

## 非ニュートン流体の押し出し金型内の流れに関する研究\* (第1報, べき乗則流体の解析)

津田 武明\*<sup>1</sup>, 長谷川 富市\*<sup>2</sup>, 鳴海 敬倫\*<sup>2</sup>

### Study of the Flow of Non-Newtonian Fluids in a Single Cavity Die (1st Report, One-Dimensional Model for Flow of Power-Law Fluids)

Takeaki TSUDA\*<sup>3</sup>, Tomiichi HASEGAWA and Takatune NARUMI

\*<sup>3</sup> Graduate School of Science and Technology, Niigata University,  
8050 Ikarashi, 2-Nocho, Niigata-shi, Niigata, 950-2181 Japan

One-dimensional flow model for non-Newtonian fluids in a single cavity die with a slot is presented. The equations of mass and momentum in a cavity are treated one-dimensionally by assuming an appropriate mean flow over the cross section of the flow. The flow field inside the slot is assumed to be fully developed. The equations of flow for the cavity and the slot are derived and then coupled. We use a finite difference method to solve these governing equations. It is concluded that cavity's geometry and fluid properties affect the uniformity of the flow from the slot, and the presented model agrees with the experimental result.

**Key Words:** Non-Newtonian Fluid, Numerical Analysis, Finite Difference Method, Pipe Flow, Viscous Flow

#### 1. 緒 論

押し出し金型は, フィルム・ガラス等へ精密に塗液を成膜する用途として, 近年多く使用されている。押し出し金型の内部流路の構成は, 一般に幅方向に液を広げる分配室と, 塗液を成膜するためのスリット状のかんげきより成り立っている。このような金型の場合, 流路壁より受ける流動抵抗ならびに, 塗液の非ニュートン流動特性等の影響により, かんげき出口における流量は幅方向において偏差を生じることが知られている<sup>(1)(2)</sup>。

このような金型内部流動を定量評価する手段として一般に可視化実験ならびに FEM 等の三次元数値解析が行われてきた<sup>(3)(4)</sup>。これらの手法は詳細解析には向いているが, 試行錯誤に多大な時間を要するため, 流量偏差の少ない形状を短時間に見いだすことは困難であった。

従来, この種の流路は, 管路網の研究分野における, 連続分配管に属し, 前記流量偏差は, 等量分配問題に

て扱われている<sup>(5)(6)</sup>。この分野における非ニュートン性を有する流体については, 解析モデルに関する検討がおもに行われているものの, 解析・実験結果等を含めた十分な検討はなされていない<sup>(7)</sup>。

本報においては非ニュートン流体, 特にべき乗則流体の系において, かんげきより吐出する流量分配を簡便に解析することができる一次元流れモデルを用いて, 効率的に数値解析を行う手法を提示するとともに, 非ニュートン性ならびに, 内部形状による分配特性の変化を明らかにすることを目的とする。

#### 2. おもな記号

$A$ : 分配室断面積  $= A_0(1-x/aW)^m$

$a$ : 分配室端部断面積補正定数

$L$ : スリット長さ

$m$ : 分配室断面積変化指数

$n, k$ : べき乗則流体の指数ならびに定数

$p$ : 圧力

$R$ : 分配室断面半径  $= R_0(1-x/aW)^{m/2}$

$Q$ : 分配室任意断面流量

$q$ : スリット内単位幅流量

$S$ : 分配室断面ぬれぶち長さ  $= 2\pi R$

$t$ : スリットかんげき

\* 原稿受付 2000年12月25日。

\*<sup>1</sup> 正員, 新潟大学大学院(〒950-2181 新潟市五十嵐2の町8050)。

\*<sup>2</sup> 正員, 新潟大学工学部。

E-mail: Tsuda-T2@mail.dnp.co.jp

$u, v, w$ :  $x, y, z$  方向の流速成分

$u_m$ : 分配室平均流速

$W$ : 分配室奥行き長さ

$\beta$ : 運動量修正係数

$\dot{\gamma}$ : せん断速度

$\mu$ : 粘性係数  $= k\dot{\gamma}^{n-1}$

$\rho$ : 塗液密度

$\tau_{ij}$ : せん断応力 ( $ij$  は方向を示す)

