的に公的な数学的知識や形式化した方法を追発明する活動を大切にする．

局所的な教授理論では，「整数の計算」という内容に関して，「漸進的図式化」（progressive schematization），「方略のつながり」（connected strategies），「生産的練習」（productive practicing）の方法が対となっている（ibid: 35）．

ファン・デン・ヒューヴェルは上述のようにRME理論の発展を概略しているが，そこにはいくつかの視点が抜け押ちているように思われる．例えば，デ・ランゲ（de Lange, J., 1984）は，後期中等教育段階におけるプロフィール別の数学科カリキュラムを開発する際に，数学化を「概念的数学化」（conceptual mathematation）と「応用的数学化」（applied mathematization）の2つの側面に分けた理論枠組みを構築している．また，フラーヴマイヤー（Gravemeijer, K., 1999）は，導きによる特定の数学的知識の追発明やそれを奨励する相互作用の原理を明確に意識しながら，「状況」，「参照」，「一般」，「形式」からなる4つの水準からなる「創発的モデル化」（emergent modelling）を構築している．これらは，RMEの理論の発展においてどのように位置づけられ

るのであろうか．これは，RMEが目的とする水平的数学化と鉛直的数学化の複雑な関係をモデルの機能という分析の単位により首尾一貫して扱い，方法にかかわる6つの原理も組み入れつつ，最終的に数学の追発明をも保証するもので，一般のRMEと局所のRME理論を統合する理論であるようにも思われる．

2．数学科と全国共通試験

(1) 後期中等教育における数学科

オランダの学校体系を紹介する（リヒテルズ，2004: 127）．初等教育は8年制（4－12歳）で，各学年は第1グループから第8グループと呼ばれる．初等教育学校は「基礎学校」(Basisschool) と呼ばれる．義務教育は，第2グループ（5歳）から16歳までの11年間で，公立・私立を問わず無償である．学校区などはなく，児童・生徒は自由に学校選択ができる．前段階の卒業資格（ディプロマ）が上級段階の入学資格となる．基礎学校の卒業は，校内試験と9割以上の学校が受ける全国一斉のシト（Cito: Centraal Instituut voor Toetsontwikkeling，オランダテスト開発中央研究所）テストの総合評価により認定される．

中等教育は複線型で，児童は，小学校卒業時の12歳の段階で3種類の中等教育のコースから選択する．それらは，4年制の中等職業訓練学校準備コース（VMBO），5年制の高等職業専門学校準備コース（HAVO），そして6年制の大学準備コース（VWO）であり，生徒の割合はおおよそ6割，3割，1割である．中等学校は下部構造（VMBOは2年間，HAVOとVWOは3年間）と上部構造に分けられ，教育文化科学省は，3つのコースごとに少しずつ到達レベルは異なるものの，各コースで共通性の高い目標を定めており，コース間，下位コース間の移動を可能にするため，中等学校は3つのコースを併設している．上部構造では，HAVOとVBOでは，必修科目（約4割），4コース（自然・健康科学系，自然・技術系，社会・文科系，社会・経済系）の専門科目（約4割），自由選択科目（約2割）を履修する．中等学校の卒業資格を得るには，それぞれ半分の比重を占めるCitoによる「全国共通試験」と校内試験（一連の課題のポートフォリオ評価）に合格する必要があり，両試験に合格すれば希望する大学に入学することができる．

大学準備コースの数学科は4科目：A，B，C，Dからなる．「数学A」は，人文・社会・経済系等で数学の活用，数学的モデル化，高次の思考，問題解決プロセス等を重視する．「数学B」は，数学・自然科学・工学系で数学の基礎・基本を重視する．「数学C」は「数学A」に芸術・デザイン・スポーツ等の要素を加え，「数学D」は「数学B」のレベルを上げたものである．本稿の目的に鑑みて，「数学A」の試験問題（Goede, 2019）を検討する．

(2) 全国共通試験の概要

全国共通試験は，5月と6月に2回実施される．試験時間は3時間，問題量は試験により異なるが，大問が5-6問，設問が約20問，総点は約80点である．設問はすべて短答式もしくは計算過程や理由の説明を求める記述式である．試験では，グラフ電卓の使用が前提とされる．以下では2018年度の「数学A」（1回目）の問題と配点を示す（表1）．

