

# 博士論文

拡張 Scotogenic 模型における  
暗黒物質の現象論と Leptogenesis

金沢大学大学院自然科学研究科  
数物科学専攻

学籍番号 1924012002

氏名 橋本剛

主任指導教員 末松大二郎

提出年月 2022年1月

# 目次

第 1 章	導入	3
第 2 章	ニュートリノの質量	5
2.1	標準模型と電弱対称性の自発的破れ	5
2.2	ニュートリノ振動	7
2.3	Pontecorvo-牧-中川-坂田行列	8
2.4	Lepton flavor の破れ	9
2.5	Seesaw 機構	11
第 3 章	暗黒物質	14
3.1	初期宇宙の熱力学	14
3.2	一様等方宇宙での Boltzmann 方程式	15
3.3	冷たい暗黒物質に対する Boltzmann 方程式の近似解	17
3.4	共対消滅を含む暗黒物質の Boltzmann 方程式	17
第 4 章	Baryon 数非対称性	19
4.1	Baryon 数非対称性	19
4.2	Sakharov の 3 条件	19
4.3	スファレロン過程	20
第 5 章	Scotogenic 模型	24
5.1	Scotogenic 模型	24
5.2	Inert doublet 暗黒物質	31
第 6 章	拡張 scotogenic 模型	38
6.1	模型	38
6.2	Inflation	40
6.3	Leptogenesis	44
6.4	Inert doublet 暗黒物質	47
6.5	暗黒物質の現象論	49
第 7 章	まとめ	58

付録 A	Inflation	59
A.1	Slow-roll inflation . . . . .	59
A.2	$s$ -inflation . . . . .	60
A.3	再加熱 . . . . .	64
付録 B	実 singlet scalar $S$ と gauge boson の有効相互作用	65
付録 C	暗黒物質の捕獲率	67
謝辞		70
参考文献		71

# 第 1 章

## 導入

素粒子標準模型は電弱 scale までの物理をよく記述することができる。一方で, 小さなニュートリノの質量 [1–8], 暗黒物質の存在 [9–11], 宇宙の baryon 数非対称性 [12–14] など標準模型では説明することのできない実験・観測結果が存在する。これらの問題を説明するため様々な標準模型の拡張が考えられており, その中でニュートリノの質量と暗黒物質を同時に説明することのできる最小の模型の 1 つとして scotogenic 模型 [15] がある。この模型では, 標準模型に inert doublet scalar と右巻きニュートリノが新たに導入される。これらの新しい粒子は  $Z_2$  対称性の下で奇パリティをもち, 標準模型のすべての粒子は偶パリティをもつ。このようにして導入された TeV-scale の新粒子によって微小なニュートリノの質量を 1-ループレベルで生成することができ, 電氣的に中性でかつ  $Z_2$  対称性の下で奇パリティをもつ粒子のうち最も軽い粒子が暗黒物質の候補となる。また scotogenic 模型と様々な拡張 scotogenic 模型において leptogenesis [16] によって baryon 数非対称性を説明するなど様々な現象論的問題が研究されている [17–32]。

本論文では, inflation の観点からこの scotogenic 模型の拡張を考える。宇宙マイクロ波背景放射 (CMB: Cosmic Microwave Background) の観測結果から, ビッグバンの前に宇宙の指数関数的な膨張があったことが示唆されている [33–36]。CMB の観測から inflation を説明する模型に対して制限が付けられ, これまでに提案された多くの模型が棄却されている。その中で, Higgs inflation は現在でも CMB の観測と矛盾しない有力な模型の 1 つである [37, 38]。この模型では Higgs doublet が非最小結合と呼ばれる Ricci scalar との結合をもち, かつこの非最小結合が大きな値をもつ場合には場の値が大きな領域で Higgs potential が十分に平坦になるという特徴により inflation を実現している。本論文では右巻きニュートリノの質量起源を説明するために新たに導入した実 singlet scalar が Ricci scalar と非最小結合をもち, inflaton として宇宙初期の inflation を引き起こす場合を考える。このような実 singlet scalar が非最小結合をもち inflaton として振る舞う模型は別の文脈で  $s$ -inflation と呼ばれ研究がなされている [39–41]。この  $s$ -inflation では Higgs inflation をはじめとする多くの模型に現れるユニタリティ問題が回避できる可能性が示唆されている [42–46]。本論文で考えるこの拡張模型の重要な点として, inflaton が inflation と右巻きニュートリノの質量起源を説明するだけでなく暗黒物質の現象論や leptogenesis に影響を与える可能性がある。

銀河の回転曲線, CMB の揺らぎ, 弾丸銀河団などの観測から宇宙には暗黒物質と呼ばれる未知の物質が存在すると考えられている [10, 11]。標準模型にはこの暗黒物質の候補となる粒子が存在しないため, 暗黒物質はニュートリノの質量と同様に標準模型を超える物理の存在を示している。暗黒物質を発

見するためにこれまで直接探索実験, 間接探索実験, 加速器実験など様々な方法で探索がなされてきた。しかし, 現在も CMB などの宇宙論的な観測以外で暗黒物質の兆候を示す結果は得られていない。その中の 1 つである暗黒物質の直接探索実験によって, 現在暗黒物質と核子の間の散乱断面積には厳しい制限が課せられている [47]。熱的に生成された暗黒物質が脱結合することで現在の宇宙に存在する暗黒物質の残存量になったとすると, その散乱断面積は直接探索実験で得られる制限よりも大きくなる傾向がある。多くの暗黒物質の存在を説明するモデルでは暗黒物質と核子の散乱が暗黒物質の対消滅過程に直接関係するため, そのようなモデルは厳しい制限を受けることになる。一方で, 暗黒物質と核子の散乱を引き起こす相互作用と暗黒物質の対消滅との間に直接的な関係がないモデルであれば, この制限を逃れ様々な新しい現象が期待される。

このような暗黒物質の候補として, 本研究ではこの拡張モデルにおける inert doublet が暗黒物質を含む場合を考える。暗黒物質の質量がおおよそ 600 GeV よりも大きいような領域では, inert doublet の成分が共対消滅することで観測されている暗黒物質の残存量を説明できることが知られている [48–50]。Inert doublet 暗黒物質に対する暗黒物質の直接探索実験からの制限として Higgs boson を介した核子との散乱に対するものがあるが, 共対消滅によって暗黒物質の残存量が決定される場合この直接探索実験の制限から逃れることができる。これによって様々な制限と矛盾することなく暗黒物質の有望な候補となる。本研究で考えるモデルでは, 暗黒物質に対して新たにいくつかの特徴が現れる。まず, 特定の条件を満たす場合には実 singlet scalar の存在によって inert doublet 暗黒物質の自己相互作用が十分に大きくなる可能性がある。このような場合, 暗黒物質同士の散乱が増大することで太陽中における暗黒物質の捕獲率に影響を与える可能性がある。したがって, 本モデルにおける暗黒物質の現象論に重要な影響を与えることが予想される。またニュートリノの質量がとても小さいことから inert doublet の中性成分間の質量が縮退していることが考えられ, その場合非弾性散乱が起りやすくなる。これらを考慮して, 暗黒物質の消滅によって生じる高エネルギーニュートリノや単色ガンマ線に焦点を当てて, inert doublet 暗黒物質の現象論について議論する [51–54]。

以降の本論文の構成は次のようになっている。まず第 2 章で標準モデルについて触れたのち, ニュートリノの質量と代表的なニュートリノ質量生成モデルやその特徴について説明する。第 3 章では本研究に必要な宇宙論の知識と暗黒物質やその次の章で議論する leptogenesis に用いる Boltzmann 方程式についてまとめ, 暗黒物質の残存量を計算する近似式を与える。第 4 章では宇宙の baryon 数非対称性と leptogenesis で重要となるスファレロン過程について述べる。第 5 章では scotogenic モデルによってニュートリノの質量, 暗黒物質, 宇宙の baryon 数非対称性をどのように説明できるかについて, 主に inert doublet が暗黒物質である場合に着目して述べる\*1。第 6 章が本論文の主要な結果についてである。本研究で考えた拡張 scotogenic モデルを簡単に説明した後, inflation 及び低い再加熱温度下での leptogenesis について議論する。このモデルにおける inert doublet 暗黒物質のいくつかの特徴を議論し, 暗黒物質の残存量と直接探索実験から得られる制限を組み合わせ許される parameter 領域を評価する。最後に, 本モデルにおける太陽中に捕獲される暗黒物質の捕獲率の変化を考慮して, 予想される太陽からの高エネルギーニュートリノと銀河中心や矮小楕円体銀河からの高エネルギーガンマ線について計算する。最後の章はまとめである。

---

\*1 第 2 章から第 5 章がレビューである。

## 第2章

# ニュートリノの質量

素粒子標準模型は素粒子とその間に働く力のうち重力を除く基本的な力である強い力, 弱い力, 電磁気力の3つの力を記述することのできる模型である. 標準模型は  $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$  の gauge 対称性によって記述され, 現在の電弱 scale までの実験事実をよく説明している. 一方で, ニュートリノ質量の存在を始めとして標準模型では説明することのできない問題も残っている. 本章では標準模型について簡単に述べた後, ニュートリノの質量とその生成機構についてまとめる.

### 2.1. 標準模型と電弱対称性の自発的破れ

標準模型に含まれる fermion と boson を表 2.1 にまとめる. 標準模型の Lagrangian は

$$\mathcal{L}_{\text{SM}} = \mathcal{L}_{\text{Fermion}} + \mathcal{L}_{\text{Gauge}} + \mathcal{L}_{\text{Higgs}} + \mathcal{L}_{\text{Yukawa}}$$

に分けて書くことができる. これらの Lagrangian はそれぞれ

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\text{Higgs}} &= (D_\mu \phi)^\dagger D^\mu \phi - V(\phi), \quad V(\phi) = m_\phi^2 \phi^\dagger \phi + \lambda(\phi^\dagger \phi)^2, \\ \mathcal{L}_{\text{Gauge}} &= -\frac{1}{4} \sum_{a=1}^8 G_{\mu\nu}^a G^{a\mu\nu} - \frac{1}{4} \sum_{a=1}^3 W_{\mu\nu}^a W^{a\mu\nu} - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu}, \\ \mathcal{L}_{\text{Fermion}} &= \sum_{\psi=\text{fermion}} \bar{\psi} i \gamma^\mu D_\mu \psi, \\ \mathcal{L}_{\text{Yukawa}} &= \sum_{i,j=1}^3 \left( Y_{ij}^u \bar{Q}_i \tilde{\phi} u_{Rj} + Y_{ij}^d \bar{Q}_i \phi d_{Rj} + Y_{ij}^\ell \bar{L}_i \phi \ell_{Rj} + \text{h.c.} \right)\end{aligned}$$

で与えられる.  $D_\mu$  は共変微分であり,  $SU(3)_C$ ,  $SU(2)_L$ ,  $U(1)_Y$  の gauge boson をそれぞれ  $G_\mu^a$  ( $a = 1-8$ ),  $W_\mu^a$  ( $a = 1, 2, 3$ ),  $B_\mu$  としたとき

$$D_\mu \equiv \partial_\mu - ig_S \sum_{a=1}^8 G_\mu^a \frac{\lambda_a}{2} \delta_S - ig \sum_{a=1}^3 W_\mu^a \frac{\sigma_a}{2} \delta_L - ig' A_\mu Y$$

である.  $g_S, g, g'$  はそれぞれ  $SU(3)_C, SU(2)_L, U(1)_Y$  の gauge 結合定数であり,  $Y$  は hypercharge,  $\delta_{S,L}$  は fermion もしくは scalar に対してそれぞれ  $SU(3)_C$  triplet,  $SU(2)_L$  doublet ならば 1, singlet ならば 0 である. また  $\lambda_a, \sigma_a$  はそれぞれ Gellman 行列, Pauli 行列である.  $V_{\mu\nu}$  ( $V = G, W, B$ ) は

	SU(3) <sub>C</sub>	SU(2) <sub>L</sub>	U(1) <sub>Y</sub>	spin
$Q_i = \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} c_L \\ s_L \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} t_L \\ b_L \end{pmatrix}$	<b>3</b>	<b>2</b>	1/6	1/2
$u_{Ri} = u_R, c_R, t_R$	<b>3</b>	<b>1</b>	2/3	1/2
$d_{Ri} = d_R, s_R, b_R$	<b>3</b>	<b>1</b>	- 1/3	1/2
$L_i = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e_L \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu_L \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau_L \end{pmatrix}$	<b>1</b>	<b>2</b>	- 1/2	1/2
$\ell_{Ri} = e_R, \mu_R, \tau_R$	<b>1</b>	<b>1</b>	1	1/2
$\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}$	<b>1</b>	<b>2</b>	1/2	0

表 2.1 標準模型における fermion と boson.  $i = 1, 2, 3$  は世代数である.

gauge boson に対する場の強さであり, また  $\tilde{\phi} \equiv i\sigma_2\phi^*$  で定義されている. Lagrangian の実性から, 湯川行列  $Y^{u,d,\ell}$  以外の parameter は実数である.

Higgs doublet が真空期待値をもち  $\langle\phi^\dagger\phi\rangle = -m_\phi^2/(2\lambda_1)$  となることで電弱対称性が自発的に破れる. SU(2)<sub>L</sub> × U(1)<sub>Y</sub> 対称性から一般性を失うことなく Higgs doublet の真空期待値を中性成分の実部にもたせて  $\langle 0|\phi|0\rangle = (0, \langle\phi^0\rangle)^T$ ,  $\langle\phi^0\rangle \equiv \sqrt{\langle\phi^\dagger\phi\rangle}$  とすることができる. 以降では簡単のために  $\langle\phi\rangle \equiv \langle\phi^0\rangle$  と書くことにする. このようにして Higgs doublet が真空期待値をもつことで対称性が SU(2)<sub>L</sub> × U(1)<sub>Y</sub> → U(1)<sub>EM</sub> に自発的に破れる. これに伴ってニュートリノ以外の fermion と 3 つの gauge boson が質量を獲得する. また SU(2)<sub>L</sub> × U(1)<sub>Y</sub> 対称性に伴う 4 つの gauge boson のうち 1 つは質量が 0 となり, これが光子となる. Higgs doublet の 4 つの自由度のうち 3 つは gauge boson に喰われるため, Higgs doublet の物理的な自由度は 1 つだけである. この自由度を見やすくするために unitary gauge を考えると, Higgs doublet は

$$\phi = (0, \langle\phi\rangle + h/2)^T$$

と真空期待値  $\langle\phi\rangle$  とその周りの揺らぎである  $h$  を用いて書くことができる. ここで  $h$  は Higgs boson と呼ばれる. Higgs boson の質量は測定されており,  $m_h \simeq 125 \text{ GeV}$  [55] であることが分かっている.

Gauge boson の質量項は Higgs doublet の共変微分を通して生じる. Higgs doublet の共変微分を unitary gauge で展開すると

$$\begin{aligned} (D_\mu\phi)^\dagger D^\mu\phi &= \frac{1}{2}\partial_\mu h\partial^\mu h \\ &+ \frac{1}{8}[g^2(W_\mu^1W^{1\mu} + W_\mu^2W^{2\mu}) + (gW_\mu^3 - g'B_\mu)(gW^{3\mu} - g'B^\mu)](h^2 + 2\sqrt{2}\langle\phi\rangle h) \\ &+ \frac{g^2\langle\phi\rangle^2}{4}g^2(W_\mu^1W^{1\mu} + W_\mu^2W^{2\mu}) + \frac{\langle\phi\rangle^2}{4}(gW_\mu^3 - g'B_\mu)(gW^{3\mu} - g'B^\mu) \end{aligned}$$

となり, 最後の行が gauge boson の質量項に対応している.  $W_\mu^3$  と  $B_\mu$  については混合があるため

$$(W_\mu^3, B_\mu) \begin{pmatrix} g^2 & -gg' \\ -gg' & g'^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W^{3\mu} \\ B^\mu \end{pmatrix} = (Z_\mu, A_\mu) \begin{pmatrix} g^2 + g'^2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z^\mu \\ A^\mu \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix} \equiv \frac{1}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \begin{pmatrix} gW_\mu^3 - g'B_\mu \\ g'W_\mu^3 + gB_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta_W W_\mu^3 - \sin\theta_W B_\mu \\ \sin\theta_W W_\mu^3 + \cos\theta_W B_\mu \end{pmatrix}$$

と対角化して質量固有状態にする。ここで  $\theta_W$  は Weinberg 角と呼ばれ

$$\cos\theta_W \equiv \frac{g}{\sqrt{g^2 + g'^2}}, \quad \sin\theta_W \equiv \frac{g'}{\sqrt{g^2 + g'^2}}$$

である。また観測値は  $\sin^2\theta_W \simeq 0.23$  となっている [55]。  $W_\mu^1$  と  $W_\mu^2$  は質量固有状態ではあるが電磁相互作用の下での固有状態にはなっていないため、

$$W_\mu^\pm \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 \mp iW_\mu^2)$$

と電荷の定義できる状態に線形結合を取り直す。これによって  $W$ -boson  $W^\pm$  と  $Z$ -boson  $Z^0$  の質量はそれぞれ

$$m_W^2 \equiv \frac{g^2 \langle \phi \rangle^2}{2}, \quad m_Z^2 = \frac{(g^2 + g'^2) \langle \phi \rangle^2}{2} = \frac{m_W^2}{\cos^2\theta_W}$$

となり光子  $A_\mu$  の質量は 0 となる。Fermion についても同様に Higgs doublet の真空期待値から質量が与えられ、湯川結合  $y_f$  に対して  $m_f = y_f \langle \phi \rangle$  となる。このようにして、グルーオン、光子、ニュートリノ以外の粒子は質量を獲得する。標準模型ではニュートリノの質量は厳密に 0 であるが、次に見るようにニュートリノには質量があると考えられており、何らかの形で標準模型を拡張する必要がある。

## 2.2. ニュートリノ振動

標準模型の枠内では左巻きニュートリノのみが存在し右巻きニュートリノは存在しないため、ニュートリノは Dirac 質量をもつことができない。またニュートリノは中性であるため Majorana 粒子である可能性があるが、ニュートリノの Majorana 質量は lepton 数を破る。このような寄与は標準模型内には存在しないため、ニュートリノは標準模型では質量をもつことができない。しかし、ニュートリノ振動によってニュートリノが非常に小さな質量をもつことが分かっている。エネルギー  $E$  をもつニュートリノが距離  $L$  を飛ぶ間にニュートリノ振動により生じる遷移確立  $P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta)$  は

$$\begin{aligned} P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) &= \delta_{\alpha\beta} - 4 \sum_{i>j} \text{Re}(U_{\alpha i} U_{\beta i}^* U_{\alpha j}^* U_{\beta j}) \sin^2 \left( \frac{\Delta m_{ij}^2 L}{4E} \right) \\ &\quad + 2 \sum_{i>j} \text{Im}(U_{\alpha i} U_{\beta i}^* U_{\alpha j}^* U_{\beta j}) \sin^2 \left( \frac{\Delta m_{ij}^2 L}{2E} \right) \end{aligned}$$

で与えられる。ここで  $U_{\alpha i}$  は次節で議論する弱固有状態と質量固有状態を繋ぐ unitary 行列である。また  $\Delta m_{ij}^2$  はニュートリノの質量固有値  $m_i$  を用いて  $\Delta m_{ij}^2 \equiv m_i^2 - m_j^2$  で定義されている。この式から明らかなように、もしニュートリノの質量が 0 もしくは全ての質量が等しければ  $P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) = \delta_{\alpha\beta}$  となりニュートリノ振動は生じない。つまりニュートリノ振動が生じるということはニュートリノがそれぞれ異なる質量をもっていることを意味している。観測されているニュートリノの質量 2 乗差は

$$\Delta m_{21}^2 = m_2^2 - m_1^2 \simeq 7.4 \times 10^{-5} \text{ eV}^2, \quad |\Delta m_{31}^2| = |m_3^2 - m_1^2| \simeq 2.5 \times 10^{-3} \text{ eV}^2$$

となっている [56].  $\Delta m_{21}^2$  については符号が分かっているが,  $\Delta m_{31}^2$  については絶対値のみしか分かっていない. したがって, ニュートリノの質量階層としては大まかには

- (i)  $m_1 < m_2 \ll m_3$  順質量階層 (NH: Normal Hierarchy)
- (ii)  $m_3 \ll m_1 < m_2$  逆質量階層 (IH: Inverted Hierarchy)

の 2 通りが考えられる.

## 2.3. Pontecorvo-牧-中川-坂田行列

ニュートリノが質量をもたない場合, 荷電 lepton の湯川行列を対角化した時にそれを打ち消すように適当な unitary 変換を施すことで weak boson との結合を対角な形にすることができる. したがって, ニュートリノの質量が 0 の場合 Cabbibo-小林-益川 (CKM: Cabbibo-Kobayashi-Maskawa) 行列に対応する lepton sector の行列は物理的ではない. 一方で, ニュートリノが質量をもっている場合には質量固有状態にするためには自由に unitary 行列をかけることができないので, 一般には CKM 行列に対応する行列が lepton sector でも生じる. この行列は Pontecorvo-牧-中川-坂田 (PMNS: Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata) 行列と呼ばれる. ニュートリノを質量固有状態にすることを考えなければ荷電 lepton の湯川行列を対角化した後に weak boson との結合が対角的になるようにニュートリノの基底を取り直すことができるので, 一般性を失わずに荷電 lepton の湯川行列が対角化された基底から議論を始めることができる. この場合 PMNS 行列はニュートリノの混合行列となる.

ニュートリノが Dirac 粒子である場合 PMNS 行列の自由度は CKM 行列と同じであり, 2 つの混合角と 1 つの CP 位相がある. ニュートリノが Majorana 粒子である場合には質量を実非負にするために位相を決める必要があるので, ニュートリノが 3 世代とも質量をもっていた場合全体の位相をくり出して場の再定義を行っても 2 つの位相が残る. これは Majorana 位相と呼ばれる. この Majorana 位相はニュートリノ振動には寄与しない. PMNS 行列の表記としては以下のものがよく用いられており,

$$\begin{aligned}
 U_{\text{PMNS}} &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_{23} & \sin \theta_{23} \\ 0 & -\sin \theta_{23} & \cos \theta_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta_{13} & 0 & \sin \theta_{13} e^{-i\delta} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta_{13} e^{i\delta} & 0 & \cos \theta_{13} \end{pmatrix} \\
 &\times \begin{pmatrix} \cos \theta_{12} & \sin \theta_{12} & 0 \\ -\sin \theta_{12} & \cos \theta_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\alpha_2/2} & 0 \\ 0 & 0 & e^{i\alpha_3/2} \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{-i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{-i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{-i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{-i\delta} & c_{23}s_{13} \end{pmatrix} \text{diag}(1, e^{i\alpha_2}, e^{i\alpha_3})
 \end{aligned}$$

となる. ここで  $c_{ij} \equiv \cos \theta_{ij}$ ,  $s_{ij} \equiv \sin \theta_{ij}$  という記法を用いた. ニュートリノが Dirac 粒子の場合は Majorana 位相は物理的な自由度ではないので  $\alpha_2 = \alpha_3 = 0$  とすればよい. ニュートリノ振動の観測結果から Majorana 位相以外は

$$\begin{aligned}
 \text{(NH)} \quad & \sin^2 \theta_{12} = 0.31_{-0.012}^{+0.013}, \quad \sin^2 \theta_{23} = 0.563_{-0.024}^{+0.018}, \quad \sin^2 \theta_{13} = 0.02237_{-0.00065}^{+0.00066}, \\
 & \delta = 221_{-28}^{+39} \text{°}, \\
 \text{(IH)} \quad & \sin^2 \theta_{12} = 0.310_{-0.012}^{+0.013}, \quad \sin^2 \theta_{23} = 0.565_{-0.022}^{+0.017}, \quad \sin^2 \theta_{13} = 0.0259_{-0.00065}^{+0.00065},
 \end{aligned}$$

$$\delta = 282_{-25}^{+23\circ}$$

と測定されている [56]. この結果から PMNS 行列の各成分の大きさは近似的に tri-bimaximal 混合と呼ばれる以下の行列

$$U_{\text{PMNS}} \approx U_{\text{TB}} = \begin{pmatrix} \sqrt{2/3} & \sqrt{1/3} & 0 \\ \sqrt{1/6} & \sqrt{1/3} & \sqrt{1/2} \\ \sqrt{1/6} & \sqrt{1/3} & \sqrt{1/2} \end{pmatrix}$$

に等くなる.  $\sin^2 \theta_{13}$  が有限の値をもつため正確ではないが, tri-bimaximal 混合を仮定することで模型における様々な現象を第 0 近似として見積もることができる.

## 2.4. Lepton flavor の破れ

標準模型ではニュートリノが質量をもたないため lepton flavor が厳密に保存している\*1. 一方でニュートリノ振動からニュートリノは質量をもつことが分かっているため, 一般には弱固有状態と質量固有状態は異なる. これによって, 上述した PMNS 行列を通して flavor 間の混合が存在し lepton flavor の破れが生じると考えられる. 実際ニュートリノの質量を説明する様々な模型では lepton flavor の破れを予言し, 将来的に検証可能であると期待されている. ここでは新粒子は導入せずニュートリノが質量をもつ場合を考えて, lepton flavor の破れの中でも代表的な過程である重たい荷電 lepton  $l_\alpha$  が光子  $\gamma$  を放出してより軽い荷電 lepton  $l_\beta$  に崩壊する  $l_\alpha \rightarrow l_\beta \gamma$  について議論する.

$l_\alpha \rightarrow l_\beta \gamma$  の過程が運動学的に許されるためには  $\alpha > \beta$  である必要があるため,  $\mu \rightarrow e \gamma$ ,  $\tau \rightarrow e \gamma$ ,  $\tau \rightarrow \mu \gamma$  の 3 種類の過程が存在する. 始状態の運動量を  $p$ , ループ運動量を  $k$  とすると不変散乱振幅は

$$\sum_{i=1}^3 \frac{U_{\alpha i}^* U_{\beta i}}{(p+k)^2 - m_i^2}$$

に比例する形となっているため, 上で述べたように  $m_i^2 = 0$  もしくはすべての質量が縮退している場合にはこれは  $\delta_{\alpha\beta}$  に比例し lepton flavor の破れは存在しない. この計算は 1 粒子既約なダイアグラムのみを考えると発散が生じるが, 同じ摂動の次数として 1 粒子可約なダイアグラムがありこれらの和を計算すると

$$i\mathcal{M}(l_\alpha \rightarrow l_\beta \gamma) = \frac{ieg^2 m_\alpha}{128\pi^2 m_W^2} \sum_{i=1}^3 (U_{\text{PMNS}})_{\alpha i}^* (U_{\text{PMNS}})_{\beta i} \frac{m_i^2}{m_W^2} \bar{u}_\beta P_R [2(p \cdot \varepsilon) - m_\alpha (\varepsilon \cdot \gamma)] u_\alpha \quad (2.1)$$

となる. ただしここで荷電 lepton  $l_\alpha$  の質量を  $m_\alpha$  とし,  $m_\alpha^2 \gg m_\beta^2$  を用いた. また  $u_\alpha$ ,  $\varepsilon^\mu$  はそれぞれ  $l_\alpha$  の spinor と光子の偏光 vector である. したがって, 1 粒子可約ではないダイアグラムまで考慮して正しく摂動計算を行うと発散が相殺し有限な結果が得られる. またこの不変散乱振幅の形から,  $m_\beta \rightarrow 0$  の近似では  $2(p \cdot \varepsilon)$  を含む項と  $-m_\alpha \not{\gamma}$  を含む項の係数が等しくなる.

これは gauge 対称性とくりこみ可能性から理解することができる. まず荷電 lepton の共変微分からくる光子との結合に対応する演算子は flavor に対して対角的であり全ての成分は等しいので, unitary

\*1 正確には質量をもっている場合でも全ての質量が縮退している場合は質量が 0 の場合と同様に lepton flavor の破れは存在しない.

