

# ビー玉スターリングエンジンの動作時間と ビー玉の個数の関係

金沢大学附属高等学校 70回生 北山智沙子  
金沢大学附属高等学校 理科・物理 渡會 兼也

我々はビー玉スターリングエンジンのビー玉の個数とエンジンの動作時間の関係を調べた。ビー玉の個数を変え、エンジンが作動している間のピストンとビー玉の位相変化と温度変化を測定し、シュミット理論を用いて解析した。その結果、ビー玉が5個のときは、4個や6個の時と比べて図示仕事安定して維持できていることがわかった。この結果は、長時間継続するビー玉スターリングエンジン設計に役立つかもしれない。

キーワード：物理教育，熱機関，ビー玉スターリングエンジン

## 1. はじめに

ビー玉スターリングエンジンは外燃機関の実演可能な例として高校物理の教科書だけでなく、大学の実験書や科学系のイベントにおいても紹介されている。これまで多くのビー玉スターリングエンジンの作り方や解説記事、論文が出版されているが、どの文献もビー玉の個数は5個と書いてある（例えば、文献 [1]）。おそらく、定型の試験管やピストン、ビー玉を利用した場合、ビー玉の個数が5個だと上手く作動することが経験的にわかっていると思われるが、なぜ5個なのかを記述した文献はなかった。我々は2年前にビー玉スターリングエンジンを製作

し、ビー玉を3個～7個まで変えて実験を行ったが、やはり5個が最も長続きすることを確認した（図1参照） [2]。そこでビー玉の個数が5個の時になぜエンジンが長く動き続けるのかを調べることにした。

## 2. ビー玉スターリングエンジン

### 2.1 実験装置

本研究で、ビー玉スターリングエンジンの製作に使用した材料は以下の通りである。

- ・試験管（内径1.8cm，長さ18cm）
- ・ビー玉（直径1.7cm）
- ・ゴム栓
- ・ガラス管
- ・シリコンチューブ …注射器と、試験管に続くガラス管の接続に使用
- ・注射器（ガラスシリンジ5mL）
- ・タミヤ ユニバーサルプレート …支柱と試験管の接続に使用

アルミパイプの内から外に向けて釘を打ったものを、試験管の底から9.0cmの点に固定し、支柱に取り付けた。その後に試験管の中にビー玉を入れ、ゴ

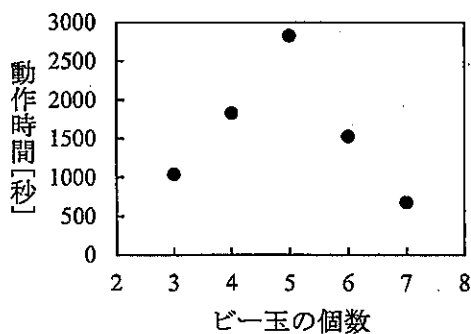


図1 ビー玉の個数と動作時間の関係

ム栓で栓をした。またゴム栓から出ているガラス管にチューブを繋ぎ、注射器に接続した。注射器をビー玉スターリングエンジンの土台に直接両面テープで固定したところ、ピストンの摩擦が大きく運動が継続しなかった。そこで、シーソー運動のできる板に注射器を固定し、エンジンの土台に取り付けた。全体の構造を図2に示す[2]。

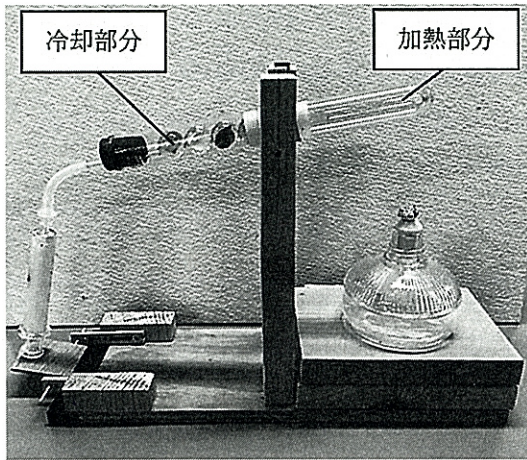


図2 自作したビー玉スターリングエンジン

## 2.2 測定方法

試験管の底をアルコールランプで加熱し、ビー玉の個数を4個、5個、6個に変えて実験を行った(文献[2]で行った実験とは異なる時期に行った)。加熱開始から3分毎に、加熱部分と冷却部分の試験管の表面温度を測定した。温度測定には赤外線温度計(CHINO IR-TAF)を使用した。同時に、ハイスピードカメラ(CASIO EX-ZR400)を用いて真横からの映像を120fpsで記録した。カメラの映像をコマ送りすることで、ピストンとビー玉の運動を解析した。