$\tau_{nx}$ : 法線せん断応力

$\tau_w$ : 管壁せん断応力

### 3. 一次元流れモデル・解析

**3.1 押し出し金型内流れのモデル** 図1に押し出し金型内流路のモデルを示す。本研究に使用した押し出し金型のモデルは、分配室内へ直接流入するものであり、分配室の断面は円形で、その面積は一定もしくは、連続的に滑らかに変化するものである。分配室へ流入した液は幅方向に均一に設けられているスリットより全量吐出される。各部寸法のスケール比はおおむね、

$$W : L : R : t = 1 : 0.05 : 0.01 : 0.0005$$

程度で使用されるケースが多く、一般には液の流動特性により、各パラメータを調整する。

**3.2 分配室内流れの一次元化** 非圧縮性流体における、 $x$  方向の流れの定常運動方程式ならびに、連続式を以下に示す。なお、体積力は無視できるものと仮定する。

$$\rho \left( u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) + \frac{dp}{dx} = \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \dots\dots\dots (2)$$

式(2)を式(1)へ代入すれば、次式のように整理される。

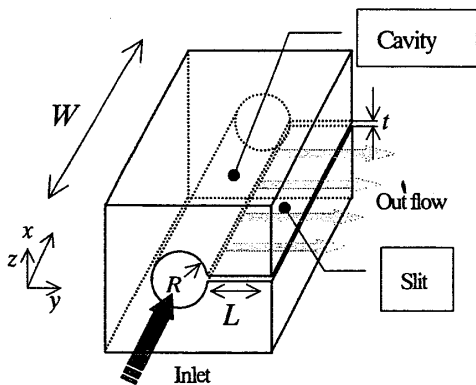


Fig. 1 Geometry of single cavity die

$$\rho \left( \frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial uv}{\partial y} + \frac{\partial uw}{\partial z} \right) + \frac{dp}{dx} = \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \dots\dots\dots (3)$$

分配室  $x$  方向の流れ一次元化のために、任意断面 ( $y-z$ ) における運動の平均化を行う。つまり、式(1)の両辺を  $x$  軸に垂直な面 A により面積分を行う。各対流項、圧力項、粘性項を以下の式(4)~(15)に示す。

$$\int \rho \left( \frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial uv}{\partial y} + \frac{\partial uw}{\partial z} \right) dA = \int \rho \frac{\partial u^2}{\partial x} dA + \int \rho \left( \frac{\partial uv}{\partial y} + \frac{\partial uw}{\partial z} \right) dA \dots\dots (4)$$

ここで、分配室内の  $x$  方向の流れに関し、スリットへ流出する流れの影響を無視した、全壁面での流速を零と仮定すれば、式(4)右辺第2項はガウスの発散定理を適用して、零と近似できる<sup>(7)</sup>。また式(4)右辺第1項は、

$$\frac{d}{dx} \int_A \rho u^2 dA = \frac{d}{dx} (\rho \beta A u_m^2) \dots\dots\dots (5)$$

$$= \frac{d}{dx} \left( \rho \beta \frac{Q^2}{A} \right) \dots\dots\dots (6)$$

と整理できる。同様に圧力項、粘性項は次のように変形できる。

$$\int \frac{dp}{dx} dA = A \frac{dp}{dx} \dots\dots\dots (7)$$

$$\int \left( \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right) dA = \int \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} dA + \int \left( \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right) dA \dots\dots (8)$$

式(8)右辺第2項に式(4)右辺第2項の式変形の際使用した仮定を使用すれば、ガウスの発散定理を用い、次式へ変形できる。

$$- \int \tau_{nx} ds = - \tau_w \cdot S \dots\dots\dots (9)$$

また、右辺第1項は次のように変形できる。

$$\int \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} dA = \int \frac{\partial}{\partial x} \left( 2 \mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) dA \dots\dots\dots (10)$$

ここで、粘性係数  $\mu$  を構成するせん断速度  $\dot{\gamma}$  は、3.1節に示すような形状において、幅方向の長さのスケールが、流路の数十倍程度あるため、定常円管層流流れに近似可能と仮定する。

$$\dot{\gamma} = \frac{u_m}{R} \left( \frac{3n+1}{n} \right) \left( \frac{r}{R} \right)^{1/n} \dots\dots\dots (11)$$