変換の下で不変であり flavor を破らない<sup>\*2</sup>。したがって、 $\ell_\alpha \rightarrow \ell_\beta \gamma$  に対応する演算子として次に考えられるのは次元 5 の

$$\mathcal{O}_{\text{LFV}}^{(5)} = \bar{\ell}_\beta \sigma_{\mu\nu} \ell_\alpha F^{\mu\nu}, \quad \bar{\ell}_\beta \sigma_{\mu\nu} \gamma_5 \ell_\alpha F^{\mu\nu} \quad (\alpha, \beta = 1, 2, 3) \quad (2.2)$$

となる。ここで  $F_{\mu\nu}$  は光子の場の強さであり、 $\sigma_{\mu\nu} \equiv i[\gamma_\mu, \gamma_\nu]/2$  である。実際、より一般的な不変散乱振幅の形

$$i\mathcal{M}(\ell_\alpha \rightarrow \ell_\beta \gamma) = i\epsilon^\mu(q) \bar{u}_\beta(p-q) \Gamma_\mu u_\alpha(p)$$

からこの演算子を導くことができる。 $\Gamma^\mu$  は Lorentz 対称性から

$$\begin{aligned} \Gamma_\mu = & \gamma_\mu (A_L P_L + A_R P_R) + q_\mu (B_L P_L + B_R P_R) + p_\mu (B'_L P_L + B'_R P_R) \\ & + i\sigma_{\mu\nu} q^\nu (C_L P_L + C_R P_R) + i\sigma_{\mu\nu} p^\nu (C'_L P_L + C'_R P_R) \end{aligned}$$

となる。Gordon 分解と Ward-高橋恒等式及び on-shell の光子の偏光 vector が  $\epsilon(q) \cdot q = 0$  を満たすことから  $B_{L,R}$  は不変散乱振幅に寄与しないため、最終的に

$$\Gamma_\mu = i\sigma_{\mu\nu} q^\nu (C_L P_L + C_R P_R)$$

となる。これはまさに (2.2) の演算子からくる寄与になっている。この演算子は次元 5 の演算子であるためくりこみ可能性からダイアグラム間で発散が相殺している必要があり、上で見たように有限の結果が得られる。

さらに Gordon 分解を逆に用いると

$$i\mathcal{M}(\ell_\alpha \rightarrow \ell_\beta \gamma) = i\epsilon^\mu \bar{u}_\beta (C_L P_L + C_R P_R) [2(p \cdot \epsilon) - m_\alpha (\epsilon \cdot \gamma)] u_\alpha$$

となる。したがって  $m_\alpha^2 \gg m_\beta^2$  という近似を用いた結果、(2.1) から  $C_L = 0$  となっている。この振る舞いは相互作用の形に依存するが、今回計算を行った標準模型粒子のみが寄与する過程や、第 5 章で議論する scotogenic 模型のような内線に右巻き fermion が飛ぶ過程においては、相互作用の形から同様に  $C_L = 0$  となる。したがって、この条件を満たす場合には lepton flavor の破れ  $\ell_\alpha \rightarrow \ell_\beta \gamma$  を計算する際には  $C_R$  のみを求めることができれば十分である。また  $C_R$  を求めるためには 1 粒子既約なダイアグラムの有限項  $p \cdot \epsilon$  のみに着目して  $2(p \cdot \epsilon)$  の係数を求めればよいことになる<sup>\*3</sup>。

ニュートリノが質量をもつこと以外標準模型の枠組みで計算をした結果、lepton flavor の破れはニュートリノ質量に比例する形となり、例えば  $\mu \rightarrow e \gamma$  について  $\text{Br}(\mu \rightarrow e \gamma) \lesssim 10^{-54}$  となり検証することが困難である。一方で、ニュートリノの質量を説明するための新しい寄与が lepton flavor の破れに寄与する場合、模型によっては将来的に検証できる可能性がある。

<sup>\*2</sup> 本論文では荷電 lepton の湯川行列は対角化されている基底から始めて議論しているが、このように unitary 変換で不変であるため gauge 相互作用が対角的である弱固有状態から質量固有状態に移っても光子や Z-boson との結合は flavor を変えない。

<sup>\*3</sup>  $-m_\alpha (\epsilon \cdot \gamma)$  と  $2(p \cdot \epsilon)$  の係数は同じであるが、 $m_\alpha (\epsilon \cdot \gamma)$  の係数を求めようとすると上で計算したように 1 粒子可約なダイアグラムによる寄与があるため、有限部分のみに着目しても 1 粒子可約なダイアグラムを考慮する必要が出てくる。

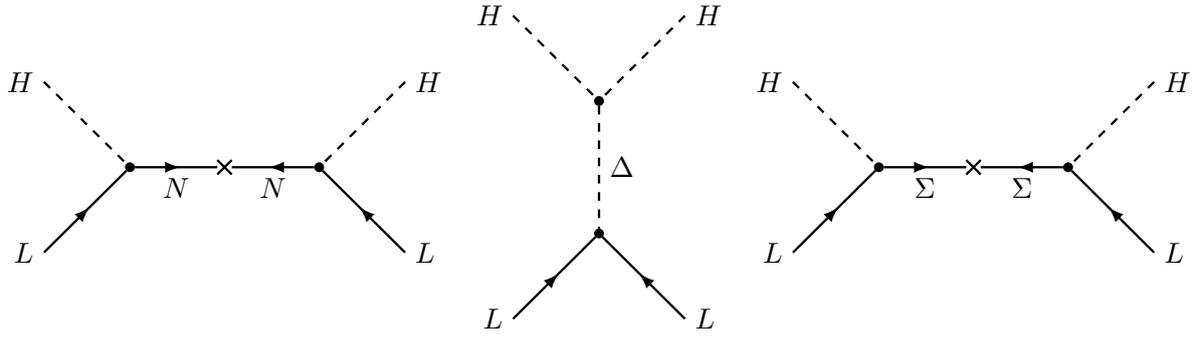


図 2.1 左から (a) Type-I seesaw 模型 (b) Type-II seesaw 模型 (c) Type-III seesaw 模型における Weinberg 演算子に対応するダイアグラム.

## 2.5. Seesaw 機構

ニュートリノに質量を与える最も簡単な拡張は、標準模型の他の fermion 同様ニュートリノにも右巻きニュートリノ  $N$  が存在し、Higgs doublet との湯川結合を通して質量を獲得するものである。Flavor の添え字を無視すると湯川結合は

$$y_\nu \bar{L} \tilde{\phi} N + \text{h.c.},$$

で与えられる。したがってニュートリノの Dirac 質量行列は  $\mathcal{M}_\nu = y_\nu \langle \phi \rangle$  となる。ニュートリノ質量の典型的な scale は  $\mathcal{O}(0.1 \text{ eV})$  以下なので、このようにしてニュートリノに質量が与えられる場合  $y_\nu < 10^{-12}$  という微小な値が要求される。この値は標準模型で最も小さい湯川結合である電子の湯川結合より更に 6 桁以上小さい。理論的にはこのような微調整は許されるが、もう一つの可能性として標準模型の他の fermion とは異なる形でニュートリノは質量を得ているということが考えられる。

ニュートリノは  $U(1)_{\text{EM}}$  の下で中性であるため、粒子と反粒子が同一の Majorana 粒子である可能性がある。ニュートリノが Majorana 粒子である場合に重要となるのが Weinberg 演算子 [57] である。Weinberg 演算子とはニュートリノの Majorana 質量を実現する最小の演算子であり、

$$\mathcal{O}_{\text{Weinberg}} = \bar{L}^c \phi \tilde{\phi}^\dagger L$$

で与えられる。この演算子は lepton 数を  $|\Delta L| = 2$  破っているため、標準模型では生じない。またこの演算子は次元 5 の演算子であるため、Lagrangian ではこの演算子に質量次元をもった  $\Lambda$  が  $1/\Lambda$  という形にかかる。したがって、標準模型の拡張として lepton 数の破れを含み、かつ新物理の scale  $\Lambda$  が十分大きければ自然にニュートリノの質量を小さくすることができる。

そのような Weinberg 演算子を実現しニュートリノに小さな質量を与える機構として seesaw 機構がある [58–60]。Seesaw 機構には type-I, type-II, type-III がありそれぞれ singlet fermion  $N$ , scalar triplet  $\Delta$ , triplet fermion  $\Sigma$  が新たに導入される。それぞれの模型における Weinberg 演算子を実現するダイアグラムを図 2.1 に示す。生成されるニュートリノ質量の形についてはどの機構も同じであり、標準模型の lepton doublet, Higgs doublet と lepton 数を破る形で結合し、重たい新粒子を積分することで Weinberg 演算子を実現される。

ここでは type-I seesaw 模型を考える。この模型では、標準模型に Majorana 質量をもつ右巻きニュートリノを導入する\*4。Weinberg 演算子に関連する Lagrangian は

$$-\mathcal{L}_{\text{type-I}} = \mathcal{L}_{\text{Majorana}}^{\text{type-I}} + \mathcal{L}_{\text{Yukawa}}^{\text{type-I}}$$

で与えられる。ここで  $\mathcal{L}_{\text{Majorana}}^{\text{type-I}}$ ,  $\mathcal{L}_{\text{Yukawa}}^{\text{type-I}}$  はそれぞれ右巻きニュートリノの Majorana 質量項と湯川相互作用項である。荷電共役変換を  $\gamma$  行列を用いて  $N^c \equiv C\bar{N}^T$  ( $C \equiv i\gamma^2\gamma^0$ ) と定義すると、任意の fermion  $\psi$ ,  $\chi$  について  $\bar{\psi}\chi^c = \bar{\chi}\psi^c$  が成り立つ。よって右巻きニュートリノに対する一般の非対角な Majorana 質量項は

$$\tilde{M}_{ij}\bar{N}_i^c N_j + \text{h.c.} = \frac{\tilde{M}_{ij} + \tilde{M}_{ji}}{2}\bar{N}_i^c N_j + \text{h.c.} = M_{ij}^0\bar{N}_i^c N_j + \text{h.c.}$$

のように複素対称行列  $M^0 \equiv (\tilde{M}_{ij} + \tilde{M}_{ji})/2$  を用いて書くことができる。さらに複素対称行列は unitary 行列で対角化可能であるため、unitary 行列  $U$  を用いて  $N \rightarrow UN$  と unitary 変換することで  $U^T M^0 U = \text{diag}(M_1, M_2, M_3)$  と対角成分が非負の行列に対角化することができる。またこの質量固有状態の右巻きニュートリノを質量の軽い順に  $N_1, N_2, N_3$  と再定義することができるため、一般性を失うことなく右巻きニュートリノの Majorana 質量項を

$$\mathcal{L}_{\text{Majorana}}^{\text{scoto}} = \sum_{i=1}^3 \frac{M_i}{2} (\bar{N}_i^c N_i + \bar{N}_i N_i^c), \quad 0 \leq M_1 \leq M_2 \leq M_3,$$

とすることができる。また湯川相互作用は

$$\mathcal{L}_{\text{Yukawa}}^{\text{scoto}} = \sum_{i,\alpha=1}^3 \left( y_{\alpha i} \bar{L}_\alpha \tilde{\phi} N_i + \text{h.c.} \right),$$

で与えられる。

よって電弱対称性が自発的に破れた後のニュートリノの質量行列は  $m_D \equiv y \langle \phi \rangle$  とすると

$$\frac{1}{2}(\bar{\nu}, \bar{N}^c) \begin{pmatrix} 0 & m_D \\ m_D^T & M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu^c \\ N \end{pmatrix},$$

となる。右巻きニュートリノの Majorana 質量が電弱 scale よりも十分に大きい場合、この行列を対角化することで標準模型ニュートリノの Majorana 質量は

$$m_\nu \simeq -m_D M^{-1} m_D^T$$

と求められる。これから、右巻きニュートリノが重たいほど標準模型ニュートリノの質量が軽くなるのが分かる。例えば 0.1 eV のニュートリノ質量を得るためには重たい Majorana 質量は  $M \sim 10^{14}$  GeV 程度となる。

Type-I seesaw 模型は Weinberg 演算子を実現する最も簡単な模型の 1 つである。この場合、Weinberg 演算子はツリーレベルで実現されたが、暗黒物質と関連して様々な離散対称性を課す拡張

\*4 標準模型ニュートリノの質量を説明するためには、少なくとも 2 つの標準模型ニュートリノが非 0 の質量をもつことから最小の右巻きニュートリノの世代数は 2 である。ここでは標準模型の fermion 同様 3 世代の右巻きニュートリノを導入して議論する。

模型が存在し、そのような模型では Weinberg 演算子はループレベルで実現される。このような輻射 seesaw 模型では、ツリーレベルではニュートリノ質量が 0 であるが、輻射補正によりニュートリノが質量を獲得する。このとき  $n$ -ループに対して  $1/(4\pi)^{2n}$  という因子が現れること及び摂動的に高次の寄与になることから、結合定数による抑制によって得られる質量が通常の seesaw 機構よりも小さくなる。言い換えると、より大きな湯川結合定数もしくはより軽い新粒子の質量でニュートリノの質量を再現することができる。またこのような模型では新しい scalar を導入することでループレベルでの質量生成を実現し、その際に scalar potential の結合定数が生成されるニュートリノの質量に関係してくる。この parameter を調整することで、より大きな湯川結合や軽い新粒子を考えることができ、lepton flavor の破れを始め様々な現象が予測される。また離散対称性を課するような模型においては、新粒子に中性粒子が存在すれば暗黒物質の候補となる。第 5 章では、そのような模型の中でも最小の模型の 1 つである scotogenic 模型について述べ、第 6 章では拡張 scotogenic 模型について議論する。

## 第 3 章

# 暗黒物質

宇宙には標準模型粒子以外にも暗黒物質と呼ばれる未知の物質が存在することがわかっている。暗黒物質のエネルギー密度は標準模型粒子からなる通常の物質の約 5 倍にもなっており、ニュートリノの質量と並んで標準模型では説明することのできない問題である。本章では暗黒物質の中でも特に以降で議論する Weakly Interacting Massive Particle (WIMP) について、暗黒物質の残存量を見積もるために必要な Boltzmann 方程式とその近似解を与える。

### 3.1. 初期宇宙の熱力学

初期宇宙においては宇宙は高温高密度であり、各成分は平衡状態になっていたと考えられる。平衡状態における温度  $T$ 、運動量  $\mathbf{p}$  の粒子についての分布関数は

$$f(\mathbf{p}) = \frac{1}{e^{(E(\mathbf{p})-\mu)/T} \pm 1},$$

となる。ここで  $E(\mathbf{p}) = \sqrt{\mathbf{p}^2 + m^2}$  は粒子のエネルギーである。また分母の  $\pm$  は fermion の場合  $+$ 、boson の場合  $-$  とする。粒子の内部自由度を  $g$  とすると、平衡状態における数密度  $n$ 、エネルギー密度  $\rho$ 、圧力  $p$  は分布関数の積分として

$$\begin{aligned} n &= \frac{g}{(2\pi)^3} \int f(\mathbf{p}) d^3 p, \\ \rho &= \frac{g}{(2\pi)^3} \int E f(\mathbf{p}) d^3 p, \\ p &= \frac{g}{(2\pi)^3} \int \frac{|\mathbf{p}|^2}{3E} f(\mathbf{p}) d^3 p \end{aligned}$$

で与えられる。非相対論的極限  $T \ll m$  において化学 potential が  $T \ll \mu$  を満たす場合は

$$\begin{aligned} n &\simeq g \left( \frac{mT}{2\pi} \right)^{3/2} e^{-(m-\mu)/T}, \\ \rho &\simeq nm + \frac{3}{2} nT, \\ p &\simeq nT, \end{aligned}$$

相対論的極限において化学 potential が無視できる場合は

$$n \simeq \frac{\zeta(3)}{\pi^2} g T^3 \times \begin{cases} 1 & \text{boson} \\ 3/4 & \text{fermion} \end{cases}$$

$$\rho \simeq \frac{\pi^2}{30} g T^4 \times \begin{cases} 1 & \text{boson} \\ 7/8 & \text{fermion} \end{cases}$$

$$p \simeq \frac{\rho}{3}$$

となる。ここで  $\zeta(z)$  は zeta 関数である。宇宙の放射優勢期における全エネルギー密度  $\rho$  は光子の温度を  $T$  とすると

$$\rho = \frac{\pi^2}{30} g_*(T) T^4$$

と表すことができる。ここで  $g_*(T)$  は有効自由度と呼ばれ、近似的に

$$g_* \simeq \sum_{A=\text{boson}} g_A \left( \frac{T_A}{T} \right)^4 + \frac{7}{8} \sum_{A=\text{fermion}} g_A \left( \frac{T_A}{T} \right)^4$$

で与えられる。ただし相対論的粒子についてのみ和を取っており、非相対論的粒子は寄与しない。相対論的粒子のエントロピーは

$$s = \frac{2\pi^2}{45} g_{*S} T^3$$

で表される。 $g_{*S}$  はエントロピーに関する有効自由度である。これも相対論的粒子の寄与のみを考えると近似的に

$$g_{*S} \simeq \sum_{A=\text{boson}} g_A \left( \frac{T_A}{T} \right)^3 + \frac{7}{8} \sum_{A=\text{fermion}} g_A \left( \frac{T_A}{T} \right)^3$$

となる。

放射優勢期においては Friedmann 方程式から Hubble parameter は

$$H = \sqrt{\frac{4\pi^3 g_*}{45} \frac{T^2}{m_P}}$$

と表すことができる。ただし  $m_P$  は Planck 質量である。

### 3.2. 一様等方宇宙での Boltzmann 方程式

初期宇宙において平衡状態にあった粒子は、宇宙が膨張し温度が下がると共に平衡状態から離脱する場合がある。そのような場合に、Boltzmann 方程式を解くことでこの過程を定量的に評価することができる。Boltzmann 方程式は

$$p^\mu \frac{\partial f}{\partial x^\mu} - \Gamma_{\nu\lambda}^\mu p^\nu p^\lambda = C[f]$$

で与えられる。ここで  $\Gamma_{\nu\lambda}^{\mu}$  は Christoffel 記号である。左辺は重力場の下で運動する粒子の分布関数の変化を表しており、右辺は衝突項と呼ばれ粒子の相互作用による寄与である。一様等方な宇宙を考えて分布関数を運動量で積分すると

$$\frac{dn}{dt} + 3Hn = 2 \int \frac{gd^3p}{(2\pi)^3 2E} C[f]$$

が得られる。左辺第 2 項は宇宙膨張によって数密度が小さくなることを表している。

右辺の衝突項としてある粒子  $a$  に着目し  $ab \cdots \leftrightarrow ij \cdots$  という反応を考えると、衝突項は

$$C[f] = -\frac{1}{2} \int \frac{g_b d^3 p_b}{(2\pi)^3 2E_b} \cdots \frac{g_i d^3 p_i}{(2\pi)^3 2E_i} \frac{g_j d^3 p_j}{(2\pi)^3 2E_j} \cdots \times (2\pi)^4 \delta^4(p_a + p_b + \cdots - p_i - p_j - \cdots) \\ \times [f_a f_b \cdots (1 \pm f_i)(1 \pm f_j) |\mathcal{M}_{ab \cdots \rightarrow ij \cdots}|^2 - f_i f_j \cdots (1 \pm f_a)(1 \pm f_b) |\mathcal{M}_{ij \cdots \rightarrow ab \cdots}|^2]$$

となる。ここで  $1 \pm f_i$  は boson に対しては  $+$ , fermion に対しては  $-$  である。T 対称性が存在する、もしくは CPT 定理から CP 対称性が存在する場合は  $|\mathcal{M}_{ab \cdots \rightarrow ij \cdots}|^2 = |\mathcal{M}_{ij \cdots \rightarrow ab \cdots}|^2$  となる。さらに粒子が希薄な極限においては  $1 + f \simeq 1$  となるので Boltzmann 方程式

$$\frac{dn_a}{dt} + 3Hn_a = - \int \frac{g_a d^3 p_a}{(2\pi)^3 2E_a} \frac{g_b d^3 p_b}{(2\pi)^3 2E_b} \cdots \frac{g_i d^3 p_i}{(2\pi)^3 2E_i} \frac{g_j d^3 p_j}{(2\pi)^3 2E_j} \cdots \\ \times (2\pi)^4 \delta^4(p_i + p_j - k_k - k_l - \cdots) |\mathcal{M}_{ab \cdots \rightarrow ij \cdots}|^2 (f_a f_b \cdots - f_i f_j \cdots)$$

が得られる。運動学的平衡が保たれている場合には  $f = f^{\text{eq}}(n/n^{\text{eq}})$  と平衡状態と同じ形を保つ。特に 2 体の  $\chi\bar{\chi} \leftrightarrow X\bar{X}$  を考え終状態の粒子が熱平衡分布になっているとすると Boltzmann 方程式は

$$\frac{dn_{\chi}}{dt} + 3Hn_{\chi} = - \langle \sigma_{\chi\bar{\chi} \rightarrow X\bar{X}} v \rangle (n_{\chi}^2 - n_{\chi}^{\text{eq}2})$$

となる。ただしここで  $n_{\chi} = n_{\bar{\chi}}$  とした。ここで熱平均化された散乱断面積は

$$\langle \sigma_{\chi\bar{\chi} \rightarrow X\bar{X}} v \rangle \equiv \frac{1}{n_{\chi}^{\text{eq}} n_{\bar{\chi}}^{\text{eq}}} \int \frac{g_{\chi} d^3 p_{\chi}}{(2\pi)^3 2E_{\chi}} \frac{g_{\bar{\chi}} d^3 p_{\bar{\chi}}}{(2\pi)^3 2E_{\bar{\chi}}} \frac{g_X d^3 p_X}{(2\pi)^3 2E_X} \frac{g_{\bar{X}} d^3 p_{\bar{X}}}{(2\pi)^3 2E_{\bar{X}}} \\ \times (2\pi)^4 \delta^4(p_{\chi} + p_{\bar{\chi}} - p_X - p_{\bar{X}} - \cdots) |\mathcal{M}_{\chi\bar{\chi} \rightarrow X\bar{X}}|^2 e^{-(E_{\chi} + E_{\bar{\chi}})/T}$$

で定義される。

エントロピー保存から  $sa^3$  が一定なので、 $Y \equiv n_{\chi}/s$  と変数変換すると便利である。放射優勢期における Hubble parameter

$$H = \sqrt{\frac{4\pi^3 g_*}{45} \frac{T^2}{m_P}} = \frac{1}{2t}$$

と  $x \equiv m/T$  を用いると Boltzmann 方程式は

$$\frac{dY}{dx} = -\frac{\langle \sigma v \rangle s}{xH} (Y^2 - Y_{\text{EQ}}^2)$$

となる。

### 3.3. 冷たい暗黒物質に対する Boltzmann 方程式の近似解

粒子数が凍結される際に暗黒物質が非相対論的である場合、この暗黒物質は冷たい暗黒物質と呼ばれる。ここでは着目している粒子が非相対論的である場合の Boltzmann 方程式の近似解を与える。脱結合時の温度を  $x_F$  とすると  $x \gg x_F$  のとき  $Y \gg Y_{\text{eq}}$  となるので、Boltzmann 方程式は

$$\frac{dY}{dx} \simeq -\frac{\langle\sigma v\rangle s}{Hx} Y^2 = -\lambda \frac{\langle\sigma v\rangle}{x^2} Y^2, \quad \lambda \equiv \sqrt{\frac{\pi}{45g_*}} g_* s m_i m_P,$$

と表すことができる。  $x < x_F$  では  $dY/dx \simeq 0$  であるので、  $x_F < x < \infty$  で積分することで

$$Y(\infty) \simeq \frac{1}{\lambda J(x_F)}, \quad J(x_F) \equiv \int_{x_F}^{\infty} \frac{\langle\sigma v\rangle}{x^2} dx,$$

となる。したがって暗黒物質の残存量は

$$\Omega h^2 \simeq \frac{1.07 \times 10^9 \text{ GeV}^{-1}}{J(x_F) g_*^{1/2} m_P},$$

と求めることができる。

また、脱結合時の温度  $x_F$  について  $Y(x_F) - Y_{\text{EQ}}(x_F) \simeq Y_{\text{EQ}}$  を定義とすると Boltzmann 方程式にこれを代入して  $x_F$  について解くことで

$$x_F \simeq \log \left[ \frac{0.038 m_P g_\chi m_\chi \langle\sigma v\rangle}{(g_* x_F)^{1/2}} \right]$$

が得られる。これを数値的に解くと典型的な値は  $20 \lesssim x_F \lesssim 30$  である。

熱平均化された対消滅散乱断面積  $\langle\sigma v\rangle$  を変形すると

$$\langle\sigma v\rangle = \frac{e^{2m_i/T}}{(2\pi m_i T)^3} \int d^3 p_i d^3 p_{\bar{i}} (\sigma v) e^{-(E_x + E_{\bar{x}})/T}$$

と書き表すことができる。暗黒物質は非相対論的だと考えているので、相対速度  $v^2$  が小さいとして

$$\sigma v = a + b v^2 + \mathcal{O}(v^4),$$

のように  $\sigma v$  を  $v^2$  で展開することで近似的に熱平均化された対消滅散乱断面積を求めることができる。これを代入して積分することで

$$\langle\sigma v\rangle = a + \frac{6b}{x} + \mathcal{O}(x^{-2}),$$

となる。この近似的な表式を用いることで暗黒物質の残存量を評価することができる。

### 3.4. 共対消滅を含む暗黒物質の Boltzmann 方程式

暗黒物質と他の粒子の質量が 10% 程度以下で縮退している場合、これらの消滅過程も考慮して暗黒物質の残存量を計算する必要がある [61].

暗黒物質を含む  $N$  個の粒子  $\chi_i$  ( $i = 1 \sim N$ ) が縮退しているとし、それらの質量を  $m_i$  とする。また  $i < j$  について  $m_i < m_j$  となるとする。したがって  $N$  個の Boltzmann 方程式を連立して解くことで最終的な残存量を評価することができる。考慮すべき過程は  $\chi_i \chi_j \rightarrow XY$  なので、その散乱断面積を  $\langle \sigma_{ij} v \rangle$  とすると縮退した粒子の残存量を全て足し上げたものが暗黒物質の残存量となるので Boltzmann 方程式は

$$\frac{dY_{\chi_1}}{dx} = -\frac{s}{xH} \sum_{i,j=1}^N \langle \sigma_{ij} v \rangle (Y_i Y_j - Y_i^{\text{EQ}} Y_j^{\text{EQ}})$$

である。この Boltzmann 方程式の近似解は同様の議論により

$$\begin{aligned} x_F &= \log \left[ \frac{0.038 m_P g_{\text{eff}} m_\chi \langle \sigma_{\text{eff}} v \rangle}{(g_* x_F)^{1/2}} \right], \\ \Omega h^2 &= \frac{1.07 \times 10^9 \text{ GeV}^{-1}}{J(x_F) g_*^{1/2} m_P}, \quad J(x_F) = \int_{x_F}^{\infty} \frac{\langle \sigma_{\text{eff}} v \rangle}{x^2} dx \end{aligned} \quad (3.1)$$

となる。ここで有効散乱断面積  $\langle \sigma_{\text{eff}} v \rangle$ , 有効自由度  $g_{\text{eff}}$  は

$$\begin{aligned} \langle \sigma_{\text{eff}} v \rangle &= \frac{1}{g_{\text{eff}}^2} \sum_{i,j=1}^N g_i g_j \frac{m_i^{3/2} m_j^{3/2}}{m_1^3} e^{-(m_i - m_1)/T} e^{-(m_j - m_1)/T} \langle \sigma_{ij} v \rangle, \\ g_{\text{eff}} &\equiv \sum_{i=1}^N g_i \left( \frac{m_i}{m_1} \right)^{3/2} e^{-(m_i - m_1)/T} \end{aligned}$$

で与えられている。

## 第 4 章

# Baryon 数非対称性

現在の宇宙では通常の baryon が反 baryon に比べて少しだけ多い。しかし、この baryon 数非対称性は宇宙が baryon 対称な状態から始まったとすると標準模型では説明することができず、標準模型の拡張が必要となる。本章では、まず宇宙の baryon 数非対称性とそれを生成するための条件である Sakharov の 3 条件について述べる。また標準模型では baryon 数を破るスファレロン過程があり、leptogenesis を考える上で重要となる。

### 4.1. Baryon 数非対称性

宇宙の軽元素合成や CMB の観測から、宇宙には baryon よりも反 baryon の方が多いことがわかっている。その数密度は光子の数密度  $n_\gamma$  との比をとって

$$\eta_B \equiv \frac{n_b - n_{\bar{b}}}{n_\gamma} \simeq 6 \times 10^{-10}$$

と測られている [55]。宇宙初期には指数関数的な加速膨張である inflation があったと考えられており、その後再加熱期に inflation を引き起こす場が崩壊することで宇宙が加熱される。その際大量のエントロピーが熱浴に流れこむため、仮に inflation 期に baryon 数非対称性が存在したとしてもその寄与は再加熱時に消えてしまう。したがって、baryon 数対称な宇宙から開始して軽元素合成以前のどこかの段階でこの非対称性が生成されたと考えられる。標準模型では以下で述べる baryon 数非対称性を実現するための条件を満たすことができないため、これまでに議論したニュートリノの質量、暗黒物質の存在同様に何らかの形で標準模型を拡張して baryon 数非対称性を説明する必要がある。

### 4.2. Sakharov の 3 条件

宇宙初期に baryon と反 baryon が同数あった状態から現在の baryon 非対称な宇宙を実現するために必要な条件は Sakharov の 3 条件と呼ばれ、

- Baryon 数の破れ
- C 対称性, CP 対称性の破れ
- 平衡状態からの離脱

である。

1つ目の条件は自明である。宇宙の正味の baryon 数を  $\langle B \rangle$  とすると、baryon 数が保存している場合初期の正味の baryon 数  $\langle B \rangle_0$  からずれることができず、 $\langle B \rangle = \langle B \rangle_0 = 0$  となる。したがって  $\langle B \rangle \neq 0$  を実現するためには baryon 数を破る過程が必要である。

2つ目の条件は、C 対称性が存在していたとすると

$$\langle B \rangle = \text{Tr}(\rho \hat{B}(C)(C)^{-1}) = -\langle B \rangle = 0$$

となる。ここで  $C$  は C 変換の unitary 演算子であり、 $\rho$  は密度演算子である。C 対称性があればこれらは可換であるため、C 変換の下で  $\hat{B}$  の符号が変化することから正味の baryon 数を生成できない。CP 対称性についても同様である。したがって、baryon 数を破る過程が存在しても C, CP 対称性が存在すれば反粒子側でも同様の過程が存在し正味の baryon 数は生成されない。これは素過程では以下のようなになる。相互作用  $i, j, \dots \rightarrow a, b, \dots$  に対して CPT 定理及び C 対称性から不変散乱振幅は

$$\begin{aligned} \mathcal{M}(i, j, \dots \rightarrow a, b, \dots) &= \mathcal{M}(\bar{a}, \bar{b}, \dots \rightarrow \bar{i}, \bar{j}, \dots) = \mathcal{M}(a, b, \dots \rightarrow i, j, \dots) \\ &= \mathcal{M}(\bar{i}, \bar{j}, \dots \rightarrow \bar{a}, \bar{b}, \dots) \end{aligned}$$

となる。したがって C 対称性があると始状態の粒子の崩壊や散乱によって生じた baryon 数を打ち消すように同量の反粒子側での反応が存在することになり結果として baryon 数非対称性は 0 となる。

3つ目の条件は、Lorentz 対称性から CPT 対称性が成り立つため、平衡分布を過程すると

$$\langle B \rangle = \text{Tr}(\rho \hat{B}(CPT)(CPT)^{-1}) = -\langle B \rangle = 0$$

となるためである。したがって、baryon 数を生成するためには baryon 数と C 対称性, CP 対称性を破る過程が平衡状態から離脱した状態で起こらなければならない。

### 4.3. スファレロン過程

Baryon 数を破る過程として、標準模型にはインスタントン効果とスファレロン過程がある。古典的には、標準模型における baryon current  $j_B^\mu$  と lepton current  $j_L^\mu$  は

$$\partial_\mu j_B^\mu = \partial_\mu j_L^\mu = 0$$

を満たし baryon 数や lepton 数は保存量となっている。しかし、量子効果を考慮すると量子異常により baryon 数と lepton 数は破れており、世代数を  $n_f$  とすると

$$\partial_\mu j_B^\mu = \partial_\mu j_L^\mu = \frac{n_f}{32\pi^2} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} (g^2 W_{\mu\nu}^a W_{\rho\sigma}^a - g'^2 B_{\mu\nu} B_{\rho\sigma}),$$

となる [62, 63]。ここで  $\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}$  は完全反対称 tensor である。またこれを変形すると

$$\begin{aligned} &\frac{n_f}{32\pi^2} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} (g^2 W_{\mu\nu}^a W_{\rho\sigma}^a - g'^2 B_{\mu\nu} B_{\rho\sigma}) \\ &= \frac{n_f}{32\pi^2} (g^2 \partial_\mu K^\mu - g'^2 \partial_\mu k^\mu) \end{aligned}$$

となる。ここで、

$$K^\mu \equiv \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} \left( W_{\nu\alpha}^a W_\beta^\alpha - \frac{1}{3} g \epsilon_{abc} W_\nu^a W_\alpha^b W_\beta^c \right),$$

$$k^\mu \equiv \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} B_{\nu\alpha} B_\beta,$$

と定義されている。非可換 gauge 理論では真空は非自明な構造をもち、Chern-Simons 数

$$N_{\text{CS}}(t) = \int d^3x K^0,$$

によって分類される。これを用いると時刻  $t_i$  から  $t_f$  の間の baryon 数と lepton 数の変化は

$$\Delta B = \Delta L = n_f [N_{\text{CS}}(t_f) - N_{\text{CS}}(t_i)] \equiv n_f \Delta N_{\text{CS}}$$