測定終了後、試験管の加熱部分に水で濡らしたJKワイパーを被せて放置した。冷却部分の最も熱源に近い地点の温度が25.0℃以下に下がった後、室温で放置してから次の測定を行った。

## 2.3 温度変化

図3に、ビー玉の個数を変えた時の加熱部分の温度変化を示す。加熱部分では、どの個数の場合も時

間経過に伴って温度が上昇したが、その上がり方が異なった。ビー玉が5、6個の時の変化の仕方は似ていたが、4個の時は上がり方が小さかった。4個、6個の時は6分経過後にエンジンが停止したが、5個の時は9分以上動き続けた\*。

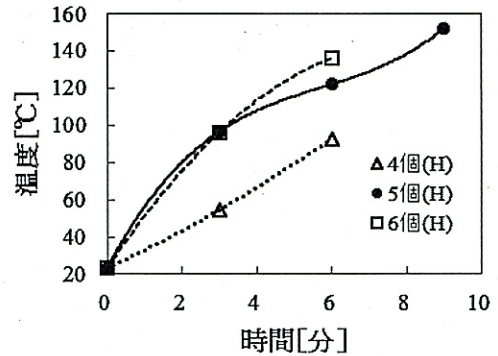


図3 加熱部分の温度変化

図4に、ビー玉の個数を変えた時の冷却部分の温度変化を示す。冷却部分では、どの個数の場合も同じような傾向で温度が上昇した。また、図3と図4から、4個の時は、5、6個の時より温度差が小さいことが分かった。

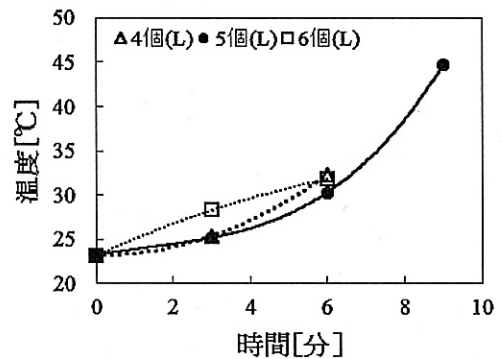


図4 冷却部分の温度変化

## 3. シュミット理論

ピストンの運動は単純だが、ビー玉の運動は非常に複雑で、直接扱うことが難しい。我孫子ら(2011)はピストンの変位の時間変化から、圧力と体積の関

\* 図1と図3で動作時間が異なるのは、最初に実験した装置の試験管が破損してしまい、再度作り直したが、最初の装置とは装置の摩擦や気温等の条件が変わったためと思われる。

係（所謂、P-V図）を求め、仕事率の見積もりを行っている [3]。また、猪本 (2018) は、ビー玉スターリングエンジンの動力学モデルで表す試みも行われている [4]。しかし、これらの研究はエンジンが動いてから十秒程度の運動の解析であり、数分以上継続した後のピストンやビー玉の振る舞いについては調べられていない。

本研究では、まず実験で各時間における特徴的なパラメータを抽出し、次に数理モデルを用いてエンジンのP-V図を作成し、図示仕事を計算する。これを基にビー玉の個数によって動作時間が異なる理由を考察する。

P-V図の作成には、スターリングエンジンの解析に用いられるシュミット理論を使用した。シュミット理論とは、高温空間・低温空間の気体の温度が1サイクル中、常に同一の温度に保たれ、ピストンの変位が正弦波状であると仮定した計算手法である [5]。

