4本ロールコーティングシステムの数値解析に関する研究*

津田 武明*1

Numerical Study of Four Roll Coating System

Takeaki TSUDA^{*1}

*1 Dai Nippon Printing Co., Ltd., Technology Development Center 1-1-3 Midorigahara, Tsukuba, Ibaraki, 300-2646, Japan

The characteristics of four roll coating system were numerically investigated compared with experimental data to validate theoretical models used in this research. In the theoretical models, a film splitting model using a power-law type equation, a roll gap model based on elasto-hydrodynamics and a flow model from a rotating cylinder system were applied. The parametric computations to each operation condition revealed the steady and dynamic behaviors of a coating film and liquid films on coating rolls. From the results of the frequency response to the speed disturbances of the coating rolls, it was found that the sensitivity of the lowest coating roll to the disturbance was a half of others, which implies that the requirement for the accuracy of a driving system for the coating roll is not so severe compared with others. The experimental data and the numerical results at steady state agreed in large part. The actual properties of materials used in the coating process will be required to predict the coating thickness precisely.

Key Words : Numerical Simulation, Finite Difference Method, Free Surface Flow, Unsteady Flow

1. 緒 言

ロールコーティングシステムは、スロット塗布、スライド塗布が必要とする複雑な内部流路形状・塗布リップ 形状無しで、設計が可能である⁽¹⁾⁻⁽²⁾. その為、古くから金属・紙工業部材の表面塗装、多層食品包材の接着剤塗 布、印刷物製造のインキ塗布に幅広く使用されている⁽³⁾. ロールコーティングシステムの基本的な機能は、塗布 液の供給・計量・分配・基材への転写である⁽²⁾. 一般的なコーティングロールの本数は伝統的に2~6本で、主機 能を各ロールに振り分け、操作の簡便化を図っている. これゆえ、多機能な多段ロールシステムを操作の観点か ら検討する事は非常に重要である.

ロールコーティングの操作の目的は,所望の膜厚を適切な品質で得ることにあるが,コーティングの操作変数, 例えばロールスピード,ロール間ギャップ等は膜厚と品質を独立に制御する事は出来ない⁽⁴⁾.すなわち,コーティング操作条件から塗布量を予測する事は,満足のいく品質を得る為にも非常に重要である.

ここで導入する,多段ロールコーティングシステムは,三段階のレベルから検討可能と考えられる.一番目は, 図1に示すような,ロール上の基本流れの検討である.塗布液が次ロールに供給される間,ロール上の液膜は, 回転運動の影響を受ける. Moffat⁽⁵⁾, Pukhnachev⁽⁶⁾は表面張力・重力の影響を考慮した,回転円筒ロール上の潤 滑モデルを研究した.この研究を受けて、多くの科学者がモデルの改良を行い複雑な現象を解明してきた⁽⁷⁾⁻⁽⁹⁾.

^{*1} 正員,大日本印刷(株)技術開発センター 生産総合研究所 精密塗工技術開発部(〒300-2646 茨城県つくば市緑ヶ原 1-1-3) E-mail: Tsuda-T2@mail.dnp.co.jp



^{*} 原稿受付 2011 年 4 月 14 日, Journal of Fluid Science and Technology, Vol. 5, No. 3 (2010), pp.432-446

⁽原稿受付 2010年3月23日)



Fig. 1 Liquid film flow on a rotating roll

二番目は図2に示す,2ロール間流れの研究である.この流れの領域におけるロールコーティングシステムの 為に解くべき研究課題は二種類ある.一つは潤滑モデルによる弾性変形ロールギャップで,他方は液膜分裂点に おける液量の分配問題である.この弾性変形ロールギャップ問題を取り扱う為に,Dowson & Higginson⁽¹⁰⁾は弾性 流体潤滑理論(EHL)モデルに基づき,多変数方程式による変形ギャップ推定法を提案している.このEHL アプロ ーチを用いて,Coyle⁽¹¹⁾ は弾性ロールコーティングのパイオニア的研究を行った.Coyle は弾性ロールの変形に シンプルなフックの1次元変形モデルを適用し,ロールコーティングシステムに適した多変数方程式を提案した. この研究に追従し,Carvalho & Scriven⁽¹²⁾は2次元変形モデルを適用し,後にCarvalho⁽¹³⁾は粘弾性特性を持つ変形 ロールモデルを導入する事で,現実的なコーティングロールの変形予測に成功した.



