

# 類題作成・演習授業の設計と実践ー主体的・対話的 で深い学びにつながる演習授業とはー

メタデータ	言語: Japanese 出版者: 公開日: 2022-09-30 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 酒井, 佑士 メールアドレス: 所属:
URL	<a href="https://doi.org/10.24517/00067162">https://doi.org/10.24517/00067162</a>

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 3.0 International License.



# 類題作成・演習授業の設計と実践

— 主体的・対話的で深い学びにつながる演習授業とは —

数学科 酒井 佑士

数学科における「主体的・対話的で深い学び」の実現に向けて、参考書に掲載されている問題の類題を生徒自身が作成し、それを他の生徒と共有し、演習するという授業の実践報告を行う。また、得られた知見をもとに望ましい演習授業のあり方を模索する。

キーワード：数学 類題作成 演習授業 主体的・対話的で深い学び

## 1. はじめに

高等学校における数学の授業といえば、かつては教員が一方的に板書し、生徒はそれをノートに書き写しながら教員の解説に耳を傾けるスタイルが一般的であった。最近では学習指導要領<sup>1)</sup>において「主体的・対話的で深い学び」の実現が謳われ、アクティブラーニングの視点からの授業改善が求められるようになった。具体的には、

- ・学ぶことに興味や関心を持ち、自己のキャリア形成の方向性と関連付けながら、見通しを持って粘り強く取り組み、自己の学習活動を振り返って次につなげる「主体的な学び」が実現できているか。
- ・子供同士の協働、教職員や地域の人との対話、先哲の考え方を手掛かりに考えること等を通じ、自己の考えを広げ深める「対話的な学び」が実現できているか。
- ・習得・活用・探究という学びの過程の中で、各教科等の特質に応じた「見方・考え方」を働かせながら、知識を相互に関連付けてより深く理解したり、情報を精査して考えを形成したり、問題を見いだして解決策を考えたり、思いや考えを基に創造したりすることに向かう「深い学び」が実現できているか。

が重視されるようになった。

ここ数年、本校数学科では入試問題集を用いた通常の演習授業において、その提出課題として「入試問題集の類題作成」を課してきた。その意義として、すでにある問題の設定変更を試みる営みを通して、問題を俯瞰的に捉え、原題の内容をより深く理解できるようになることにあると考えている。しかしながらこの取り組みは生徒個人の宿題レベルにとどまっており、またそれを他の生徒と共有するところまでは至っていなかった。やらせっぱなしで終わることが続いており、どうにか発展的にこの状態を改善できないものかと考えていた。

本稿では数学科における「主体的・対話的で深い学び」の実現に向けて、参考書に掲載されている問題の類題を生徒自身が作成し、それを他の生徒と共有し、演習するという授業の実践報告を行う。また、得られた知見をもとに望ましい演習授業のあり方を模索する。とくに、類題作成・演習授業の構成について詳細に述べるとともに、これらの活動の教育効果や教員の負担軽減の観点からの考察を行う。

## 2. 類題作成・演習授業の設計

### (1) 対象生徒・時期

2年次文系コース 28名

7月～9月の約30コマ

## (2) 題材

本校では教科書は「数学 Advanced」シリーズ（東京書籍）、問題集は「サクシード」（数研出版）、参考書は「NEW ACTION LEGEND」（東京書籍）を採用している。今回は「NEW ACTION LEGEND 数学Ⅰ+A」, 「NEW ACTION LEGEND 数学Ⅱ+B」（以下、レジェンド）を題材として、類題の作成を行った。

## (3) 類題作成の手順とそのねらい

まず、既習範囲のうち、レジェンドの単元割に沿って類題作成担当割（表1）を筆者が作成した。

表1 類題作成担当割

### 第1時・第2時・第7時（A回）

数と式(数学Ⅰ)	集合と論証(数学Ⅰ)
2次関数(数学Ⅰ)	図形と計量(数学Ⅰ)

### 第3時・第4時・第8時（B回）

データの分析(数学Ⅰ)	場合の数と確率(数学A)
整数の性質(数学A)	図形の性質(数学A)

### 第5時・第6時・第9時（C回）

方程式・式と証明(数学Ⅱ)	図形と方程式(数学Ⅱ)
微分と積分(数学Ⅱ)	数列(数学B)