ビー玉スターリングエンジンの試験管内の気体の体積は、一般のスターリングエンジンと比較して極めて小さく、加熱部分と冷却部分それぞれの気体の温度は1サイクル中で一様であるとみなせる。また、試験管と注射器のシリンダーの2つの空間を有し、ビー玉がディスプレイサ、注射器のピストンがパワーピストンとして働くことから、ビー玉スターリングエンジンは $\gamma$ 型スターリングエンジンに分類されると解釈した。シュミット理論に用いる記号を表1に示す。位相角 $\alpha$ はピストンとビー玉の重心との位相差を表す。

シュミット理論の計算式をビー玉スターリングエンジンに対応させるため、ディスプレイサピストン行程容積 $V_{SE}$ とパワーピストンの行程容積 $V_{SC}$ を次のように値を定めた。

$$V_{SE} = S_D \times l_D = S_D (L - 2RN) \quad \dots (1)$$

$$V_{SC} = S_P \times l_P \quad \dots (2)$$

表1 使用する記号と単位

名称	記号	単位
圧力	$P$	Pa
ディスプレイサピストン行程容積	$V_{SE}$	$m^3$
パワーピストン行程容積	$V_{SC}$	$m^3$
再生器容積	$V_R$	$m^3$
瞬時全容積	$V$	$m^3$
膨張空間瞬時容積	$V_E$	$m^3$
圧縮空間瞬時容積	$V_C$	$m^3$
位相角	$\alpha$	deg
図示仕事	$W_i$	J
ディスプレイサの断面積	$S_D$	$m^2$
ディスプレイサのストローク	$l_D$	m
ピストンの断面積	$S_P$	$m^2$
ピストンのストローク	$l_P$	m
試験管の長さ	$L$	m
ビー玉の半径	$R$	m
ビー玉の個数	$N$	個
圧縮空間（冷却部分）のガス温度	$T_C$	K
膨張空間（加熱部分）のガス温度	$T_E$	K

ビー玉と試験管の隙間が再生器空間の役割を果たすと考え、再生器容積 $V_R$ を、

$$V_R = S_D \times 2RN - \frac{4}{3}\pi R^3 \times N \quad \dots (3)$$

とした。

よって、ディスプレイサの上死点を $\theta = 0^\circ$ とすると、膨張空間瞬時容積 $V_E$ 、圧縮空間瞬時容積 $V_C$ 、瞬間全容積 $V$ 、気体の圧力を $P$ 、はそれぞれ次のように書き換えられる。

$$V_E = \frac{V_{SE}}{2} (1 - \cos \theta) \quad \dots (4)$$

$$V_C = \frac{V_{SE}}{2} (1 + \cos \theta) + \frac{V_{SC}}{2} \{1 - \cos(\theta - \alpha)\} \quad \dots (5)$$

$$V = V_E + V_R + V_C \quad \dots (6)$$

$$P = \frac{P_{\min}(1 + \delta)}{1 - \delta \cos(\theta - \phi)} \quad \dots (7)$$

ここで、 $P_{\min}$ は圧力の最小値で、本研究では1気圧 ( $1.013 \times 10^5$  Pa) を仮定した。

$$\tau = \frac{T_C}{T_E} \quad \dots (8)$$

$$\kappa = \frac{V_{SC}}{V_{SE}} \quad \dots (9)$$

$$X = \frac{V_{DE} + V_R + V_{DC}}{V_{SE}} \quad \dots (10)$$

$$\phi = \tan^{-1} \frac{\kappa \sin \alpha}{\tau + \kappa \cos \alpha - 1} \quad \dots (11)$$

$$S = \tau + \frac{4\tau X}{1+\tau} + \kappa + 1 \quad \dots (12)$$

$$B = \sqrt{\tau^2 + 2\kappa(\tau - 1) \cos \alpha + \kappa^2 - 2\tau + 1} \quad \dots (13)$$

$$\delta = \frac{B}{S} \quad \dots (14)$$

$$W_i = \frac{P_{\min} V_{SE} \pi \delta (1-\tau) \sin \phi \sqrt{1+\delta}}{1 + \sqrt{1-\delta^2}} \frac{\sqrt{1+\delta}}{\sqrt{1-\delta}} \quad \dots (15)$$