Fig. 2 Model of film splitting between two rolls

液膜分裂点における流量分配問題に対して、多くの研究者が液膜分裂比予測の為に潤滑型方程式の導出に挑ん だが、妥当な結果を示す事が出来なかった中、Coyle⁽¹⁴⁾は有限要素法を用い Full Navier-Stokes を解き、液膜分裂点 における正確な流量分配を発見した.又、Benkreira⁽¹⁵⁾⁻⁽¹⁶⁾はこれに先立ち、ニュートン流体並びに、非ニュートン 流体の液膜分裂比予測が可能な、簡便なべき乗則型方程式を実験により導いた.又、Savege⁽¹⁷⁾は、正確に液膜分 裂比の予測が可能な代数方程式を理論的に導いた.

三番目は、2本以上のロールより構成される、多段ロールコーティング上の塗布液の循環流動についての研究 である. Mill⁽¹⁸⁾は15本の印刷ロールシステム内インク流れの定常・非定常解析を行い、濃度のバラツキの最少 化を検討した. Benjamin⁽¹⁹⁾⁻⁽²⁰⁾は多段ロールコーティングシステムにおける、ロール間の塗布液伝達を単純な時 間遅れモデルで定式化し、様々な操作条件下の元、定常・非定常解析を行った. 津田⁽²¹⁾は4本ロールコーティ ングシステムについて、流量分配問題、ロール上の質量保存とEHL 効果を考慮した代数方程式を用いて、定常解 析を行った.

これまでの取組みが示す様に、多段ロールシステムはロール単体、2本ロール上での塗布液の流動に加え、多 段ロール上の塗布液の循環流動を考慮した複雑な問題である.

2. ロールコーティングシステムの支配方程式

本研究は、複雑な多段ロールシステムの内、工業的用途に使用される4本ロールコーティングシステムに焦点を当て、操作条件に対する塗布膜厚の応答、立ち上り・ペースター・運転時調整時の非定常応答、操作条件に含まれる外乱の周波数応答等の現実的な問題を検討し、最適な操作についての知見を得る. Benjamin⁽²²⁾が明確に示した様に、慣性力を省略した潤滑モデルによる塗布膜厚予測は、実用目的には十分な精度を持つ. 今回は、Hinch⁽⁸⁾が提案した潤滑流動モデルにより試みた. 尚、この手法は極座標を使用した Pukhnachev⁽⁶⁾の修正モデル式である.

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = 0 \tag{1}$$

$$q = Uh - \frac{h^3}{3\mu} \left\{ \rho g_v \cos\left(\frac{x}{r}\right) - \frac{\partial p}{\partial x} \right\}$$
(2)

$$p = \sigma \left\{ \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{h}{r^2} \right\}$$
(3)

ここで、*U*はロール回転速度(m/s)、*h*はロール上液膜厚(m)、*q*はロール上流量(m²/sec)、*P*は圧力(Pa)、*x*は arc length(m)、*r*はロール半径(m)、*g*、は重力加速度(m/s²)、 σ は表面張力(N/m)、 μ は粘度(Pa·s)、 ρ は密度(kg/m³)を示す. この式は、塗布液膜の流動を潤滑近似で扱う式であり、解析の実績も多く信頼性がある.移流成分の数値拡散並びに数値不安定を回避する為に、差分法による空間離散化手法である Kawamura-Kuwahara スキーム⁽²³⁾を導入した.

$$\frac{\partial q}{\partial x} = \frac{q_{i+2} - 2q_{i+1} + 9q_i - 10q_{i-1} + 2q_{i-2}}{6dx} \tag{4}$$

ここで, *i* は空間における接点番号を示す.他の空間微分については、2 次精度の中心差分を使用した.又,時 間微分については、2 次精度の Adams-Bashforth 法を使用した.