と表すことができる。つまり、Chern-Simons 数で定義された真空において、ある真空から異なる真空に遷移が起これば baryon 数と lepton 数が変化する。また

$$\Delta(B - L) = 0, \quad \Delta(B + L) = 2n_f \Delta N_{\text{CS}},$$

となる。したがって、真空間変位によって  $B - L$  は保存されるが  $B + L$  は破れている。トンネル効果によってこのような遷移を引き起こす gauge 場の配位をインスタントンといい、真空間の potential の壁をトンネル効果で通過する解である。その遷移確率  $P_{\text{instanton}}$  は  $T = 0$  で

$$P_{\text{instanton}} \sim e^{-8\pi^2/g^2} \sim 10^{-200},$$

と非常に小さく、このような遷移はほとんど起こらないことが知られている。このようにしてインスタントンによる baryon 数生成は無視することができるが、これとは異なり有限温度では 2 つの真空間の potential の山を越えることで真空間を遷移する過程が存在する [64, 65]。このような有限温度系における場の配位はスファレロン解と呼ばれる。スファレロンによる遷移確率は Boltzmann 因子による抑制を受け、 $E_{\text{spha}} \simeq 8\pi M_W/g^2$  として  $e^{-E_{\text{spha}}/T}$  と見積もることができる。さらに高温になると電弱対称性が回復し、 $W$ -boson の質量が 0 となるため Boltzmann 因子による抑制が起これなくなる。このような場合には熱的な遷移によって Chern-Simons 数の異なる真空間の遷移が頻繁に起こっていたと考えられ、その遷移確立は

$$P_{\text{spha}} \simeq \kappa(\alpha_W T)^4,$$

と見積もられる。ここで  $\kappa$  は  $\mathcal{O}(1)$  の無次元定数である。このような高温の初期宇宙における熱的な真空間の遷移によって baryon 数や lepton 数を破る過程をスファレロン過程という。

ここまで述べてきたように、電弱対称性が回復している高温の宇宙初期では  $B + L$  を破るような過程が存在し、十分な頻度で起こる。その場合でも  $B - L$  は保存しているため、この保存量と baryon 数、lepton 数の関係について考える。電弱対称性が破れていない状況を考えているため、Higgs doublet 以外の全ての標準模型粒子の質量は 0 であり、化学平衡にある。粒子  $X$  の内部自由度  $g_X$ 、化学 potential を  $\mu_X$  とすると、粒子と反粒子の数密度の差は

$$n_X - n_{\bar{X}} = \begin{cases} \frac{g_X T^2}{6} \mu_X & (\text{fermion}) \\ \frac{g_X T^2}{3} \mu_X & (\text{boson}) \end{cases},$$

となる。ここでは一般的に、標準模型 fermion の世代数  $n_f$ , scalar doublet  $\phi$  が  $m$  個あるとし、またこれらは熱平衡状態であるとする。スファレロン過程では全ての世代の quark doublet と lepton doublet が同様に生成されるため、

$$\sum_i^{n_f} (3\mu_{qL} + \mu_{\ell L}) = 0$$

が満たされる。また hypercharge が保存することから

$$\sum_{i=1}^{n_f} (\mu_{Q_i} + 2\mu_{u_{Ri}} - \mu_{d_{Ri}} - \mu_{L_i} - \mu_{e_{Ri}}) + 2m\mu_\phi = 0$$

となる。さらに湯川相互作用は化学平衡状態であるため

$$\mu_{Q_i} - \mu_{u_{Rj}} = -\mu_\phi, \quad \mu_{Q_i} - \mu_{d_{Rj}} = \mu_\phi, \quad \mu_{L_i} - \mu_{e_{Rj}} = \mu_\phi$$

が成り立つ。湯川相互作用が平衡状態であれば、flavor 間の混合から quark と lepton の化学 potential は

$$\mu_{Q_i} = \mu_Q, \quad \mu_{u_{Rj}} = \mu_{u_R}, \quad \mu_{d_{Ri}} = \mu_{d_R}, \quad \mu_{L_i} = \mu_L, \quad \mu_{e_{Rj}} = \mu_{e_R}$$

のように平均化される。これらの関係式から、6 個の独立な化学 potential をどれか 1 つの化学 potential を用いて表すことができる。  $\mu_L$  を用いてその他の化学 potential を書き表すと

$$\begin{aligned} \mu_Q &= -\frac{1}{3}\mu_L, & \mu_{u_R} &= \frac{2n_f - m}{6n_f + 3m}\mu_L, & \mu_{d_R} &= -\frac{6n_f + m}{6n_f + 3m}\mu_L, \\ \mu_{e_R} &= \frac{2n_f + 3m}{6n_f + 3m}\mu_L, & \mu_\phi &= \frac{4n_f}{6n_f + 3m}\mu_L \end{aligned}$$

となる。また baryon 数と lepton 数は

$$n_B = \frac{n_f}{6}T^2(2\mu_Q + \mu_{u_R} + m_{d_R}), \quad n_L = \frac{n_f}{6}T^2(2\mu_L + \mu_{e_R})$$

となるので、  $\mu_L$  を用いると

$$\begin{aligned} n_B &= -\frac{T^2}{6} \frac{4}{3} n_f \mu_L, & n_L &= \frac{T^2}{6} n_f \left( \frac{14n_f + 9m}{6n_f + 3m} \right) \mu_L, \\ n_{B-L} &= -\frac{T^2}{6} n_f \left( \frac{22n_f + 13m}{6n_f + 3m} \right) \mu_L \end{aligned}$$

と求めることができる。最終的に baryon 数はスファレロン過程における保存量である  $B - L$  を用いて

$$n_B = \frac{8n_f + 4m}{22n_f + 13m} n_{B-L}$$

と得られる。これから分かるように、スファレロン過程が十分起こる状況では baryon 数を生成できたとしても  $B - L$  を生成することができなければ生成した baryon 数がかき消されてしまう。したがって baryon 数を生成するためには電弱対称性が破れた後にスファレロン過程を介さず baryon 数非対称性を作るか、もしくはスファレロン過程が有効な場合に  $B - L$  を破ることで baryon 数非対称性を

生じさせる必要がある。そのような  $B - L$  を生成することで baryon 数非対称性を生成する機構の 1 つとして, leptogenesis がある [16]. Leptogenesis の典型的なモデルとして, 2.5 節で取り上げた type-I seesaw モデルがある。このモデルにおいては, Weinberg 演算子によってニュートリノの質量を説明するだけでなく, 右巻きニュートリノの崩壊によって Sakharov の 3 条件が満たされ lepton 数が生成される。生成された lepton 数がスファレロン過程によって baryon 数に変換されることで宇宙の baryon 数非対称性が説明される。次章で考える scotogenic モデルは, type-I seesaw モデル同様右巻きニュートリノの崩壊によって最終的に baryon 数非対称性を生成できると考えられている。

## 第 5 章

# Scotogenic 模型

ニュートリノの質量と暗黒物質を同時に説明することのできる最小の模型の 1 つとして, scotogenic 模型 [15] がある. この模型では, 標準模型に新たに右巻きニュートリノと inert doublet を導入し, さらに新たに導入した粒子が奇パリティ, 標準模型粒子が偶パリティをもつように  $Z_2$  対称性を課す. この対称性によって, 新粒子のうち最も軽い中性な粒子が暗黒物質の候補となりうる. さらに inert doublet は真空期待値をもたないので, この  $Z_2$  対称性によってツリーレベルでのニュートリノ質量は禁止され, ニュートリノの質量は 1-ループレベルで生成される. このようにして, 小さなニュートリノの質量と暗黒物質を共通の起源から説明することができるのが scotogenic 模型である. この模型では inert doublet の中性成分と最も軽い右巻きニュートリノが暗黒物質の候補となる. さらに 2.5 節で議論したように, Weinberg 演算子を生成する模型では lepton 数が破れているため, 十分な CP 非対称性と脱平衡を実現できれば leptogenesis により宇宙の baryon 数非対称性を説明することができる. 本章ではこの scotogenic 模型について, 模型の導入と scalar の質量及びニュートリノの質量生成について説明し, inert doublet が暗黒物質の場合の暗黒物質及び leptogenesis についての先行研究をまとめる.

### 5.1. Scotogenic 模型

標準模型に inert doublet  $\eta = (\eta^+, \eta^0)^T = (\eta^+, (\eta_R^0 + i\eta_I^0)/\sqrt{2})^T$  と gauge singlet な右巻きニュートリノ  $N_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) を導入する. さらに新しく導入した  $\eta$  と  $N_i$  が奇パリティ, 標準模型粒子が偶パリティとなるように  $Z_2$  対称性を課す. 新しく導入した粒子の量子数を表 5.1 にまとめておく. 新しい粒子に関連する Lagrangian は

$$-\mathcal{L}_{\text{scoto}} = (D_\mu \eta)^\dagger D^\mu \eta + \sum_{i=1}^3 \bar{N}_i i \gamma_\mu \partial^\mu N_i + \sum_{i=1}^3 \frac{M_i}{2} (\bar{N}_i^c N_i + \bar{N}_i N_i^c) + V_{\text{scoto}}(\phi, \eta) + \mathcal{L}_{\text{Yukawa}}^{\text{scoto}},$$

である\*1. ここで  $V_{\text{scoto}}(\phi, \eta)$ ,  $\mathcal{L}_{\text{Yukawa}}^{\text{scoto}}$  はそれぞれ scalar の potential と右巻きニュートリノの湯川相互作用項である. 右巻きニュートリノについては運動項を正準規格化した後 2.5 節で議論したよう

---

\*1 標準模型粒子の運動項は省略した. また右巻き neutrino の運動項も一般的には flavor が混ざり規格化されていない形で書くことができるが, 表面項を 0 とすると Hermitian 行列が unitary 行列で対角化可能であることを用いて対角化し, 規格化することで canonical な形にすることができる.

	SU(2) <sub>L</sub>	U(1) <sub>Y</sub>	Z <sub>2</sub>	spin
$\eta$	<b>2</b>	1/2	–	0
$N_i$	<b>1</b>	0	–	1/2

表 5.1 Scotogenic 模型

に unitary 変換によって一般性を失わずに Majorana 質量項をこのような形で書くことができる。また一度正準規格化した運動項は unitary 変換の下で不変であるため、質量固有状態にする際の変換で運動項は不変である。

Scalar potential は標準模型に Z<sub>2</sub> 対称性の下で奇パリティをもつ inert doublet を導入した inert doublet 模型と同じであり一般的には

$$V_{\text{scoto}}(\phi, \eta) = m_\phi^2 \phi^\dagger \phi + m_\eta^2 \eta^\dagger \eta + \lambda_1 (\phi^\dagger \phi)^2 + \lambda_2 (\eta^\dagger \eta)^2 + \lambda_3 (\phi^\dagger \phi)(\eta^\dagger \eta) + \lambda_4 (\phi^\dagger \eta)(\eta^\dagger \phi) + \left[ \frac{\tilde{\lambda}_5}{2} (\phi^\dagger \eta)^2 + \frac{\tilde{\lambda}_5^*}{2} (\eta^\dagger \phi)^2 \right], \quad (5.1)$$

で与えられる。ここで Lagrangian が実であることから、 $m_\phi^2$ ,  $m_\eta^2$ ,  $\lambda_i$  ( $i = 1 \sim 4$ ) は実数である。また  $H_1 \equiv \phi$ ,  $H_2 \equiv \eta$  とすると  $i, j = 1, 2, i \neq j$  に対して\*2

$$\begin{aligned} \tilde{H}_i^\dagger \tilde{H}_i &= H_i^\dagger H_i, \quad \tilde{H}_i^\dagger \tilde{H}_j = H_j^\dagger H_i, \quad \tilde{H}_i^\dagger H_i = (H_i^\dagger \tilde{H}_i)^\dagger = -i H_i^T \sigma_2 H_i = 0, \\ (\tilde{H}_i^\dagger H_j)(H_j^\dagger \tilde{H}_i) &= -(\tilde{H}_i^\dagger H_j)(H_i^\dagger \tilde{H}_j) = (H_i^\dagger H_i)(H_j^\dagger H_j) - (H_i^\dagger H_j)^2, \\ \sum_{k=1}^3 (H_i^\dagger \sigma_k H_i)(H_j^\dagger \sigma_k H_j) &= 2(H_i^\dagger H_j)(H_j^\dagger H_i) - (H_i^\dagger H_i)(H_j^\dagger H_j), \end{aligned}$$

のように他の形も恒等的に 0 になるか (5.1) に含まれる項の線形結合で書くことができるため、(5.1) に含まれる項で全てである。 $\tilde{\lambda}_5$  は一般には複素数であるが、 $\eta \rightarrow e^{i\theta} \eta$  という変換で実数にすることができるので、これを新ためて  $\lambda_5$  と書くことにする。 $\lambda_5$  の正負は変換によって選ぶことができるため、以後電弱対称性が自発的に破れた後の  $\eta_{R,I}^0$  の質量  $M_{\eta_{R,I}^0}$  が  $M_{\eta_R^0} \leq M_{\eta_I^0}$  となるように  $\lambda_5 \leq 0$  と取ることにする。また湯川相互作用は

$$\mathcal{L}_{\text{Yukawa}}^{\text{scoto}} = \sum_{i,\alpha=1}^3 (h_{\alpha i} \bar{L}_\alpha \tilde{\eta} N_i + \text{h.c.}),$$

となる。右巻きニュートリノを質量固有状態、 $\lambda_5$  が実数になる基底を考えているため、scotogenic 模型において標準模型にはない CP 対称性を破る parameter は  $h_{\alpha i}$  のみである。

$\eta \rightarrow e^{i\theta} \eta$  の変換ではそれぞれの運動項は不変である。よって、一般性を失わずに Lagrangian を

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_{\text{scoto}} &\supset \sum_{i=1}^3 \left( \sum_{\alpha=1}^3 h_{\alpha i} \bar{L}_\alpha \tilde{\eta} N_i + \frac{M_i}{2} \bar{N}_i^c N_i + \text{h.c.} \right) + V_{\text{scoto}}(\phi, \eta) \\ V_{\text{scoto}}(\phi, \eta) &= m_\phi^2 \phi^\dagger \phi + m_\eta^2 \eta^\dagger \eta + \lambda_1 (\phi^\dagger \phi)^2 + \lambda_2 (\eta^\dagger \eta)^2 + \lambda_3 (\phi^\dagger \phi)(\eta^\dagger \eta) + \lambda_4 (\phi^\dagger \eta)(\eta^\dagger \phi) \\ &\quad + \frac{1}{2} \lambda_5 [(\phi^\dagger \eta)^2 + \text{h.c.}] \end{aligned}$$

\*2 ここでは繰り返される添え字について和を取らない。

$$(0 \leq M_1 \leq M_2 \leq M_3, \lambda_5 \leq 0), \quad (5.2)$$

と書くことができる. Higgs doublet は真空期待値をもち電弱対称性を自発的に破るが, inert doublet は真空期待値をもたないため  $Z_2$  対称性は自発的に破れずに残っている. したがって  $Z_2$  パリティが奇である粒子の内一番軽い粒子は安定であり, これが中性であれば暗黒物質の候補となる. つまり scotogenic 模型では  $\eta_R^0$  と  $N_1$  の 2 つの暗黒物質の候補が存在する.

Scotogenic 模型の新しい parameter の自由度について考える. Gauge 対称性は標準模型と同じであるため, scalar potential, 湯川相互作用項, Majorana 質量項にそれぞれ新しい自由度がある.  $m_\phi^2$ ,  $\lambda_\phi$  の 2 つは標準模型の parameter なので, scalar potential の新しい自由度は  $\{\lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5, m_\eta^2\}$  の 5 つである. Majorana 質量項については世代数, ここでは 3 つの自由度がある. 最後に湯川結合についてだが, Majorana 位相を除き PMNS 行列の parameter は観測により求まっている. また後述する (5.8) の Casas-Ibarra parametrization から  $M_{\eta_R^0}, M_{\eta_I^0}, M_i$  に加えて Majorana 位相 2 個, 標準模型ニュートリノの質量  $m_{1,3}$  を決定してもまだ  $3 \times 3$  の複素直交行列の自由度があり,  $3 \times 3$  の複素直交行列の自由度は 6 なので, scotogenic 模型全体としては 18 個の自由な parameter が存在する.

真空の安定性から scalar potential の 4 点結合に制限がつけられる. 場の値が大きい場合を考えるので, unitary gauge で scalar potential を展開して 4 次の項のみを書く

$$V = \frac{\lambda_1}{4} h^4 + \frac{\lambda_2}{4} [(\eta_R^0)^4 + (\eta_I^0)^4 + 4(\eta^+ \eta^-)^2] + \frac{\lambda_2}{2} (\eta_R^0)^2 (\eta_I^0)^2 + \frac{\lambda_3}{2} h^2 \eta^+ \eta^- + \frac{\lambda_+}{4} h^2 (\eta_R^0)^2 + \frac{\lambda_-}{4} h^2 (\eta_I^0)^2,$$

となる. したがって, まず  $h, \eta_{R,I}^0, \eta^\pm$  の 4 次の項から  $\lambda_1, \lambda_2 \geq 0$  が要求される. また  $h-\eta_R^0$  平面で  $h^2 = r \sin \theta$ ,  $(\eta_R^0)^2 = r \cos \theta$  とすると potential の関連する部分は

$$f(\theta) \equiv \lambda_1 \sin^2 \theta + \lambda_2 \cos^2 \theta + \lambda_+ \sin \theta \cos \theta = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2} - \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{2} \cos 2\theta + \frac{\lambda_+}{2} \sin 2\theta$$

に比例する形となる.  $\lambda_1, \lambda_2 \geq 0$  から真空の安定性の条件は常に  $f(\theta)$  が非負であることである [66]. ただし,  $r \geq 0, 0 \leq \theta \leq \pi/2$  とする.  $f'(\theta_0) = 0$  を解くと

$$\sin 2\theta_0 = \sqrt{\frac{\lambda_+^2}{\lambda_+^2 + (\lambda_1 - \lambda_2)^2}}, \quad \cos 2\theta_0 = -\frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_+} \sqrt{\frac{\lambda_+^2}{\lambda_+^2 + (\lambda_1 - \lambda_2)^2}},$$

が得られる.  $f(0) = \lambda_2$ ,  $f(\pi/2) = \lambda_1$  なので,  $f(\theta_0) \geq 0$  であれば常に  $f(\theta) \geq 0$  となる.  $\lambda_1, \lambda_2 \geq 0$  なのでこれを解くと  $\lambda_+ \geq -2\sqrt{\lambda_1 \lambda_2}$  が得られる.  $h-\eta_I^0$  平面,  $h-\eta^\pm$  平面について考えると  $\lambda_-, \lambda_3$  について同様の不等式が得られるので, まとめると真空の安定性は

$$\lambda_1, \lambda_2 \geq 0, \quad \lambda_3, \lambda_\pm \geq -2\sqrt{\lambda_1 \lambda_2}, \quad (5.3)$$

を課すことで保証される. ただし,  $\lambda_5 \leq 0$  としているので  $\lambda_+ \leq \lambda_-$  であり,  $\lambda_+$  についての不等式が満たされていれば  $\lambda_-$  も同様に安定性条件を満たす. 観測された Higgs boson の質量  $m_h \simeq 125$  GeV, Higgs doublet の真空期待値

$$\langle \phi \rangle = (2\sqrt{2}G_F)^{-1/2} \simeq 174 \text{ GeV}, \quad v = \sqrt{2} \langle \phi \rangle \simeq 246 \text{ GeV},$$

と (5.4) から  $\lambda_1 \simeq 0.13$  が得られる. ここで  $G_F$  は Fermi 結合定数である. これを (5.3) の 2 つ目の条件に適用すると,  $\lambda_3, \lambda_\pm \gtrsim -0.72\sqrt{\lambda_2}$  という条件が得られる. またこの模型の perturbativity とし  $|\lambda_i| < 4\pi$  を課す.

### 5.1.1 Scalar 場の質量

Doublet scalar には実場として数えると 4 つの成分がある。標準模型の Higgs doublet の内 3 つは weak boson に喰われる would-be Goldstone boson であるため、物理的な成分は Higgs boson のみである。一方で inert doublet は  $Z_2$  対称性の下で奇 parity であり真空期待値をもたないため混合が生じず、gauge の取り方によらず 4 つの物理的な自由度をもつ。Higgs doublet の真空期待値  $\langle\phi\rangle$  によって電弱対称性が自発的に破れ標準模型粒子が質量を獲得する共に、inert doublet も真空の相転移に伴って新たに質量項に寄与がある。電弱相転移後の scalar の質量は  $\phi = (0, \langle\phi\rangle + h/\sqrt{2})^T$  とすると

$$\begin{aligned} m_h^2 &= 4\lambda_1 \langle\phi\rangle^2, \\ M_{\eta_R^0}^2 &= m_\eta^2 + (\lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5) \langle\phi\rangle^2 = m_\eta^2 + \lambda_+ \langle\phi\rangle^2, \\ M_{\eta_I^0}^2 &= m_\eta^2 + (\lambda_3 + \lambda_4 - \lambda_5) \langle\phi\rangle^2 = m_\eta^2 + \lambda_- \langle\phi\rangle^2, \\ M_{\eta^\pm}^2 &= m_\eta^2 + \lambda_3 \langle\phi\rangle^2, \end{aligned} \quad (5.4)$$

となる。ここで  $\lambda_\pm \equiv \lambda_3 + \lambda_4 \pm \lambda_5$  と定義した<sup>\*3</sup>。電弱対称性が破れる前は inert doublet の成分間の質量差は対称性から厳密に縮退しているが、対称性が自発的に破れた後はそれぞれの質量差はツリーレベルで

$$\begin{aligned} M_{\eta_I^0}^2 - M_{\eta_R^0}^2 &= 2|\lambda_5| \langle\phi\rangle^2, & M_{\eta^\pm}^2 - M_{\eta_R^0}^2 &= (-\lambda_4 + |\lambda_5|) \langle\phi\rangle^2, \\ M_{\eta^\pm}^2 - M_{\eta_I^0}^2 &= (-\lambda_4 - |\lambda_5|) \langle\phi\rangle^2, \end{aligned} \quad (5.5)$$

と与えられる。特に中性成分の質量差は (5.5) から

$$\delta \equiv |M_{\eta_I^0} - M_{\eta_R^0}| = M_{\eta_R^0} \left| \left( 1 - \frac{2\lambda_5 \langle\phi\rangle^2}{M_{\eta_R^0}^2} \right)^{1/2} - 1 \right| \simeq \frac{|\lambda_5| \langle\phi\rangle^2}{M_{\eta_R^0}},$$

と  $|\lambda_5| \ll 1$  のとき非常に小さくなる。これは以下で議論するように、ニュートリノの質量が小さいことや対称性の概念から予想される。また inert doublet の質量を用いて  $\lambda_3, \lambda_4, \lambda_5$  を表すと

$$\lambda_3 = \frac{M_{\eta^\pm}^2 - m_\eta^2}{\langle\phi\rangle^2}, \quad \lambda_4 = \frac{M_{\eta_R^0}^2 + M_{\eta_I^0}^2 - 2M_{\eta^\pm}^2}{2\langle\phi\rangle^2}, \quad \lambda_5 = \frac{M_{\eta_R^0}^2 - M_{\eta_I^0}^2}{2\langle\phi\rangle^2},$$

となる。Scotogenic 模型の自由度で述べたように scalar potential には新たに 5 つの自由度があるが、 $\lambda_{3,4,5}$  は inert doublet の質量を用いて表すことができるため、適切にこれらの中から 5 つの parameter を選べばよいことになる。また 4 点結合定数が  $\mathcal{O}(1)$  であれば、inert doublet の成分間の質量差は電弱 scale 程度になり、 $m_\eta^2 \gg \langle\phi\rangle^2$  が満たされていれば inert doublet の成分間の質量は自然に縮退する。この性質が後の inert doublet が暗黒物質である場合の議論に重要になる。また 4 点結合定数  $\lambda_4, \lambda_5 \rightarrow 0$  の極限では、ツリーレベルでは inert doublet の質量は等しい<sup>\*4</sup>。その場合でも、電弱対称性の破れに伴いループレベルで質量差が生じる。 $|\lambda_5| \rightarrow 0$  の極限では inert doublet の中性成分

<sup>\*3</sup> 真空期待値として  $\langle\phi\rangle = v/\sqrt{2}$  を用いて  $\lambda_\pm$  を 2 で割って定義している場合もある。

<sup>\*4</sup> Inert doublet の中性成分が暗黒物質の場合、後で議論するように inelastic scattering の制限から  $|\lambda_5|$  に下限が与えられているため、その場合  $|\lambda_5|$  については無視できるくらい十分微小であるとする。

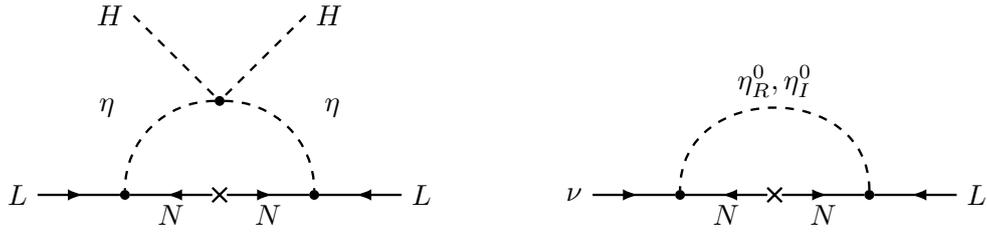


図 5.1 Scotogenic 模型における (左) Weinberg 演算子に対応するダイアグラムと (右) 1-ループレベルでのニュートリノの質量生成のダイアグラム.

$\eta_R^0$  と  $\eta_I^0$  の質量はループレベルでも等しいが,  $|\lambda_{4,5}| \rightarrow 0$  の極限を考えた場合でも荷電成分と中性成分の間には輻射補正により質量差が生じる. Inert doublet の質量が weak boson の質量よりも十分大きい場合, これは  $M_{\eta^\pm} - M_{\eta_R^0} \simeq 350 \text{ GeV}$  と計算されている [67]. よって以下で考えるような weak boson よりも重たい inert doublet について議論する際は, 質量差はツリーレベルのみを考慮すれば十分である.

### 5.1.2 ニュートリノの質量生成

Inert doublet は真空期待値をもたないため, ニュートリノの Dirac 質量項は 0 でありツリーレベルではニュートリノは質量をもたない. しかし, 1-ループレベルでは Weinberg 演算子になるダイアグラムが存在し,  $\lambda_5 \neq 0$  であれば電弱対称性の自発的破れに伴い質量を獲得することができる. また  $Z_2$  対称性は破れていないため, 電弱対称性の自発的破れの後でも Dirac 質量項は 0 であり, 標準模型ニュートリノと右巻きニュートリノとの混合は存在せず右巻きニュートリノはツリーレベルでは weak boson と結合しない. これはツリーレベルでの seesaw 機構と輻射 seesaw 機構の大きな違いの一つである. 図 5.1 に Weinberg 演算子に対応するダイアグラムとニュートリノの質量に対するダイアグラムを示す. 1-ループレベルで生成されるニュートリノの質量に対応する不変散乱振幅は

$$i\mathcal{M}_{\alpha\beta} = i \sum_{\alpha,\beta=1}^3 v_\alpha^T(p) C P_L u_\beta(p) \times \left( \frac{i}{2} \sum_{i=1}^3 h_{\alpha i}^* h_{\beta i} M_i \int \frac{d^4\ell}{(2\pi)^4} \frac{M_{\eta_I^0}^2 - M_{\eta_R^0}^2}{(\ell^2 - M_{\eta_R^0}^2)(\ell^2 - M_{\eta_I^0}^2)[(\ell - p)^2 - M_i^2]} \right).$$

と計算でき, 括弧の中身がニュートリノの質量行列となる. これから分かるように, 中性成分の質量差に比例するため,  $\lambda_5 \rightarrow 0$  の極限でニュートリノの質量は 0 となる. したがって,  $|\lambda_5|$  を小さく取ることによって通常の seesaw 機構に比べてより  $\mathcal{O}(1)$  に近い湯川結合定数や  $\mathcal{O}(\text{TeV})$  に近い右巻きニュートリノの質量で軽いニュートリノの質量を説明することができる. 積分を実行することでニュートリノの質量行列は

$$(m_\nu)_{\alpha\beta} = \sum_{i=1}^3 \frac{h_{\alpha i}^* h_{\beta i} M_i}{32\pi^2} \left[ \frac{M_{\eta_R^0}^2}{M_{\eta_R^0}^2 - M_i^2} \ln \left( \frac{M_{\eta_R^0}^2}{M_i^2} \right) - \frac{M_{\eta_I^0}^2}{M_{\eta_I^0}^2 - M_i^2} \ln \left( \frac{M_{\eta_I^0}^2}{M_i^2} \right) \right],$$

となる. このように, 一般に輻射 seesaw 機構におけるニュートリノの質量は有限であり発散しない. これは lepton flavor の破れの議論同様に対称性とくりこみ可能性によるものである. Gauge 対称性

から標準模型ニュートリノの Majorana 質量に対応するのは次元 5 の Weinberg 演算子であるため、ループレベルでの Majorana 質量は有限である必要がある。実際、個々のダイアグラムのみに着目すると log 発散などを含むが、ダイアグラム同士、今回の場合は  $\eta_R^0$  と  $\eta_I^0$  の寄与により発散を含まない有限な結果が得られる。

ここでニュートリノの Majorana 質量行列の係数について述べておく。Majorana fermion  $\psi_M$  の質量項は  $(1/2)\overline{\psi_M}\psi_M$  と実 scalar 同様  $1/2$  がかかる形で規格化される<sup>\*5</sup>。Majorana 質量項を 2 点の相互作用とみなすと Majorana 性と Dirac spinor の性質から 2 倍が現れるため、不変散乱振幅には質量が係数を伴わずに現れる。したがって、上記の計算で出てきた  $1/2$  は Majorana 質量項の因子ではなく質量に含めるべき係数である<sup>\*6</sup>。また不変散乱振幅ではなく有効 Lagrangian で考えた場合でも、scotogenic 模型の質量項は 2 次の展開から生じるため、指数関数を展開した際に既に  $1/2!$  が存在するため不変散乱振幅と同様に  $1/2$  は質量に含めるべき係数であることがわかる。

さらに  $|\lambda_5|$  が十分小さい、つまり中性成分の質量差  $M_{\eta_I}^2 - M_{\eta_R}^2 = 2|\lambda_5|\langle\phi\rangle^2$  が  $M_\eta^2 \equiv (M_{\eta_R}^2 + M_{\eta_I}^2)/2 = m_\eta^2 + (\lambda_3 + \lambda_4)v^2/2$  よりも十分小さいという近似をすると<sup>\*7</sup>

$$(m_\nu)_{\alpha\beta} \simeq \sum_{i=1}^3 \frac{\lambda_5 h_{\alpha i}^* h_{\beta i} \langle\phi\rangle^2}{16\pi^2 M_i} \frac{M_i^2}{M_\eta^2 - M_i^2} \left[ 1 + \frac{M_i^2}{M_\eta^2 - M_i^2} \ln \left( \frac{M_i^2}{M_\eta^2} \right) \right], \quad (5.6)$$

という表式が得られる。したがって、通常の seesaw 機構と比べて 1-ループのループ因子  $1/(16\pi^2) \sim \mathcal{O}(10^{-2})$  と  $\lambda_5$  が新たに掛かる。このようにして、 $|\lambda_5|$  が十分小さければ、極端に小さなニュートリノの湯川結合  $h_{\alpha i}$  を仮定しなくても TeV-scale の  $M_i$  と  $M_\eta$  で小さなニュートリノ質量が得られる。これが Ma によって提案された scotogenic 模型における大きな特徴である。

湯川行列は Casas-Ibarra parametrization [69] を用いて表すと便利である。そのためにニュートリノの質量行列を

$$m_\nu = h^* \Lambda h^\dagger, \quad \Lambda \equiv \text{diag}(\Lambda_1, \Lambda_2, \Lambda_3),$$

$$\Lambda_i \equiv \frac{M_i}{32\pi^2} \left[ \frac{M_{\eta_R}^2}{M_{\eta_R}^2 - M_i^2} \ln \left( \frac{M_{\eta_R}^2}{M_i^2} \right) - \frac{M_{\eta_I}^2}{M_{\eta_I}^2 - M_i^2} \ln \left( \frac{M_{\eta_I}^2}{M_i^2} \right) \right], \quad (5.7)$$

と  $\Lambda$  を用いて表す。この質量行列は PMNS 行列  $U_{\text{PMNS}}$  を用いて対角化されるので、質量固有状態  $\hat{\nu}$  と弱固有状態  $\nu$  の関係  $\nu = \sum U_{\text{PMNS}} \hat{\nu}$  から

$$\frac{1}{2} \overline{\nu^c} m_\nu \nu + \text{h.c.} = \frac{1}{2} \overline{\hat{\nu}^c} \hat{m}_\nu \hat{\nu} + \text{h.c.},$$

$$\hat{m}_\nu \equiv \text{diag}(m_1, m_2, m_3) = U_{\text{PMNS}}^T m_\nu U_{\text{PMNS}},$$

となる。(5.7) を代入すると

$$1 = \left( \sqrt{\Lambda} h^\dagger U_{\text{PMNS}} \sqrt{\hat{m}_\nu}^{-1} \right)^T \left( \sqrt{\Lambda} h^\dagger U_{\text{PMNS}} \sqrt{\hat{m}_\nu}^{-1} \right),$$

<sup>\*5</sup> 右巻きニュートリノの Majorana 質量項もそのように正しく規格化されている。

<sup>\*6</sup> [15] などの論文では  $1/2$  の係数が誤っており、[68] などでは正しい係数が得られている。

<sup>\*7</sup> より正確にはさらに  $|M_\eta^2 - M_i^2| \gg 2|\lambda_5|\langle\phi\rangle^2$  という近似も用いている。

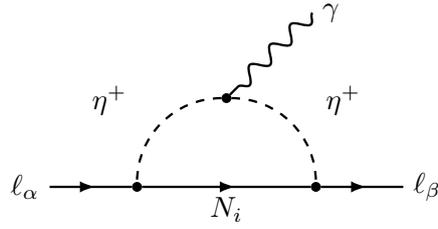


図 5.2 Scotogenic 模型における lepton flavor を破るダイアグラム.