式(9)における  $\tau_w$  は、式(11)において、 $r=R$  の条件で算出した、せん断速度  $\dot{\gamma}_w$  をべき乗則モデルに代入し得た、 $k\dot{\gamma}_w^n$  に置き換えることができる。

平均粘度  $\mu_m (= k\dot{\gamma}_m^{n-1})$  を定義することで、任意の断面において、粘度が一様と仮定する。ただし、 $\dot{\gamma}_m$  は平均せん断速度で次式で与えられる。

$$\dot{\gamma}_m = \int_0^R 2 \pi r \dot{\gamma} dr / \pi R^2 \dots\dots\dots (12)$$

平均粘度  $\mu_m$  ならびに、平均流速  $u_m$  を用いれば、粘度  $\mu$ 、流速  $u$  は以下のように記述できる。

$$\mu = \mu_m \left( \frac{2n+1}{2n} \right)^{n-1} \left[ 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^{(n-1)/n} \right] \dots\dots\dots (13)$$

$$u = u_m \left( \frac{3n+1}{n+1} \right) \left[ 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^{(n+1)/n} \right] \dots\dots\dots (14)$$

式(10)へ式(13)、(14)を代入し、幅方向のスケールが流路徑に比べ十分大きくまた、流路徑の変化が緩やかなため、 $dR/dx$ 、 $d^2R/dx^2$ の項が無視できると仮定すれば、次のようになる。

$$\int \frac{\partial}{\partial x} \left( 2 \mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) dA = 2 \mu_m \alpha \frac{d^2 Q}{dx^2} + 2 \alpha \frac{d\mu_m}{dx} \frac{dQ}{dx} \dots\dots\dots (15)$$

以上の結果より、式(4)は次式のように一次元化される。

$$\frac{d}{dx} \left( \rho \beta \frac{Q^2}{A} \right) + A \frac{dp}{dx} = 2 \mu_m \alpha \frac{d^2 Q}{dx^2} + 2 \alpha \frac{d\mu_m}{dx} \frac{dQ}{dx} - \tau_w \cdot S \dots\dots\dots (16)$$

ここに  $\alpha, \beta$  は、次のような値である。

$$\alpha = \frac{1}{2} \left( \frac{2n+1}{2n} \right)^{n-1} \left( \frac{3n+1}{3n-1} \right) \dots\dots\dots (17)$$

$$\beta = \left( \frac{3n+1}{n+1} \right)^2 \left( 1 - \frac{4n}{1+3n} + \frac{n}{1+2n} \right) \dots\dots\dots (18)$$

**3.3 スリット流れの一次元化** 非圧縮性流体における、 $y$  方向の流れの定常二次元運動方程式ならびに、連続式を以下に示す。なお、体積力は無視できるものとする。

$$\frac{dp}{dy} = \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} \dots\dots\dots (19)$$

$$\frac{\partial v}{\partial y} = 0 \dots\dots\dots (20)$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = 0 \dots\dots\dots (21)$$

以上の系は平行平板間流れであり、べき乗則流体の場合、スリットより吐出される流量  $q$  は次式となる。

$$q(x) = \left( \frac{p(x)}{L} \right)^{1/n} \frac{2n}{(2n+1)k^{1/n}} \left( \frac{t}{2} \right)^{(2n+1)/n} \dots\dots\dots (22)$$

**3.4 解析・離散化** 図2に、本報にて使用した離散モデルを示す。図2のように一次元運動方程式の差分格子には、分配室はスタガード格子、スリット部は一次元平行平板流れを示す格子を用いた。

なお、空間の離散化は、一次精度の前進差分を用いた。解法としては、 $h=1$ にて初期値  $q_1$  を入力し、 $p_1$  を逆算した後、逐次的に  $q_n, p_n$  を計算する簡便な差分解法を使用した。計算打ち切り条件は流入量  $Q(0)$  と、 $\sum q_n$  の物質収支の無次元値が、 $10^{-5}$  に収束するまで。