2ロール間の塗布ギャップ予測については、Dowson-Higginson 式を基にした式(5)の実験式を使用した.

$$g = \alpha U_m^{0.7} P_I^{-0.13} R^{0.43}$$
⁽⁵⁾

gはロール間ギャップ(m), $U_{\rm m}$ は平均ロール周速((U_1+U_2)/2)(m/s), α は実験値, $P_{\rm L}$ はロール間圧力(N/m), Rは 平均ロール半径(1/(1/R1+1/R2))(m)を示す.ここで示すギャップgは、液膜が通過可能な最大のギャップであり、入 口側の全流入量(U₁h₁+U₂h₂)が限界の最大流量(gU_m)に達していない場合は、全流入量がギャップを通過可能と仮定 した. このモデルのメリットとしては、温度特性等モデル化が複雑なゴムの弾性率について、実験値を用いる事 で、妥当な物性値を与える事にある.尚、実験値 α は($U_1h_1+U_2h_2$)/ $U_m^{-1.7}/P_L^{-0.13}/R^{0.43}$ の関係より得た.ここで、 h_1 、 h2はレーザー測長機を用い計測した実験値である.

液膜分裂モデルについては、Coyle⁽¹¹⁾, Benkreira⁽¹⁵⁾らが提案した、下記のべき乗型モデルを使用した.

$$\frac{h_1}{h_2} = \left(\frac{U_1}{U_2}\right)^{\frac{2}{3}}$$
(6)

ここで、h1、h2はロール上液膜厚(m)、U1、U2はロール周速度(m/s)示す.式中の指数 2/3 は数値解析、実験から 得られた、ニュートン流体の場合の値である.

これらのモデルを統合した,4本ロールコーティングシステムを図3に示す.図を用いて流動解析の手順を説 明する. 最初に Roll 1 と Roll 2 間の液溜り内塗布液はロールの回転によりギャップ gi に向かって流動し,分裂プ ロセスを経て,二つの液膜(h₁, h₂)に分けられる.液膜 h₁ は液溜りに戻る為,液膜 h₂に着目することとする.g₁~ g2間の生じるプロセスに対して、式(1)-(3)を用いることで、液膜h2の状態を得ることができる.次のギャップ g2においては、液膜h5が合流する条件で流入量を見積もり、式(5)による限界流量より少ない場合は全流量が通過 可能として計算する.この様に計量された液膜は同様に、分裂プロセスを経て、二つの液膜(h, h)に分けられる. この液膜 h₃はギャップ g3 において液膜分裂を経て,液膜 h₅と h₄に分けられる.以上の様に,塗布膜厚 h₄に影響 する液膜は h, h, h, であることが分かる.

計算は、マッチングポイント(MP1-3)における、分裂・流入量の境界条件・流量合流条件を与え、式(1)-(3)に差 分法を適用することで進めた.数値解析においては、ロール上の差分の分割数は400、クーラント数は0.005の条 件をそれぞれ使用した.



Fig. 3 Coating flow of four-roll coating system

1338

1339

各種外乱に対する多段コーティングシステムの動的応答について検討するために、このシステムにおける主外 乱源である、ロール回転速度変動に着目する.一般にコーティングロールは、継ぎ手・ベルト・減速機類を経て 伝達された、モータの駆動により回転する.これゆえ、ロール回転数は、各機械要素ガタ・制御変動並びにロール 回転振れにより変動する.この速度変動は、次式にて定義される.

$$U(t) = U_{steady} \left(1 + \varepsilon \sin \omega t\right) \tag{7}$$

ここで、*ε*は外乱量、*U_{steady}*,は定常時のロール回転速度を示す.次に、外乱量の選定であるが、一般に高精度な 工業製品に要求される精度としては、数%以下の偏差である為、使用される装置類の許容外乱量はこの値以下で 設計される⁽²⁴⁾.今回印加する外乱量は、高精度製品をターゲットとして、1%(*ε*=0.01)を選定する事とした.

実際の生産においては、定常状態を乱す外乱としてスプライス動作がある.これは、旧原反から新原反へ切り 替える際に、双方のウェブを繋いだ箇所を、コーティングシステムが挟まないように、Roll4が回避する動作で ある.つまり、スプライス動作の間はRoll3から塗布液を基材に供給することができない.このスプライス動作 の条件は、次の式で示すことができる.