問　題	設問（配点）総点 78 点
風力エネルギー	1(5), 2(4), 3(4)
シャノン指数	4(3), 5(3), 6(4)
ビットコイン	7(3), 8(4), 9(3), 10(4), 11(4),
年輪	12(4), 13(3), 14(3), 15(3), 16(3)
八面体の塔	17(4), 18(3), 19(3), 20(4)
スプリントトレイン	21(7)

表1　「数学A」(2018年度）の問題と配点

2018年度の問題は，大問が6問，設問が21問，総点が78点である．各大問には，問題の文脈に則したタイトルが付けられている．なお，

問題の翻訳と解答は，大谷（2019）を参照．

3．「数学A」の問題と分析

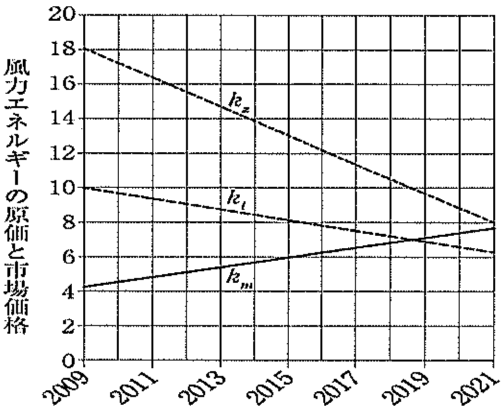
(1) 問題の概要

以下では，各大問についてその概要を示す．また，最初の「風量エネルギー」については，解答と配点の目安も示す．

① 風力エネルギー（Windenergie）

2013 年の新聞記事で，2009 年以降の風力エネルギーの原価と火力発電エネルギーによる市場価格を，それぞれ一次関数の関係とみなし，グラフが示されている（図１）．グラフの横軸 t は年で，2009 年元旦が $t=0$，縦軸はセント/kWh を表す．

図１　風力エネルギーの原価と市場価格



このグラフで，火力発電によるエネルギーの市場価格 k_m（実線），陸上の風車によるエネルギーの原価 k_l（点線）は，それぞれ次の式で表される．

$$k_m = 0.28t+4.3, \qquad k_l = -0.31t+10.0$$

$\boxed{1}$ 海上の風車によるエネルギーの原価 k_z の式を求め，陸上の風車と同じ原価になる年を求めよ．

2011 年頃には，k_l は k_m の２倍であった．

$\boxed{2}$ k_m が k_l の２倍になる年と求めよ．

2009 年，火力発電で 23.4（百万 MWh）が生産された．政府は将来的にすべてのエネルギーを風力発電で賄うよう計画している．2009 年から 2050 年までの火力発電による総コスト TK（百万ユーロ）のモデルを，次の２つの仮定のもとでつくる．

仮定１：火力発電で年間に生産されるエネルギー総量 TE は 2009 年の 23.4（百万 MWh）から線形的に減少し 2050 年で 0 となる．j は年，2009 年元旦を $j=0$ とする．このとき，$TE=23.4-(23.4/41)j$ なる関係が成り立つ．仮定２：各年の MWh 当たりの平均市場価格を g_m（ユーロ）とする．このとき，$g_m=2.8j+44.4$ なる関係が成り立つ．

ある年にかかる総コスト TK は，TE に g_m を掛けることで求められ，$TK=aj^2+bj+c$ で表される．

$\boxed{3}$ a, b, c の値を求めよ．

解答と配点の目安

$\boxed{1}$ 最高得点　５点

- ２点をよむ，例えば，(0, 18), (12,8)　1
- 傾きは，(8−18)/(12−0)＝−0.83　1
- k_z の式は，$y=-0.83t+18$　1
- 方程式 $-0.83t+18=-0.31t+10$ の解法が説明されている．　1
- 解は $t=15.2$.よって 2024 年中に等しくなる．1