一見複雑な式が並んでいるが、パラメータは、ビー玉の個数 $N$ 、加熱部分 $T_E$ と冷却部分 $T_C$ の温度比 $\tau$ 、ピストンとビー玉の位相差(位相角) $\alpha$ だけである。以上により、容積と圧力が計算可能となり、P-V図を作成することができる。また式(15)により図示仕事を求められる。詳細は[5]を参照されたい。それぞれのパラメータと図示仕事には、図5、6、7のような関係がある。

ビー玉の個数 $N$ と図示仕事の関係を図5に示す。ビー玉の個数が増えるほど試験管内の空気の体積が減り、図示仕事は小さくなる。

温度比 $\tau$ と図示仕事の関係を図6に示す。加熱部分と冷却部分の温度差が小さいほど図示仕事が0に近づく。これは、温度差を利用して仕事を得るというスターリングエンジンの特性を表している。

位相角 $\alpha$ と図示仕事の関係を図7に示す。位相角が $90^\circ$ 付近で図示仕事が最も大きくなる。

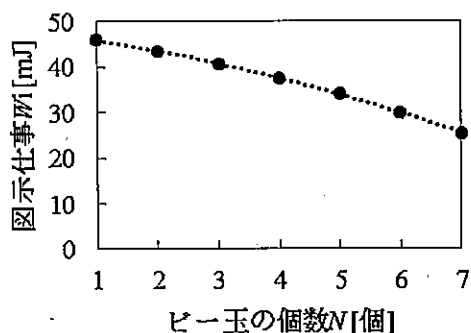


図5 ビー玉の個数と図示仕事の関係 ( $\alpha = 18.7, \tau = 0.786$ で固定)

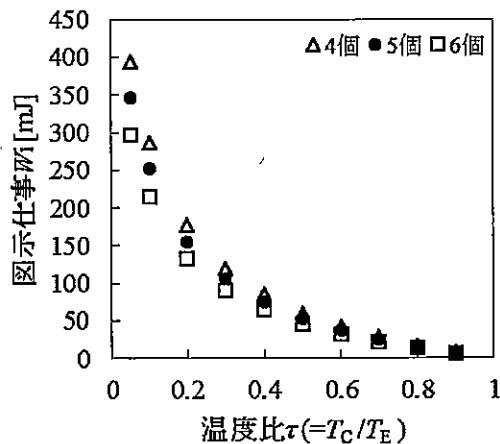


図6 温度比と図示仕事の関係 ( $\alpha = 18.7$ で固定)

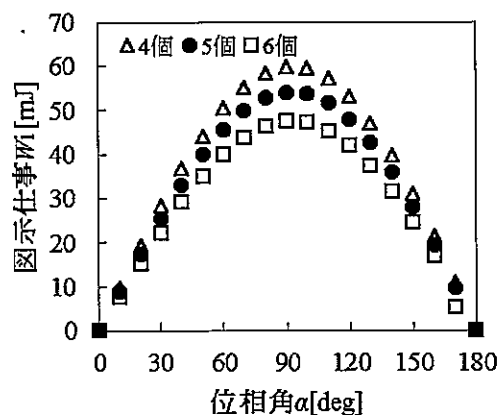


図7 位相角と図示仕事の関係 ( $\tau = 0.786$ で固定)

#### 4. 結果

実験における位相角の時間変化を図8に示す。ビー玉の個数が6個の時に最大値が存在した。また5個の時は4、6個の時に比べて変化が小さかった。P-V図の作成にあたり、温度の実測値とハイスピードカメラで撮影した映像を用いて、以下の手順で膨張空間ガス温度 $T_E$ 、圧縮空間ガス温度 $T_C$ と位相角 $\alpha$ を測定した。

- ・解析する時間範囲を10000コマ毎に $t_1$  (開始1.4分～)、 $t_2$  (開始2.8分～)、 $t_3$  (開始4.2分～)とし、それぞれ10コマ分を時間範囲として設定した。
- ・加熱部分温度、冷却部分温度の実測値を多項式近似(3次まで)し、撮影した映像のうち解析に用

いた時間範囲の温度を求めた。

- ・ハイスピードカメラで撮影した映像からピストンとビー玉の周期および時間差を読み取り、10コマ分の平均値を求めた。またこれらを用いて角振動数と位相角  $\alpha$  を求めた。