During splice motion
$$h_4 = 0$$

Otherwise $h_4 = h_5 \left(\frac{U_4}{U_3}\right)^{2/3}$

(8)

さらに、実生産中に避ける事ができない外乱として、運転中における操作条件の調整がある.この操作はあま り頻繁には行われないが、運転中に塗布液の性質の変化でロール回転数を微調整する動作である.本研究におい ては、標準条件値の20%の偏差量を与えた場合の影響を検証した.

解析に用いた標準条件を示す. Roll 1~3の半径は r_1 , r_2 , r_3 =0.21m, Roll 4の半径は r_4 =0.16m を使用した. 液粘 度は μ =0.1Pa·s,表面張力は σ =50mN/m,密度は ρ =1000kg/m3,ロールの弾性係数・液粘度の物性値を含むパラメ ータは α =44.004×10⁻⁶を使用した. 塗布操作量としては、ライン速度 $U_{4steady}$ = 10.0m/s,ロール間圧力 P_L は、Roll 1 -2 間押付け力 P_{L1} は 4460N/m, Roll 2-3 間押付け力 P_{L2} は 7477N/m, Roll 3-4 間押付け力 P_{L3} は 8918N/m をそ れぞれ使用した. 各ロールのライン速度 $U_{4steady}$ に対する速度比は、それぞれ $U_{1steady}$: $U_{2steady}$: $U_{3steady}$: $U_{4steady}$ =23: 93:97:100を使用した.

3. 数值計算結果

次に、4本ロールコーティングシステムの各種状態における、液膜の動的応答を計算する.

3.1 過渡応答問題

3・1・1 スタートアップ特性

ロールコーティングシステムが稼働開始する際の、スタートアップ特性は製品の歩留まりにも関係し、重要である。各ロールのマッチングポイントにおける液膜の動的スタートアップ応答を図4に示す。ここで示す h_2 、 h_3 、 h_5 はそれぞれ、MP₁、MP₂、とMP₃における液膜厚を示す。ここで示す塗布膜厚はMP₃における液膜厚 h_4 を示す。初期条件としては、どのロールにも液膜が無いものとして設定した。尚、 h_4 と h_5 はほぼ同一の値であった。



Fig. 4 Transient response of film thickness at start up

図4の様に、ロール上の液膜は MP1 より供給され、各ロールを周回し、上方ロールへ伝達して行く事が分かる. 今回の条件においては、塗布膜厚は 0.5sec で定常状態に達していることが分かる. つまり、ロールの速度を瞬間 的に立ち上げたとしても、スタートアップで 5m 程度のロスが発生してしまうことになる. この様な問題を解決 する為に、ロール上に一定の予備塗布を実施する場合がある. 予備塗布を各ロール上に形成した時の、塗布膜厚 h₄の動的応答を図 5 に示す.



Fig. 5 Transient response of coating thickness at start up with precoating of rolls

図5から分かる様に、ロール上への予備塗布量を増やすにつれて、定常状態へ到達する時間が短くなり、膜厚が10.0µmの時、最も早く定常状態に達し、予備塗布量の最適条件である事が分かる.最適な量を超えて過剰な量を与えると、逆に定常状態に達するのが遅れる事が分かる.よって、各条件において予備塗布量の最適値を検討する必要がある.

3・1・2 各操作条件下における偏差

コーティングシステム稼働時に、使用材料の物性値の変化の為に、若干の条件修正を行う事がある。条件修正 後のトレンドを解析するのは、品質状態を管理する際に重要である。今回は、スタートアップが終了し定常状態 後、各ロールの速度を時間 2~2.5sec の間、矩形状に 20%減速変化させた時の塗布膜厚応答を計算し、その特性 を検討する.結果を下記の図 6-9 に示す.ここで、時間軸の原点は塗布開始点を示す.