次に28人の生徒を7人1班の計4班に分け、1班につき1つの単元を割り当てた。この班分けはA回、B回、C回の回ごとに違う生徒同士が同じ班となるように筆者が行った。数学に対して意欲的な生徒と、必ずしもそうではない生徒が混在するクラスにおいて、各班にいろいろな層の生徒をまんべんなく配置することで、類題作成の際に自然と協働が生まれるようにしたいと考えてのことである。

各回では生徒は割り当てられた単元の問題から一人1題を選択し、その類題を「類題作成プリント」

に作成した。その際、

- ・班内で問題がかぶらないように分担すること
  - ・レジェンドを大いに参考にし、計算問題ならば数値を変える程度の類題でもよいこと
  - ・解説も含めて解答を詳細に記すこと
  - ・班内で相談しながらの作問を推奨すること
- を伝えた。類題作成プリントの裏面には、作問のねらいや原題からの変更点、それによって解答に生じた変化を記載させた。これによって、漫然と原題に改変を加えるのではなく、「この問題でどのようなことを学べるのか」、「自らが加えた改変が問題にどのような変化をもたらす、それによって解放が変化するかどうか」などに自然と意識が向くように仕向けた。

作問には1つの単元について2コマを費やした。3コマ目（第7～9時）には同じ班のメンバーが作問した類題を印刷して班ごとに配布し、その班員で互いに解き合って解答・解説の誤植や内容の吟味を行わせた。生徒には「作成された類題に対して演習前に教員が内容を細かくチェックすることはしない」と伝え、記載内容に班全体で責任をもたせるようにした。生徒は往々にして自分が書いた内容にミスがないか不安になるものであるが、自分一人だけでなく複数の目でチェックが入ることで安心感が得られる。一方で教員がチェックしてから演習に用いることも考えられたが、教員の負担軽減を図り「持続可能な演習授業」を志向してこのような運用とした。これによって生徒はさらに注意深く原稿に目を通すと期待した。単なる誤字脱字のチェックにとどまらず、計算結果を吟味しようとする、実質的に自分の班が担当する単元の問題をここで演習することになっており、教員の負担軽減とともに一石二鳥をねらっている。さらに、チェックが終わった後には生徒に自分が作問した類題の「問題だけ」を記した類題作成プリントを作らせた。これと「問題+解答」を記した類題作成プリントによって、演習時に





$$2(3x-4)-1 > -3(2x+11) \quad \dots \textcircled{1}$$

$$4x+2a < 3x+2 \quad \dots \textcircled{2}$$

をともに満たす整数  $x$  がちょうど3個であるから、数値を変えただけであり、解法もほぼ変更がないようにみえる。しかし生徒のふりかえりでは「不等式の解の範囲を表す式に分数が含まれた」「最後に  $a$  の範囲を求めるときに負の数の掛け算/割り算がなくなったので、難易度が少し下がった」と記されており、自ら加えた変更によって問題に生じた変化を機敏に察知し、理解を深めている様子が見える。

④ 場合の数と確率より (図5)

複数のさいころを振り、出る目の最大値・最小値について考察する問題であるが、数値を変えるだけで類題を作ったところ、生徒は「最大値と最小値の差が同じならば同じ構造なので答も変わらない」ことに気付いている様子が見てとれる。類題作成によって問題を俯瞰的に捉えることができたと考えられる。

(2) 類題作成の様子から

今回は9コマを費やして類題を作成させたが、その結果次のようなことが起こった。

まず、12の単元に分けて班ごとに活動させたが、その単元の中での問題選択は生徒に自由にさせた。すると、「まんべんなく」問題を選択するようにと伝えてはいたものの、内容に偏りのある選択になってしまった感が否めなかった。たとえば、「整数の性質 (数学A)」の単元では1次不定方程式に関する問題は半分を占めていたり、「数列 (数学B)」の単元では等差数列・等比数列の基本事項に関わる問題は1つもなく、漸化式の解法ばかりになってしまっていた。これには問題の作りやすさや生徒がどのような問題を苦手と感じ、演習効果が高いと考えているのかという意識が大きく関係しているのではないかと考えている。

また、班ごとに協働して類題作成にあたることを

①・II・A・B 単元: 数式(1次不等式) 例題・練習 31 の類題

$a$  に関する2つの不等式

$$(2(5x-3)-2) > -8(3x-2) \dots \textcircled{1}, \quad 5x-(3a < 2x+2) \dots \textcircled{2}$$