$\boxed{2}$ 最高得点 4 点

- 次の関係が成り立つ必要がある．$k_m=2k_l$　1
- よって，$0.28t+4.3=2(-0.31t+10)$　1
- 方程式の解き方が説明されている．　1
- 解は $t=17.4$.よって 2026 年中に等しくなる．1

$\boxed{3}$ 最高得点　４点

- 次の式が成り立つ．
  TK=$(23.4-(23.4/41)J)\times(2.8J+44.4)$　1
- $a=-1.6$　1
- $b=40.2$　1
- $c=1039.0$　1

② シャノン指数（Shannon-index）

シャノン指数 H は動・植物の多様性の測度で，

値が高ければ多様性は大きい．２種類の木が繁殖している地域を調べる．H は次の式で与えられる．

$$H = -(p_1\ln(p_1) + p_2\ln(p_2))$$

ここで，p_1 と p_2 は，この地域における各種類の占有率である．ここでは，森林 A は 70%が樫の木で 30%がブナの木であり，森林 B は 90%が樫の木で 10%がブナの木である場合を考える．

$\boxed{4}$ どちらの森林でシャノン指数が大きいか．

p が樫の木の占有率ならば，ブナの木の占有率は 1-p である．このとき，H は次の式で表される．

$$H = -(p\ln(p) + (1\text{-}p)\ln(1\text{-}p))$$

$\boxed{5}$ グラフ電卓を用いて，森林における樫の木の占有率がだんだん小さくなるときに，シャノン指数はどういう値に近づいていくか調べよ．

H の導関数を用いて，シャノン指数が最大になる p の値を調べることができる．

$$dH/dp = -\ln(p) + \ln(1\text{-}p)$$

$\boxed{6}$ dH/dp を用いて H が最大となる p の値を求めよ．

③ ビットコイン（Bitcoins）

ビットコインはデジタル通貨であり，オンライン上にのみ存在し，2009 年元旦から使用されている．通常の貨幣と異なり，ビットコインは中央銀行でなく，コンピュータの特別なソフトウエアを実行して発行される．2014 年元旦には，凡そ 12.2 百万のビットコインが流通し，10 分ごとに 25 枚の割合でビットコインが発行された．

$\boxed{7}$ ビットコインの発行割合が変わらないとして，流通総数が 18 百万をこえる年を求めよ．

実際には，ビットコインの発行数は 10 分当たり 25 でなく，変動する．2009 年元旦から 2013 年元旦までは 50 であったが，4 年後には半分になった．2013 元旦から 2017 年元旦までは 25，さらに次の４年間では 12.5 になった．

$\boxed{8}$ ビットコイン発行数が１以下となる年を求めよ．

流通可能なビットコインの総数は限られている．ビットコインの総数 C は，次の式で近似できる．

$$C = 21 - 21 \cdot 0.5^{0.25t}$$

C は百万，t は年で 2009 年元旦を t=0 とする．

$\boxed{9}$ ビットコインの総数の極限値を求めよ．

ビットコインの総数を調整するために，発行数を小さくするだけでなく，「発行し難さ」という値 D を考える．D は次の式で表される．

$$D = 3.65 \cdot e^{0.533t}$$

t は月で 2013 年元旦を t=0 とする．D が大きくなれば，それだけ発行し難くなる．

$\boxed{10}$ D の導関数を求め，その式から D のグラフが単調増加であることを説明せよ．

D の式を，与えられた D になる時間 t（月）を計算できるよう書き直すことができる．

$\boxed{11}$ t を D で表せ．

④ 年輪（Jaarringen）

年輪ができるのは，木が夏季に早く成長し明るい部分ができ，冬季にゆっくり成長し暗い部分ができるからである．

ここでは，赤松の直径の成長率を考える．成長の速さが周期的に交代するので，三角関数を用いてモデル化することができる．次は，赤松の成長率のデータである：成長率は種の発芽後３か月で最大となる；成長率は発芽後９か月で最小となる；このパターンは毎年繰り返される；最大の成長率は年 2.1cm である；最小の成長率は年 0.3cm である．