Fig. 6 Transient response with change in velocity of Roll 1



Fig. 7 Transient response with change in velocity of Roll 2



Fig. 8 Transient response with change in velocity of Roll 3



Fig. 9 Transient response with change in velocity of Roll 4

以上の結果より、各ロール上の変動は顕著であるが塗布膜厚の変動は小さく又、調整量解除後の静定時間も 0.3sec 位でどの条件下も同じ値であることが分かる.違いとしては、Roll 4 条件のみ、20%の減速に対して塗布量 が増加した点がある.これは、下位のロールが塗布流動量をロール間で循環しているのに対して、最上部のRoll 4 は塗布膜厚を外部の系へ流出することから、速度減少で流出量が減り、内部保存量が増えた為と考えられる.

3・1・3 スプライス動作

セクション2にて説明した様に、スプライス動作中は Roll 3 が基材へ塗布液を供給できない.スプライス後に コーティング品質を速やかに回復する事は非常に重要である.本研究では、スタートアップが終了した定常状態 後、Roll 4 が 2~2.5sec の間スプライス動作で回避した時の塗布膜厚の動的応答を計算し、その過渡応答特性を解 析する.図10に示す様に、スプライス動作中の0.5sec の間、Roll 1 から塗布液が連続的に供給されても、基材に 転移されず閉系のロールシステム内に貯められていく為に、Roll 2-3 上の液膜厚は急激に増大する事が分かる. 又、この様に蓄積された液量をスプライス動作後に排出する為には、スプライス動作と同等の時間が必要である 事が分かる.これまでは生産ロスとスプライス動作後に関して論じられていなかったが、生産ロスを極小化 する為には素早いスプライス動作が必要とされる事が分かる.スプライス動作時間が異常に長いと、図中の様に ロール上膜厚が増大し、各ロールギャップでの流動が EHL 化し、余剰液が周囲に散乱する等の危険性もあり、短 時間且つ正確に管理すべきである事が分かる.



3・2 定常状態での応答

次に,定常状態における塗布膜厚と操作条件の関係を検討する.ライン速度,各ロール周速,ロール間圧力を 変化させた時の膜厚変化を次に示す.



Fig. 11 Steady-state response with change in Coating speed U_4







Fig. 13 Steady-state response with change in Roll 2 speed ratio U_2/U_4



Fig. 15 Steady-state response with change in pressure load between Rolls 1 and 2



Fig. 14 Steady-state response with change in Roll 3 speed ratio U_3/U_4



Fig. 16 Steady-state response with change in pressure load between Rolls 2 and 3



Fig. 17 Steady-state response with change in pressure load between Rolls 3 and 4

図 11 より、ライン速度の上昇につれて、ロール上膜厚・塗布膜厚共に比例的に増加する事が分かる.これは、 EHL 効果による g_1 の拡大が、ロールコーティングシステム内へ供給する液量を増加させる為と考えられる.図 12 から、速度 U_1 が上昇するにつれて、MP₁における EHL 効果により各ロール上膜厚、塗布量とも増加するが、 途中で g_2 が EHL 状態に達し、 h_2 、 h_5 からなる全液膜は通過できない為、塗布膜厚は上限に達する事が分かる.又、 速度 U_1 が速度 U_2 を超えると、分裂式の効果により各膜厚とも減少する傾向を示す.図 13 についても、図 12 と 同様に g_1 の EHL 効果による拡大が各膜厚を増大させる.しかし、速度 U_2 の増大の為、 g_2 は EHL 状態に達しな い.図 14 については、速度比 U_3 が約 25%以下までは、 g_2 は EHL 状態におり、 h_3 の増加が著しいが、それ以降は ロール分裂式による影響のみになり、緩やかな増加になる.図 15 は g_1 の EHL 効果を示しており、図 16-17 は標 準条件においては、 g_2 、 g_3 が EHL に達していない事が分かる.

3.3 周波数応答

各ロールの周速に周期的外乱を加えた時,塗布膜厚が示す応答感度を利得(GAIN) =|(h₄(t)/h_{4steady}-1)/ε|として定 義する.この利得の外乱周波数応答を図 18-21 に示す.