互いに満たす整数  $x$  がちょうど5個あるように  $a$  の値の範囲を求めよ

例題

①  $5x, 60x-38 > -24x+16$  であるから,  $84x > 54$   
両辺を  $84$  で割ると,  $x > \frac{9}{14}$

②  $5x-2x < (3a+2)$  であるから,  
 $3x < 3a+2$   
 $x < \frac{3}{3}a + \frac{2}{3}$

よって, ①, ②を同時に満たす  $x$  が存在するとき,  
 $x$  の値の範囲は,  $\frac{9}{14} < x < a + \frac{2}{3}$

これを満たす整数  $x$  がちょうど5個あるとき,  
右の数直線より, その整数は,  
 $x = 1, 2, 3, 4, 5$

よって,  $5 < a + \frac{2}{3} \leq 6$

①  $-4 < \frac{13}{3}a \leq -3$   
②  $-12 < 3a \leq -9$   
③  $-\frac{12}{3} < a \leq -\frac{9}{3}$

よって, 求める  $a$  の値の範囲は,  $-\frac{12}{3} < a \leq -\frac{9}{3}$

①②を同時に満たす不等式の解を求める  
→ ①②を同時に満たす  $x$  の値の範囲を求める

数直線を利用して, 5つの整数を具体的に考える。

$\frac{13}{3}a + 9 = 5,$   
 $\frac{13}{3}a + 9 = 6$   
合計がちょうど5個  
注意する!

この類題のポイント・ねらいは次のとおり。

- 連立1次不等式の整数解の個数を求める。
- 不等式の解を求めることが出来る。
- 2つの不等式を同時に満たす解の範囲を求めることが出来る。
- 数直線を利用して, 具体的に考えることが出来る。
- 「 $\leq$ 」や「 $<$ 」, もしくは「 $\geq$ 」「 $>$ 」のどちらが適切かを利用することが出来る。

元の類題文から変えたところを詳しく記してください。

- 不等式の変更

$$\begin{pmatrix} 2(3x-4)-1 > -3(2x+11) \dots \textcircled{1} \\ 4x+2a < 3x+2 \dots \textcircled{2} \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} (2(5x-3)-2) > -8(3x-2) \dots \textcircled{1} \\ 5x-(3a < 2x+2) \dots \textcircled{2} \end{pmatrix}$$

- 解を満たす整数の個数の変更: 3個 → 5個

類題文を変えたことによって解法はどのように変化しましたか。

- 不等式の解の範囲を表す式に, 分数が含まれなくなった。
- 最後の  $a$  の範囲を求めるときに, 負の数の掛け算/割り算がなくなったので, 難易度が少し下がった。

$$\begin{pmatrix} \textcircled{1} & -1 < -2a \leq 0 \\ \textcircled{2} & -12 < 3a \leq -9 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \textcircled{1} & 0 \leq a < \frac{1}{2} \\ \textcircled{2} & -\frac{12}{3} < a \leq -\frac{9}{3} \end{pmatrix}$$

類題を作成して気づいたことや思ったこと, 類題作成を通して思ったことを自由に書いてください。

- 数式の变大が, その後の難易度が下がった。変えたことで, 楽に解けるように思いました。(例えば  $3 < 3x+1$  は  $1 < x$  から解ける。)
- 解答が合っているものすごく多い。

図4 生徒が作成した類題③

1. II-A・B 単元: 場合の数と確率 (例題・練習 217) の類題  
 4個の2面体は、同時に投げるとき、次の確率を求めよ。  
 (1) 目の最大値が3以下になる確率  
 (2) 目の最大値が3になる確率  
 (3) 目の最大値が3, 最小値が1になる確率

解答  
 (1) 目の最大値が3以下 → 4個の2面体は、目の最大値が2以下になる確率を求めよ。  
 求める確率は  $(\frac{1}{2})^4 \cdot (\frac{1}{2})^4 = \frac{1}{16}$