赤松の成長率を，$G = a + b\sin(c(t-d))$ で定める．G は成長率（cm/年），t は発芽後の時間（年）である．

$\boxed{12}$ a, b, c, d の値を求め，その求め方を説明せよ．

この松の幹の直径を調べ，次の式を得た．

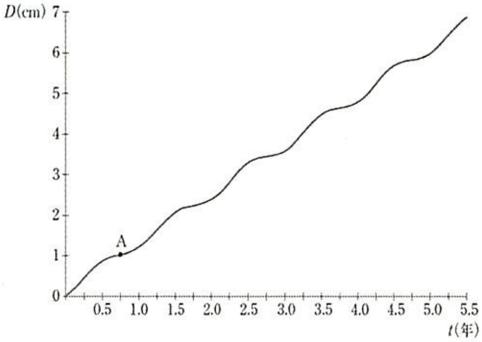
$$D = 1.2t + 0.14\sin(2\pi(t-0.25))$$

ここで，D は幹の直径（cm），t は発芽後の時間（年）で，発芽の時点を t=0 とする．

$\boxed{13}$ この式を用いて，直径が５cm になる時間を求め，整数値で答えよ．

図２に D のグラフが示されている．

図２　赤松の直径



このグラフは，直線の近くを変動している．この直線の式は $T = 1.2t + 0.14$ である．D 用いる代わりに，この直線の式を用いて近似できるが，近似値は D から少しだけ偏っている．

$\boxed{14}$ D からの偏りの範囲を求めよ．

赤松の直径は，発芽後の最初の６か月間の方が，次の６か月間よりも成長する．この成長率の変化は，それ以後も繰り返す．

$\boxed{15}$ D の式を用いて，最初の半年で，年間の成長のどれだけを占めるか求めよ．

９か月後 ($t = 0.75$) の直径の成長率 G は最小，つまり 0.3 cm/年になる．$t = 0.75$ で D の式で求めた最小の成長率（グラフの点 A）は 0.3 にならない．

$\boxed{16}$ D のグラフで，点 A 以外で成長率が最小になる他の点を示せ．また，グラフ電卓を用いて成長率（cm/年）の最小値を求めよ．

⑤ 八面体の塔(Toren van achtvlakken)

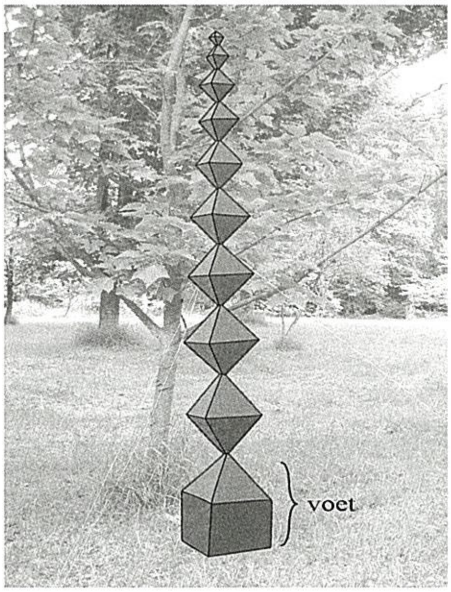
図３は Elt de Boer の芸術作品である．

この塔は，最下部の基台(voet)の上に正八面体が乗っている．基台の上部は正八面体の半分で，その下に立方体があり，上部には９個の正八面体が次第に小さくなるように置かれている．de Boer は基台を黒色，９個の正八面体を，３つを赤色，３つを橙色，３つを黄色に彩色する．

$\boxed{17}$ 彩色の仕方は何通りか．

正八面体は，12 の等しい稜がある．基台の稜の長さは 20cm で，最上部の正八面体は 4 cm である．de Boer は正八面体の稜に一定の倍率 r をかける．小数第２位までまで求めると $r = 0.84$ である．