Excelのシートに関数を打ち込み、以上で測定した温度と位相角のパラメータを用いて計算し、P-V図を作成した。

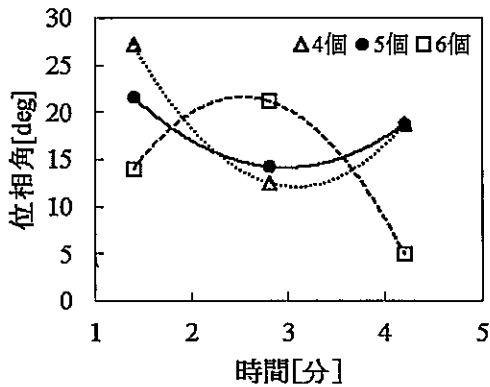


図8 位相角の時間変化

図9、図10、図11は各時間範囲 ( $t_1, t_2, t_3$ ) におけるP-V図の変化を表している。ビー玉の個数が多いほど試験管内の空気の体積が小さくなるので、どの図もP-V図は左から6個、5個、4個となる。4個、6個の場合は、時間の経過に従い図示仕事の変化が大きいことがわかる。特に6個の場合は、P-V図の

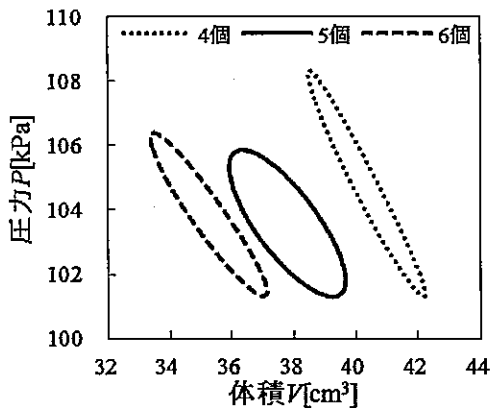


図9 ビー玉4個、5個、6個の時のP-V図 ( $t_1$ における)

閉曲線の形が大きく変化する。それに対して5個の場合は、右下がりのグラフが安定的に維持されていることがわかる。

各個数および時間範囲での図示仕事を計算したところ、図12のように変化した。ビー玉の個数が6個の時には図示仕事の最大値が存在した。4、5個の

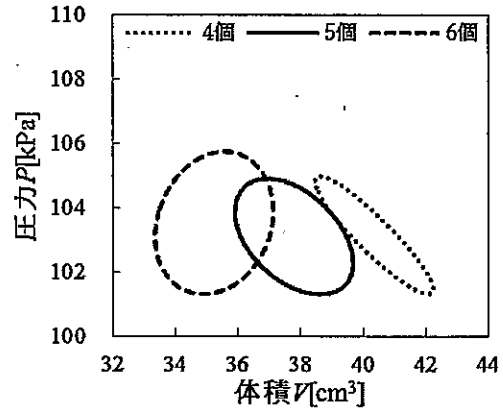


図10 ビー玉4個、5個、6個の時のP-V図 ( $t_2$ における)

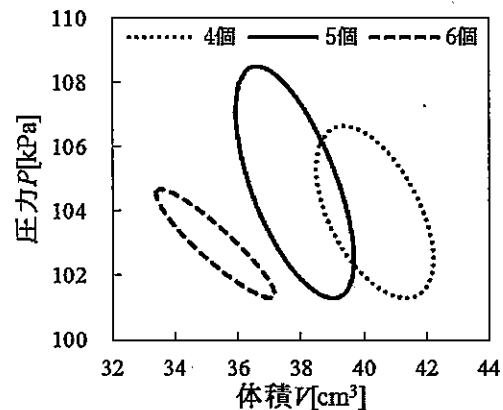


図11 ビー玉4個、5個、6個の時のP-V図 ( $t_3$ における)