(2) 目の最大値が3 → 目の最大値が3以下になる確率から、目の最大値が2以下になる確率を除く。  
 $(\text{1個の2面体の確率}) - (\text{2個の2面体の確率}) = (\frac{1}{2})^4 - (\frac{1}{2})^4 \cdot \frac{1}{4}$   
 求める確率は  $\frac{1}{16} - \frac{1}{64} = \frac{3}{128} = \frac{16}{128} - \frac{16}{256} = \frac{16}{256} = \frac{1}{16}$  (注:  $\frac{1}{16} < \frac{1}{16}$ )

(3) 4個の2面体の目  
 目A 1, 2, 3 のいずれかである事象 → A  
 目B 2, 3 " " → B  
 目C 1, 2 " " → C とする。  
 求める確率は  $P(A) - \{P(B) + P(C) - P(B \cap C)\}$   
 $= (\frac{1}{2})^4 - \left\{ (\frac{1}{2})^4 + (\frac{1}{2})^4 - (\frac{1}{2})^4 \right\}$   
 $= \frac{25}{64}$  (注: 2個の2面体の確率)

この演習のポイント・おしらいは列ですか。  
 ・2面体の最大値が3以下になる確率を求めよ。最大値が2以下になる確率を (k-1) の場合を求めよ。  
 ・3個の2面体の目A, B, C の確率を求めよ。2面体の目A, B, C の確率を求めよ。

元の演習文から変えたところを詳しく記してください。  
 (1) ~ (2) → 「4」を「3」にした。  
 (3) → 「4」を「3」にした。「2」を「1」にした。

演習文を変えたことにより解答はどのように変化したか。  
 (1) 4を3にした。答えはかわった。  
 (2) 4を3にした。答えはかわった。  
 (3) 最大値と最小値の指定を求めた。2面体の1面と3面体の確率がかわった。答えはかわった。

問題を再読して気づいたことや思ったこと、演習文で気づいたことを自由に書いてください。  
 類題も再読したことは、後半の問題は、いくつかの9-ンが答えをわかって見つけよとが第一段階で、決まりの数をわかっていって9-ン。(注: 2面体の確率)  
 (3) は、2面体の最大値が3以下になる確率から、2面体の最大値が2以下になる確率を除く。というように、最大値と最小値の指定を求めた。2面体の確率がかわった。答えはかわった。

期待していたが、実際に活動してみると班内で一人一人がそれぞれ黙々とレジェンドや類題作成プリントにむかう場面がほとんどだったように見受けられた。ある程度問題が完成して書き終わった生徒が多い時間帯になっても、もう終わったからと別のことをしようとする生徒もいたりした。こちらから「他の人とプリントを交換して解きあってみたら」と促してようやく交流が始まるといった具合であった。なかなかこちらの思いは伝わっていないのか、この活動への意欲が高くないのか、思ったほど協働的に取り組んでいたとはいえない状況であった。

#### 4. 演習授業の実際

##### (1) 演習授業の様子から

実際に演習授業を行ってみたところ、いくつかの点でこちらが想定していなかった状況が現れた。

ひとつは、協働的な活動が乏しくなった点である。類題作成の段階でもそうであったが、演習の際にも一人一人が黙々と解き、後半の議論の時間にも配布された解答をじっくり読み込むだけになってしまう回がほとんどであった。その原因としては、クラス内の学力差が比較的大きいことが考えられる。できる生徒は自分でサクサクと理解して進んでしまうのに対して、そうでない生徒は解答を読んでもよくわからず、かといって周りも自分のことをしてなかなか質問できない雰囲気が少なからずあった。レジェンドの類題演習なので、教科書の章末問題レベルの問題が中心であり、そこまで発展的な内容を扱っているわけではないことも大きいだろう。もっと難易度の高い問題であったり、思考力を要するような問題であれば、周囲と議論してそれぞれの考えを共有する意義を自然と見出して、活発に議論するのであろうが、今回はなかなかそのような状況になることは少なかった。

他にも、教員が解説をしないと決めてはいたものの、問題の難易度によっては前半の演習時間で手が

図5 生徒が作成した類題④

止まってしまう生徒も多く、思わずヒントを板書してしまう場面が多々あった。その結果として、なおさら協働を阻害してしまった節がある。

また、解答中に問題文に誤植があるのではないかと生徒が申し出るケースが何度かあり、混乱をきたした。これは事前に生徒のチェックのみで演習問題を作成している以上、ゼロにすることは難しいものの、こちらの想定以上に誤植が多かった印象がある。そもそも作問自体もけっして易しい作業ではなく、そのチェックも神経を使うものである。なかなか生徒のチェックで誤植を見つけることは難しく、今回のシステムでは致し方ない面もある。

