

## 音センサーでピンポン玉の反発係数を測定する

渡會 兼也・酒井 佑士 金沢大学附属高等学校 921-8105 石川県金沢市平和町 1-1-15

タブレット端末の音センサーでピンポン玉の反発係数を測定した結果を紹介する。この方法は従来の距離を測定する方法よりも簡易であること、距離の測定が最初の1回で済むこと、などの利点がある。体育館などでのボールの反発係数を見積もるのに役立つ可能性がある。

**キーワード** 反発係数の測定, ICT 機器 (タブレット端末)

## 1. はじめに

小球 (ピンポン玉やボール) の反発係数の測定は通常、ある高さから小球を自由落下させ、落とす前の高さ  $h_0$  と落とした後に小球がはね返った最高点の高さ  $h_1$  を測定し、両者の比の平方根を求めて算出する。高等学校の実験書等を見ると、小球がはね返った後の最高点の高さを測定することに苦慮しており、目視による測定を繰り返して、誤差を減らす工夫が示されている<sup>1)</sup>。デジタルカメラを利用して、映像から高さを測定することも可能である。特に近年はハイスピードカメラの普及により、精密な測定が可能になった<sup>2)</sup>。スマートフォンのカメラにもスローモーション機能があり、一昔前よりも簡単に実験・測定ができる環境になっている。

これまで筆者もハイスピードカメラを利用した反発係数の測定法を提示してきたが、ふと、カメラ (映像) がなくても、もっと簡単に反発係数を測定する方法はないだろうか、と考えた。例えば、ボールのはね返る時間を音センサーで測定できれば、気軽に反発係数を求めることができるかもしれない。こういった発想に至ったのは近年の急速なセンサー機器の普及である。学校現場に導入されているタブレット端末や、個人が所有するスマートフォンでも、マイクが内蔵されており、アプリを通じて音波の測定が可能になっている。

本稿では、音センサーを利用した反発係数の測定と精度を報告するとともに、ストップウォッチで人間が計測した場合についても紹介する。

## 2. 原理

まず、一般的な反発係数の求め方を述べる。小球をある高さ  $h_0$  [m] から自由落下させる。重力加速度の大きさは  $g$  [m/s<sup>2</sup>]、空気抵抗の影響は無視する。小球を自由落下させたとき、床に衝突する直前の小球の速さを  $v_0$ 、床との衝突ではね返った直後の小球の速さを  $v_1$  とする。

小球が床との衝突ではね返ってから次の衝突まで力学的エネルギーが保存すると仮定すると、反発係数  $e$  は1回目の衝突後の最高点の高さ  $h_1$  を用いて、

$$e = \frac{v_1}{v_0} = \sqrt{\frac{h_1}{h_0}} \quad (1)$$

となる。

ここで1回目の衝突直後から2回目の衝突直前までの時間を  $t_1$  とすると、鉛直投げ上げの式から、

$$t_1 = \frac{2v_1}{g} = \frac{2ev_0}{g} = 2e\sqrt{\frac{eh_0}{g}} \quad (2)$$

が得られる。これを  $e$  について解けば、

$$e = \frac{t_1}{2} \sqrt{\frac{g}{2h_0}} \quad (3)$$

が得られ、 $t_1$  と  $h_0$  を測定すれば、反発係数が計算できる。

また、一般的には、 $n$  回衝突直後から  $n+1$  回衝突直前までの時間  $t_n$  は、

$$t_n = \frac{2v_n}{g} = \frac{2e^n v_0}{g} = 2e^n \sqrt{\frac{2h_0}{g}} \quad (4)$$

となり、1回目の衝突直後から  $n+1$  回目の衝突直前までの合計時間  $T$  は、

$$T = t_1 + t_2 + \dots + t_n = 2\sqrt{\frac{2h_0}{g}} \sum_{k=1}^n e^k \quad (5)$$

となる。原理的には  $n$  回衝突するまでの時間  $T$  が得られれば、 $e$  が求まるが、衝突回数が増えるほど高次の方程式を解かなければならず、現実的でない。今回は式 (3) の時間  $t_1$  を計測して、反発係数  $e$  を求めることにする。※重力加速度の値は、9.8 m/s<sup>2</sup> を採用することにする。