Benjamin⁽²⁰⁾は限定条件下で、周期変動するコーティングロールを使用し過渡応答の解析を行った.しかしなが ら、コーティング安定特性を示す、ロール上液膜の周波数応答については言及しなかった、今回の一連の解析結 果より、周期変動するロールの各条件は、周波数領域において周期的な山谷を持つ、独特な特性を持つことが分 かる.実用的な観点から、最下段ロールの Roll 1 の変動に対する塗布膜厚の応答感度は他ロールに比べ半分程度 である.このことより, Roll 1 の駆動システムの精度は,他のロールよりも許容量が大きい事が分かる.周波数 領域にこの様な特性が表れる理由としては、変動する膜厚間又、MP2若しくはMP3における変動膜厚と変動ロー ル周速間の位相ずれが干渉現象を生じ、これが周波数領域において、周期的な応答特性を見せている為と推定さ れる.

3・4 実験結果との比較

下記に実験値と計算値の比較を行う.実験に使用した各仕様・物性値は、標準条件と同じものを使用した.コ ーティング膜厚は、0.1m×0.1mの面積の平均重量より測定した.ここで使用した基材と塗布液は、PET(厚み= 5.0µm),非溶剤型である. Roll 2 と Roll 4 の材料は金属で, Roll 1 と Roll 3 は鉄芯にゴム(硬さ=75°)を被せたも のである. 各テストサンプルとも十分な暖気運転の後, 慎重に取り上げた. これらの手順を踏む事で, コーティ ング膜厚の測定再現精度は1.5%以内を保つ事が出来た.





Fig. 23 Roll 1 speed ratio U_1/U_4

25

Speed ratio U_1/U_4 %

35

15



Fig. 24 Roll 2 speed ratio U_2/U_4

Fig. 25 Roll 3 speed ratio U_3/U_4



Fig. 26 Pressure load between Rolls 1 and 2

Fig. 27 Pressure load between Rolls 2 and 3



Fig. 28 Pressure load between Rolls 3 and 4

図24,25において、実験・予測値に差が生じているが、ロール間でのフリクション干渉が原因と推定される、 モータ制御不安定による速度ムラが生じていた為と考えられる.一般に、この様なケースは片方のモータ制御の 速度ゲインを落とし、互いの干渉軽減を行い対応するが、今回は良い条件が見出せなかった.観察された各ロー ルの速度ムラの大きさは0Hz 近傍で2~3%であった.図18-21に示す感度特性の全影響を考慮したとしても、 この現象を説明するのには十分ではない.コーティングギャップにおけるフリクションの変動により生じる、物 性値αの変化の可能性もある.今回の実験値と計算値の部分的な差は無視出来ない為、今後正確な材料物性を使 用したコーティングシステムの修正モデルが高精度な膜厚予測には必要とされるであろう.

4. 結論

本研究は4本ロールコーティングシステムの塗布特性を数値的に検討すると共に,実験にてモデルの検証を行った.又,非定常外乱応答・周波数応答における塗布膜厚変動の動的応答について考察を行い,以下の結論を得た.

- (1) 動的な数値解析を用いて、塗布膜厚、ロール上膜厚の挙動を明確化出来た.特に、スタートアップ問題については、立上げロスを最少化する予備塗布量の最適値があることが分かった.
- (2) スプライス動作が長時間になると、ロール上膜厚が増大し、余剰液が周囲に散乱する等の危険性がある.
- (3) 最下段ロールの Roll 1 の変動に対する塗布膜厚の応答感度は他ロールに比べ半分程度である. このことより, Roll 1 の駆動システムの精度は,他のロールよりも許容量が大きい.
- (4) 正確な材料物性を使用したコーティングシステムの修正モデルが,高精度な膜厚予測には必要と考えられる.

60

謝辞

University of Minnesota 故スクリーブン教授には、本研究を進めるに当たり多大な意見・助言・激励を頂いた. ここに感謝したい.