## (2) ふりかえりシートから

各コマの最後に生徒に提出させたふりかえりシートから、代表的なものを抜粋して掲載する。

### ①感想(的なもの)

- ・解けてうれしい
- ・難しかった/ややこしかった
- ・解けなかったのでまた復習したい
- ・苦手な分野だったのでいい復習になった
- ・解き方を忘れていたので思い出せてよかった

### ②プリントのクオリティについてのコメント

- ・いい問題だった
- ・計算が複雑にならないように工夫されていた
- ・別解がたくさん載っているためになる
- ・字がきれいだった
- ・計算ミスがあった

### ③その他

- ・別解を記す
- ・類題作成のアドバイスを

おおむねどのふりかえりシートも、後に手元に返ってくることで、作問担当者の目に触れることを意識してしっかり書かれていた。

## 5. 生徒アンケート

「レジェンド類題作成・演習授業のよかったところ、改善してほしいところを教えてください」と生徒に回答してもらった。以下にその内容を抜粋して順不同で列挙する。

- ・よく見る問題や基本の計算などはしっかりできるのがわかった。また難しい問題で自分が出来ないところが分かって復習しやすくなった。
- ・グループで話し合いをする時間にまだ解き終わっていない人がいてあまり話せなかったのは残念だった。
- ・類題作成の意味が私にはあまり感じられませんでした。色んな問題を演習できたのは良かったな、と思います。
- ・程良く難しい問題やときごたえのある問題もあってよかった。
- ・お互いに教え合うスタイルにしたかったのだと思われるけど、フタを開けてみると結局一人ずつやっていた感じがした。
- ・みんなで作った問題のチョイスはどうだったんだろうという疑問がある。
- ・わりと楽で受けやすかったです。
- ・今までに授業で学んでいた解法や公式を実際に問題演習することで頭に定着させることができた。苦手だったところが少し強くなった気がする。
- ・みんなが作った問題をとくのは楽しかった。
- ・グループでした意味はあんまりないかなと思った。
- ・類題作成を通して、問題中のどの数値がどのように答に関係してくるのがわかった。
- ・解説が分かりやすかった。1つの問題をいろいろ考えることで分からないことが増えた。でも考えることも増えた。
- ・忘れていた単元の問題とかができたので、いい復習になったなと思った。自分で問題をつくることで、より細かく解答方法を知れたのは、とても役に立った。

- ・1年時に習った内容をふりかえって学べたのがよかった。問題をつくる事でちがう角度から問題と向き合えたので、理解が深まった。
- ・どんな問題でも初見ではある程度難しいので、解きごたえがあった。
- ・担当する問題によって類題の作成難易度が大きく変わるところが難しかった。
- ・分からなかったところをすぐに、まわりの友達などに相談できるのがとても良いです。
- ・類題作成をしたところで数値を変えたり、逆算して考えることの難しさを知れたのでよかった。忘れた状態でレジェンドの類題を解いていたので、回答を見るまで全然分からないということが多かった。
- ・レジェンドの類題やスタンダードの演習授業は基本に立ち返ることができて、とても良かったです。
- ・解説のプリントがもらえたので復習がしやすかったのがよかった。
- ・レジェンドの理解を深めることができ、レジェンドを一通り復習しようと思っていたので良かったです。ただ、ずっと同じようなことのくり返しだったので少し飽きがきてしまいました。
- ・自分で類題作成する事で、自分の苦手な分野の問題の解法をしっかりと理解することができたので良かった。
- ・黒板にヒントを書いてくれたから解きやすかった。解説の時間がほしかった。
- ・類題作成の過程で計算を何回もするなど、普通に問題を解くよりも何倍も頭を使ったのでとても良かった。
- ・解き方を忘れてる問題とかを久々に解いて理解することができた。
- ・復習+授業を通して、しっかり解法が身につけている気がして良かったです。レジェンドのやる気が増えました。改善点は特にないです。
- ・レジェンドの例題にアレンジが加えられていたの