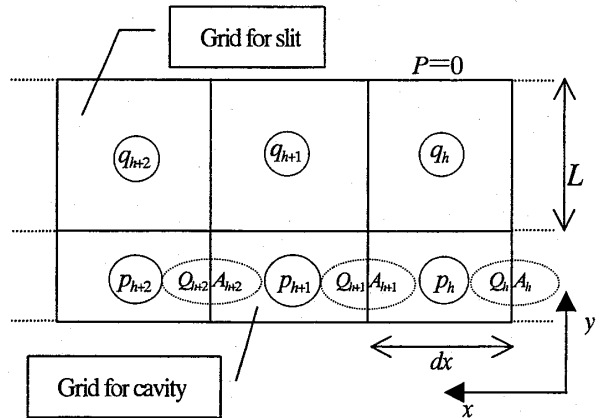


Fig. 2 Grid for slit and cavity

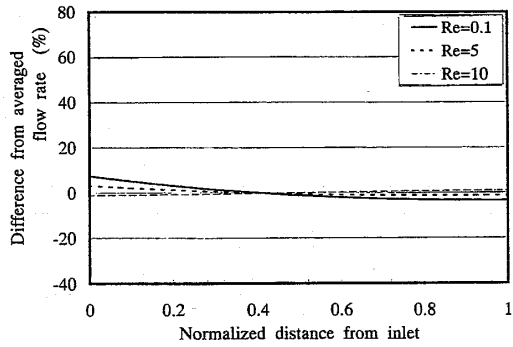
$q_1$  を変化させることで解とした。収束演算にはニュートン法を使用した。また、分割間隔は等間隔で、分割数  $h$  は 1000 の条件にて計算した。このような簡便な方法を使用することで、非ニュートン性が強い流体においても、安定に計算が収束した。

4. 解析結果および考察

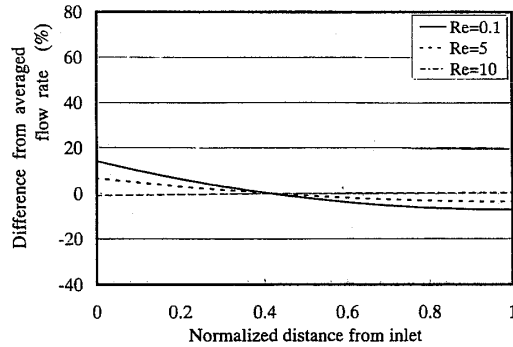
**4.1 各べき乗則指数における吐出パターン** 解析に使用した金型の寸法は、標準条件としては、 $W=0.36$  m,  $L=0.02$  m,  $t=0.0004$  m,  $R_0=0.00375$  m,  $m=0$ ,  $a=1$  である。また、液物性に関しては、 $\rho=1000$  kg/m<sup>3</sup>,  $k=50$  mPa·s <sup>$n$</sup>  を標準条件とした。

$n=1.25 \sim 0.5$  におけるスリットより吐出する流量の幅方向の均一性を図3(a)~(d)に示す。ここで、縦軸は幅方向における吐出量の値を平均値にて除することで無次元化し吐出偏差として示したものであり、横軸は、最大幅を1とした  $x$  方向の無次元位置である。また、各吐出流量値を(最大値-最小値)/平均値  $\times 100\%$  で表した、吐出偏差値を図4に示す。Re はスリット部における値を示し、 $\rho [Q(0)/t/W]^{2-n} t^n / k$  にて定義される。

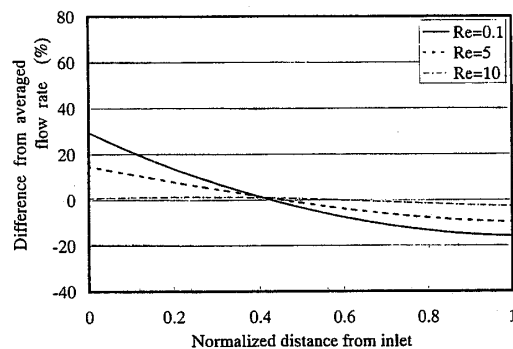
指数  $n$  が1のとき、液の流動特性はニュートン流体を示す。このときのスリットからの液吐出パターンとしては、図3(b)より、低レイノルズ数のときは分配室内の粘性圧力損失の効果により、分配室奥になるにつれて、吐出流量は減少しているようすがわかる。また、高レイノルズ数のときは、低レイノルズ数の場合に比較して、分配室入口付近の吐出量が減少し、また奥では増加し、吐出偏差が少なくなる傾向を示す。この傾向は、指数  $n$  が減少つまり、擬塑性流体の傾向が強くなるほど、定量的に顕著に現れることが、図3(c)~(d)よりわかる。一方図3(a)より、指数  $n$  が1以上、つまりダイラタント性を有すると、その傾