と書くことができる. 一般的には行列の根号は定義されないが, ここでは対角成分の根号をとったもの, すなわち

$$\sqrt{\hat{m}_\nu} \equiv \text{diag}(\sqrt{m_1}, \sqrt{m_2}, \sqrt{m_3}), \quad \sqrt{\Lambda} \equiv \text{diag}(\sqrt{\Lambda_1}, \sqrt{\Lambda_2}, \sqrt{\Lambda_3}),$$

で定義している. したがって, 括弧の中を  $R^T R = 1$  のように  $3 \times 3$  の複素直交行列  $R$  を用いて表すことができる. よって PMNS 行列が unitary 行列であるという性質  $U_{\text{PMNS}}^\dagger U_{\text{PMNS}} = 1$  を用いると最終的に

$$h = U_{\text{PMNS}} \sqrt{\hat{m}_\nu} R^\dagger \sqrt{\Lambda}^{-1} \quad (5.8)$$

が得られる. したがって, 標準模型ニュートリノ, inert doublet, 右巻きニュートリノそれぞれの質量と PMNS 行列が観測されたとしても, 複素直交行列  $R$  の自由度である 6 自由度が湯川行列に残っている.

### Lepton flavor の破れ

2.4 節では標準模型粒子のみを考えニュートリノが質量をもつ場合の lepton flavor の破れとして  $l_\alpha \rightarrow l_\beta \gamma$  を計算し, 実験で測定することは難しいことを述べた. 一方で, Weinberg 演算子を生成するために導入する新粒子の寄与は lepton flavor の破れとして測定可能な寄与を与える可能性がある. また scotogenic 模型に限らず輻射 seesaw 模型のような新しい模型の parameter やループレベルでの抑制により湯川結合を大きくしたり新粒子の質量を軽くとることができる模型においては, type-I seesaw 模型などのツリーレベルでの seesaw 模型よりも大きな lepton flavor の破れを引き起こし, 測定からより強い制限が得られると共に将来的に測定が可能である場合があると考えられる. ここでは scotogenic における  $l_\alpha \rightarrow l_\beta \gamma$  について考える.

ダイアグラムを図 5.2 に示す. 2.4 節で述べたようにこれは有限の結果として得られ, 有限部分には 1 粒子既約なダイアグラムしか寄与しない. これを計算すると

$$\text{Br}(l_\alpha \rightarrow l_\beta \gamma) = \frac{3\alpha}{64\pi G_F^2 M_{\eta^\pm}^4} \left| \sum_{i=1}^3 h_{\alpha i}^* h_{\beta i} F_2 \left( \frac{M_i^2}{M_{\eta^\pm}^2} \right) \right|^2 \times \text{Br}(l_\alpha \rightarrow l_\beta \nu_\alpha \bar{\nu}_\beta),$$

となる. ここで

$$F_2(x) \equiv \frac{1 - 6x + 3x^2 + 2x^3 - 6x^2 \ln x}{6(1-x)^4}.$$

で与えられている。各過程の実験による制限は

$$\begin{aligned}\text{Br}(\mu \rightarrow e\gamma) &< 4.2 \times 10^{-13} \quad (90\% \text{CL}), \\ \text{Br}(\tau \rightarrow e\gamma) &< 3.3 \times 10^{-8} \quad (90\% \text{CL}), \\ \text{Br}(\tau \rightarrow \mu\gamma) &< 4.4 \times 10^{-8} \quad (90\% \text{CL}),\end{aligned}$$

であることがわかっている [70, 71]. Inert doublet  $\eta$  と右巻きニュートリノの質量を  $\mathcal{O}(1)$  TeV と仮定しているため、このような lepton flavor を破る過程はニュートリノの湯川結合に制限を与える。

その他の LFV の寄与として、3 対崩壊  $l_\alpha \rightarrow l_\beta l_\delta l_\delta$  や  $\mu$ - $e$  conversion, Higgs boson の崩壊  $h \rightarrow l_\alpha \bar{l}_\beta$  や  $Z$ -boson の崩壊  $Z \rightarrow l_\alpha \bar{l}_\beta$  がある。特に 3 対崩壊については  $l_\alpha \rightarrow l_\beta \gamma$  よりも強い制限が得られる場合がある。右巻きニュートリノが WIMP である場合には湯川結合として  $\mathcal{O}(1)$  の値が要求されるため、自由度の多い湯川結合に対して様々な過程から制限をつけることが重要であり、実際右巻きニュートリノが WIMP である場合にはかなり厳しい制限が得られている。一方で, inert doublet が暗黒物質である場合には, 暗黒物質の直接探索実験から  $|\lambda_5|$  の下限が得られるため, 許される湯川結合定数の order は最大で  $\mathcal{O}(10^{-3})$  程度である。2 対崩壊の場合でも湯川結合の 4 次が leading order となるため, これは右巻きニュートリノが暗黒物質である場合に比べて 10 桁近く小さな値になる。このときの分岐比は  $\text{Br}(l_\alpha \rightarrow l_\beta \gamma) \lesssim \mathcal{O}(10^{-20})$  となるから, inert doublet が暗黒物質である場合には実験の制限を十分に満たす。これは他の過程についても同様である。

## 5.2. Inert doublet 暗黒物質

ここでは inert doublet の中性成分の  $\eta_R^0$  が暗黒物質の場合について議論する。  $\eta_R^0$  が暗黒物質となるためには十分安定である必要がある

$$\lambda_3 + \lambda_4 < 0, \quad \lambda_5 < 0, \quad M_{\eta_R^0} < M_1 \quad (5.9)$$

という条件が必要となる。ここで 2 つめの条件については 5.1 節で議論したように一般性を失わず仮定することができる。 Inert doublet は gauge 相互作用をもつため,  $\eta_R^0$  が  $\eta_I^0, \eta^\pm$  より重たい場合 gauge boson もしくは gauge boson を介して軽い fermion に崩壊する。したがってニュートリノ質量の 2 倍, もしくはニュートリノと電子の質量の和よりも質量差が小さいというような極端な質量の縮退を仮定しない限りすぐに崩壊してしまい安定になることができない。したがって scotogenic 模型で scalar が暗黒物質の場合は (5.9) の 1 つ目と 2 つ目の条件が課せられる。したがって  $\lambda_4 + \lambda_5 < 0$  を満たす必要があるが,  $|\lambda_5| \ll 1$  を考えるため実質的には  $\lambda_4 < 0$  が要求される。また最後の条件は  $\eta_R^0$  が暗黒物質である場合の十分条件であり, 湯川結合が十分小さければ仮に  $M_{\eta_R^0} > M_1$  の場合でも安定である可能性がある。

Inert doublet は gauge 相互作用をもつため, 宇宙の再加熱温度  $T_R$  が十分大きければすぐに熱平衡状態になる。したがって, 電弱対称性が自発的に破れる温度を  $T_{EW}$  としたとき  $T_R \gg m_\eta^2, T_{EW}$  であれば  $\eta_R^0$  は WIMP となりうる。このとき, 暗黒物質の残存量を決定する対消滅過程として, gauge boson を終状態としてとれる, つまり  $M_{\eta_R^0} \ll m_W$  と  $M_{\eta_R^0} \gg m_W$  の場合に大別される。前者の低質量領域では Higgs boson を介した fermion への対消滅過程が主要な寄与であるため,  $\lambda_+$  の値に大き

く依存する。したがって、暗黒物質の残存量を説明しようとするために必要な  $|\lambda_+|$  は暗黒物質の直接探索実験によって強く制限されている。また暗黒物質の間接探索実験からも  $b\bar{b}$  への断面積に大きな制限がついているため、Higgs boson との共鳴領域  $M_{\eta_R^0} \sim m_h/2$  以外の領域はほぼ棄却されている。

本論文では、 $M_{\eta_R^0} \gg m_W$  の高質量領域のみに着目して議論する。特にこの領域では  $\eta_R^0$  が TeV-scale の暗黒物質でニュートリノ質量と次節で議論する leptogenesis による baryon 数非対称性を同時に説明することができる [29, 30, 72, 73].

$M_{\eta_R^0} \gg m_W$  の高質量領域では、暗黒物質の残存量に寄与する主な過程は 2 体への対消滅であり、これらは gauge 結合定数および  $\lambda_+$  に依存する。また inert doublet の成分間の質量が縮退している場合はこれに加えて共対消滅による寄与が存在する。これらの質量差は Higgs boson の真空期待値に比例し  $\lambda_4, \lambda_5$  が  $\mathcal{O}(1)$  より十分大きい場合を除き質量差は電弱 scale 程度なので、 $M_{\eta_R^0} \gg m_W$  では自然に inert doublet の成分間の質量は自然に縮退する。

まず、Higgs doublet と Inert doublet の間の 4 点結合がない場合を考える\*8。この場合、残存量は gauge 相互作用のみによって決定されるため、残存量が  $M_{\eta_R^0} = m_\eta$  のみに依存するようになる。したがって、暗黒物質の質量と残存量が 1 対 1 対応する。その後、4 点結合定数  $\lambda_{3,4,5}$  が存在する場合にどのように残存量に寄与するかについて議論する [49].

## 5.2.1 Pure gauge 極限における暗黒物質の残存量

Pure gauge 極限では、全ての状態はツリーレベルでは縮退する\*9。1-ループレベルでは対称性から微小な  $\lambda_5$  の寄与を除いて中性状態は厳密に縮退したままであり、荷電状態と中性状態の間では 5.1.1 で議論したように  $M_{\eta^\pm} - M_{\eta_R^0} \simeq 350 \text{ MeV}$  が生じる [67]. これらの差は無視することができるほど小さいので、pure gauge 極限で (共) 対消滅の散乱断面積を評価する上では inert doublet の全ての状態は厳密に縮退している考えることができる。この極限では、終状態として gauge boson, fermion 及び gauge boson を介して gauge boson と Higgs boson となる過程が存在する。

まず終状態が gauge boson である過程を考える。関連する Lagrangian は

$$\begin{aligned} \mathcal{L} \supset & \frac{g}{2c_w} Z_\mu (\eta_I^0 \partial^\mu \eta_R^0 - \eta_R^0 \partial^\mu \eta_I^0) - \frac{ig}{2} W_\mu^+ (\eta^- \partial^\mu \eta_R^0 - \eta_R^0 \partial^\mu \eta^-) + \frac{ig}{2} W_\mu^- (\eta^+ \partial^\mu \eta_R^0 - \eta_R^0 \partial^\mu \eta^+) \\ & - \frac{g}{2} W_\mu^+ (\eta^- \partial^\mu \eta_I^0 - \eta_I^0 \partial^\mu \eta^-) - \frac{g}{2} W_\mu^- (\eta^+ \partial^\mu \eta_I^0 - \eta_I^0 \partial^\mu \eta^+) \\ & + \frac{ig}{2c_w} (2c_w^2 - 1) Z_\mu (\eta^- \partial^\mu \eta^+ - \eta^+ \partial^\mu \eta^-) + ie A_\mu (\eta^- \partial^\mu \eta^+ - \eta^+ \partial^\mu \eta^-) \\ & + \frac{g^2}{8c_w^2} Z_\mu Z^\mu ((\eta_R^0)^2 + (\eta_I^0)^2) + \frac{g^2}{4} W_\mu^+ W^{-\mu} ((\eta_R^0)^2 + (\eta_I^0)^2) \\ & + \frac{s_w^2 g^2}{2c_w} Z_\mu (W^{+\mu} \eta^- + W^{-\mu} \eta^+) \eta_R^0 - \frac{eg}{2} A_\mu (W^{+\mu} \eta^- + W^{-\mu} \eta^+) \eta_R^0 \\ & - \frac{is_w^2 g^2}{2c_w} Z_\mu (W^{+\mu} \eta^- - W^{-\mu} \eta^+) \eta_I^0 + \frac{ieg}{2} A_\mu (W^{+\mu} \eta^- - W^{-\mu} \eta^+) \eta_I^0 \\ & + \frac{g^2}{2} W_\mu^+ W^{-\mu} \eta^+ \eta^- + \frac{g^2}{4c_w^2} (2c_w^2 - 1)^2 Z_\mu Z^\mu \eta^+ \eta^- \end{aligned}$$

\*8 以下ではこれを pure gauge 極限と呼ぶ。

\*9 暗黒物質の直接探索の制限を避けるために  $\lambda_5$  は微小だが無視できるとする。

$$+ \frac{eg}{c_w}(2c_w^2 - 1)A_\mu Z^\mu \eta^+ \eta^- + e^2 A_\mu A^\mu \eta^+ \eta^-,$$

である\*10. 質量をもつ gauge boson の偏光 vector について和を取ると

$$\sum \epsilon_\mu^*(p) \epsilon_\nu(p) = -g_{\mu\nu} + \frac{p_\mu p_\nu}{m^2},$$

となる. ここで  $m$  は gauge boson の質量である. したがって, 例えば終状態が 2 つの gauge boson である場合, 散乱振幅の 2 乗に  $s$ -parameter に比例する項が現れ散乱振幅のユニタリティを破る. 標準模型における  $WW$  散乱に代表されるように, gauge 対称性からこのような gauge boson の縦波によるユニタリティの破れを引き起こす寄与は相殺する. Gauge boson の運動量が質量よりも十分大きい場合縦波成分の偏光 vector は

$$\epsilon_L^\mu(p) = \left( \frac{|\mathbf{p}|}{m}, \frac{p^0}{m} \frac{\mathbf{p}}{|\mathbf{p}|} \right) = \frac{p^0}{|\mathbf{p}|} \frac{p^\mu}{m} - \left( \frac{m}{|\mathbf{p}|}, \mathbf{0} \right) \simeq \frac{p^\mu}{m} + \mathcal{O}\left(\frac{m}{|\mathbf{p}|}\right),$$

と近似することができる. この 1 項目がユニタリティの破れを引き起こす可能性がある. しかし全ての channel を考慮して計算を行うと

$$\begin{aligned} i\mathcal{M}_L &\equiv i\mathcal{M}(H_0 H_0 \rightarrow Z_L Z_L) \\ &= i\mathcal{M}_p(H_0 H_0 \rightarrow Z_L Z_L) + i\mathcal{M}_t(H_0 H_0 \rightarrow Z_L Z_L) + i\mathcal{M}_u(H_0 H_0 \rightarrow Z_L Z_L) \\ &= \frac{ig^2 m_Z^2}{4c_W^2} \left( 1 - \frac{4m_Z^2}{s} \right)^{-1} \left( \frac{8}{s} + \frac{1}{t - M_{\eta_R^0}^2} + \frac{1}{u - M_{\eta_R^0}^2} \right), \end{aligned}$$

となり, 確かにダイアグラム間で相殺が起こりユニタリティを破る寄与は存在しない. さらに  $s \gg m_Z^2$  および非相対論近似

$$s \simeq 4M_{\eta_R^0}^2, \quad t \simeq -M_{\eta_R^0}^2, \quad u \simeq -M_{\eta_R^0}^2,$$

を用いると, 最終的に散乱振幅の縦波成分の寄与は

$$\mathcal{M}_L \simeq \frac{g^2 m_Z^2}{4c_W^2 M_{\eta_R^0}^2},$$

となる. このようにユニタリティを破る寄与は相殺し, pure gauge 極限では全ての (共) 対消滅に対する散乱断面積は  $M_{\eta_R^0}^{-2}$  で減少する.  $t$ -channel と  $u$ -channel は  $\eta_I^0$  の伝搬関数を含むが, pure gauge 極限では全ての inert doublet の成分の質量は縮退しているため,  $M_{\eta_R^0}^2$  に比例する項以外も相殺しており,  $M_{\eta_R^0}$  の最高次が  $m_Z^2/M_{\eta_R^0}^2$  となっている. これは Goldstone equivalence theorem の帰結である. Gauge boson の縦波成分の自由度は would-be Goldstone boson に対応しているため, 中性な would-be Goldstone boson を  $G$  とすると,  $\eta_R^0 \eta_R^0 \rightarrow Z_L Z_L$  は高エネルギー極限で

$$\mathcal{M}(\eta_R^0 \eta_R^0 \rightarrow Z_L Z_L) \rightarrow \mathcal{M}(\eta_R^0 \eta_R^0 \rightarrow GG) + \mathcal{O}\left(\frac{m_Z^2}{s}\right),$$

のようになる. 一方今は pure gauge 極限を考えているので,  $\mathcal{M}(\eta_R^0 \eta_R^0 \rightarrow GG)$  に対応する項は 0 になる. したがって, pure gauge 極限では縦波成分からの寄与は  $m_Z^2/s \simeq m_Z^2/M_{\eta_R^0}^2$  で抑制されるこ

\*10 以下では,  $c_w \equiv \cos \theta_W$ ,  $s_w \equiv \sin \theta_W$ ,  $t_w \equiv \tan \theta_W$  という略記を用いる.

となる。逆に言えば、4点結合が0でない場合は equivalence theorem から縦波成分からの寄与に would-be Goldstone boson との結合定数に対応する  $\lambda_-$  の項が現れ、これは  $m_Z^2/M_{\eta_R^0}^2$  で抑制されな  
いたため暗黒物質の残存量を見積もる上で重要になってくる。4点結合がない場合には、暗黒物質の質量  
は現在の宇宙の残存量を満たすことから

$$M_{\eta_R^0} \simeq 550 \text{ GeV}$$

となる [49].

## 5.2.2 4点結合の効果

4点結合を入れた場合には消滅断面積は増加すると考えられる。したがって、上記の質量よりも大き  
くなる。また  $m_W < M_{\eta_R^0} < 550 \text{ GeV}$  の領域では、gauge 相互作用によって  $\eta_R^0$  が減り過ぎてしまい  
観測されている残存量を説明することができない。Inert doublet 以外に追加の粒子が存在すればこの  
領域でも残存量の要請を満たすことができると考えられる。Scotogenic 模型において右巻きニュート  
リノの崩壊によってこの領域で暗黒物質の残存量を説明できることが知られている [74]. 本研究では  
TeV 領域を考えるためこのような寄与は無視することができ、前述のように4点結合の効果が重要と  
なる。

次章で考える拡張 scotogenic 模型においても、暗黒物質の残存量や直接探索実験からの制限につい  
ては拡張の影響を受けないため具体的な計算は次章で行う。

## 5.2.3 熱的 leptogenesis における Boltzmann 方程式

Leptogenesis について議論する際は  $a, b, \dots \leftrightarrow i, j, \dots$  の反応について、熱平均化された散乱断面  
積ではなく反応密度

$$\begin{aligned} \gamma_{a,b,\dots \rightarrow i,j,\dots} &\equiv \int \frac{g_a d^3 p_a}{(2\pi)^3 2E_a} \frac{g_b d^3 p_b}{(2\pi)^3 2E_b} \cdots \frac{g_i d^3 p_i}{(2\pi)^3 2E_i} \frac{g_j d^3 p_j}{(2\pi)^3 2E_j} \cdots \\ &\times (2\pi)^4 \delta^4(p_a + p_b + \cdots - p_i - p_j - \cdots) |\mathcal{M}|_{a,b,\dots \rightarrow i,j,\dots}^2 \\ &\times f_a f_b \cdots (1 \pm f_i)(1 \pm f_j) \cdots \end{aligned}$$

がよく用いられる。これを用いて lepton 数非対称性を計算するための Boltzmann 方程式を与える。  
第3章と同様に考えると Boltzmann 方程式は

$$\frac{dY_a}{dz} = -\frac{z}{sH(m)} \left( \frac{Y_a}{Y_a^{\text{eq}}} \frac{Y_b}{Y_b^{\text{eq}}} \cdots \gamma_{a,b,\dots \rightarrow i,j,\dots}^{\text{eq}} - \frac{Y_i}{Y_i^{\text{eq}}} \frac{Y_j}{Y_j^{\text{eq}}} \cdots \gamma_{i,j,\dots \rightarrow a,b,\dots}^{\text{eq}} \right)$$

となる。ただしここで  $H = H(m)z^{-2}$  であり、 $\gamma^{\text{eq}}$  は

$$\begin{aligned} \gamma_{a,b,\dots \rightarrow i,j,\dots}^{\text{eq}} &\equiv \int \frac{g_a d^3 p_a}{(2\pi)^3 2E_a} \frac{g_b d^3 p_b}{(2\pi)^3 2E_b} \cdots \frac{g_i d^3 p_i}{(2\pi)^3 2E_i} \frac{g_j d^3 p_j}{(2\pi)^3 2E_j} \cdots \\ &\times (2\pi)^4 \delta^4(p_a + p_b + \cdots - p_i - p_j - \cdots) |\mathcal{M}|_{a,b,\dots \rightarrow i,j,\dots}^2 e^{-(E_a + E_b + \cdots)/T} \end{aligned}$$

である。今は  $(1 \pm f_i) \simeq 1$ ,  $f_i = (n_i/n_i^{\text{eq}})f_i^{\text{eq}}$ ,  $f_i^{\text{eq}} = e^{-E_i/T}$  を考えているため

$$\gamma_{a,b,\dots \rightarrow i,j,\dots} = \frac{n_a}{n_a^{\text{eq}}} \frac{n_b}{n_b^{\text{eq}}} \cdots \gamma_{a,b,\dots \rightarrow i,j,\dots}^{\text{eq}}$$

が成り立っている。

まず  $N_1$  の Boltzmann 方程式についてである。主な寄与は崩壊  $N_1 \leftrightarrow L\eta$  と散乱  $N_1 N_i \leftrightarrow \bar{L}L, \eta^\dagger \eta$  である。Gauge 相互作用によって inert doublet や lepton doublet は熱平衡状態になっている。また  $N_{2,3}$  が熱平衡状態にあり、かつ  $N_1 N_1 \leftrightarrow \bar{L}L, \eta^\dagger \eta$  が  $N_1$  の湯川結合が十分小さく無視できるとすると

$$\frac{dY_{N_1}}{dz} = -\frac{z}{sH(M_1)} \left( \frac{Y_{N_1}}{Y_{N_1}^{\text{eq}}} - 1 \right) \left[ \gamma_D^{N_1} + \sum_{i=2,3} \left( \gamma_{N_1 N_i}^{(2)} + \gamma_{N_1 N_i}^{(3)} \right) \right]$$

となる。ここで  $\gamma_D^{N_1}, \gamma_{N_1 N_i}^{(2)}, \gamma_{N_1 N_i}^{(3)}$  はそれぞれ  $N_1 \leftrightarrow L\eta, N_1 N_i \leftrightarrow \bar{L}L, \eta^\dagger \eta$  に対する反応密度である。また  $z \equiv M_1/T$  である。

このようにして生成された  $N_1$  が熱平衡状態から抜けた後に崩壊することで Sakharov の 3 条件を満たし lepton 数非対称性が生成され、スファレロンを通して baryon 数非対称性に転化される。崩壊における CP 非対称性の parameter は

$$\varepsilon \equiv \frac{\Gamma_{N_1 \rightarrow L\eta} - \Gamma_{N_1 \rightarrow \bar{L}\eta^\dagger}}{\Gamma_{N_1 \rightarrow L\eta} + \Gamma_{N_1 \rightarrow \bar{L}\eta^\dagger}}$$

で定義される。ただしここで終状態の flavor については全て足し上げている。ツリーレベルでは  $\Gamma_{N_1 \rightarrow L\eta} = \Gamma_{N_1 \rightarrow \bar{L}\eta^\dagger}$  となるため、leading order はツリーレベルと 1-ループレベルの干渉項から生じる。これを計算すると

$$\varepsilon = \frac{1}{8\pi(h^\dagger h)_{11}} \sum_{i \neq 1} \text{Im}[(h^\dagger h)_{1i}^2] \sqrt{a_i} \left[ 1 - \frac{(1-a_\eta)^2}{a_i - 1} + \frac{1-2a_\eta + a_i}{(1-a_\eta)^2} \log \left( \frac{a_i - a_\eta^2}{1-2a_\eta + a_i} \right) \right]$$

となる。ここで

$$a_i \equiv \frac{M_i^2}{M_1^2}, \quad a_\eta \equiv \frac{m_\eta^2}{M_1^2}$$

である。また今は電弱対称性が破れる前を考えているため、inert doublet の質量は厳密に縮退している。

$N_1$  の崩壊によって生成された lepton 数はそのままスファレロン過程を通して転化されるのではなく、lepton 数を破る相互作用によって washout される。したがって最終的な baryon 数非対称性は  $N_1$  がどれだけ生成されたか、 $\varepsilon$ -parameter を通してどれだけ lepton 数非対称性が生成されたか、そして washout によって生成された lepton 数がどれだけ減ったかによって決定される。またこの washout は CP 対称性を破る必要はない。

Scotogenic 模型における lepton 数の破れには  $L_\alpha L_\beta \leftrightarrow \bar{\eta} \eta^\dagger, L_\alpha L_\beta \leftrightarrow \eta \eta$  の 2 つの過程がある。またこの過程において s-channel で右巻きニュートリノが存在するが、on-shell の寄与は既に崩壊過程で考慮されているためそれを引く必要がある。これらの点を考慮して、 $Y_L + Y_{\bar{L}} \simeq 2Y_L^{\text{eq}}$  となること及び  $N_{2,3}$  が熱平衡にあることを用いると正味の lepton 数  $Y_{\mathcal{L}}$  の Boltzmann 方程式は

$$\frac{dY_{\mathcal{L}}}{dz} = \frac{z}{sH(M_1)} \left[ \epsilon_1 \left( \frac{Y_{N_1}}{Y_{N_1}^{\text{eq}}} - 1 \right) \gamma_D^{N_i} - \frac{2Y_{\mathcal{L}}}{Y_L^{\text{eq}}} \left( \gamma_N^{(2)} + \gamma_N^{(13)} + \sum_i \frac{\gamma_D^{N_i}}{4} \right) \right]$$

となる。ここで  $\gamma_N^{(2)}, \gamma_N^{(13)}$  はそれぞれ  $L_\alpha \eta \leftrightarrow \bar{L}_\beta \eta, L_\alpha L_\beta \leftrightarrow \eta \eta$  の反応密度である。したがって後は反応密度を計算して、湯川結合の値を決めてこれを解くことで生成される lepton 数非対称性を求めることができる。

生成された lepton 数非対称性はスファレロン過程を通して baryon 数非対称性になるため、転化される割合は scotogenic 模型の場合

$$Y_B = -\frac{8}{23} Y_L(z_{EW})$$

となる。ここで  $z_{EW} = M_1/T_{EW}$  は電弱対称性が破れる温度である。したがって宇宙の baryon 数非対称性を説明するためには  $|Y_L| \simeq 3 \times 10^{-10}$  が必要となる。

崩壊における反応密度は親粒子の質量を  $m$  とすると修正 Bessel 関数を用いて

$$\gamma_D^{eq} = n^{eq} \frac{K_1(m/T)}{K_2(m/T)} \Gamma$$

で与えられる。ここで  $\Gamma$  は崩壊幅であり、内部自由度  $g$  を用いて

$$n^{eq} = \frac{gm^2 T}{2\pi^2} K_2\left(\frac{m}{T}\right)$$

である。したがって右巻きニュートリノの崩壊による反応密度は

$$\gamma_D^{N_i} = \frac{(h^\dagger h)_{ii}}{8\pi^3} M_1^4 a_i \sqrt{a_i} \left(1 - \frac{a_\eta}{a_i}\right)^2 \frac{\sqrt{a_i} K_1(z)}{z}$$

と求めることができる。散乱に対する反応密度は

$$\gamma_{a,b \rightarrow i,j}^{eq} = \frac{T}{64\pi^4} \int_{s_{\min}}^{\infty} ds \hat{\sigma}(s) \sqrt{s} K_1\left(\frac{\sqrt{s}}{T}\right)$$

と表すことができる。ここで  $s_{\min} = \max[(m_a^2 + m_b^2)^2, (m_i^2 + m_j^2)^2]$  である。また  $\hat{\sigma}$  は換算散乱断面積

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}(s) \equiv & \frac{g_a g_b}{s} \sqrt{[s - (m_a - m_b)^2][s - (m_a + m_b)^2]} \int \frac{g_i d^3 p_i}{(2\pi)^3 2E_j} \frac{g_j d^3 p_j}{(2\pi)^3 2E_j} \\ & \times (2\pi)^4 \delta^4(p_a + p_b - p_i - p_j) |\mathcal{M}|_{a,b \rightarrow i,j}^2 \end{aligned}$$

である。これらから Boltzmann 方程式に現れる全ての反応密度を計算することができる。

Scotogenic 模型同様右巻きニュートリノの崩壊によって leptogenesis を実現する模型に type-I seesaw 模型がある。この模型において、宇宙の baryon 数非対称性を説明するための右巻きニュートリノの下限は Davidson-Ibarra bound として知られており、 $M_1 \gtrsim 10^9$  GeV と与えられている。一方で、scotogenic 模型においてはニュートリノの質量が 1-ループで生成されるため湯川結合を大きくすることで type-I seesaw 機構よりも CP 対称性の破れを大きくして右巻きニュートリノの質量を下げられることが期待される。[29] では scotogenic 模型において inert doublet が暗黒物質である場合に同様に右巻きニュートリノの質量の下限が調べられている。この論文では特定の湯川結合の構造を仮定しているものの、leptogenesis が実現するための右巻きニュートリノの質量の下限を  $M_1 \gtrsim 10^8$  GeV 程度と結論付けている。Type-I seesaw 模型同様 scotogenic 模型においても leptogenesis に関わる相互作用が湯川相互作用しかないため、湯川結合を大きくして  $N_1$  を多く生成したり CP 非対称性の破

れを増大させるように parameter を選ぶと, 一般的にはそれに伴って washout の寄与も大きくなってしまう. これによって, 右巻きニュートリノの質量は TeV-scale にすることができず通常の type-I seesaw 模型よりも 1 桁質量の下限が小さくなる程度の差しか生じない. 一方で, 次章で考えるような新たな相互作用によって右巻きニュートリノが熱平衡に入ったのち, 湯川結合を通して崩壊することができれば low scale leptogenesis が実現されると考えられる.