で苦手に気付いて、よりレジェンドに理解を深められた。

## 6. 考察

今回の実践、および生徒のふりかえりから明らかになった、類題作成と演習授業のよかった点と改善点を整理する。また、これをもとに今後の望ましい演習授業の在り方を考察する。

### (1) 類題作成のよかった点・改善点

類題作成には、当初から「問題を俯瞰的に捉え、原題の内容をより深く理解できるようになる」という意義を感じ、課題として取り組ませてきた。今回の生徒のふりかえりからも、類題作成の活動自体には好意的なコメントが寄せられていた。一方で、類題を作成する問題の選択には改善の余地があると考えられる。単なる計算問題のように、どのように数値を変えても問題として成立する問題もある一方で、適当に数値を変えるとまったく違う問題になってしまうったり、これまでの解法が通用しなくなってしまう問題もある。類題作成を通してより深く問題を理解させることを目的のひとつとするならば、「類題を作成する意義の深い問題」を教員が選定し、その類題をつくることを授業の目的としてもよいのではないかと思う。そうすれば、全員が同じ課題に取り組むことになり、協働する価値を見出しやすくなると期待される。これは今後実践する価値があると感じている。

### (2) 演習授業のよかった点・改善点

他の生徒が作った問題で演習することによって、出版社の問題集を解くよりもやる気につながった面は少なからずあるようである。教員の負担軽減の観点から見れば、演習の題材をすべて生徒が準備し、教員はそれを印刷して配るだけであるので、通常の演習授業よりは手間が少なくなったと言える。教員が問題の解説をしないことについても、こちらが想

定するほど否定的なコメントはなかった。しかしその一方で、演習プリントに少なからず誤植があったり、議論の時間に教員が完全に介在しない形になると自習しているのと変わらない時間になってしまったりと、改善すべき点が多数見つかった。

### (3) 望ましい演習授業とは

「望ましい演習授業」とは

- ①主体的な学び：生徒自身が意欲的に取り組むことができる題材や環境を整えてあること
- ②対話的な学び：他の生徒や教員とのやり取りを通して自らの考えを整理し、表現できること
- ③深い学び：演習を通して未知の問題に遭遇しても対応できる思考力・判断力が身につくこと
- ④持続可能性：生徒・教員にとってその準備が過度の負担にならないこと

を兼ね備えたものであると筆者は考えている。特に、

- ④持続可能性は昨今の社会情勢を踏まえて、学習指導要領に掲げられている①～③に加えて重視すべき点であると考えている（図6）。

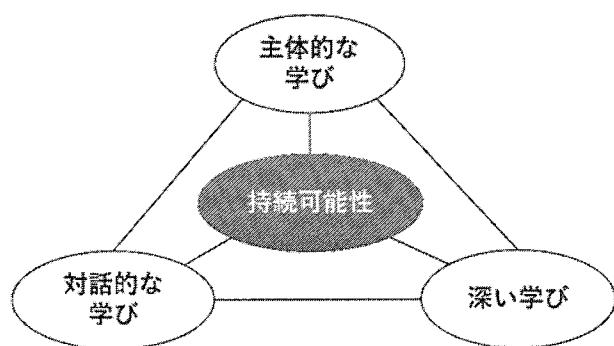


図6 「望ましい演習授業」のイメージ  
(筆者作成)

今回実践した類題作成・演習授業では、類題作成において③深い学びがあり、演習授業では④持続可能性が一定程度確保されていたと考えられる。しかし、①主体的な学びや②対話的な学びについては、不十分であったと言わざるを得ない。単に班ごとの

活動にするとといった表面的な環境設定だけで①や②の条件をみたせるわけではないということである。前にも述べたように、必ずしも生徒が作成した類題を解く必要はなく、類題作成自体の数学的意義を前面に打ち出した授業を構想することが、より「望ましい演習授業」に近づくのではないかと考えさせられる実践であった。数学的内容に富んだ課題を協働的に取り組むほうが、高い演習効果を挙げる可能性を感じている。このことは、これまでに本校数学科が実践してきた「多様な解法<sup>2)</sup>」にも通じるところがある。今後は「類題を作成することが深い理解につながる問題」を探究していこうと考えている。また、そのことと持続可能性をどのように担保していくかも課題としたい。

### 参考文献

- 1) 学習指導要領（平成30年3月公示）文部科学省
- 2) 高校教育研究, 65号 53-58