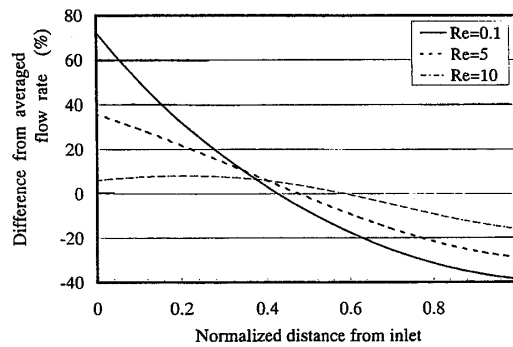
(a) Flow distribution ( $n=1.25$ )



(b) Flow distribution ( $n=1.0$ )



(c) Flow distribution ( $n=0.75$ )



(d) Flow distribution ( $n=0.5$ )

Fig. 3 Flow distribution characteristics

向は薄れてくることわかる。

以上のように、スリット吐出偏差量とべき乗則指数には、強い相関性があることがわかったが、図4よりわかるように、レイノルズ数が増加すると、慣性力が

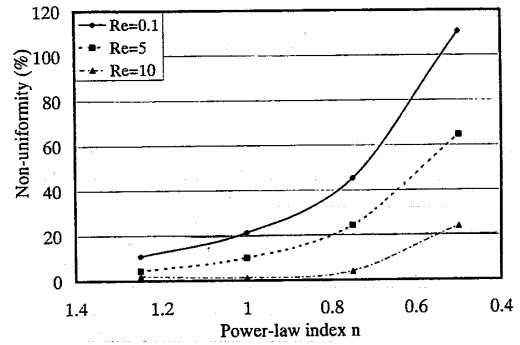
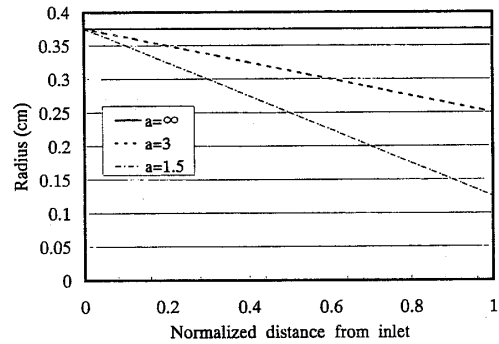
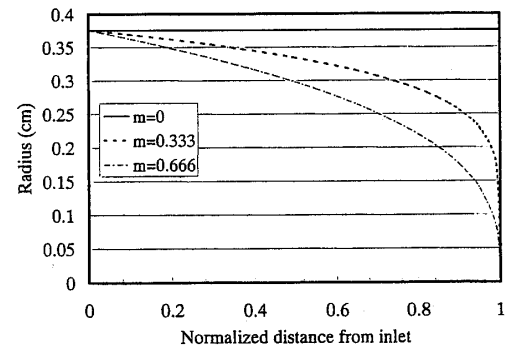


Fig. 4 Widthwise non-uniformity



(a) Geometry ( $m=2$ )



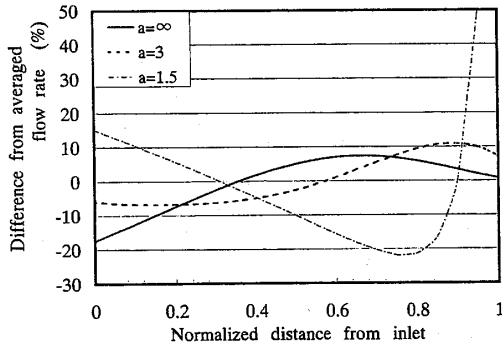
(b) Geometry ( $a=1$ )