## 第 6 章

# 拡張 scotogenic 模型

前章までで標準模型では説明することのできないニュートリノの質量, 暗黒物質の存在, baryon 数非対称性を scotogenic 模型で説明できる可能性について議論した. その際, 新たに導入された右巻きニュートリノの Majorana 質量項は対称性から許されているため裸で与えられている. 本章では, 右巻きニュートリノに質量を与え, かつ Ricci scalar との非最小結合を通して inflaton の役割を果たす実 singlet scalar を新たに導入する形で scotogenic 模型の拡張を考える. その場合の inflation および leptogenesis, 暗黒物質の現象論について議論する [75].

### 6.1. 模型

Scotogenic 模型では, 右巻きニュートリノの質量項は対称性から禁止されていないため手で与えられている. ここでは, 右巻きニュートリノが標準模型の対称性の下で singlet な実 singlet scalar  $S$  との湯川結合を通して  $S$  の真空期待値  $\langle S \rangle$  から Majorana 質量項を獲得する場合を考える. 標準模型の対称性に加えて離散対称性  $Z_4$  を課し,  $Z_4$  対称性の下でそれぞれ 2, 1, 1 の電荷をもつ新しい場  $S, \eta, N_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) を導入する. また標準模型の場は  $Z_4$  対称性の下で電荷をもたないとする. 拡張模型の粒子と電荷を表 6.1 にまとめる. 拡張された模型における  $Z_4$  不変な Lagrangian のうち, 新しい場に関連する部分は

$$\begin{aligned}
 -\mathcal{L} \supset & \sum_{i=1}^3 \left( \sum_{\alpha=1}^3 h_{\alpha i} \overline{L}_{\alpha} \tilde{\eta} N_i + \frac{y_i}{2} S \overline{N}_i^c N_i + \text{h.c.} \right) \\
 & + \tilde{m}_{\phi}^2 \phi^{\dagger} \phi + \tilde{m}_{\eta}^2 \eta^{\dagger} \eta + \lambda_1 (\phi^{\dagger} \phi)^2 + \lambda_2 (\eta^{\dagger} \eta)^2 + \lambda_3 (\phi^{\dagger} \phi) (\eta^{\dagger} \eta) + \lambda_4 (\eta^{\dagger} \phi) (\phi^{\dagger} \eta) \\
 & + \frac{\tilde{\lambda}_5}{2} \frac{S}{\Lambda} [(\phi^{\dagger} \eta)^2 + \text{h.c.}] + \frac{m_S^2}{2} S^2 + \frac{\kappa_1}{4} S^4 + \frac{\kappa_2}{2} S^2 (\eta^{\dagger} \eta) + \frac{\kappa_3}{2} S^2 (\phi^{\dagger} \phi) \quad (6.1)
 \end{aligned}$$

で与えられる. ここで  $\Lambda$  は理論の cut-off scale であり,  $\langle S \rangle \ll \Lambda$  を満たすと仮定している<sup>\*1</sup>. また運動項については省略した.  $\langle S \rangle$  によって  $Z_4$  対称性が  $Z_2$  対称性に自発的に破れることで, 対称性の構造は scotogenic 模型と同じになる.  $S = \langle S \rangle + \tilde{s}$  のように自発的対称性の破れ後の真空周りの揺らぎ

<sup>\*1</sup> Scalar potential において次元 5 までの対称性の下で不変な項はすべて書き下されているため, scalar potential における cut-off scale の影響は  $\tilde{\lambda}_5$  項を通してのみ現れる. また湯川結合における次元 5 の Weinberg 演算子は cut-off scale で十分抑制されており 1-ループレベルの量子補正で生じるものよりも小さく無視できるものとする.

	$SU(2)_L$	$U(1)_Y$	$Z_4$	spin
$\eta$	<b>2</b>	1/2	1	0
$S$	<b>1</b>	0	2	0
$N_i$	<b>1</b>	0	1	1/2

表 6.1 拡張 scotogenic 模型

$\tilde{s}$  を定義すると, scotogenic 模型 (5.2) に含まれる parameter と (6.1) の parameter の関係は

$$M_i = y_k \langle S \rangle, \quad \lambda_5 = \tilde{\lambda}_5 \frac{\langle S \rangle}{\Lambda}, \quad m_\eta^2 = \tilde{m}_\eta^2 + \frac{\kappa_2}{2} \langle S \rangle^2, \quad m_\phi^2 = \tilde{m}_\phi^2 + \frac{\kappa_3}{2} \langle S \rangle^2 \quad (6.2)$$

となる. また電弱対称性が自発的に破れる前における  $\tilde{s}$  の質量は  $S$  の potential

$$V(S) = \frac{m_S^2}{2} S^2 + \frac{\kappa_1}{4} S^4 \quad (6.3)$$

から  $m_S^2 = 2\kappa_1 \langle S \rangle^2$  のように得られる. ここでは  $\langle S \rangle$  は weak scale よりも十分大きいと考えているため, 実 singlet scalar  $S$  と他の scalar  $\phi, \eta$  との結合定数は量子補正を無視できるくらい十分に小さいとする.

ニュートリノの質量は scotogenic 模型と同じく 1-ループレベルで生成される. Inert doublet の中性成分  $\eta_R^0$  と  $\eta_I^0$  の質量差は  $S$  の真空期待値からは生じないため, (6.2) を用いると本模型におけるニュートリノの質量行列は scotogenic 模型と同じ形になり (5.6) から

$$(m_\nu)_{\alpha\beta} \simeq \sum_{i=1}^3 \frac{\lambda_5 h_{\alpha i}^* h_{\beta i}}{16\pi^2 M_i} \frac{M_i^2}{M_\eta^2 - M_i^2} \left[ 1 + \frac{M_i^2}{M_\eta^2 - M_i^2} \ln \left( \frac{M_i^2}{M_\eta^2} \right) \right] \quad (6.4)$$

で与えられる. ただしここで  $|\lambda_5| \ll 1$  の近似を用いた.

電弱対称性が自発的に破れた後の inert doublet のそれぞれの成分の質量は (5.4) から

$$M_{\eta_\pm}^2 = m_\eta^2 + \lambda_3 \langle \phi \rangle^2, \quad M_{\eta_R^0}^2 = m_\eta^2 + \lambda_+ \langle \phi \rangle^2, \quad M_{\eta_I^0}^2 = m_\eta^2 + \lambda_- \langle \phi \rangle^2$$

で与えられる. 一般性を失わず  $\lambda_5 < 0$  とすることができるため, 前章同様  $M_{\eta_R^0} < M_{\eta_I^0}$  を考える. また  $m_\eta^2 \gg \langle \phi \rangle^2$  を満たすとき成分間の質量はほぼ縮退し, 特に中性成分間の質量差  $M_{\eta_I^0} - M_{\eta_R^0}$  は  $|\lambda_5|$  に比例し, (6.2) から  $\mathcal{O}(1)$  の  $\tilde{\lambda}_5$  に対して  $\langle S \rangle \ll \Lambda$  が満たされる限り小さくなる. 本章でも, 前章同様 inert doublet の中性成分  $\eta_R^0$  を暗黒物質と考える. 以降では (6.2) を用いて前章の scotogenic 模型と同じ parameter で議論する.

Scotogenic 模型にはない本模型の新たな特徴として,

$$(i) \quad \frac{y_i}{2} \tilde{s} (\overline{N_i^c} N_i + \overline{N_i} N_i^c), \quad (6.5)$$

$$(ii) \quad \kappa_2 \langle S \rangle \tilde{s} (\eta^\dagger \eta) + \frac{\kappa_2}{2} \tilde{s}^2 (\eta^\dagger \eta) + \kappa_3 \langle S \rangle \tilde{s} (\phi^\dagger \phi) + \frac{\kappa_3}{2} \tilde{s}^2 (\phi^\dagger \phi) \quad (6.6)$$

のような  $\tilde{s}$  に関連した相互作用項がある\*2. まず,  $\tilde{s}$  は inflation を引き起こす inflaton の役割を果たしていると考えられるため,  $m_{\tilde{s}} > 2M_i$  を満たす場合 (6.5) の相互作用は inflation 後の再加熱に寄与する

\*2 次元 5 の演算子  $\tilde{s}[(\phi^\dagger \eta)^2 + \text{h.c.}]$  については cut-off scale で抑制されているため無視できるものとする.

可能性がある。仮に  $m_{\tilde{s}} > 2M_i$  が満たされずニュートリノの湯川結合定数  $h_{\alpha i}$  が極めて小さい場合でも、この相互作用を通して右巻きニュートリノ  $N_i$  が熱平衡に入ることができる。したがって low scale leptogenesis によって宇宙の baryon 数非対称性を説明できることが期待される。またこのような微小な湯川結合定数  $h_{\alpha i}$  をもつ右巻きニュートリノの崩壊によって leptogenesis を実現することができれば、ニュートリノ振動を説明することのできる parameter との間に矛盾は生じない [76, 77]。次に、(6.6) の相互作用は、Higgs の物理と暗黒物質の物理の両方に影響を与えると考えられる。 $\kappa_3$  が十分小さくない場合、 $\tilde{s}$  と Higgs boson の間に混合が生じ現在の実験事実と矛盾する。本研究では、これを避けるために  $\kappa_3 = 0$  と仮定する\*3。最後に  $\tilde{s}$  と inert doublet との相互作用が暗黒物質の現象に影響を与える可能性についてである。 $\tilde{s}$  によって生じる  $\eta_R^0$  の対消滅などの新たな反応過程が存在するため、これによって前章で議論した scotogenic 模型における  $\eta_R^0$  の残存量などを大きく変える場合がある。以降では新粒子の質量が

$$2M_{\eta_R^0} \lesssim m_{\tilde{s}} < 2M_i \quad (6.7)$$

のような  $\tilde{s}$  による効果が大きくなる場合を考える。

## 6.2. Inflation

実 singlet scalar  $S$  は右巻きニュートリノの質量起源を説明するだけでなく、inflaton の役割を果たすことができる。宇宙の指数関数的な膨張である inflation を説明することのできる模型として、Ricci scalar  $R$  との非最小結合をもつ scalar による模型がある [78, 79]。この考えを標準模型に適用した模型として Higgs inflation が [37, 38] あり、様々な観点から研究がなされている [40, 80–84]。この Higgs inflation は最新の Planck による制限を満たしており、有力な模型の 1 つである。しかし、もし Higgs doublet のような多成分場が非最小結合をもち inflaton の役割を果たすとするとユニタリティ問題が生じる可能性があり、議論がなされている [42–46]。もし inflation scale よりも小さな scale で Ricci scalar との非最小結合をもつ scalar 間の散乱振幅がユニタリティを破る場合、ユニタリティを回復させるために模型を拡張する必要がある。しかしこれは同時に inflation scale で inflaton potential の平坦性を損なう危険性がある。このような問題は [46] で議論されているような inflaton が実 singlet scalar であるような場合には解決することができる。このような観点から、本論文では実 singlet scalar  $S$  を inflaton として考える\*4。また実 singlet scalar  $S$  のみが Ricci scalar と非最小結合をもっていると仮定し、Higgs doublet と inert doublet は inflation に寄与しないものとする。

Inflation に関連する Jordan frame における作用は

$$S_J = \int d^4x \sqrt{-g} \left[ -\frac{1}{2} M^2 R - \frac{1}{2} \xi S^2 R + \frac{1}{2} \partial_\mu S \partial^\mu S - V(S) \right] \quad (6.8)$$

で与えられる。ここで Ricci scalar と scalar 場の結合  $\xi$  は非最小結合と呼ばれる。(6.8) で与えられて

\*3 Inert doublet がループを回るような量子補正によって  $S^2(\phi^\dagger \phi)$  という相互作用が生じるが、後に議論するようにこの相互作用に関連する  $\kappa_2$  は十分に小さくする必要があり、したがってこの仮定の下では  $\kappa_3$  を無視することができ、 $\tilde{s}$  と Higgs boson の混合を抑制することができる。

\*4 Inert doublet 模型における Higgs inflation の研究は [85, 86] で行われている。本論文の inflation は基本的に [37–40] と同じであるが、後に議論するように inflaton が暗黒物質の現象に重要な役割を果たす場合がある。

いる  $M$  と換算 Planck 質量  $M_P$  の関係は

$$M_P^2 = M^2 + \xi \langle S \rangle^2$$

である。また  $V(S)$  は (6.3) で与えられている  $S$  の potential であり,  $S$  が十分に大きい時には 4 次の項が支配的になるため近似的に  $V(S) \simeq \kappa_1 S^4/4$  とすることができる。非最小結合を含む模型において inflation を議論する上で便利な frame として Einstein frame がある。この frame においては, Ricci scalar との非最小結合は存在せず, Ricci scalar に関連する項は Einstein-Hilbert 作用に一致する。Einstein frame に移るために共形変換 [37, 38, 78, 79]

$$(g_E)_{\mu\nu} = \Omega^2(x)g_{\mu\nu}, \quad \Omega^2 = 1 + \frac{\xi(S^2 - \langle S \rangle^2)}{M_P^2} \simeq 1 + \frac{\xi S^2}{M_P^2} \quad (6.9)$$

をおこなう。ここで  $\Omega^2$  は非最小結合を取り除くように決められる\*5。また inflation 中は  $S$  の値が大きい場合を考えるので,  $S$  の真空期待値  $\langle S \rangle$  を無視した。したがってこの変換によって Einstein frame における作用は

$$S_E = \int d^4x \sqrt{-g_E} \left\{ -\frac{1}{2} M_P^2 R_E + \frac{1}{2\Omega^4} \left[ 1 + \frac{(\xi + 6\xi^2)S^2}{M_P^2} \right] g_E^{\mu\nu} \partial_\mu S \partial_\nu S - \frac{1}{\Omega^4} V(S) \right\} \quad (6.10)$$

と得られる。運動項を正準規格化するために場  $\chi$  を

$$\frac{d\chi}{dS} \equiv \frac{1}{\Omega^2} \sqrt{1 + \frac{(\xi + 6\xi^2)S^2}{M_P^2}} \quad (6.11)$$

と定義する。したがって  $S = S(\chi)$  を解くことで (6.10) の potential  $V_E \equiv V(S)/\Omega^4$  を  $\chi$  を使って表すことができる。(6.11) は解析的に積分することができ,

$$\frac{\sqrt{\xi}\chi}{M_P} = \sqrt{1 + 6\xi} \operatorname{arcsinh} \left( \sqrt{1 + 6\xi} \frac{\sqrt{\xi}S}{M_P} \right) - \sqrt{6\xi} \operatorname{arcsinh} \left( \sqrt{6\xi} \frac{\sqrt{\xi}S/M_P}{\sqrt{1 + \xi S^2/M_P^2}} \right) \quad (6.12)$$

となる。したがって,  $S \ll M_P/\sqrt{\xi}$  が満たされる領域では  $\chi$  と  $S$  は一致する。またこのとき  $\Omega^2 \simeq 1$  となる。非最小結合  $\xi$  が  $6\xi \gg 1$  を満たす場合は (6.12) から

$$\chi \simeq \sqrt{\frac{3}{2}} M_P \log \left( 1 + \frac{\xi S^2}{M_P^2} \right)$$

となるので,  $\chi$  の potential

$$V_E(\chi) \simeq \frac{\kappa_1 M_P^4}{4\xi^2} \left[ 1 - \exp \left( -\sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\chi}{M_P} \right) \right]^2 \quad (6.13)$$

が得られる。 $S$  が  $S \gg M_P/\sqrt{\xi}$  のように大きな値をとる領域では  $\chi/M_P \gg 1$  となっており, その場合 potential は

$$V_E(\chi) \simeq \frac{\kappa_1 M_P^4}{4\xi^2} \quad (6.14)$$

\*5 本論文で必要な inflation の知識およびその計算については付録 A にまとめた。

のように定数となる。また  $6\xi \gg 1$  が満たされていないとしても、 $S \gg M_P/\sqrt{\xi}$  が満たされていれば (6.11) から

$$S \propto M_P \exp\left(\frac{\xi}{\sqrt{\xi + 6\xi^2}} \frac{\chi}{M_P}\right)$$

となり、(6.14) と同じ結果が得られる。このように、Einstein frame で  $S$  の値が大きい領域では、正準規格化された inflaton  $\chi$  の potential は平坦になり、非最小結合  $\xi$  と 4 点結合  $\kappa_1$  を適切に選べば slow-roll inflation を実現できることが分かる\*6。

このような  $\chi$  の potential  $V_E$  に対する e-foldings 数は (6.11) を用いると

$$N = \frac{1}{M_P^2} \int_{\chi_{\text{end}}}^{\chi} d\chi \frac{V_E}{V_E'} = \frac{1}{M_P^2} \int_{S_{\text{end}}}^S dS \left(\frac{d\chi}{dS}\right)^2 \frac{V_E}{dV_E/dS} \simeq \frac{3}{4} \frac{S^2 - S_{\text{end}}^2}{M_P^2/\xi} \quad (6.15)$$

と計算できる。ただしここで  $V_E' = dV_E/d\chi$  である。また slow-roll parameter は

$$\begin{aligned} \varepsilon &\equiv \frac{M_P^2}{2} \left(\frac{V_E'}{V_E}\right)^2 = \frac{8M_P^2}{S^2[M_P^2 + (\xi + 6\xi^2)S^2]} \simeq \frac{4M_P^4}{3\xi^2 S^4}, \\ \eta &\equiv M_P^2 \left(\frac{V_E''}{V_E}\right) = \frac{4M_P^2}{S^2} \frac{3M_P^4 + (\xi + 12\xi^2)\xi S^2 - 2(\xi + 6\xi^2)\xi S^4}{[M_P^2 + (\xi + 6\xi^2)S^2]^2} \simeq -\frac{4M_P^2}{3\xi S^2} \end{aligned}$$

と求められる [87, 88]。Inflation は  $\varepsilon \simeq 1$  で終わるため inflation 終了時の場の値  $S_{\text{end}}$  は  $S_{\text{end}}^2 \simeq \sqrt{4/3} M_P^2/\xi$  となり、(6.15) において  $S^2$  の寄与に比べて  $S_{\text{end}}$  は無視できる。よってこれらの近似の下では slow-roll parameter は e-foldings 数  $N$  のみを用いて、

$$\varepsilon \simeq \frac{3}{4N^2}, \quad \eta \simeq -\frac{1}{N} \quad (6.16)$$

と表すことができる。Inflation に生成される曲率ゆらぎのパワースペクトル  $\mathcal{P}_R(k)$  は、

$$\mathcal{P}_R(k) = A_s \left(\frac{k}{k_*}\right)^{n_s-1}, \quad A_s = \left.\frac{V_E}{24\pi^2 M_P^4 \varepsilon}\right|_{k_*}$$

ように表すことができる。Inflation 中の potential は (6.14) で近似できるので、[36] から波数  $k_* = 0.05 \text{ Mpc}^{-1}$  で  $A_s = (2.101_{-0.034}^{+0.031}) \times 10^{-9}$  であることを用いると 4 点結合定数  $\kappa_1$  と非最小結合  $\xi$  の関係式

$$\kappa_1 \simeq 1.49 \times 10^{-6} \xi^2 N^{-2} \quad (6.17)$$

が得られる。またスペクトル指数  $n_s$  と tensor scalar 比  $r$  は、slow-roll parameter を用いて

$$n_s = 1 - 6\varepsilon + 2\eta, \quad r = 16\varepsilon$$

で与えられる [87, 88]。(6.16) から slow-roll parameter は e-foldings 数  $N$  のみで与えられているので、 $n_s$  と  $r$  も  $N$  のみに依存する。 $N = 60$  の場合、 $n_s \simeq 0.965$ 、 $r \simeq 3.3 \times 10^{-3}$  となり、Planck の制限 [36] と一致している。これらの結果は Higgs inflation と同じだが、Higgs doublet の 4 点結合定

\*6 (6.13) は  $R^2$ -inflation における scalaron の potential と同じ形になっている。 $R^2$ -inflation は Planck の制限を満たす模型の 1 つであり、このことから非最小結合をもつ scalar が inflaton の役割を果たすことができることが分かる。

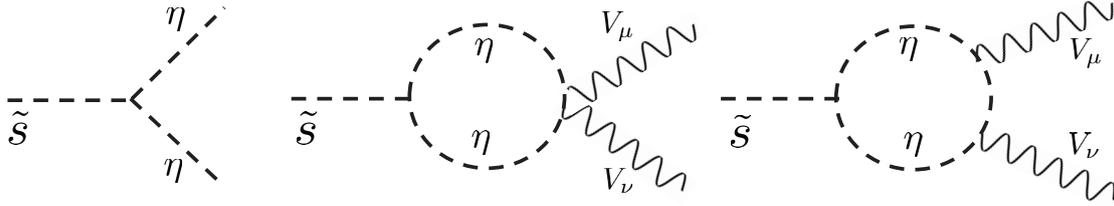


図 6.1 Inflaton 崩壊の主なダイアグラム.  $V_\mu$  は  $W_\mu^\pm, Z_\mu^0$  を表す. また Higgs boson  $h$  も終状態に現れる.

数  $\lambda_1$  が Higgs の質量  $m_h^2 = 4\lambda_1 \langle \phi \rangle^2 \simeq 125 \text{ GeV}$  から厳しく制限されている Higgs inflation の場合と異なり 4 点結合定数  $\kappa_1$  はこの模型では自由な parameter となっている. したがって,  $\xi$  は通常の Higgs inflation の場合に比べてはるかに小さな値をとることができる. 例えば  $\kappa_1 = \mathcal{O}(10^{-6})$  と仮定すると  $N = 60$  では  $\xi = \mathcal{O}(10^2)$  となる. この  $\kappa_1$  の値では  $m_{\tilde{s}} = \mathcal{O}(1) \text{ TeV}$  の場合  $S$  の真空期待値は  $\mathcal{O}(10^6) \text{ GeV}$  となる.

Inflaton  $\tilde{s}$  は inflation が終わった後に真空  $\langle S \rangle$  の周りで振動を開始する\*7. この振動の間に  $\tilde{s}$  が崩壊することで inflaton のもつエネルギーが標準模型粒子に移り宇宙が加熱される. 質量階層として (6.7) を考えているため, ツリーレベルでの inflaton の崩壊  $\tilde{s} \rightarrow \eta^\dagger \eta$  は運動学的に抑制される. しかし 1-ループレベルでは内線に  $\eta$  または  $N_i$  が飛ぶ過程によって標準模型の gauge boson, Higgs boson, ニュートリノなどに崩壊することができる. 関連するダイアグラムを図 6.1 に示す. ニュートリノの湯川相互作用や電磁相互作用は他のものに比べて小さいので, ニュートリノや光子への崩壊は無視できる. よって崩壊幅は

$$\Gamma_{\tilde{s}} \simeq \frac{(\kappa_2 \langle S \rangle)^2}{32\pi m_{\tilde{s}}} \sqrt{1 - \frac{4M_{\eta_R^0}^2}{m_{\tilde{s}}^2}} + \frac{(\kappa_2 \langle S \rangle)^2}{4096\pi^5 m_{\tilde{s}}} \left[ \frac{(2c_w^4 + 1)g^4}{c_w^4} \left| \mathcal{I} \left( \frac{M_{\eta_R^0}^2}{m_{\tilde{s}}^2} \right) \right|^2 + \frac{1}{2}(\lambda_+ + \lambda_- + 2\lambda_3)^2 \left| \mathcal{J} \left( \frac{M_{\eta_R^0}^2}{m_{\tilde{s}}^2} \right) \right|^2 \right] \quad (6.18)$$

で与えられる. 1 行目はツリーレベルでの崩壊  $\tilde{s} \rightarrow \eta_R^0 \eta_R^0$  の寄与である. ここでは  $\eta_I^0, \eta^\pm$  については運動学的に禁止されているもしくはより厳しい抑制が働くことから  $\eta_R^0$  が終状態となるもののみを考慮した. 2 行目は 1-ループの崩壊  $\tilde{s} \rightarrow W^+W^-, ZZ, hh$  からの寄与である. ここで  $\mathcal{I}(r)$  と  $\mathcal{J}(r)$  は付録 B の (B.1) で定義されている\*8.  $m_{\tilde{s}} = \mathcal{O}(\text{TeV})$  を考えるので終状態の weak boson や Higgs boson の質量は無視した.  $\Delta \equiv 1 - 4M_{\eta_R^0}^2/m_{\tilde{s}}^2 < \mathcal{O}(10^{-4})$  が満たされるとツリーレベルの寄与が運動学的に抑制される事で 1-ループの寄与がツリーレベルの寄与と同じくらいの大きさになる. また注目すべき点として, この  $\Gamma_{\tilde{s}}$  の 1-ループの寄与の括弧内の量が  $\mathcal{O}(1)$  の値となることである. これによって  $\Delta$  が小さくなることでツリーレベルの寄与が運動学的に抑制され 1-ループの抑制因子より小さく

\*7 Inflation 中は  $S \simeq \tilde{s}$  となるため簡単のために  $S$  も inflaton と呼んでいたが, 再加熱の議論においては真空まわりの振動を議論するため実 singlet scalar  $S$  と揺らぎ  $\tilde{s}$  を明確に区別する必要がある. したがってこれ以降は  $\tilde{s}$  を inflaton と呼ぶ.

\*8 この導出に関する計算については付録 B を参照.

	$m_{\tilde{s}}(\text{GeV})$	$\kappa_1$	$\lambda_+$	$\lambda_3$	$\xi$	$\langle S \rangle(\text{GeV})$	$T_R(\text{GeV})$	$Y_B$
(A)	2000	$10^{-6}$	-0.38	0.2	49	$1.4 \times 10^6$	$3.5 \times 10^5$	$5.0 \times 10^{-11}$
(B)	2000	$10^{-7}$	-0.38	0.2	16	$4.5 \times 10^6$	$1.1 \times 10^6$	$9.4 \times 10^{-11}$
(C)	2500	$10^{-6}$	-0.48	0.3	49	$1.8 \times 10^6$	$3.9 \times 10^5$	$6.3 \times 10^{-11}$
(D)	2500	$10^{-7}$	-0.48	0.3	16	$5.6 \times 10^6$	$1.2 \times 10^6$	$1.1 \times 10^{-10}$
(E)	3000	$10^{-6}$	-0.58	0.45	49	$2.1 \times 10^6$	$4.3 \times 10^5$	$7.5 \times 10^{-11}$
(F)	3000	$10^{-7}$	-0.58	0.45	16	$6.7 \times 10^6$	$1.3 \times 10^6$	$1.3 \times 10^{-10}$

表 6.2 模型における parameter のベンチマークとそこから期待される  $\xi$ ,  $\langle S \rangle$ , 再加熱温度  $T_R$  および  $Y_B$  の値. すべての場合において  $\Delta = 10^{-6}$ ,  $\kappa_2 = 4 \times 10^{-6}$  としている. また  $\lambda_+$ ,  $\lambda_3$  は後述する暗黒物質の現象からの制限を考慮している.

なると 1-ループの寄与が支配的となる. この崩壊幅から inflation 後の再加熱温度は

$$T_R \simeq 0.53 \sqrt{M_P \Gamma_{\tilde{s}}} = \mathcal{O}(10^7) \left( \frac{\kappa_2}{\sqrt{\kappa_1}} \right) \left( \frac{m_{\tilde{s}}}{1 \text{ TeV}} \right)^{1/2} \text{ GeV} \quad (6.19)$$

となる. またこれは  $\kappa_1$ ,  $\kappa_2$ ,  $m_{\tilde{s}}$  以外の模型の parameter  $M_{\eta_R^0}$ ,  $\lambda_{\pm}$ ,  $\lambda_3$  にも依存する. 後述するようにこれらの parameter は暗黒物質の現象論から制限される. その点を考慮して典型的な parameter の値とそれに対する  $\xi$ ,  $\langle S \rangle$ ,  $T_R$  の値を表 6.2 に示す. なお,  $T_R$  と  $\langle S \rangle$  は  $m_{\tilde{s}}$  を固定した場合, (6.17) を通して  $\xi$  と関係付けられる.  $T_R > \langle S \rangle$  が満たされると再加熱後に  $Z_4$  の回復が起こり domain wall 問題が生じる可能性があるが,  $\kappa_2$  の値を小さくすることで回避することができる.