文 献

- Benjamin, D.F, Scriven L.E. and Colleagues, "Coating flows: form and function", *Industrial Coating Research*, No.1 (1992), pp.1-37.
- (2) Benjamin, D.F, Scriven L.E. and Colleagues, "Coaters analyzed by form and function", *Industrial Coating Research*, No.2 (1993), pp.1-31.
- (3) 原崎勇次, 新コーティングのすべて, (2009), 加工技術研究会
- (4) Schweizer, P. M. and Kistler, S. F., Liquid Film Coating, (1997), CHAPMAN & HALL
- (5) Moffatt, H. K., "Behavior of a viscous film on the outer surface of a rotating cylinder", *Journal de Mecanique*, Vol.5 (1977), pp.651-673
- (6) Pukhnachev, V. V., "Motion of a liquid film on the surface of a rotating cylinder in a gravitational field", *Zhurnal Erikladnoi Mekhaniki i Tekhnicheskoi Fiziki*, No.3 (1977), pp.78-88
- (7) Hansen, E. B. and Kelmanson, M. A., "Steady, viscous, free-surface flow on a rotating cylinder", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol.272 (1994), pp.91-107
- (8) Hinch, E. J. and Kelmanson, M. A, "On the decay and drift of free-surface perturbations in viscous, thin-film flow exterior to a rotating cylinder", *Proceedings of the Royal Society of London*, A459 (2003), pp.1193-1213
- (9) Evans P. L., Schwartz L. W., and Roy R. V., "Three-dimensional solutions for coating flow on a rotating horizontal, cylinder: Theory and experiment", *Physics of Fluids*, Vol.17, No.7 (2005), pp. 072102.1-072102.20
- (10) Dowson D. & Higginson G. R., *Elasto-Hydrodynamic Lubrication, Chap.3 Lubrication of Rigid Cylinders*, (1977), Pergamon Press, New York
- (11) Coyle D. J., "Forward roll coating with deformable rolls: a simple one-dimensional elastohydrodynamic model", *Chemical Engineering Science*, Vol.43, No.10 (1988), pp.2673-2684
- (12) Carvalho M.S. and Scriven L.E., "Flows in Forward Deformable Roll Coating Gaps: Comparison between Spring and Plane-Strain Models of Roll Cover", *Journal of Computational Physics*, Vol.138, No.2 (1997), pp. 449-479
- (13) Carvalho M.S, "Effect of thickness and viscoelastic properties of roll cover on deformable roll coating flows", *Chemical Engineering Science*, Vol.58, No.19 (2003), pp. 4323-4333
- (14) Coyle D. J., Macosko C. W. & Scriven L. E., "Film-splitting flows in forward roll coating", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 171(1986), pp. 183-207
- (15) Benkreira, H., Edwards M. F., and Wilkinson W. L., "Semi-empirical model of the forward roll coating flow of Newtonian fluids", *Chemical Engineering Science*, Vol.36, No.2 (1981), pp. 423-427
- (16) Benkreira, H., Edwards M. F., and Wilkinson W. L., "Roll coating of purely viscous liquids", *Chemical Engineering Science*, Vol.36, No.2 (1981), pp. 429-434
- (17) Savage M. D., "Mathematical models for coating processes", Journal of Fluid Mechanics, Vol.117 (1982), pp.443-455
- (18) Mill C. C., "An experimental test of a theory of ink distribution", Advanced in printing Science and Technology, Vol.1 (1961), pp.183-197
- (19) Benjamin D. F., Anderson T. J., and Scriven L. E., "Multiple roll systems: Steady-state operation", *AIChE Journal*, Vol.41, No.5 (1995), pp.1045-1060
- (20) Benjamin D. F., Anderson T. J., and Scriven L. E., "Multiple roll systems: Residence times and dynamic response", *AIChE Journal*, Vol.41, No.10 (1995), pp. 2198-2211

- (21) 津田武明, "4本ロールコートにおける塗工量予測について",化学工学会第30回秋季大会発表講演要旨集, (1997-9)
- (22) Benjamin D. F., "Roll coating flows and multiple roll systems", *PhD Thesis University of Minnesota*, (1994), Published by University Microfilms International, Ann Arbor, MI.
- (23) Kawamura T. and Kuwahara K., "Computation of high Reynolds number flow around a circular cylinder with surface roughness". *AIAA Paper*, No.84-0340 (1984)
- (24) Tsuda T., "Dynamic Response Analysis and Control of Slot Coating", *Journal of Fluid Science and Technology*, Vol.4, No.3 (2009), pp.735-745