Fig. 5 Geometry condition

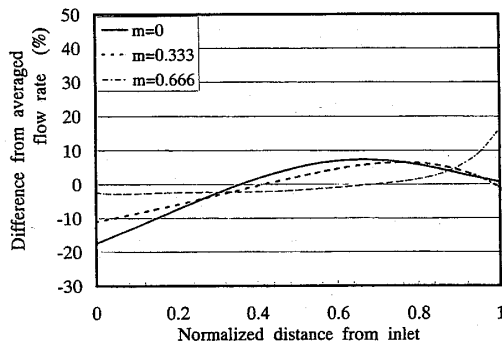
支配的になってくるために、その相関性が弱くなっていくことがわかる。

4.2 各内部形状における吐出パターン 塗布金型で使用する液の組成は、一般に顔料粒子、樹脂、有機溶剤等で構成される。このような金型流路へ液を流入するとき、内部流路で粒子が沈降するトラブルを防ぐために、高レイノルズ数にする。また、流路内流速減少による沈降を防ぐために、断面積を徐々に減少させる。

断面積を徐々に変化させたときの吐出プロファイルの解析事例を次に示す。解析に使用した金型寸法の標準条件・液物性は、4.1節と同様であるが、断面形状は、断面半径を直線的に変化させた条件(a)と、曲線



(a) Nonuniformity ( $m=2$ )



(b) Nonuniformity ( $a=1$ )

Fig. 6 Non-uniformity characteristics

的に変化させた条件(b)の二とおりである。図5に詳細を示す。なお、レイノルズ数は  $Re=15$ 、べき乗則指数は  $n=0.5$  の条件を使用した。

図6(a)は、断面半径を直線的に変化させた条件(a)の吐出偏差であるが、断面変化率の増加に従い、吐出分布が大きく変化する。一方、図6(b)は断面半径を曲線的に変化させた条件(b)であるが、条件(a)に比べ断面変化の影響を受けにくく、また吐出分布の偏差が少ない傾向にある。

沈降の観点で流路の適性を考えると、分配室内で最も流速が遅くなる領域は、流路終点である分配室端部であり、その値は零に近いので、流路端部断面積を限りなく小さくすることが望ましい。よって吐出分布の安定性を確保しつつ、沈降抑制に有効な形状は条件(b)であると考えられる。

5. 実験および考察

実験に使用した金型の寸法は、低  $Re$  数条件 ( $Re=8.4 \times 10^{-5}$ 、以後条件①と記す)には  $W=0.47$  m,  $L=0.035$  m,  $t=0.0005$  m,  $R_0=0.0116$  m,  $m=0$ ,  $a=1$ 、高  $Re$  数条件 ( $Re=52.3$ 、以後条件②と記す)には  $W=0.36$  m,  $L=0.02$  m,  $t=0.0004$  m,  $R_0=0.00525$  m,  $m=0$ ,  $a=1$  を使用した。また、塗布液は無機顔料、樹脂、有機溶剤の所定量からなる混合物を十分に分散し

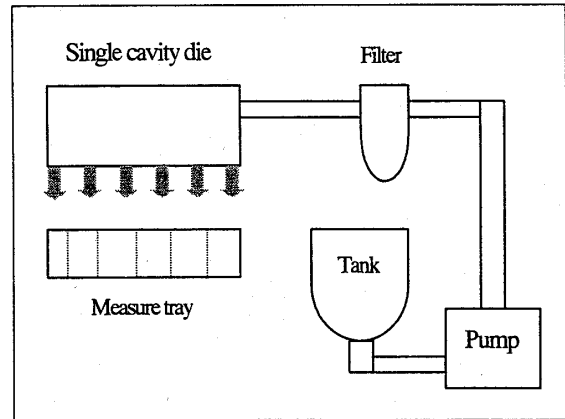


Fig. 7 The experiments

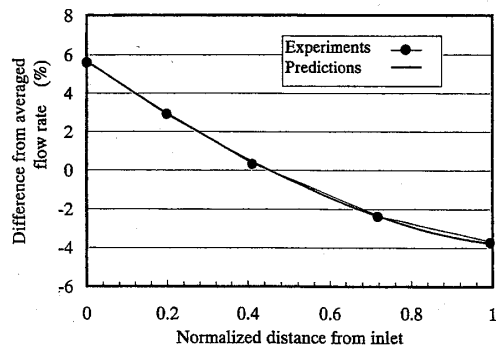


Fig. 8 Estimated and experimented result (Condition ①)