### 6.3. Leptogenesis

この模型では leptogenesis [16, 89] によって baryon 数非対称性を生成することができる. その際 inflation 後の再加熱温度が熱的 leptogenesis を実現できるくらい十分高くなるかどうか重要になる. 表 6.2 から分かるように, 通常の inert doublet と右巻きニュートリノのみを加えた scotogenic 模型では熱的 leptogenesis によって十分な baryon 数非対称性を生成するのに必要な再加熱温度  $T_R > 10^8 \text{ GeV}$  には十分ではない [29, 30]. Scotogenic 模型では, 右巻きニュートリノの生成と非平衡での崩壊の両方が, ニュートリノの湯川結合のみで決定される. したがって最も軽い右巻きニュートリノはニュートリノ質量の生成と十分な lepton 数非対称性の生成の両方と矛盾しない方法で, ニュートリノの湯川結合のみによって平衡状態になることが難しい. このため, 元の模型では low scale leptogenesis が困難になっている\*9.

一方で本模型では新しく右巻きニュートリノと singlet scalar  $\tilde{s}$  の相互作用がある. Inflation には  $m_{\tilde{s}} = \mathcal{O}(10^3) \text{ GeV}$  のとき  $\langle S \rangle = \mathcal{O}(10^6) \text{ GeV}$  が必要なので, 例えば  $M_i = \mathcal{O}(10^5) \text{ GeV}$  にするためには結合定数  $y_k$  は  $\mathcal{O}(10^{-1})$  のような大きな値になる可能性がある. したがって, 重たい右巻きニュートリノ  $N_{2,3}$  が熱平衡にある限りこの相互作用による singlet scalar  $\tilde{s}$  を介した散乱によって最も軽い右巻きニュートリノ  $N_1$  を熱平衡にすることができる. したがって最も軽い右巻きニュートリノ  $N_1$

\*9 Scotogenic 模型における low scale leptogenesis は [90] で議論されている. この研究では最も軽い右巻きニュートリノは何らかの追加の相互作用によって熱平衡にあると仮定して議論がされている.

のニュートリノ湯川結合定数が微小でありこれだけでは熱平衡にならない場合でも、一般的には熱平衡状態になる可能性がある。これによりニュートリノ振動の実験・観測結果と矛盾せず leptogenesis を実現することができる [76, 77].

$\Delta = 1 - 4M_{\eta_R}^2/m_{\tilde{s}}^2$  が微小であると考えているので, inflaton は主に 1-ループレベルで標準模型の gauge boson に崩壊し, 標準模型の粒子と  $\eta$  は gauge 相互作用によって直ちに熱平衡状態になる. 右巻きニュートリノだけが gauge 相互作用をもたないためニュートリノの湯川結合によって熱平衡状態になると考えられる. 最も軽い標準模型ニュートリノは質量をもたなくともニュートリノ振動とは矛盾しないため, 少なくとも 2つの右巻きニュートリノが実質的な湯川結合定数  $h_{\alpha i}$  ( $i = 2, 3$ ) をもっていればよいことになる. したがって, 残りの  $N_1$  はニュートリノの質量生成とは無関係である可能性がある. ニュートリノの質量生成に寄与しなければ  $N_1$  の質量と湯川結合定数  $h_{\alpha 1}$  は制限を受けない. ここではこの湯川結合定数  $h_{\alpha 1}$  は非常に小さいと仮定する. その他の右巻きニュートリノ  $N_i$  によってニュートリノの質量固有値を説明するためには,  $|\lambda_5| = \mathcal{O}(10^{-4})$ ,  $M_i = \mathcal{O}(10^5)$  GeV とした場合  $h_{\alpha i} = \mathcal{O}(10^{-3})$  が必要になる. このような場合  $N_i$  の崩壊幅は  $\Gamma_{N_i} \gg H(T_R)$  を満たすので, 再加熱温度が  $N_i$  の質量よりも高ければ  $N_i$  は再加熱時から温度が  $M_i$  になるまでに熱平衡状態になると考えられる. 一方で  $N_1$  の湯川結合定数  $y_1$  が十分な大きさをもつと考えられるので,  $\tilde{s}$  を介した散乱  $N_i N_i \rightarrow N_1 N_1$  によって  $N_1$  も熱平衡状態になると予想される. このようにニュートリノの湯川結合定数  $h_{\alpha 1}$  とは異なる相互作用を通して  $N_1$  が熱平衡状態となる場合,  $N_1$  は極めて小さな湯川結合を通して非平衡状態で  $l_\alpha \eta$  に崩壊する. この崩壊は  $M_1/T$  が 1 となる時よりも大きく遅れて生じるため,  $N_i$  による washout 過程は既に凍結されており,  $N_1$  の washout 過程も微小な  $h_{\alpha 1}$  によって抑制されるため生成された lepton 数非対称性はスファレロン過程を経て baryon 数非対称性に効果的に変換される. また崩壊前の生成された  $N_1$  が宇宙のエネルギー密度を支配しない限り, 生成された lepton 数非対称性を計算する際の  $N_1$  の崩壊によるエントロピー生成による希釈は無視することができる.

$Y_{N_1}$  と  $Y_{\mathcal{L}} (\equiv Y_L - Y_{\bar{L}})$  の Boltzmann 方程式を解くことで具体的に計算する. 初期条件として  $Y_{N_1} = Y_{\mathcal{L}} = 0$  とし,  $N_i$  は  $T_R$  で熱平衡状態にあると仮定する. Boltzmann 方程式は,

$$\begin{aligned} \frac{dY_{N_1}}{dz} &= -\frac{z}{sH(z=1)} \left( \frac{Y_{N_1}}{Y_{N_1}^{\text{eq}}} - 1 \right) \left[ \gamma_D^{N_1} + \left( \frac{Y_{N_1}}{Y_{N_1}^{\text{eq}}} + 1 \right) \sum_{k=2,3} \gamma_{N_i N_i} \right], \\ \frac{dY_{\mathcal{L}}}{dz} &= \frac{z}{sH(z=1)} \left[ \varepsilon \left( \frac{Y_{N_1}}{Y_{N_1}^{\text{eq}}} - 1 \right) \gamma_D^{N_1} - \frac{2Y_{\mathcal{L}}}{Y_L^{\text{eq}}} \left( \sum_{i=1,2,3} \frac{\gamma_D^{N_i}}{4} + \gamma_N^{(2)} + \gamma_N^{(13)} \right) \right] \end{aligned} \quad (6.20)$$

で与えられる. 前章同様  $\gamma_D^{N_i}$  は  $N_i \rightarrow L\eta$  の反応密度であり,  $\gamma_N^{(2,13)}$  [29, 30] と  $\gamma_{N_i N_i}$  はそれぞれ  $N_i$  による lepton 数を破る散乱と散乱過程  $N_i N_i \rightarrow N_1 N_1$  [76, 77] に対する反応密度である. CP 非対称性の parameter  $\varepsilon$  は flavor 効果を考慮しない場合 PMNS 行列に依存せずニュートリノの湯川結合定数  $h_{\alpha i}$  の flavor 構造とは無関係だが, 反応密度は依存する可能性がある. 簡単のためにここでは第 0 近似として tri-bimaximal 混合

$$h_{ei} = 0, \quad h_{\mu i} = h_{\tau i} \equiv h_i (i = 1, 2), \quad h_{e3} = h_{\mu 3} = -h_{\tau 3} \equiv h_3$$

を仮定する [18]. (6.20) の数値計算には表 6.2 に示す parameter を使用し, その他の関連する

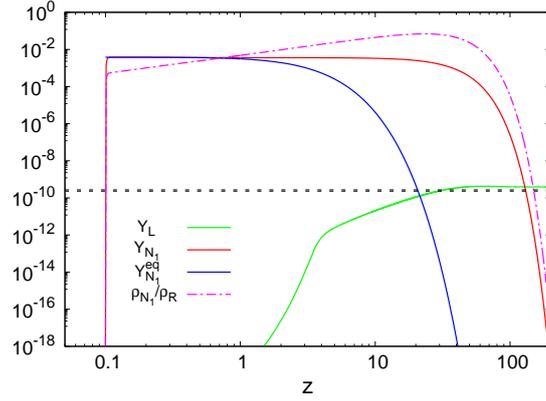


図 6.2  $Y_{N_1}$  と  $Y_L$  の時間発展を  $z$  の関数として示す. 横の点線は宇宙の baryon 数非対称性  $Y_B = (8.2 - 9.2) \times 10^{-11}$  (95% C.L.) [55] をスファレロン過程で実現するために必要な  $|Y_L|$  の値を表す. この計算では表 6.2 の (F) にある parameter を用いている. 初期条件として再加熱温度  $T_R$  よりも低い温度,  $z$  で表すと  $z_R \equiv M_1/T_R$  よりも大きい  $z = 0.1$  で計算を開始しているが, 結果はそれに依存しない. また  $N_1$  のエネルギー密度と放射のエネルギー密度の比  $\rho_{N_1}/\rho_R$  を点線で示す.

parameter は

$$y_1 = 10^{-2}, \quad y_2 = 6 \times 10^{-2}, \quad y_3 = 10^{-1}, \quad |\lambda_5| = 7 \times 10^{-5}, \quad h_1 = 5 \times 10^{-8} \quad (6.21)$$

を考える\*10. 最も軽い右巻きニュートリノの質量は  $y_1$  と  $\langle S \rangle$  の値から  $\mathcal{O}(10^4)$  GeV となる. ニュートリノ質量の (6.4) にこれらの parameter を代入し ニュートリノ振動の実験・観測結果を考慮すると, ニュートリノの湯川結合定数  $h_{2,3}$  は  $\mathcal{O}(10^{-3})$  となる. また CP 非対称性  $\varepsilon$  については最大の CP 位相を仮定すると現在の parameter では  $\mathcal{O}(10^{-7})$  となる.

Boltzmann 方程式の解の一例を図 6.2 に示す. この図から  $z \sim 1$  で非平衡崩壊が始まり, それ以降に lepton 数非対称性が大幅に生成されることが分かる. また十分な lepton 数非対称性が  $z_{EW} \sim M_1/(10^2 \text{ GeV})$  でのスファレロン脱結合前に生成されていることが分かる.  $N_1$  の崩壊は遅れているが,  $N_1$  が宇宙のエネルギー密度を支配することがないので,  $N_1$  の崩壊によって生成されたエントロピーが既に生成されている lepton 数非対称性を希釈することはない. 表 6.2 の最後の列には, 想定した parameter に対して生成された baryon 数非対称性を示した. この結果から, 元々の scotogenic 模型における leptogenesis によって宇宙の baryon 数非対称性を説明するために必要な温度に比べて再加熱温度がかなり低い場合でも, 適切な parameter では本模型で leptogenesis によって十分な量の baryon 数非対称性を生成できることを示している. 右巻きニュートリノは真空期待値  $\langle S \rangle$  を通して質量  $M_i = y_i \langle S \rangle$  を得るので,  $\langle S \rangle$  が変化するとニュートリノ振動実験の制限の下でニュートリノの湯川結合定数  $h_{\alpha i}$  の値も変化する. それに伴って, 表 6.2 に示した場合の  $Y_B$  の値が変化している. (6.21) の parameter では  $M_1$  はニュートリノの質量に実質的に寄与しないため,  $y_1$  はこのような影響を受けない. したがって  $y_1$  を大きくしてもニュートリノの湯川結合定数  $h_{2,3}$  とは異なり washout 効果を増大させることなく CP 非対称性の parameter  $\varepsilon$  を大きくすることができる. このことは,  $z \sim 1$  の前に散乱  $N_i N_i \rightarrow N_1 N_1$  が脱結合するような領域でより大きな  $y_1$  の値を仮定することで表 6.2 に示され

\*10  $|\lambda_5|$  に設定した値は, 後述する暗黒物質の直接探索実験による制限を満たす.

た  $Y_B$  の値を大きくできることを示唆している。

## 6.4. Inert doublet 暗黒物質

ここでは暗黒物質  $\eta_R^0$  について議論する。Inert doublet に関連する相互作用は

$$\begin{aligned} \mathcal{L} \supset & -\frac{\lambda_2}{4}(\eta_R^0)^4 - \frac{\lambda_2}{2}(\eta_R^0)^2(\eta_I^0)^2 - \lambda_2(\eta_R^0)^2\eta^+\eta^- - \frac{\lambda_+}{\sqrt{2}}\langle\phi\rangle h(\eta_R^0)^2 - \frac{\lambda_+}{4}h^2(\eta_R^0)^2 \\ & - \frac{\kappa_2}{2}\langle S\rangle\bar{s}(\eta_R^0)^2 - \frac{\kappa_2}{4}\bar{s}^2(\eta_R^0)^2 + \frac{g}{2c_w}Z_\mu(\eta_I^0\partial^\mu\eta_R^0 - \eta_R^0\partial^\mu\eta_I^0) + \frac{g^2}{8c_w^2}Z_\mu Z^\mu(\eta_R^0)^2 \\ & + \frac{g^2}{4}W_\mu^+W^{-\mu}(\eta_R^0)^2 + \frac{ig}{2}W_\mu^+(\eta_R^0\partial^\mu\eta^- - \eta^-\partial^\mu\eta_R^0) + \frac{ig}{2}W_\mu^-(\eta^+\partial^\mu\eta_R^0 - \eta_R^0\partial^\mu\eta^+) \\ & + \frac{egt_w}{2}Z_\mu(W^{+\mu}\eta^- + W^{-\mu}\eta^+)\eta_R^0 - \frac{eg}{2}A_\mu(W^{+\mu}\eta^- + W^{-\mu}\eta^+)\eta_R^0 \end{aligned}$$

で与えられる。これらの相互作用が暗黒物質の現象に様々な影響を与える。

最初の例が  $\eta_R^0$  の  $W^\pm$ ,  $Z^0$ , Higgs boson への対消滅である。これらは次節で議論するように宇宙における暗黒物質の残存量に寄与する。s-parameter は  $\eta_R^0$  の相対速度  $v$  を用いて非相対論近似すると  $s \simeq 4M_{\eta_R^0}^2(1+v^2/4)$  と表すことができ、共鳴  $s \simeq 4M_{\eta_R^0}^2$  付近での対消滅断面積  $\sigma_{AV}$  の主な部分は (6.18) で与えられる  $\Gamma_{\bar{s}}$  と 6.2 節で定義した  $\Delta$  を用いて

$$\begin{aligned} \sigma_{AV} & \simeq \frac{(2c_w^4 + 1)g^4}{128\pi c_w^4 M_{\eta_R^0}^2} (1 + \mathcal{A}(s, m_{\bar{s}}^2)) + \frac{1}{64\pi M_{\eta_R^0}^2} (\lambda_+^2 + \lambda_-^2 + 2\lambda_3^2 + \mathcal{B}(s, m_{\bar{s}}^2)), \\ \mathcal{A}(s, m_{\bar{s}}^2) & \equiv \left(\frac{\kappa_2 \langle S \rangle}{4\pi m_{\bar{s}}}\right)^4 \frac{4}{(\Delta - \frac{v^2}{4})^2 + \gamma_{\bar{s}}^2} \left| \mathcal{I}\left(\frac{M_{\eta_R^0}^2}{s}\right) \right|^2, \\ \mathcal{B}(s, m_{\bar{s}}^2) & \equiv \left(\frac{\kappa_2 \langle S \rangle}{4\pi m_{\bar{s}}}\right)^4 \frac{(\lambda_+ + \lambda_- + 2\lambda_3)^2}{(\Delta - \frac{v^2}{4})^2 + \gamma_{\bar{s}}^2} \left| \mathcal{J}\left(\frac{M_{\eta_R^0}^2}{s}\right) \right|^2 \end{aligned} \quad (6.22)$$

と求められる。ここで  $\gamma_{\bar{s}} \equiv \Gamma_{\bar{s}}/m_{\bar{s}}$  である。またニュートリノへのツリーレベルの対消滅、4点結合定数  $\lambda_2$  によって生じる 1-ループ過程、ツリーレベルと 1-ループの振幅間の干渉項などの寄与を無視した。この  $\sigma_{AV}$  は  $\bar{s}$  を介した s-channel 過程によって非自明な速度依存性をもつ。これにより  $v = 2\sqrt{\Delta}$  付近の共鳴によって重要な効果を引き起こす可能性がある<sup>\*11</sup>。  $\eta_R^0$  の速度分布として Maxwell 分布  $f(v)$  を仮定すると速度分散  $\bar{v}$  は  $\bar{v}^2 = 3T/M_{\eta_R^0}$  となり、速度に依存する部分は狭い共鳴条件  $\Delta \gg \gamma_{\bar{s}}$  の下で

$$\int_0^\infty \frac{f(v)dv}{(\Delta - \frac{v^2}{4})^2 + \gamma_{\bar{s}}^2} \simeq \frac{4\sqrt{2}\Delta}{\sqrt{\pi}} x^{3/2} e^{-2\Delta x} \int_{-\nu_0}^{\nu_0} \frac{d\nu}{\Delta\nu^2 + \gamma_{\bar{s}}^2} = 2\sqrt{2\pi} x^{3/2} e^{-2\Delta x} \frac{\sqrt{\Delta}}{\gamma_{\bar{s}}} \quad (6.23)$$

のように近似的に平均化することができる。ここで  $x \equiv M_{\eta_R^0}/T = 3/\bar{v}^2$ ,  $\nu \equiv v - 2\sqrt{\Delta}$  を用いた。共鳴条件  $\Delta \gg \gamma_{\bar{s}}$  は

$$\kappa_2 \ll 10^{-3} \left(\frac{\Delta}{10^{-6}}\right)^{1/2} \left(\frac{\kappa_1}{10^{-6}}\right)^{1/2}$$

<sup>\*11</sup> 様々な模型において、Breit-Wigner 共鳴による暗黒物質の対消滅 [91–95] や暗黒物質の自己相互作用 [96–99] が議論されている。

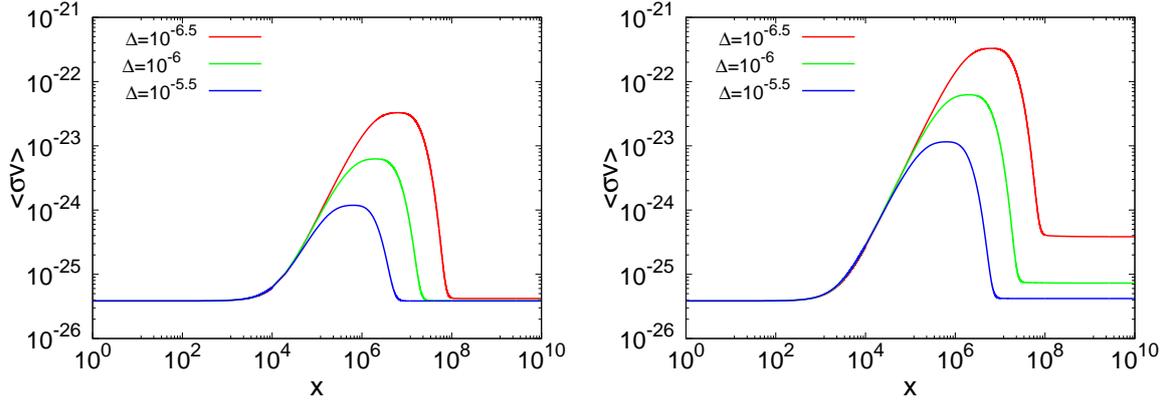


図 6.3 速度分布で平均化された  $\eta_R^0$  の消滅断積  $\langle\sigma_{Av}\rangle$ . 速度分散  $\bar{v}$  と  $x$  は  $x = 3/\bar{v}^2$  という関係を満たす.  $(\kappa_1, \kappa_2)$  は左図では  $(10^{-6}, 4 \times 10^{-6})$ , 右図では  $(10^{-7}, 4 \times 10^{-6})$  としている. またこの図における単位は  $\text{cm}^3 \text{s}^{-1}$  である. 両方の図において各線は  $\Delta = 10^{-6.5}$  (赤),  $\Delta = 10^{-6}$  (緑),  $\Delta = 10^{-5.5}$  (青) に対応しているおり, その他の parameter は  $M_{\eta_R^0} = 1000 \text{ GeV}$ ,  $\lambda_+ = -0.38$ ,  $\lambda_3 = 0.2$ ,  $\lambda_5 = -10^{-4}$  としている.

のように表すことができ, (6.23) が適切な近似となるのは  $\kappa_1$  と  $\kappa_2$  がこの不等式を満たす場合に限られる. これが満たされない場合  $x$  の大きな領域では小さな  $v$  が積分に大きく寄与してしまい, 補正する必要がある. (6.22) と (6.23) を用いると, 暗黒物質の速度分布で平均化された  $\eta_R^0$  の消滅断面積  $\langle\sigma_{Av}\rangle$  は共鳴領域では  $(\kappa_2/\sqrt{\kappa_1})^2$  に比例することが分かる.

$\langle\sigma_{Av}\rangle$  を  $x$  の関数として図 6.3 に示す. 暗黒物質の速度分散は, 暗黒物質が熱浴から freeze-out する時期では  $\bar{v} \simeq 0.2c$ , 太陽の中心部では  $\bar{v} \simeq 5 \times 10^{-5}c$  と考えられる. この図から, 平均化された断面積  $\langle\sigma_{Av}\rangle$  には速度依存性があるものの,  $\eta_R^0$  の消滅断面積は両方の速度分散に対応する  $x$  で同じような値になることが分かる<sup>\*12</sup>. この振る舞いは太陽における暗黒物質の自己捕獲に重要な寄与を与える可能性がある. 一方で宇宙における  $\eta_R^0$  の最終的な残存量についてはこの消滅断面積だけで決まるわけではない. TeV-scale の inert doublet を考えた場合その成分間の質量はほぼ縮退していると考えられるので, 共対消滅が重要な役割を果たす [29, 30, 48, 49]. このことから上で示した  $\eta_R^0$  の消滅断面積が  $\eta_R^0$  の残存量と直接関係していない場合がある.

ツリーレベルでの暗黒物質の直接探索実験や太陽中での暗黒物質の捕獲に関する  $\eta_R^0$  と核子  $N$  の弾性散乱  $\eta_R^0 N \rightarrow \eta_R^0 N$  は Higgs boson  $h$  との相互作用を通して生じる. その散乱断面積は

$$\sigma_N^{\text{el}} = \frac{\lambda_+^2 \bar{f}_N^2 m_N^4}{8\pi M_{\eta_R^0}^2 m_h^4} \quad (6.24)$$

で与えられる. ここで  $\bar{f}_N$  は Higgs scalar と核子の結合を表し,  $m_N$  は核子の質量である. また  $Z$ -boson を介した非弾性散乱  $\eta_R^0 N \rightarrow \eta_I^0 N$  が生じる可能性があり, その断面積は

$$\sigma_N^{\text{inel}} = \frac{1}{2\pi} G_F^2 m_N^2 \quad (6.25)$$

のように見積もられる. ここで  $G_F$  は Fermi 結合定数である. これらの弾性散乱, 非弾性散乱は暗黒

<sup>\*12</sup> 別の文脈では, 同様の特徴が scotogenic 模型における暗黒物質の現象で考えられている [19].

物質の直接探索実験によって制限が与えられている。特に非弾性散乱では  $\eta_R^0$  と  $\eta_I^0$  の質量差が重要となるため、後述するように暗黒物質の直接探索実験から  $|\lambda_5|$  の値に対して制限が付けられている。

最後に、 $\eta_R^0 \eta_R^0 \rightarrow \eta_R^0 \eta_R^0$  や  $\eta_R^0 \eta_R^0 \rightarrow \eta_I^0 \eta_I^0$  などの自己散乱過程が暗黒物質の現象論に与える影響について述べておく。実際、太陽における  $\eta_R^0$  の捕獲率はこれらの影響を受けている可能性がある。前者の断面積は

$$\sigma_{RR} = \frac{1}{32\pi M_{\eta_R^0}^2} \left| 3\lambda_2 - \frac{\lambda_+^2}{\lambda_1} + \frac{(\kappa_2 \langle S \rangle)^2}{2m_{\tilde{s}}^2} \left( 2 - \frac{m_{\tilde{s}}^2}{s - m_{\tilde{s}}^2 + i\Gamma_{\tilde{s}} m_{\tilde{s}}} \right) \right|^2 \quad (6.26)$$

のように計算される。ここで、 $\Gamma_{\tilde{s}}$  は (6.18) で与えられる  $\tilde{s}$  の崩壊幅である。共鳴付近  $s \simeq m_{\tilde{s}}^2$  では最後の項が主要な寄与となり、

$$\begin{aligned} \sigma_{RR} \simeq \frac{1}{128\pi M_{\eta_R^0}^2} \left[ \frac{1}{4096\pi^5} \left\{ \frac{(2c_W^4 + 1)g^4}{c_W^4} \left| \mathcal{I} \left( \frac{M_{\eta_R^0}^2}{m_{\tilde{s}}^2} \right) \right|^2 \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{2}(\lambda_+ + \lambda_- + 2\lambda_3)^2 \left| \mathcal{J} \left( \frac{M_{\eta_R^0}^2}{m_{\tilde{s}}^2} \right) \right|^2 \right\} \right]^{-2} \end{aligned}$$

となる。共鳴付近では  $\left| \mathcal{I} \left( \frac{M_{\eta_R^0}^2}{m_{\tilde{s}}^2} \right) \right|^2 \sim (1 - \pi^2/4)^2$  となるため、 $\sigma_{RR}$  はより大きな値をとる。例えば、 $\sigma_{RR}$  が最大値となると考えられる  $\lambda_+ + \lambda_- + 2\lambda_3 = 0$  を考えると

$$\sigma_{RR} \simeq \mathcal{O}(10^{-25}) \left( \frac{1 \text{ TeV}}{M_{\eta_R^0}} \right)^2 \text{ cm}^2$$

が得られる。これは  $\lambda_{2,3,+} = \mathcal{O}(1)$ ,  $M_{\eta_R^0} = 1 \text{ TeV}$  で予想される共鳴がない場合の値  $\mathcal{O}(10^{-35}) \text{ cm}^2$  よりもはるかに大きい。暗黒物質の自己散乱断面積  $\sigma$  に対する最も厳しい制限は弾丸銀河団からのものであり [100], 暗黒物質の質量を  $m_{\text{DM}}$  としたとき  $\sigma/m_{\text{DM}} \lesssim 7.0 \times 10^{-25} \text{ cm}^2 \text{ GeV}^{-1}$  [100, 101] として与えられている。今回のモデルではこれは容易に満たされる。 $\sigma_{RR}$  の値が大きくなっていることから、共鳴が起これば太陽における  $\eta_R^0$  の捕獲率に自己相互作用が大きな寄与をすると考えられる。一方で太陽中心における  $\eta_R^0$  では、非弾性散乱からの寄与は運動学的に無視できると考えられる。相対速度  $v$  をもつ暗黒物質  $\eta_R^0$  の非弾性散乱が運動学的に生じるための条件  $s \geq 4M_{\eta_R^0}^2$  は  $\delta < M_{\eta_R^0} v^2/16$  と表されるため、 $M_{\eta_R^0} = \mathcal{O}(1) \text{ TeV}$  とすると太陽中の  $\eta_R^0$  と銀河ハローの  $\eta_R^0$  の散乱に期待される  $\bar{v} \sim 0.7 \times 10^{-3} c$  から  $\delta < \mathcal{O}(10)$  となる。これは次節で議論する暗黒物質の直接探索実験の結果と矛盾する。したがって、太陽中の  $\eta_R^0$  の捕獲率を見積もる際には非弾性散乱  $\eta_R^0 \eta_R^0 \rightarrow \eta_I^0 \eta_I^0$  を無視することができる。 $\eta_R^0$  のこれらの特徴を暗黒物質の残存量と直接探索実験による制限に適用することで、モデルの parameter に制限を与えることができる。

## 6.5. 暗黒物質の現象論

### 6.5.1 暗黒物質の残存量

本モデルで追加した実 singlet scalar の相互作用を加えて  $\eta_R^0$  の残存量を計算する。TeV-scale の暗黒物質を考えるため、現在の宇宙における  $\eta_R^0$  の残存量を計算する際に (6.22) に加えて  $\eta$  の成分間の

相互作用によって引き起こされる共対消滅過程を考慮する必要がある。ここでは簡単のために inert doublet の成分を  $(\eta_R^0, \eta_I^0, \eta^+, \eta^-) = (\eta_1, \eta_2, \eta_3, \eta_4)$  と表す。残存量は (3.1) から近似的に

$$\Omega h^2 \simeq \frac{1.07 \times 10^9 \text{GeV}^{-1}}{J(x_F) g_*^{1/2} m_P}$$

と見積もることができる。また Freeze-out 温度  $T_F = M_{\eta_R^0}/x_F$  と  $J(x_F)$  はそれぞれ

$$x_F = \ln \frac{0.038 m_P g_{\text{eff}} M_{\eta_R^0} \langle \sigma_{\text{eff}} v \rangle}{(g_* x_F)^{1/2}}, \quad J(x_F) = \int_{x_F}^{\infty} \frac{\langle \sigma_{\text{eff}} v \rangle}{x^2} dx$$

で与えられる。有効消滅断面積  $\langle \sigma_{\text{eff}} v \rangle$  および有効自由度  $g_{\text{eff}}$  は熱平均化された (共) 消滅断面積  $\langle \sigma_{ij} v \rangle$  および  $\eta_i$  の平衡数密度

$$n_i^{\text{eq}} = \left( \frac{M_{\eta_i} T}{2\pi} \right)^{3/2} e^{-M_{\eta_i}/T},$$

を用いて

$$\langle \sigma_{\text{eff}} v \rangle = \frac{1}{g_{\text{eff}}} \sum_{i,j=1}^4 \langle \sigma_{ij} v \rangle \frac{n_i^{\text{eq}} n_j^{\text{eq}}}{n_1^{\text{eq}} n_1^{\text{eq}}}, \quad g_{\text{eff}} = \sum_{i=1}^4 \frac{n_i^{\text{eq}}}{n_1^{\text{eq}}}$$

のように表すことができる。

熱平均化された (共) 消滅断面積は、熱平均相対速度  $\langle v^2 \rangle$  によって  $\langle \sigma_{ij} v \rangle = a_{ij} + b_{ij} \langle v^2 \rangle$  のように展開できる。冷たい暗黒物質では  $\langle v^2 \rangle \ll 1$  が満たされるので、 $a_{ij}$  が主要な寄与となる。Gauge 相互作用と scalar の 4 点結合  $\lambda_i$  によって生じる有効消滅断面積  $a_{\text{eff}} \equiv \sum_{i,j=1}^4 a_{ij} N_{ij}$  は [29, 30, 50] から

$$\begin{aligned} a_{\text{eff}} = & \frac{(1 + 2c_w^4)g^4}{128\pi c_w^4 M_{\eta_1}^2} (1 + \langle \mathcal{A}(s, m_s^2) \rangle) (N_{11} + N_{22} + 2N_{34}) \\ & + \frac{s_w^2 g^4}{32\pi c_w^2 M_{\eta_R^0}^2} (N_{13} + N_{14} + N_{23} + N_{24}) \\ & + \frac{1}{64\pi M_{\eta_1}^2} [\{\lambda_+^2 + \lambda_-^2 + 2\lambda_3^2 + \langle \mathcal{B}(s, m_s^2) \rangle\} (N_{11} + N_{22}) + \{(\lambda_+ + \lambda_-)^2 \\ & + 4\lambda_3^2 + 2\langle \mathcal{B}(s, m_s^2) \rangle\} N_{34} + (\lambda_+ - \lambda_-)^2 (N_{33} + N_{44} + N_{12}) + \{(\lambda_+ - \lambda_3)^2 \\ & + (\lambda_- - \lambda_3)^2\} (N_{13} + N_{14} + N_{23} + N_{24})] \end{aligned}$$

のように計算される。ここで  $\langle \mathcal{A} \rangle$  と  $\langle \mathcal{B} \rangle$  は暗黒物質の速度分布における (6.22) の平均値で、 $N_{ij}$  は

$$N_{ij} \equiv \frac{n_i^{\text{eq}} n_j^{\text{eq}}}{n_1^{\text{eq}} n_1^{\text{eq}}} = \frac{M_{\eta_i} M_{\eta_j}}{M_{\eta_1}^2} \exp \left[ -\frac{M_{\eta_i} + M_{\eta_j} - 2M_{\eta_1}}{T} \right]$$

で定義される。

これらの式を用いて、熱的な  $\eta_R^0$  の freeze-out による残存量を見積もる。Freeze-out 時には暗黒物質の速度分散は  $\bar{v} \sim 0.2c$  から  $x_F \sim 25$  に相当すると考えられるので、 $s$ -channel 過程は  $\Delta \simeq 10^{-6}$  のような小さな  $\Delta$  では共鳴から外れ、実質的に寄与しない。この場合、散乱断面積に含まれる主な parameter は、暗黒物質の質量  $M_{\eta_1}$ 、結合定数  $\lambda_+$  と  $\lambda_3$  である\*13。典型的な  $M_{\eta_1}$  の値に対する

\*13 小さなニュートリノ質量の生成に関する議論から、一般性を損なわずに  $|\lambda_5|$  が  $|\lambda_3|$  や  $|\lambda_4|$  よりもずっと小さいと仮定できるので、この 2 つの結合を独立した parameter として使用する。

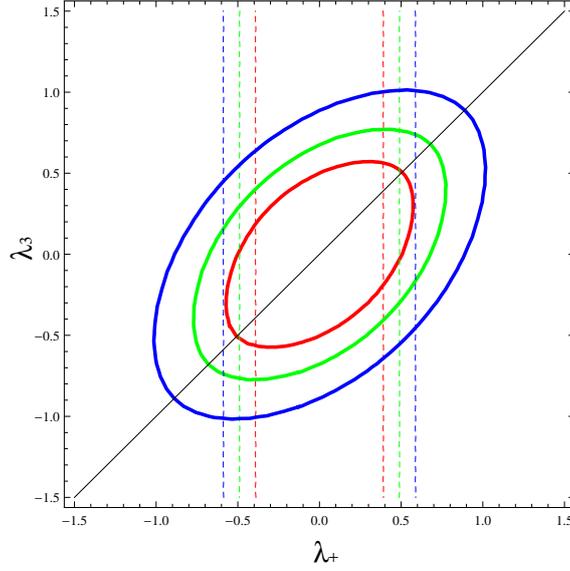


図 6.4  $(\lambda_+, \lambda_3)$  平面における  $\Omega h^2 = 0.12$  の等高線.  $M_{\eta_1} = 1000$  GeV (赤実線), 1250 GeV (緑実線), 1500 GeV (青実線) と対応している. また  $\Delta = 10^{-6}$ ,  $\kappa_1 = 10^{-6}$ ,  $\kappa_2 = 4 \times 10^{-6}$  を仮定している. 各  $\eta_R^0$  の質量に対する, 暗黒物質の直接探索実験からの spin に依存しない暗黒物質-核子断面積に対する現在の 90%CL での制限を同色の破線の細線で示している. これは  $|\lambda_+|$  のみに依存するため, この平面上では制限は縦線で表される.  $\lambda_4$  は負の値であるべきなので,  $\lambda_4 = \lambda_+ - \lambda_3 - \lambda_5 = 0$  を表す黒線より上側の領域だけが許される.