## 3. 実験

本校の物理室にある教卓とピンポン球 (検定球) との

反発係数を調べる。参考までに、以前全く同じピンポン玉と教卓でハイスピードカメラを利用して求めた際には、0.915 が得られた（衝突前後の球の高さの比を求めてから平方根をとる）<sup>2)</sup>。実験は高さ 8.4 cm の箱を重ねた場所にピンポン玉を乗せ、水平方向に少し押して落下させ、1 回目の衝突から 2 回目の衝突までの音をセンサーで測定し、(3) 式により  $e$  を求める。時間の測定は、①タブレット端末 (iPad) の内蔵マイクを利用したアプリ (PASCO SPARKvue)、②ストップウォッチ (100 分の 1 秒まで計測可能)、を使っている。球を落とす高さ  $h_0$  を 8.4 cm, 16.1 cm, 23.7 cm, 31.3 cm, 39.0 cm と変え、計測はそれぞれ 10 回ずつ行った。

図1はピンポン玉が床と衝突した際の音圧レベル(dBC)の時間変化である。SPARKvue の設定は、iPad に内蔵されているマイクの音センサーを利用し、音圧レベル測定モードでサンプリングレートは 1000 Hz とした。ピンポン玉が落下する場所のすぐ隣に iPad を置いて計測した。衝突時間は、図 1 下のように iPad 上でグラフをタッチして値を取得した。データを取得する際には、2 回目のピークが小さい波形もあったため、図 1 のようにはっきりと 2 回目のピークが見える波形のみを解析した。

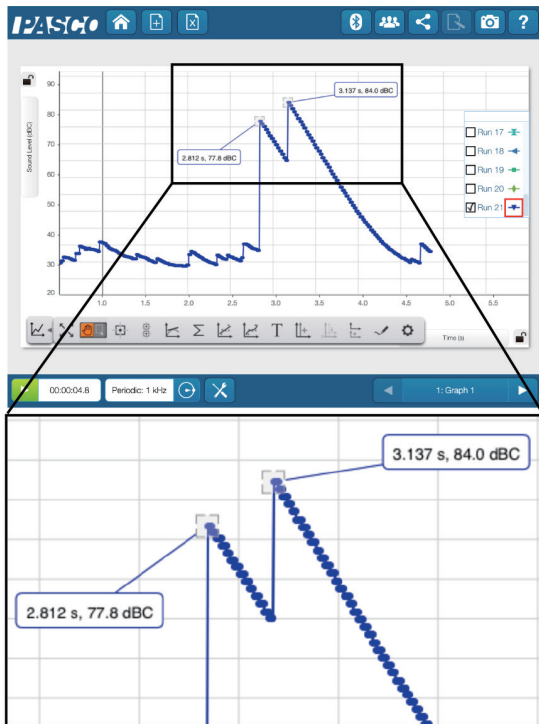


図 1 ピンポン玉と床の衝突音の時間変化 ( $h_0 = 0.161$  m の場合)。下図は上図の四角で囲まれた部分を拡大したものの。

#### 4. 結 果

表 1 と表 2 は音センサーとストップウォッチによる測定で得られた値である。表中の  $h_0$  は落下距離、 $t_1$  は 1 回目の衝突直後から 2 回目の衝突直前までの平均時間、 $e$  は反発係数の平均 (10 回)、 $\sigma$  は標準偏差、 $\epsilon$  は標準誤差である。図 2 は表 1 と表 2 の反発係数と落下距離の関係である。音センサーとストップウォッチで得られた  $e$  の平均値はそれぞれ、 $0.897 \pm 0.003$ ,  $0.82 \pm 0.02$  であった。ストップウォッチでは、分散が大きいことがわかる (8.4 cm からのデータは時間間隔が短く、取得出来なかった)。

表 1 音センサーによる測定結果

$h_0$ [m]	$t_1$ [s]	$e$	$\sigma$	$\epsilon$
0.084	0.232	0.887	0.011	0.00348
0.161	0.325	0.898	0.007	0.00221
0.237	0.394	0.896	0.006	0.00190
0.313	0.454	0.899	0.023	0.00727
0.390	0.511	0.906	0.006	0.00190

表 2 ストップウォッチによる測定結果

$h_0$ [m]	$t_1$ [s]	$e$	$\sigma$	$\epsilon$
0.161	0.30	0.83	0.115	0.036
0.237	0.35	0.81	0.057	0.018
0.313	0.40	0.79	0.064	0.020
0.390	0.48	0.85	0.069	0.022