図３　de Boer の作品



$\boxed{18}$ r の値を小数第３位まで求めなさい．

de Boer は連続する正八面体の稜の長さを次の式で表される等差数列となるようにもできる．

$$u_n = 20 - 1.78n$$

ここで，u_n は下から n 番目の正八面体の稜の長さで，$n = 0$ は基台の正八面体の稜の長さである．

$\boxed{19}$ u_n が実際に導かれることを示せ．

２つの方法は，正八面体の稜について異なる長さを与える．

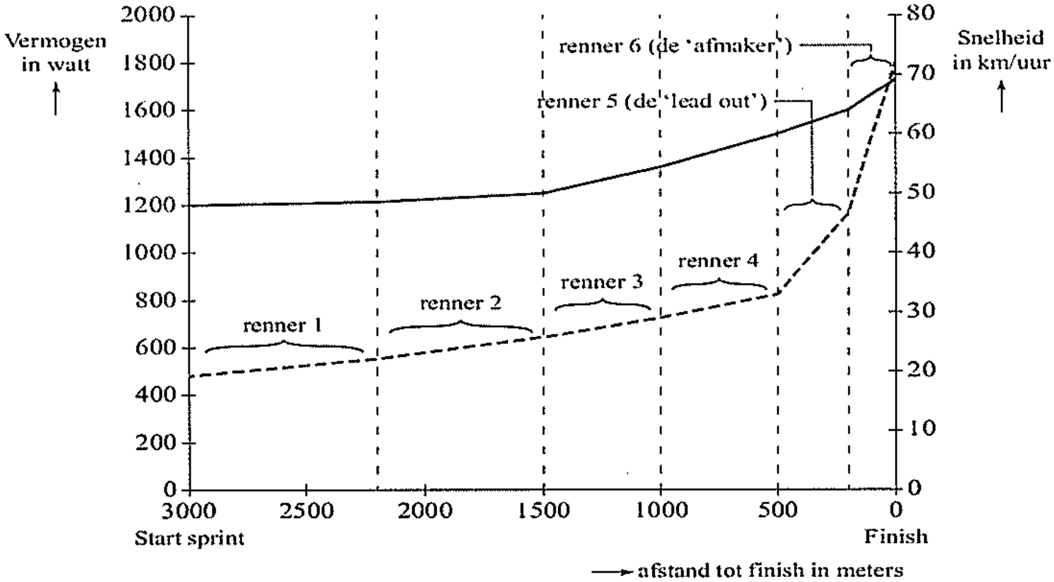
$\boxed{20}$ ２つの方法で，稜の差の最大値を求めよ．

⑥ スプリントトレイン(Sprinttrein)

自転車レースに集団スプリント種目があり，６人のサイクリストで隊列を組む．この隊列はスプリントトレインという．スプリントトレインでは，フィニッシュ前 3 km 地点から，チームの６名のライダーが順番に先頭になり，次第

にスピードアップする．ある新聞に次の図４が掲載された．この図は，ライダーが先頭になるときのパワー（左縦軸）とスピード（右縦軸）を示している．

図４　先頭ライダーのパワーとスピード



実線は先頭のライダーのパワー（ワット）で，点線はスピード（km/時）である．

図のデータから，各先頭ライダーの仕事量（パワー×時間（秒））を計算することができる．サイクリングファンは，各ライダーの仕事量を比べたいと思っている．

$\boxed{21}$ ライダーを適宜選び，図を用いて彼らの仕事量について調べよ．

(2) 「数学A」の問題の特徴

「数学A」の問題はすべて関数を活用する点に特徴があり．扱われる関数は，一次関数，二次関数，指数関数，対数関数，三角関数である．また，等差・等比数列もある．関数の用い方としては，方程式の利用，グラフの読み，極限，微分などがある．このように，「数学A」は関数を中心に構成され，生きて働く知識と技能，思考力・判断力・表現力が問われている．

「数学A」の問題は，オランダの「現実感のある数学教育」の教授原理（Van den Heuvel-Panhuizen, 2001）で特徴付けられる．「活動の原理」に関しては，事象を既知の関数をモデルとして捉え，得られた結果を意味づける活動が設定されている．「現実感の原理」に関して，エネルギー問題や生物の多様性などの社会課題，生物・物理・経済など他分野の事象，芸術作品やスポーツなどの話題を扱う．また，グラフ電卓を用いることで，現実のデータを扱う．「水準の原理」に関しては，事象を素朴なモデルで検討したり，代替モデルで捉え直したり，具体・抽象の様々な概念レベルで考察している．「関連付けの原理」に関して，一次関数と二次関数，指数関数と対数関数，場合の数，数列，極限，微分等の関連付けが見られる．