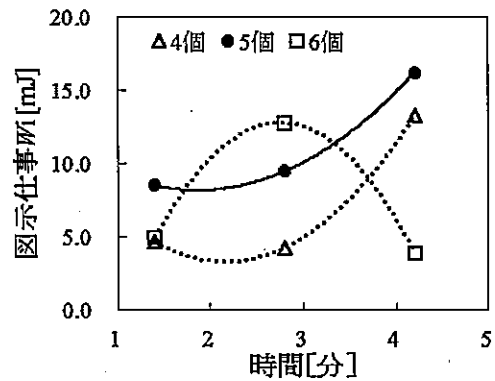


図12 図示仕事の時間変化

時は時間経過に伴って図示仕事が増加した。

## 5. 考察

図3, 4, 6より, ビー玉の個数が4個の時は, 5, 6個の時と比べて温度差が小さく, エンジンの出力が低い。温度差は主に加熱部分の温度の上がりやすさに依っている。ビー玉の個数が少ないほど試験管内の空気の体積が大きくなり, 温度が上がりにくい。

ビー玉の個数が6個の時, 位相角は初め増加したが, その後減少に転じた。また, 図示仕事も同じような傾向を示した。時間が経過すると, エンジン内の空気が膨張し注射器が持ち上がった状態で, 冷却部分でビー玉が止まる。よって位相角が増加すると, 空気が過剰に冷却される。

ビー玉スターリングエンジンが動き続けるには, 外部との熱のやり取りと, 外部にする仕事のバランスが保たれる必要がある。ビー玉の個数が4個以下の場合, 装置全体の温度上昇によって加熱部分と冷却部分の温度差がさらに小さくなったことでエンジンの動作が止まった。また, ビー玉の個数が6個以上の場合, 位相角の変化が大きく, 空気の膨張・収縮のつり合いが取れなくなったと考えられる。4個の場合も位相角の変化は大きい, 図示仕事は時間経過とともに増加しており, 6個の場合とは傾向が異なるため, 空気の膨張・収縮のつり合いが取れなくなった事が, 動作が止まる原因とは考えにくい。ゆえに, 我々は図示仕事に効いていたのは温度比の方だと考えている。しかし, 今回の結果からは, 4個が動きにくい理由までは明確にはわからないため, 今後の詳細な分析が必要である。

以上より, ビー玉の個数が5個の時に長時間動作した理由は, エンジンの動作に必要な温度差の条件を適度に満たし, また位相角の時間変化が小さく, 空気の膨張・収縮のバランスが取れていたためであると考える。

## 6. まとめ

本研究では, ビー玉の個数が4, 5, 6個の各場合における温度, 位相角, 図示仕事の時間変化から, ビー玉の個数が5個の時に動作時間が最長となる理由を考察した。

ビー玉の個数が3, 7個の場合や,  $t_3$ より後の時間においては, ビー玉がバラバラに動く, あるいは二つの固まりに分かれて動くような現象が起こり, 本研究のように位相差を測定することができなかった。位相角の時間変化とビー玉の個数との関係は断定できないが, ビー玉のストロークは試験管の長さによって決まるため, 各個数において最適な位相角が存在するのではないかと考える。

## 謝辞

本稿は第17回神奈川大学全国理科・科学論文大賞に応募した研究に加筆・修正したものである[6]。その際に参考意見を頂いた神奈川大学の先生方に感謝する。また, 本研究について有意義な議論をいただいた, 京都教育大学の沖花彰氏, 兵庫教育大学の猪本修氏に感謝する。

## 参考文献

- [1] 有本淳・平田允「ビー玉スターリングエンジンの教材化」, 大阪と科学教育 第18号 (2004), pp.49-52
- [2] 北山智沙子「ビー玉スターリングエンジンにおけるディスプレイサの最適条件」, 第4回北信越地区自然科学部研究発表会研究論文集, pp.28-29
- [3] 安孫子和弘・田代貴美「ビー玉スターリングエンジンの熱力学的考察」, 物理教育 第59巻 第1号 (2011), pp.54-55
- [4] 猪本修「ビー玉スターリングエンジンの動力学モデル」, 兵庫教育大学研究紀要 第53巻 (2018), pp.93-98

- [5] 岩本昭一・濱口和洋・戸田富士夫・平田宏一  
「シュミット理論の計算式」, 模型づくりで学ぶ  
スターリングエンジン (2009), pp.55-66
- [6] 北山智沙子「ビー玉5個の秘密」, 未来の科学  
者との対話17-第17回 神奈川大学 全国高校  
生理科・科学論文大賞受賞作品集 (2019), 日  
刊工業新聞社, pp.137-148