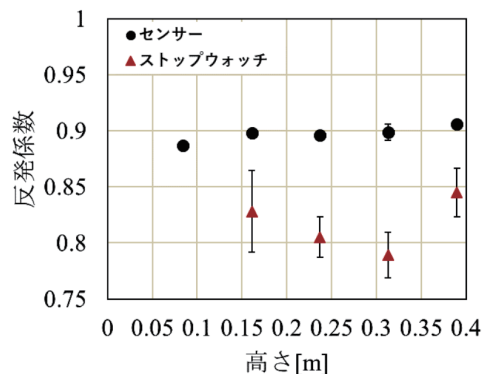


図 2 落下する高さ と反発係数の関係。エラーバーは、標準誤差を表す。センサーの場合は、エラーバーはプロットした点と同程度か、それよりも小さい。

図 3 は、図 2 で得られた反発係数の平均値を (2) 式に代入して作った式 (実線と点線) と、取得データとの

比較である。データは高さの平方根に比例することが確認できた。

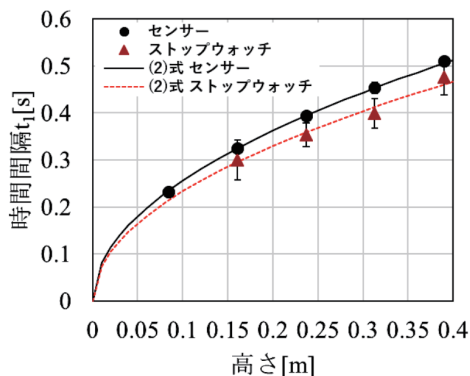


図3 落下する高さ $h$ と1回目の衝突直後から2回目の衝突直前までの時間間隔 $t_1$ の関係。実線と点線はセンサーとストップウォッチによって得られた反発係数の平均値を(2)式に代入して得られた曲線。

## 5. 考察・議論

音センサーを利用した結果、ハイスピードカメラの映像による測定と同程度の値が得られた。これは時間分解能が高い機器を利用した効果大きい。また、10回データを取得するのにかかる時間は3分程度であった。実験が簡単、かつ、スピーディーにできることがこの手法の利点である。

高い場所から落下させた場合は、空気抵抗が効く可能性があり自由落下の保証ができない<sup>3)</sup>。低い場所から落下させた場合は、衝突時刻の引き算で時間間隔を求めるため、時間精度が落ちる。よって、ピンポン玉の場合は、落下させる距離が10 cm～30 cm程度の範囲であれば反発係数は一定値が得られそうである。

ストップウォッチを使った測定の場合、測定する人の反応速度が不確かさの要因となる。人間の反応時間(目で認知してから体が反応する時間)は典型的には0.1 s～0.2 s程度と言われており、(3)式から反発係数は測定時間に比例するので、反発係数の不確かさも同じオーダーになる。今回のストップウォッチ計測による反発係数の不確かさは典型的に0.02程度であるが、計測者が目視で衝突を推測して計測しているために反応時間が短くなっている可能性もある。いずれにせよ、ストッ

プウォッチによる計測は誤差が大きく、信頼度に欠ける。

今回紹介した方法は、体育館や屋外など場所を選ばないため、ボール競技における反発係数の見積もりにも利用できる。試しに、本校の体育館でバレーボールを高さ $h_0 = 0.762$  mの机からボールを落下させたところ、反発係数は $e = 0.80 \pm 0.01$ 、標準偏差は0.027となった。この計測も5分程度で終了した。バレーボールやバスケットボールなどのサイズの大きなボールは、視差の影響も大きく、映像による計測が難しい。こういった場合には、今回の方法が有効である。

カメラによる測定は、メジャーを使う場合はmm単位での測定となり、1 m未満の落下であれば有効数字は2～3桁である。カメラには視差による誤差が入り込む可能性があり、物体のサイズや撮影する位置によっては有効数字の桁数が落ちる可能性もある。今回の方法では、音センサーの時間精度が高ければ、有効数字の桁数は保つことができる。

理想を言えば、光センサーで衝突直前と直後の速さが計測できれば、それが最も精度の良い測定になる。光センサーとコンピュータ計測での反発係数の測定については梶山(1999)の報告がある<sup>3)</sup>が、近年ではフォトゲートやワイヤレスの光センサーなどがあれば比較的簡単に手に入る時代になっている。様々な機器による測定法のノウハウを蓄積・整理しておくことも今後、重要なのではないだろうか。

## 6. まとめ

本稿は新しい発見や測定方法ではないが、過去にこういった手法で反発係数を求めた文献がなかったので、調べることにした。今回は、身近な存在になりつつある、タブレット端末やスマートフォンを利用し、簡易、且つ、高精度の測定が可能になることを示した。高等学校での定番実験を見直す機会にもなれば幸いである。

## 引用文献

- 『物理実験書』石川県高等学校教育研究会理化部会編
- 渡會兼也 物理教育 61-1 (2013) 2-7.
- 梶山耕成 物理教育 47-1 (1999) 9-12.

(2018年1月11日初回原稿受付)  
(2018年5月9日改訂原稿受付)