4．おわりに

「数学 A」の問題においては，関数が主要な柱となっており，関数についての生きた知識・技能，関数をモデルとした思考力・判断力・表現力を必要としている．また，「数学A」の問題

は，オランダの「現実感のある数学教育」の諸原理にも適合しており，数学の社会的有用性を実感する機会にもなっている．

本稿では，試験問題を考察したため，応用的数学化が主たる考察の内容となった．ここでは，事象に対して関数のモデルが示され，それに基づき考察を行う活動が大半である．今後の課題として，事象を関数でモデル化する概念的数学化の過程について，教科書等を手掛かりとして分析を進めたい．

引用・参考文献

Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task.* Dordreht: D. Reidel.

Freudenthal, H. (1987). Mathematics starting and staying in reality. In Wirszup, I. (ed.), *Developments in school mathematics education around the world: Proceeding of UCSMP International Conference on Mathematics Education* (pp. 279-294). Reston, VA : National Council of Teachers of Mathematics.

Goede, H. R. (2019). *Examen bundle, Wiskunde A,* 2019-2020. Amershoot: ThiemeMeulenhoff.

Gravemeijer, K. (1999). How emergent models may foster the constitution of formal mathematics. *Mathematical Thinking and Learning.1* (2), 155-177.

伊藤伸也（2007a）．H.フロイデンタールの数学観とその背景：人間の活動としての数学の検討を中心に．*筑波数学教育研究*26巻，47-56頁．

伊藤伸也（2007b）．H.フロイデンタールの数学教授学における「数学化」の意味．*日本科学教育学会 研究会研究報告*21巻6号，59-64頁．

Jonker, V. & Wijers, M. (2016). *Mathematics and Science in Life: Inquiry Learning and the World of Work.* University of Education Freiburg, Germany.

Lange, J. de (1987). *Mathematics insight and meaning.* Utrecth: Rijkuniversiteit.

文部科学省(2019). 高等学校学習指導要領(平成 30 年告示)解説 数学編 理数編．学校図書．

OECD (2019). *PISA 2018 Assessment and Analytical Framework.* Paris: OECD Publishing.

大谷　実 (2013). オランダの数学科教科書等における PISA 型活用力育成のための内容分析，*中研紀要教科書フォーラム*，No.11, 30-41 頁．中央教育研究所．

瀬沼花子(2003). オランダの数学教育と高校卒業資格試験：CITO 及び APS 訪問をもとに．日本学術振興会科学研究補助金基盤研究 A(1), *高等学校の科学教育改革に関する総合的研究*. 長崎栄三（研究代表），平成 11 年度～14 年度報告書 No.5 世界の高等学校の数学教育 II（pp. 189-257）．国立教育政策研究所．

瀬沼花子・大谷実 (2005). 算数・数学教育における創造性の育成に関する国際比較．*科学教育研究*，第29巻第2号，89-98.

大谷実（2019）．日常生活や社会の事象に数学を活用する力の育成：オランダの「全国共通試験」問題．高等学校教授資料．東京書籍．

リヒテルズ直子（2004）．オランダの教育：多様性が一人ひとりの子供を育てる．平凡社．

Treffers, A. (1991). Realistic mathematics education in the Netherlands 1980-1990. In L. Streefland (ed.), *Realistic mathematics education in primary school: On the occasion of the opening of the Freudenthal Institute* (pp. 11–20). Utrecht: CD–βPress.

van den Heuvel-Panhuizen, M. (2001). *Realistic mathematics education as work in progress.* In F. L. Lin (Ed). *Common sense in mathematics education, 1–43. Proceedings of 2001 The Netherlands and Taiwan Conference on Mathematics Education.* Taipei, Taiwan.

付記：本稿は，科学研究費補助金（挑戦的萌芽研究）課題番号 15K12374 及び金沢大学学校教育学類附属学校園連携 GP の助成を受けて行われた．