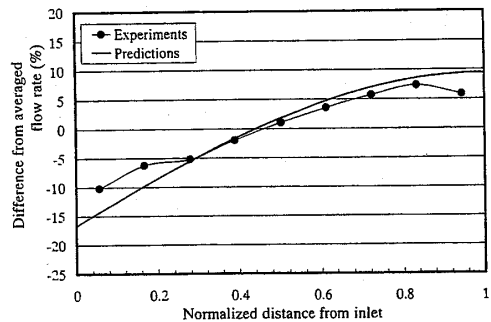


Fig. 9 Estimated and experimented result (Condition ②)

たものを用いた。このときの液物性に関しては、比重計ならびに、フルードスペクトルメータ(RFS2:レオメトリクス社)の測定値より計算の結果、条件①に使用した液は  $\rho=2300$  kg/m<sup>3</sup>,  $n=0.5$ ,  $k=130$  Pa·s<sup>n</sup>、条件②に使用した液は  $\rho=780$  kg/m<sup>3</sup>,  $n=0.99$ ,  $k=2.3$  mPa·s<sup>n</sup> であった。

吐出量分布の測定方法は、重量法によった。すなわち、スリット出口へ幅方向に分割された容器を設け、一定時間吐出した後、個々の分割部の液の重量を測定し、その重量比をもって吐出量比とするものである。

図7に実験装置概略図を示す。フィルタはデブスタ

イプを用い、実験中に混入しスリット目づまりの可能性のある異物の除去を行った。またポンプは実験に十分な吐出圧力が得られ、脈動が少ない容積式のタイプを用いた。

実験値と計算値を比較した結果を、条件①は図8に、条件②は図9にそれぞれ示す。

図8, 9とも、本解析手法による計算値と実験値はおおむね一致していることがわかる。なお、図9の幅方向両端部の値が、若干ずれるのは塗液の表面張力の影響と考えられる。したがって、本解析手法はべき乗則モデルに適合する塗布液に対して、有効であると思われる。

## 6. 結 論

本報では、押し出し金型内における塗液の流動について非ニュートン流体、特にべき乗則流体の系において、かんげきより吐出する流量分配を簡便に解析することが可能な、一次元流れモデルを用いて、効率的に数値解析を行う手法を提示するとともに、非ニュートン性ならびに、内部形状の変化による分配特性の変化を解析し、次の結論を得た。

(1) 押し出し金型内流動を、一次元モデルを用いて

定式化し、分配室・スリット部のそれぞれの流動方程式を連成して簡便に計算することが可能である。

(2) 分配室内部形状を変化させ、スリットからの吐出偏差を計算した結果、断面を曲線的に変化させた形状が、吐出偏差低減に有効である。

(3) べき乗則非ニュートン塗液を用いた実験値は、計算値とほぼ一致した。

今後は塗液の流動特性が、べき乗則以外のモデルによって与えられる流体に対して、適応可能な解析手法を検討する予定である。

## 文 献

- (1) 気賀沢忠宏・能條和彦, コーティングのすべて, (1999), 157-166, 加工技術研究会.
- (2) 飯田陽弘, コーティング技術, (1999), 37-44, 技術情報協会.
- (3) Lee, K. Y., Wen, S. H. and Liu, T. J., *Polym. Eng. Sci.*, **30**-19 (1990), 1220-1227.
- (4) Wang, Y., *Polym. Eng. Sci.*, **31**-3 (1991), 204-212.
- (5) 佐藤雄二, 機論, **25**-157 (1959), 927-937.
- (6) 日本機械学会編, 技術資料 管路・ダクトの流体抵抗, (1979), 96-99, 日本機械学会.
- (7) Weinstein, S. J. and Ruschak, K. J., *AIChE J.*, **42**-9 (1996), 2401-2414.