$\Omega h^2 = 0.12$  の等高線を  $(\lambda_+, \lambda_3)$  平面に示したものが図 6.4 である.  $M_{\eta_{3,4}} > M_{\eta_{1,2}}$  を満たす必要があるため許される範囲は  $\lambda_4 < 0$  に制限され, これは黒い実線より上の領域に相当する. この図は  $(\lambda_+, \lambda_3)$  の値を選ぶことで, 必要な残存量が簡単に得られることを示している. 6.4 を満たすように  $\kappa_2$  の値を小さくしているため, 実 singlet scalar の影響は残存量を見積もる際には無視することができる.

## 6.5.2 暗黒物質直接探索の制限

このモデルでは, Higgs を介した  $t$ -channel によって暗黒物質-核子弾性散乱が生じる. したがって暗黒物質の直接探索実験から (6.24) の暗黒物質-核子の散乱断面積  $\sigma_n^{\text{el}}$  に対して制限が付けられる. これは  $\eta_R^0$  の質量を固定した場合の  $\lambda_+$  の値を制限するものである. 最も厳しい制限は XENON1T [47] で得られており, spin に依存しない暗黒物質-核子の散乱断面積に対する制限は,  $m_{DM} = 1$  TeV で  $\sigma_{\text{SI}} \lesssim 8.5 \times 10^{-46} \text{ cm}^2$  となっている. (6.24) に  $m_h = 125$  GeV,  $\bar{f}_N = 1/3$  を代入すると,  $M_{\eta_1} = 1$  TeV で  $|\lambda_+| \lesssim 0.4$  のような  $\lambda_+$  に対する制限を得ることができる.  $\lambda_+$  は  $\eta_R^0$  の残存量にも関係しているため, 許されるモデルの parameter 領域を見つけるためには暗黒物質の残存量と直接探索実験の制限を合わせて考える必要がある.

図 6.4 では,  $(\lambda_+, \lambda_3)$  平面上で  $\eta_R^0$  のそれぞれの質量に対する暗黒物質の直接探索実験からの制限を示した.  $\sigma_N^{\text{el}}$  は  $\lambda_3$  に依存せず  $\eta_R^0$  の質量を固定した場合  $\lambda_+$  の絶対値のみで決まるため, 直接探索実験からの制限は  $(\lambda_+, \lambda_3)$  平面上で対称な縦線となっている. これらの線に挟まれた領域が許される領域であり, そこに含まれる等高線  $\Omega h^2 = 0.12$  上の点のみが現在の制限を満足する. この図から, 残存量

の条件に暗黒物質の直接探索の制限を加えることで、 $\lambda_3 < 0$  を棄却できることが分かる。

質量差  $\delta = |\lambda_5| \langle \phi \rangle^2 / M_{\eta_1}$  が十分に小さい場合、弾性散乱だけでなく非弾性散乱  $\eta_R^0 N \rightarrow \eta_I^0 N$  が起こりうる。実際、(6.24) と (6.25) より求められる  $\sigma_N^{\text{inel}} / \sigma_N^{\text{el}} \simeq 3(0.1/\lambda_+)^2$  からこれは弾性散乱と同じような大きさとなる。これまでに直接探索実験でこのような反応が見つかっていないことから、2つの可能性を考えることができる。すなわち、運動学的に禁止されているか、もしくは運動学的には許されているが現在の検出器の感度では発見できていない場合である。運動学的に許されている場合、暗黒物質と核子の間の相対速度  $v$  は、ある最小値  $v_{\text{min}}$  よりも大きくなる必要がある。ここで、 $v_{\text{min}}$  は [102–106] から

$$v_{\text{min}} = \frac{1}{\sqrt{2m_{\mathcal{N}}E_R}} \left( \frac{m_{\mathcal{N}}E_R}{m_r} + \delta \right) \quad (6.27)$$

のように見積もることができる。 $m_{\mathcal{N}}$  と  $E_R$  はそれぞれ標的核子  $\mathcal{N}$  の質量と反跳エネルギーであり、 $m_r$  は  $\mathcal{N}$  と暗黒物質の換算質量である。 $v$  は  $v < v_{\text{esc}} + v_0$  を満たす必要があり、 $v_{\text{esc}}$  は銀河系から地球への脱出速度 ( $v_{\text{esc}} \simeq 544 \text{ km/s}$ )、 $v_0$  は銀河系の中心を回る周回速度 ( $v_0 \simeq 220 \text{ km/s}$ ) であるため、運動学的には  $v_{\text{min}} < v < v_{\text{esc}} + v_0$  で散乱過程が許されると考えられる。(6.27) に  $v_{\text{min}} = v_{\text{esc}} + v_0$  を代入し、 $\delta = |\lambda_5| \langle \phi \rangle^2 / M_{\eta_1}$  を考慮すると、 $\lambda_5$  の臨界値は

$$|\lambda_5^c| \simeq 8 \times 10^{-6} \left( \frac{M_{\eta_1}}{10^3 \text{ GeV}} \right) \left( \frac{M_{\mathcal{N}}}{10^2 \text{ GeV}} \right)^{1/2} \left( \frac{E_R}{40 \text{ keV}} \right)^{1/2}$$

と求めることができる。 $|\lambda_5| > |\lambda_5^c|$  が満たされる場合、非弾性散乱は運動学的に禁止される。一方で  $|\lambda_5| < |\lambda_5^c|$  の場合は、運動学的には許されているが、反応率が現在の検出器の感度以下であるためその兆候が見つからないという可能性も考えられる。しかし、現在の暗黒物質の直接探索実験ではそのような可能性はすでに棄却されている [107]。どちらにせよ、非弾性散乱は一般的には太陽での暗黒物質の捕獲に寄与する可能性があるが [108, 109]、現在の模型における  $\eta_R^0$  の捕獲率を計算する際には無視することができる。また  $\lambda_5$  の制限と  $\langle S \rangle$  の値から、 $\tilde{\lambda}_5 = \mathcal{O}(1)$  に対して cut-off scale  $\Lambda$  は (6.2) より  $\Lambda \lesssim 10^{11} \text{ GeV}$  となる。これは強い CP 問題に対する Peccei-Quinn 対称性の破れの scale と一致する [110–112]。

### 6.5.3 太陽に捕獲された暗黒物質の対消滅による高エネルギーニュートリノ

銀河系内の暗黒物質は太陽に含まれる原子核との散乱によってエネルギーを失ってその速度がその点での脱出速度よりも小さくなると、太陽内部に捕獲される可能性がある。捕獲された暗黒物質が消滅してニュートリノを生成すれば、暗黒物質の間接探索実験のよい信号となる [51]。これは実 singlet scalar によって生じる共鳴によって自己散乱が増大される場合がある現在の模型では重要な物理である。

太陽内部に捕獲された暗黒物質の数  $N$  の時間発展は [113] から

$$\frac{dN}{dt} = C_c + C_s N - C_a N^2 \quad (6.28)$$

で表される。ここで、 $C_c$  と  $C_a$  はそれぞれ太陽内の原子核との散乱による暗黒物質の捕獲率と、すでに太陽内に捕獲されている暗黒物質同士の消滅率を表す。第2項は銀河ハロー中に存在する暗黒物質と

太陽に捕獲された暗黒物質との間の自己散乱によるものである。太陽の年齢は暗黒物質の消滅と捕獲が平衡状態になる時間 scale  $\tau = 1/\sqrt{C_c C_a + C_s^2/4}$  よりも十分大きいので<sup>\*14</sup>, (6.28) における  $N$  の時間変化が 0 になると考えられる。その場合,  $N$  は

$$N = \frac{C_s}{2C_a} + \sqrt{\frac{C_s^2}{4C_a^2} + \frac{C_c}{C_a}}$$

と計算できる。太陽における暗黒物質の消滅率は  $\Gamma_A = C_a N^2/2$  で与えられるので,

$$\Gamma_A = \frac{1}{2} \left[ C_c + \frac{C_s^2}{2C_a} \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{4C_a C_c}{C_s^2}} \right) \right] \quad (6.29)$$

となる。  $C_s^2 \ll C_a C_c$  の場合は, 自己相互作用が無視できる場合に相当し,  $\Gamma_A = C_c/2$  となり捕獲率  $C_c$  によってのみ決定される。  $C_s^2 \gg C_a C_c$  を満たす場合は  $\Gamma_A = C_s/2C_a$  となり, 逆に捕獲率  $C_c$  に依存しなくなる。これら 2つの極限的な状況は, 本模型で予想される自己捕獲の増大が, 太陽での暗黒物質の対消滅による高エネルギーニュートリノフラックスに影響を与え, 本模型の特徴的な信号を与える可能性を示唆している。

太陽内での  $\eta_R^0$  の対消滅によるニュートリノ  $\nu_\alpha$  のフラックス [9] から

$$\frac{d\Phi_{\nu_\alpha}}{dE_\nu} = \frac{1}{4\pi R^2} \Gamma_A \sum_f B_f \frac{dN_f^{\nu_\alpha}(E_\nu, E_{in})}{dE_\nu}$$

と表すことができる。ここで  $R$  は太陽と地球の距離であり,  $\Gamma_A$  は (6.29) で与えられる太陽における  $\eta_R^0$  の消滅率である。  $B_f$  は (6.22) に含まれている  $\eta_R^0$  の対消滅 channel  $f$  への分岐比である。  $dN_f^{\nu_\alpha}(E_\nu, E_{in})/dE_\nu$  は, 入射エネルギー  $E_{in}$ , channel  $f$  を通して生成されたエネルギー  $E_\nu$  をもつ  $\nu_\alpha$  の太陽表面でのスペクトルを表している。太陽からの高エネルギー  $\nu_\mu$  および  $\bar{\nu}_\mu$  は IceCube で探索されている。今のところ兆候は観測されていないが, IceCube は最終的に高エネルギーニュートリノを生成する  $W^+W^-$ ,  $\tau\bar{\tau}$ ,  $b\bar{b}$  などに関連する暗黒物質の消滅率の上限を与える。これから模型に何らかの制限が得られる可能性がある。

次に,  $\Gamma_A$  を求めるために  $C_a, C_c, C_s$  について見積もる。まず

$$C_a = \langle \sigma_{Av} \rangle \int_0^{R_\odot} n_{\eta_1}^2(r) 4\pi r^2 dr, \quad N = \int_0^{R_\odot} n_{\eta_1}(r) 4\pi r^2 dr$$

で表される  $C_a$  についてである。ここで  $n_{\eta_1}(r)$  は太陽における  $\eta_R^0$  の数密度であり,  $\langle \sigma_{Av} \rangle$  は (6.22) で与えられる平均化された全消滅断面積である。  $V_j = \int_0^{R_\odot} n_{\eta_1}^j(r) 4\pi r^2 dr$  と定義される有効体積  $V_j$  を用いると,  $C_a = \langle \sigma_{Av} \rangle V_2/V_1^2$  が得られる [114]。太陽中心付近の  $\eta_R^0$  の数密度は  $n_{\eta_1}(r) = \exp[-M_{\eta_1}\phi(r)/T_0]$  と表される。ここで  $\phi(r)$  は太陽の重力 potential,  $T_0 = 1.57 \times 10^7$  K は太陽中心の温度である。中心部付近の質量密度が  $\rho_0 = 156$  g/cm<sup>3</sup> のように一定であるとする,  $\phi(r)$  は  $\phi(r) = 2\pi G\rho_0 r^2/3$  となる。この場合,  $V_j$  を近似的に

$$V_j = \int_0^{R_\odot} \exp\left(-\frac{jM_{\eta_1}\phi(r)}{T_0}\right) 4\pi r^2 dr = \left(\frac{3M_P^2 T_0}{2jM_{\eta_1}\rho_0}\right)^{3/2} \simeq 7.30 \times 10^{25} \left(\frac{1 \text{ TeV}}{jM_{\eta_1}}\right)^{3/2} \text{ cm}^3$$

<sup>\*14</sup> この模型では, 以下に示す典型的な  $C_c, C_a, C_s$  の値に対して, この条件が満たされていることを確認できる。

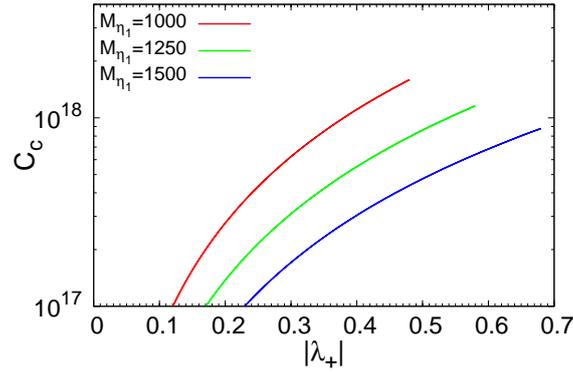


図 6.5 太陽中での  $\eta_R^0$ -原子核 ( $\mathcal{N}_i$ ) 散乱による  $\eta_R^0$  の捕獲率  $C_c$  [ $s^{-1}$ ]. 典型的な  $M_{\eta_1}$  の値に対する  $|\lambda_+|$  の関数として示した.  $|\lambda_+|$  の上限は図 6.4 に示したように暗黒物質の残存量から制限されているため, この図ではそれを考慮している.

のように計算することができる.  $\langle \sigma_{Av} \rangle$  に対して (6.22) を用いると,  $C_a$  は関連する parameter を例えば  $M_{\eta_1} = 1 \text{ TeV}$ ,  $(\lambda_+, \lambda_3) = (-0.38, 0.2)$  としたとき  $C_a \simeq 1.8 \times 10^{-52} s^{-1}$  と見積もることができる. これは図 6.4 に示す許されている領域に含まれる.  $(\lambda_+, \lambda_3)$  は, 図 6.4 に示したように暗黒物質の残存量と直接探索実験の両方によって制限された領域に含まれなければならないので,  $C_a$  の期待値は上記の値から大きくは変わらない.

次に本模型における  $C_c$  と  $C_s$  を計算する.  $C_c$  の計算については Gould [115, 116] の議論を本模型の  $\eta_R^0$  に適用する. その表式は付録 C で定義された変数を用いて

$$\begin{aligned}
C_c = \sum_i \frac{\sigma(\eta_1 \mathcal{N}_i) \rho_{\eta_1} \bar{v} M_\odot f_i}{4\sqrt{6}\zeta a_i M_{\mathcal{N}_i}^2} & \left\{ \frac{2e^{-\frac{a_i \zeta^2}{1+a_i}}}{\sqrt{1+a_i}} \operatorname{erf}\left(\frac{\zeta}{\sqrt{1+a_i}}\right) - \frac{e^{-\frac{a_i \zeta^2}{1+a_i}}}{(A_c^2 - A_s^2)(1+a_i)^{3/2}} \right. \\
& \times \left[ \left( \hat{A}_{i+} \hat{A}_{i-} - \frac{1}{2} - \frac{1+a_i}{a_i - b_i} \right) \left( \operatorname{erf}(\hat{A}_{i+}) - \operatorname{erf}(\hat{A}_{i-}) \right) \right. \\
& \left. \left. + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left( \hat{A}_{i-} e^{-\hat{A}_{i+}^2} - \hat{A}_{i+} e^{-\hat{A}_{i-}^2} \right) \right]_{A_i=A_s^i}^{A_i=A_c^i} + \frac{e^{-\frac{b_i \zeta^2}{1+b_i}}}{(a_i - b_i)(A_c^2 - A_s^2)\sqrt{1+b_i}} \right. \\
& \left. \times \left[ e^{-(a_i - b_i)A_i^2} \left( 2 \operatorname{erf}\left(\frac{\zeta}{\sqrt{1+b_i}}\right) - \operatorname{erf}(\check{A}_{i+}) + \operatorname{erf}(\check{A}_{i-}) \right) \right]_{A_i=A_s^i}^{A_i=A_c^i} \right\} \quad (6.30)
\end{aligned}$$

のように与えられる<sup>\*15</sup>. この式における  $\eta_R^0$ -核子 ( $\mathcal{N}_i$ ) 散乱断面積  $\sigma(\eta_1 \mathcal{N}_i)$  は (6.24) の  $\sigma_N^{\text{el}}$  を用いて

$$\sigma(\eta_1 \mathcal{N}_i) = \sigma_N^{\text{el}} A_i^2 \frac{M_{\eta_1}^2 M_{\mathcal{N}_i}^2}{(M_{\eta_1} + M_{\mathcal{N}_i})^2} \frac{(M_{\eta_1} + m_p)^2}{M_{\eta_1}^2 m_p^2}$$

と書くことができる. ここで  $m_p$  は陽子の質量,  $A_i$  は原子核  $\mathcal{N}_i$  の原子番号である. この式を用いていくつかの  $M_{\eta_1}$  のベンチマークに対して  $C_c$  を  $\lambda_+$  の関数として図 6.5 に示す.  $M_{\eta_1}$  は標的原子核の質量よりもはるかに大きい TeV 領域を考えているため, 捕獲率  $C_c$  は運動学的に  $\mathcal{O}(10^{18}) s^{-1}$  に抑えられている. これは  $C_s$  が  $\sqrt{C_a C_c} = \mathcal{O}(10^{-17}) s^{-1}$  と同じくらいの値をとる場合にのみ太陽における  $\eta_R^0$  の捕獲に  $C_s$  が実質的な影響を与えることを意味している.

\*15 導出を付録 C に示す.

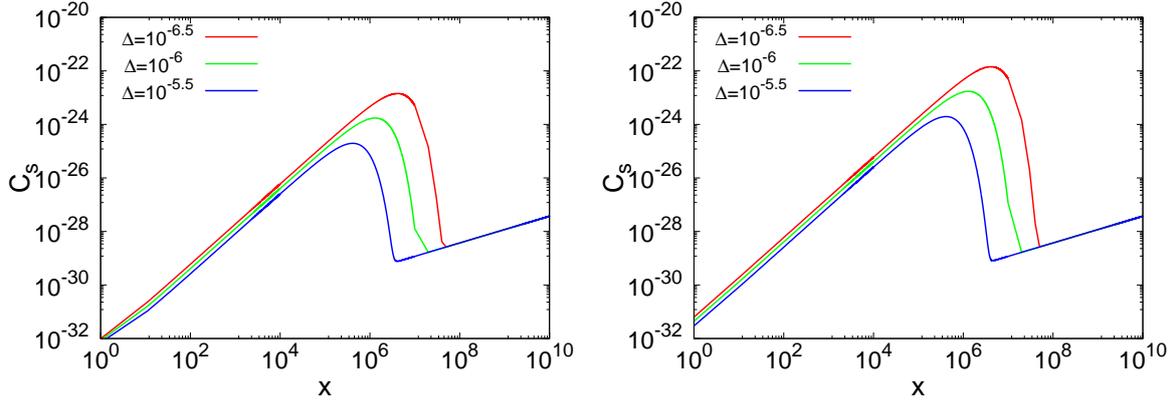


図 6.6 太陽での自己散乱による  $\eta_R^0$  の捕獲率  $C_s$  [ $s^{-1}$ ].  $x$  の関数として図示した.  $(\kappa_1, \kappa_2)$  は左図では  $(10^{-6}, 4 \times 10^{-6})$ , 右図では  $(10^{-7}, 4 \times 10^{-6})$  としている. 各線は両方とも  $\Delta = 10^{-6.5}$  (赤),  $\Delta = 10^{-6}$  (緑),  $\Delta = 10^{-5.5}$  (青) に対応している. その他の関連する parameter も図 6.3 と同じ値に取っている.

自己捕獲率  $C_s$  も  $C_c$  と同様に付録 C で議論した方法で計算できる. その解析的な表式は近似的に

$$\begin{aligned}
C_s \sim & \frac{1}{32\pi M_{\eta_1}^2 \zeta M_{\eta_1}} \frac{v_s^2}{\bar{v}^2} \left\{ \sqrt{\frac{3}{2}} \bar{v} \left[ 3\lambda_2 - \frac{\lambda_+^2}{\lambda_1} + \frac{2(\kappa_2 \langle S \rangle)^2}{m_s^2} \right]^2 \text{erf}(\zeta) \right. \\
& + \frac{3\sqrt{\pi}}{2} \left( \exp \left[ - \left( \frac{\sqrt{6\Delta}}{\bar{v}} - \zeta \right)^2 \right] - \exp \left[ - \left( \frac{\sqrt{6\Delta}}{\bar{v}} + \zeta \right)^2 \right] \right) \left( \frac{\kappa_2 \langle S \rangle}{m_s} \right)^4 \frac{1}{\sqrt{\Delta} \gamma_s} \left. \right\} \\
& \times \left\langle \frac{v(r)^2}{v_s^2} \right\rangle
\end{aligned} \tag{6.31}$$

で与えられる. ここで  $\langle v(r)^2/v_s^2 \rangle$  は太陽における  $\eta_R^0$  の分布で平均した二乗脱出速度の値である. これは太陽内の  $\eta_R^0$  の数密度  $n(r)$  を用いて

$$\left\langle \frac{v(r)^2}{v_s^2} \right\rangle = \frac{1}{N} \int_0^{R_\odot} 4\pi r^2 dr n(r) \frac{v(r)^2}{v_s^2}, \quad N = \int_0^{R_\odot} 4\pi r^2 dr n(r) \tag{6.32}$$

として定義される.  $v_s$  は太陽表面での脱出速度である.  $\eta_R^0$  は太陽中心に蓄積されるほど重たいため, (6.32) の  $v(r)^2/v_s^2$  の平均値は 5.1 と評価される [115, 116]. 図 6.6 では (6.31) を用いて  $\Delta$  を固定した場合の  $x$  の関数として  $C_s$  を図示した. ハロー内の  $\eta_R^0$  の速度分散は  $\bar{v} \sim 10^{-3}c$  と考えられるので,  $\bar{v}^2 \simeq 2\Delta$  満たされる限り  $C_s$  は大きくなりうる. 図 6.3 と図 6.6 から,  $C_s$  は  $\Delta \simeq 10^{-6}$  の場合,  $\tilde{s}$  を介した  $s$ -channel 過程の共鳴によって大きく増大するが,  $C_a$  は太陽の  $\eta_R^0$  が  $\bar{v} \sim 10^{-5}$  であるため, 適切な parameter であれば残存量が要求する値を維持できる.  $C_s$  の自己捕獲率は大きく向上するが,  $\mathcal{O}(10^{-17})$  の値に達するのは難しい. したがって  $\Gamma_A$  の予測値を  $\Gamma_A = C_c/2$  から大幅に逸脱させるほどの増大ではない.

上記の解析で得られた  $C_a, C_c, C_s$  を用いることで, (6.29) の  $\eta_R^0$  の消滅率  $\Gamma_A$  を計算することができる.  $\eta_R^0$  の  $W^+W^-$  への消滅断面積は

$$\langle \sigma_A v \rangle_{WW} = \frac{g^4}{64\pi M_{\eta_1}^2} (1 + \langle \mathcal{A}(s, m_s^2) \rangle) + \frac{1}{128\pi M_{\eta_1}^2} (4\lambda_3^2 + \langle \mathcal{B}(s, m_s^2) \rangle)$$

	$\Gamma_{WW}(\text{s}^{-1})$	(a) $\langle\sigma_{Av}\rangle_{\gamma\gamma}(\text{cm}^3\text{s}^{-1})$	(b) $\langle\sigma_{Av}\rangle_{\gamma\gamma}(\text{cm}^3\text{s}^{-1})$
(A)	$4.2 \times 10^{17}$	$2.3 \times 10^{-29}$	$2.2 \times 10^{-29}$
(B)	$3.1 \times 10^{17}$	$2.3 \times 10^{-27}$	$2.2 \times 10^{-27}$
(C)	$2.3 \times 10^{17}$	$1.4 \times 10^{-29}$	$1.4 \times 10^{-29}$
(D)	$2.3 \times 10^{17}$	$1.4 \times 10^{-27}$	$1.4 \times 10^{-27}$
(E)	$1.8 \times 10^{17}$	$1.0 \times 10^{-29}$	$9.6 \times 10^{-30}$
(F)	$1.8 \times 10^{17}$	$1.0 \times 10^{-27}$	$9.6 \times 10^{-28}$

表 6.3  $WW$  への消滅率と単色ガンマ線に対する平均化された消滅断面積の予測値. 表 6.2 に示した模型の parameter の値を用いている. 速度分散は, (a) では  $\bar{v} = 3 \times 10^{-4}c$ , (b) では  $\bar{v} = 3 \times 10^{-5}c$  と仮定している.

で与えられる. ここで  $\langle A \rangle$  と  $\langle B \rangle$  は太陽における暗黒物質の速度分布による平均値である. またここでは  $\bar{v} \simeq 5 \times 10^{-5}c$  を仮定している. 関連する模型の parameter は  $\lambda_{\pm}, \lambda_3, M_{\eta_1}, \langle S \rangle$  であるため, 図 6.3 に見られるそれらの制限を考慮して消滅率  $\Gamma_{WW}$  を計算した結果を表 6.3 に示す. これらを IceCube によって得られている制限  $\Gamma_{WW} \leq 9.34 \times 10^{19} \text{ s}^{-1}$  [117] と比較すると,  $\Gamma_{WW}$  の予測値は実験の感度が少なくとも 2 桁以上向上しない限り模型を検証することが難しいことを示している.

#### 6.5.4 暗黒物質の対消滅による高エネルギーガンマ線

Scotogenic 模型では  $\eta_R^0$  が 1-ループレベルで光子対に対消滅することが知られている. しかし, これは大きく抑制されているため間接探索実験によって調べることは難しい. 一方で, 本模型では  $\tilde{s}$  を介した  $s$ -channel を通して光子への対消滅が可能である. その場合, 消滅が起こる特定の場所で暗黒物質の速度分散に共鳴条件が満たされれば, 断面積が大きく向上する可能性がある. このような状況が宇宙のどこかに用意されていれば, そこでの  $\eta_R^0$  の対消滅によって発生する単色ガンマ線を H.E.S.S. のような高エネルギーガンマ線探索によって観測できるかもしれない.

$\eta_R^0$  の対消滅によるガンマ線フラックス  $\Phi_{\gamma}$  は,

$$\frac{d\Phi_{\gamma}}{dE_{\gamma}} = \frac{1}{4\pi} \frac{\langle\sigma_{Av}\rangle}{2M_{\eta_1}^2} \sum_f \frac{dN_{\gamma}^f}{dE_{\gamma}} B_f \int_{\Delta\Omega} d\Omega' \int_{los} \rho_{\eta_1}^2(r(\ell, \phi')) d\ell(r, \phi') \quad (6.33)$$

で表される. ここで  $B_f$  はガンマ線を発生する終状態  $f$  への分岐比,  $dN_{\gamma}^f/dE_{\gamma}$  はそこで発生するガンマ線スペクトルである. 積分で与えられる部分は  $J$ -factor と呼ばれる天体物理学的な因子を表し, 視線に沿った立体角  $\Delta\Omega$  内の暗黒物質の分布を表している. 消滅断面積を速度分布で平均化すると, 共鳴付近では

$$\langle\sigma_{Av}\rangle_{\gamma\gamma} \simeq \frac{e^4}{32\pi M_{\eta_1}^2} \left( \frac{16\lambda_2^2}{(4\pi)^4} + \langle\mathcal{A}(s, m_{\tilde{s}}^2)\rangle \right) \quad (6.34)$$

となる. 2 番目の項は,  $\tilde{s}$  を介した  $s$ -channel のダイアグラムから来ており, 共鳴付近  $m_{\tilde{s}}^2 \simeq 4M_{\eta_1}^2$  では支配的な寄与になっている.

ここでは, 銀河中心 [118] や矮小楕円体銀河 [119] から観測されるガンマ線に焦点を当てて解析を行う. 暗黒物質の密度分布  $\rho_{DM}$  と速度分散  $\bar{v}$  を仮定すると, 観測されたガンマ線のフラックスは (6.33)

によって模型が予測する平均化された消滅断面積  $\langle\sigma_{Av}\rangle_{\gamma\gamma}$  に制限を与える。暗黒物質の速度分散には不定性が大きいですが、ここでは銀河中心で  $\bar{v} \sim 3 \times 10^{-4} c$  [120], 矮小楕円体銀河では  $\bar{v} \sim 3 \times 10^{-5} c$  とする。これから典型的な模型の parameter に対して (6.34) を用いて  $\langle\sigma_{Av}\rangle_{\gamma\gamma}$  を推定することができる。その結果を表 6.3 に示す。H.E.S.S. によるガンマ線の線スペクトルの観測により,  $m_{DM} = 1 \text{ TeV}$  における  $\langle\sigma_{Av}\rangle_{\gamma\gamma}$  に制限が与えられ, Einasto profile をもつ銀河中心では  $\langle\sigma_{Av}\rangle_{\gamma\gamma} < 4 \times 10^{-28} \text{ cm}^3/\text{s}$ , 矮小楕円体銀河では  $\langle\sigma_{Av}\rangle_{\gamma\gamma} < 3 \times 10^{-25} \text{ cm}^3/\text{s}$  となる。したがって, 後者の予測値は上限を大きく下回ることが分かった。一方で前者については, 想定する parameter に依存するが, 現在の制限から遠くない値を示している。図 6.3 では, (A) と (B) の場合の  $\langle\sigma_{Av}\rangle$  の振る舞いが緑の線で示されている。これは, (B) の場合の  $\langle\sigma_{Av}\rangle$  が  $x \gtrsim 10^7$  で現在の暗黒物質の残存量から求められる値よりも大きいことを示している。表 6.3 から, このような場合では特に単色ガンマ線の探索が模型を検証する有効な手段となると考えられる。また消滅断面積は  $m_{\tilde{s}}$  と  $\kappa_2$  の値に敏感であるため, 将来的には単色ガンマ線の観測結果を用いてこれらの制限を得ることが可能かもしれない。もし銀河中心からの単色ガンマ線がこのエネルギー領域で発見されれば, 適切な parameter を考えた場合この模型はその候補として考えることができる。

## 第7章

### まとめ

本研究では、ニュートリノの質量と暗黒物質を同時に説明することのできる scotogenic 模型を、右巻きニュートリノの質量起源を説明するという観点から実 singlet scalar を新たに導入することで拡張を行った。この実 singlet scalar が Ricci scalar との非最小結合を通して inflation を引き起こす場合、Higgs inflation で生じる可能性が議論されているユニタリティ問題を逃れることができ、右巻きニュートリノの質量と同時に inflation も説明することができる。また Higgs inflation と異なり inflaton の 4 点結合が新しい自由度となっているため、Higgs inflation に比べて自然な大きさの非最小結合で inflation を実現することができる。この inflaton が inert doublet 暗黒物質の共鳴領域にある場合を考えて inflation 及び再加熱について議論した。予想される再加熱温度は通常の leptogenesis で必要とされる温度に比べて小さくなるが、実 singlet scalar を介した散乱を通して最も軽い右巻きニュートリノが熱平衡状態になることで leptogenesis により十分な baryon 数非対称性が生成されることを示した。

また実 singlet scalar が共鳴領域にある場合、新しい寄与により暗黒物質の現象論を元の scotogenic 模型のものから大きく変える可能性がある。本研究ではニュートリノ質量生成に重要な inert doublet の中性成分の実部  $\eta_R^0$  が暗黒物質である場合を考えた。実 singlet scalar と暗黒物質の質量が共鳴条件を満たす場合、 $s$ -channel の実 singlet scalar を介した暗黒物質の自己散乱断面積と消滅断面積が大きく増加する可能性がある。したがって、太陽中の暗黒物質の捕獲率が增大することが考えられる。銀河系ハローと太陽中では暗黒物質の速度分散が異なるため、観測されている暗黒物質の残存量を満たすように暗黒物質の消滅断面積を保ちつつ太陽中での自己散乱断面積のみを増大させることができる。これらの点を考慮して、暗黒物質の対消滅による太陽から飛来するニュートリノと銀河中心及び矮小楕円体銀河からの単色ガンマ線を計算した。その結果、銀河中心からの単色ガンマ線については特定の parameter 領域では現在の観測からの上限と同等の値が得られ、将来的に検証できる可能性があることが分かった。

# 付録 A

## Inflation

### A.1. Slow-roll inflation

平坦性問題や地平線問題といったビッグバン宇宙論における問題は、初期宇宙で加速膨張する時期が存在すれば解決することができる。また CMB の観測からもそのような宇宙初期の加速膨張期が存在したことが示唆されている。この初期宇宙の加速膨張を inflation という。ここでは代表的な inflation 模型である slow-roll inflation とその制限についてまとめる。

一様等方な宇宙初期において空間の曲率や宇宙項は無視することができるので、Friedmann 方程式

$$H^2 = \frac{\rho}{3M_P^2}$$

から宇宙を満たしている場のエネルギー密度  $\rho$  が定数である場合 Hubble parameter  $H$  も定数となり、宇宙の指数関数的な加速膨張が実現される。このような inflation を引き起こす粒子を inflaton と呼ぶ。Inflaton  $\phi$  とその potential  $V(\phi)$  が

$$\dot{\phi}^2 \ll 2V(\phi), \quad |\ddot{\phi}| \ll 3H|\dot{\phi}|$$

を満たすとき、inflaton のエネルギー密度への主要な寄与は inflaton の potential となり、かつ  $\dot{\phi}$  の時間変化が十分小さくなることで実質的に inflaton のエネルギーが定数となる時期が十分な時間存在し inflation が実現される。この条件を slow-roll 条件と呼ぶ。一様等方な宇宙において inflaton の運動方程式

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + \frac{dV}{d\phi} = 0$$

から、slow-roll 条件を満たすためには potential が十分平坦である必要がある。このような条件を満たす potential を表す量として slow-roll parameter

$$\varepsilon \equiv \frac{M_P^2}{2} \left( \frac{1}{V} \frac{dV}{d\phi} \right)^2, \quad \eta \equiv M_P^2 \left( \frac{1}{V} \frac{d^2V}{d\phi^2} \right)$$

を導入する。Slow-roll 条件と運動方程式からこれらの値は 1 よりも十分に小さくなる。そして  $\varepsilon \sim 1$  となると slow-roll 条件が保たれなくなり、inflation が終了する。したがって、slow-roll 条件を満たすような十分平坦な potential 上を inflaton がゆっくりと転がることで宇宙の指数関数的な膨張が実現し、potential の平坦な領域を抜けて slow-roll 条件が破れることで inflation が終わる。

Inflation 期に宇宙がどれだけ膨張したかを表す量として  $e$ -foldings 数  $N$  がある。これは inflation の終了する時刻を  $t_{\text{end}}$  とすると

$$N \equiv \log \left( \frac{a(t_{\text{end}})}{a(t)} \right) = \int_t^{t_{\text{end}}} H dt$$

で定義される。また slow-roll 近似を用いると inflaton を用いて

$$N = \int_{\phi(t)}^{\phi(t_{\text{end}})} d\phi \frac{H}{\dot{\phi}} \simeq \frac{1}{M_P^2} \int_{\phi(t_{\text{end}})}^{\phi(t)} d\phi \frac{V}{dV/d\phi}$$

と表すことができる。CMB で観測される温度揺らぎから、典型的な  $e$ -foldings 数の値は 50 から 60 程度となっている。

CMB はほぼ一様等方だが、観測から  $\delta T/T \simeq 10^{-5}$  程度の温度揺らぎが存在することが知られている。この揺らぎは inflaton の揺らぎが起源であると考えられており、inflation の予測する重要な量である。Inflation によって生じる曲率揺らぎのパワースペクトル  $\mathcal{P}_R(k)$  はある波数  $k_*$  の周りで

$$\mathcal{P}_R(k) = A_s \left( \frac{k}{k_*} \right)^{n_s - 1}$$

のように展開することができる。ここで  $A_s$  は波数  $k = k_*$  における量であり、slow-roll 近似の下で

$$A_s \simeq \frac{V}{24\pi^2 M_P^4 \epsilon} \Big|_{k=k_*}$$

で与えられる。よって  $n_s - 1 = 0$  であればパワースペクトルは完全に scale 不変となる。CMB の観測から、この曲率揺らぎはほぼ scale 不変であることが分かっている。 $n_s$  はスペクトル指数と呼ばれ、slow-roll inflation では slow-roll parameter を用いて

$$n_s = 1 - 6\epsilon + 2\eta$$

と書き表すことができる。また初期重力波のパワースペクトル  $\mathcal{P}_h(k)$  も inflation において予言される量であり、曲率揺らぎとの比を slow-roll parameter を用いて書き表すと

$$r \equiv \frac{\mathcal{P}_h}{\mathcal{P}_R} = 16\epsilon$$

となる。この比  $r$  は tensor scalar 比と呼ばれる。初期重力波は観測で発見されていないため、 $r$  には上限がつけられる。

CMB 観測から基準となる波数  $k_* = 0.05 \text{ Mpc}^{-1}$  において scalar 振幅  $A_s$  の値は  $A_s \simeq 2.1 \times 10^{-9}$  [36] と測定されており、また  $n_s, r$  には Planck の観測から図 A.1 のような制限が得られている。

## A.2. $s$ -inflation

本節では、6.2 節で用いた式の導出を行う。まず共形変換後の Einstein frame における作用 (6.10) についてである。Jordan frame における作用は (6.8) から

$$S_J = \int d^4x \sqrt{-g} \left[ -\frac{f(S)}{2} M_P^2 R + \frac{1}{2} \partial_\mu S \partial^\mu S - V(S) \right]$$

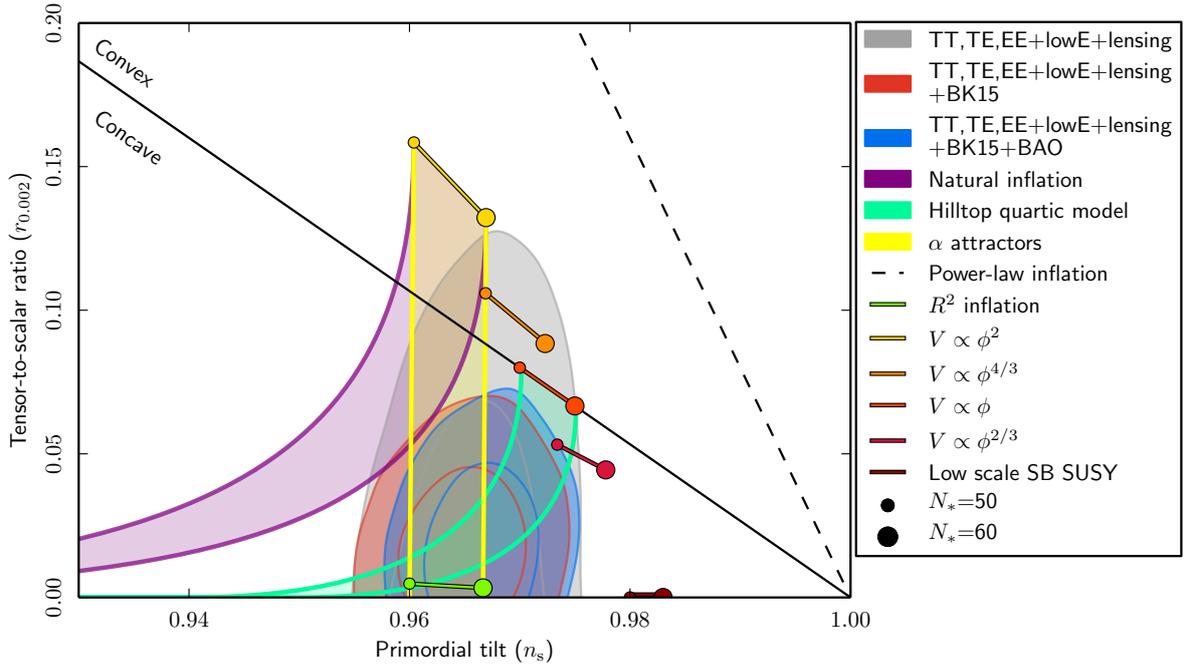


図 A.1 Planck による  $n_s, r$  に対する制限 [121].

である. ここで  $f(S) \equiv 1 + \xi(S^2 - \langle S \rangle^2)/M_P^2$  と定義した. 以下では (6.9) に与えた共形変換

$$(g_E)_{\mu\nu} = \Omega^2(x)g_{\mu\nu} \quad (\text{A.1})$$

を用いて Einstein frame に移るために  $\Omega^2 = f(S)$  とすればよいことを示し, 変換後の作用を求める. また Einstein frame におけるそれぞれの量については下付き添え字  $E$  を用いる.

まずこの変換で計量の逆行列  $g^{\mu\nu}$  と  $\sqrt{-g} \equiv \sqrt{-\det(g_{\mu\nu})}$  は

$$g_E^{\mu\nu} = \frac{1}{\Omega^2}g^{\mu\nu}, \quad \sqrt{-g_E} = \Omega^4\sqrt{-g}$$

となる. この変換によって下付きの偏微分は変化しないため  $(\partial_E)_\mu = \partial_\mu$  であり<sup>\*1</sup>, したがって Christoffel 記号

$$\Gamma_{\mu\nu}^\alpha \equiv \frac{1}{2}g^{\alpha\rho}(\partial_\nu g_{\mu\rho} + \partial_\mu g_{\rho\nu} - \partial_\rho g_{\mu\nu})$$

は変換後の frame では (A.1) を代入した際に偏微分が計量にかかる場合と  $\Omega^2(x)$  にかかる場合から

$$(\Gamma_E)_{\mu\nu}^\alpha = \Gamma_{\mu\nu}^\alpha + S_{\mu\nu}^\alpha \quad (\text{A.2})$$

のように分けることができる. ただしここで  $S_{\mu\nu}^\alpha$  を

$$S_{\mu\nu}^\alpha \equiv \delta_\mu^\alpha \partial_\nu(\log \Omega) + \delta_\nu^\alpha \partial_\mu(\log \Omega) - g_{\mu\nu} \partial^\alpha(\log \Omega) \quad (\text{A.3})$$

<sup>\*1</sup> 座標  $x^\mu$  や下付きの偏微分  $\partial_\mu \equiv \partial/(\partial x^\mu)$  は変化しないが,  $x_\mu \equiv g_{\mu\nu}x^\nu$  に含まれる計量の変化に伴って上付きの偏微分は  $\partial_E^\mu \equiv g_E^{\mu\nu}\partial_\nu = \partial^\mu/\Omega^2$  のように変換される.

と定義した. これを用いて Ricci scalar を計算するために, Ricci tensor を求める. 曲率 tensor  $R^\mu{}_{\nu\alpha\beta}$  と Ricci tensor  $R_{\mu\nu}$  はそれぞれ

$$\begin{aligned} R^\mu{}_{\nu\alpha\beta} &\equiv \partial_\alpha \Gamma_{\nu\beta}^\mu - \partial_\beta \Gamma_{\nu\alpha}^\mu + \Gamma_{\lambda\alpha}^\mu \Gamma_{\nu\beta}^\lambda - \Gamma_{\lambda\beta}^\mu \Gamma_{\nu\alpha}^\lambda, \\ R_{\mu\nu} &\equiv R^\alpha{}_{\mu\alpha\nu} = \partial_\alpha \Gamma_{\mu\nu}^\alpha - \partial_\nu \Gamma_{\mu\alpha}^\alpha + \Gamma_{\beta\alpha}^\alpha \Gamma_{\mu\nu}^\beta - \Gamma_{\beta\nu}^\alpha \Gamma_{\mu\alpha}^\beta \end{aligned}$$

で与えられる. また変換後の frame における Christoffel 記号  $\Gamma_{\mu\nu}^\alpha$  の偏微分は  $S_{\mu\nu}^\alpha$  の共変微分を用いると (A.2) から

$$\partial_\alpha (\Gamma_E)_{\mu\nu}^\beta = \partial_\alpha \Gamma_{\mu\nu}^\beta + \nabla_\alpha S_{\mu\nu}^\beta - \Gamma_{\lambda\alpha}^\beta S_{\mu\nu}^\lambda + \Gamma_{\mu\alpha}^\lambda S_{\lambda\nu}^\beta + \Gamma_{\nu\alpha}^\lambda S_{\mu\lambda}^\beta$$

となるので, 変換前と変換後の Ricci tensor の関係は

$$R_{\mu\nu}^E = R_{\mu\nu} + \nabla_\alpha S_{\mu\nu}^\alpha - \nabla_\nu S_{\mu\alpha}^\alpha + S_{\beta\alpha}^\alpha S_{\mu\nu}^\beta - S_{\beta\nu}^\alpha S_{\mu\alpha}^\beta$$

と求めることができる. 最後に Ricci scalar  $R \equiv g^{\mu\nu} R_{\mu\nu}$  は (A.3) およびその共変微分

$$\nabla_\alpha S_{\mu\nu}^\beta = \delta_\mu^\beta \nabla_\alpha \partial_\nu (\log \Omega) + \delta_\nu^\beta \nabla_\alpha \partial_\mu (\log \Omega) - g_{\mu\nu} \nabla_\alpha \partial^\beta (\log \Omega)$$

と計量の共変微分が 0 であることから  $\nabla_\mu A_\nu = g_{\nu\alpha} \nabla_\mu A^\alpha$  が成り立つことを用いると

$$\begin{aligned} R_E &= \frac{1}{\Omega^2} \{ R - 6 \nabla_\mu \partial^\mu (\log \Omega) + 2 g^{\mu\nu} [\partial_\mu (\log \Omega) \partial_\nu (\log \Omega) - g_{\mu\nu} \partial_\alpha (\log \Omega) \partial^\alpha (\log \Omega)] \} \\ &= \frac{1}{\Omega^2} \left[ R - \frac{6}{\Omega} \nabla_\mu \partial^\mu \Omega \right] \end{aligned}$$

と得られる. したがって Einstein frame における作用のうち Ricci scalar に関連する部分は

$$S_E \supset \int d^4x \sqrt{-g^E} \frac{f(S)}{\Omega^2} \left[ -\frac{M_P^2}{2} R^E - \frac{3M_P^2}{\Omega^3} \nabla_\mu \partial^\mu \Omega \right] \quad (\text{A.4})$$

となるため,  $\Omega^2 = f(S)$  とすると Ricci scalar と scalar 場が直接結合していない求めたい形が得られる.

(A.4) の最後の項は運動項への寄与になっている. また変換前の Jordan frame における量になっているため, これを Einstein frame の量を用いて書き直す. この項の共変微分を展開すると

$$\nabla_\mu \partial^\mu \Omega = \partial_\mu g^{\mu\nu} \partial_\nu \Omega + g^{\mu\nu} \partial_\mu \partial_\nu \Omega + \frac{1}{2} g^{\mu\nu} g^{\alpha\beta} \partial_\alpha g_{\mu\nu} \partial_\beta \Omega$$

となるので, 変換前と変換後の関係は

$$(\nabla_E)_\mu \partial_E^\mu \Omega = \frac{1}{\Omega^2} \nabla_\mu \partial^\mu \Omega + \frac{2}{\Omega} g_E^{\mu\nu} \partial_\mu \Omega \partial_\nu \Omega$$

のように得られる. したがって運動項の補正は scalar 量に対しては共変微分と偏微分が等しいことおよび表面項が 0 であることを用いると

$$-\frac{3M_P^2}{\Omega^3} \nabla_\mu \partial^\mu \Omega = \frac{3M_P^2}{\Omega^2} (g^E)^{\mu\nu} \partial_\mu \Omega \partial_\nu \Omega = \frac{3\xi^2 S^2}{\Omega^4 M_P^2} (g^E)^{\mu\nu} \partial_\mu S \partial_\nu S$$

と求めることができる. したがって作用における運動項に対応する部分は

$$S_E \supset \int d^4x \sqrt{-g^E} \frac{1}{2\Omega^4} \left( \Omega^2 + \frac{6\xi^2 S^2}{M_P^2} \right) g_E^{\mu\nu} \partial_\mu S \partial_\nu S$$

となる.

$S$  の potential  $V(S)$  については変換の前後で変わらないため,  $\sqrt{-g}$  の変換に伴う因子  $1/\Omega^4$  が変換後にはかかるだけである. また 6.2 節で考えたように inflation 中は  $S$  の真空期待値  $\langle S \rangle$  を無視することができるため,  $\Omega^2 \simeq 1 + \xi S^2/M_P^2$  とすると

$$S_E = \int d^4x \sqrt{-g_E} \left\{ -\frac{1}{2} M_P^2 R_E + \frac{1}{2\Omega^4} \left[ 1 + \frac{(\xi + 6\xi^2)S^2}{M_P^2} \right] g_E^{\mu\nu} \partial_\mu S \partial_\nu S - \frac{1}{\Omega^4} V(S) \right\}$$

と (6.10) で与えた作用が求められる.

次に Einstein frame における scalar 場の正準規格化である. (6.11) から

$$\frac{d\chi}{dS} \equiv \frac{1}{\Omega^2} \sqrt{1 + \frac{(\xi + 6\xi^2)S^2}{M_P^2}} \quad (\text{A.5})$$

のように  $\chi$  を定義する. これを積分形にすると

$$\chi = (1 + 6\xi) \int \frac{dS}{\sqrt{1 + (1 + 6\xi)\xi S^2/M_P^2}} - 6\xi \int \frac{dS}{\sqrt{1 + (1 + 6\xi)\xi S^2/M_P^2}} \frac{1}{1 + \xi S^2/M_P^2}$$

と書ける. 1 項目について積分すると

$$\begin{aligned} & (1 + 6\xi) \int \frac{dS}{\sqrt{1 + (1 + 6\xi)\xi S^2/M_P^2}} \\ &= \frac{M_P}{\sqrt{\xi}} \sqrt{1 + 6\xi} \int \frac{dx}{\sqrt{1 + x^2}} = \frac{M_P}{\sqrt{\xi}} \sqrt{1 + 6\xi} \operatorname{arcsinh} \left( \sqrt{1 + 6\xi} \frac{\sqrt{\xi} S}{M_P} \right) \end{aligned}$$

が得られる. 2 項目については変数変換

$$x \equiv \frac{\sqrt{6\xi^2} S/M_P}{\sqrt{1 + \xi S^2/M_P^2}}, \quad \frac{dx}{dS} = \frac{\sqrt{6\xi^2}/M_P}{(1 + \xi S^2/M_P^2)^{3/2}}$$

を用いて積分することで

$$\begin{aligned} & 6\xi \int \frac{dS}{\sqrt{1 + (1 + 6\xi)\xi S^2/M_P^2}} \frac{1}{1 + \xi S^2/M_P^2} \\ &= \frac{M_P}{\sqrt{\xi}} \sqrt{6\xi} \int \frac{dx}{\sqrt{1 + x^2}} = \frac{M_P}{\sqrt{\xi}} \sqrt{1 + 6\xi} \operatorname{arcsinh} \left( \sqrt{6\xi} \frac{\sqrt{\xi} S/M_P}{\sqrt{1 + \xi S^2/M_P^2}} \right) \end{aligned}$$

となる. 積分定数については初期条件として  $S = 0$  のとき  $\chi = 0$  とすることで (6.12) の表式

$$\frac{\sqrt{\xi}\chi}{M_P} = \sqrt{1 + 6\xi} \operatorname{arcsinh} \left( \sqrt{1 + 6\xi} \frac{\sqrt{\xi} S}{M_P} \right) - \sqrt{6\xi} \operatorname{arcsinh} \left( \sqrt{6\xi} \frac{\sqrt{\xi} S/M_P}{\sqrt{1 + \xi S^2/M_P^2}} \right)$$

が求められる. 6.2 節で述べたようにこのようにして定義した inflaton  $\chi$  は  $S \gg M_P/\sqrt{\xi}$  の領域で potential が平坦になり, slow-roll inflation を実現することができる.

最後に (A.5) を用いると  $e$ -foldings 数は

$$N = \frac{1}{M_P^2} \int_{\chi_{\text{end}}}^{\chi} d\chi \frac{V_E}{V'_E} = \frac{1}{4M_P^2} \int_{S_{\text{end}}}^S dS \left( 1 + 6\xi - \frac{6\xi M_P^2}{M_P^2 + \xi S^2} \right)$$

$$= \frac{1 + 6\xi}{8M_P^2}(S^2 - S_{\text{end}}^2) - \frac{3}{4} \log \left( \frac{1 + \xi S^2/M_P^2}{1 + \xi S_{\text{end}}^2/M_P^2} \right)$$

となる.  $S \gg M_P/\sqrt{\xi}$  の領域では  $\log$  の項は 1 項目に比べて十分小さく無視することができるため, 非最小結合が  $6\xi \gg 1$  を満たすとすると

$$N \simeq \frac{3}{4M_P^2} \frac{S^2 - S_{\text{end}}^2}{M_P^2/\xi}$$

と (6.15) が得られる.

### A.3. 再加熱

Inflation が終了した後では, 標準宇宙論における宇宙の軽元素合成へと以降するため inflaton のもつエネルギーを標準模型粒子に転換させ高温高密度の宇宙にする必要がある. このように inflaton のもつエネルギーが物質, 放射のエネルギーに転換される過程を再加熱と呼ぶ.

Inflation が終了すると inflaton は potential の真空周りで振動を始める. この振動の間に inflaton が最終的に標準模型粒子に崩壊することで, inflaton のもつエネルギーが標準模型粒子の物質, 放射のエネルギーに移行し宇宙が温められることで放射優勢期になる. Inflaton の崩壊幅を  $\Gamma$  とすると, 再加熱温度  $T_R$  は放射優勢期における Hubble parameter を用いて

$$\Gamma \equiv H(T_R) = \sqrt{\frac{\pi^2 g_*}{90}} \frac{T_R^2}{M_P}$$

で与えられる\*2. したがって再加熱温度は

$$T_R \simeq 1.74 g_*^{-1/4} (M_P \Gamma)^{1/2}$$

と計算される. これに  $g_* \simeq 116$  を代入すると (6.19) が得られる. ただしここでは inert doublet と右巻きニュートリノが全て熱平衡にあるとした.

---

\*2 放射優勢期においては  $H = 1/(2t)$  なので, inflaton の寿命  $1/\Gamma$  だけ時間が経つと崩壊が始まるとして  $H = \Gamma/2$  を再加熱温度の定義として用いることもある.

## 付録 B

# 実 singlet scalar $S$ と gauge boson の有効相互作用

実 singlet scalar  $S$  はツリーレベルでは gauge boson  $W^\pm, Z^0$ , 光子  $A$  との gauge 相互作用をもたないが, 内線に inert doublet が飛ぶダイアグラムによって 1-ループレベルで相互作用する. これは  $V^\mu = W^{\pm\mu}, Z^{0\mu}, A^\mu$  としたとき有効相互作用として  $\sum_V \mathcal{G}_{\mu\nu}^V S^2 V_i^\mu V_i^\nu$  と表すことができる. ここでは  $\mathcal{G}_{\mu\nu}^V$  を求める. 終状態の gauge boson の運動量を  $k_1^\mu, k_2^\mu$  すると重心エネルギーは  $s = (k_1 + k_2)^2$  である.  $W^\pm, Z^0$  に対してそれぞれ  $g_V = g, g/c_w$  とするとこれらの質量は  $m_V^2 = g_V^2 \langle \phi \rangle^2 / 2$  と書ける. 本モデルでは  $M_{\eta_R^0} \gg \langle \phi \rangle, s \gg m_V^2$  を考えているため, 有効結合定数は近似的に

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_{\mu\nu}^V &\simeq \frac{\kappa_2 g_V^2}{(4\pi)^2} \mathcal{I} \left( \frac{M_{\eta_R^0}^2}{s} \right) \left( g_{\mu\nu} - \frac{2k_{2\mu} k_{1\nu}}{s} \right) \quad (V = W^\pm, Z, A), \\ \mathcal{G}_{\mu\nu}^V &\simeq \frac{\kappa_2}{(4\pi)^2} (\lambda_+ + \lambda_- + 2\lambda_3) \frac{m_V^2}{s} \mathcal{J} \left( \frac{M_{\eta_R^0}^2}{s} \right) g_{\mu\nu} \quad (V = W^\pm, Z), \end{aligned}$$

のように得られる. 1 つ目が gauge boson が横波の寄与, 2 つ目が縦波についてである. また inert doublet の質量を  $\eta_R^0$  の質量周りで展開して計算を行った. ここで光子については  $g_V = \sqrt{2}e$  である. また  $\mathcal{I}(r)$  と  $\mathcal{J}(r)$  は

$$\begin{aligned} \mathcal{I}(r) &\equiv 1 + r \left( \ln \frac{1 + \sqrt{1-4r}}{1 - \sqrt{1-4r}} + i\pi \right)^2, \\ \mathcal{J}(r) &\equiv \sqrt{1-4r} \left( \ln \frac{1 + \sqrt{1-4r}}{1 - \sqrt{1-4r}} + i\pi \right) - 2, \end{aligned} \quad (\text{B.1})$$

で定義される.  $s \gg m_V^2$  を満たす高エネルギー領域では, 有効結合定数  $\mathcal{G}_{\mu\nu}^V$  に主に寄与する横偏光 vector  $\varepsilon_T$  と縦偏光 vector  $\varepsilon_L$  による相互作用は近似的に

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_{\mu\nu}^V \varepsilon_T^\mu(k_1, \alpha) \varepsilon_T^\nu(k_2, \beta) &\simeq \frac{\kappa_2 g_V^2}{(4\pi)^2} \mathcal{I} \left( \frac{M_{\eta_R^0}^2}{s} \right) \delta_{\alpha\beta} \quad (V = W^\pm, Z, A), \\ \mathcal{G}_{\mu\nu}^V \varepsilon_L^\mu(k_1) \varepsilon_L^\nu(k_2) &\simeq \frac{\kappa_2}{2(4\pi)^2} (\lambda_+ + \lambda_- + 2\lambda_3) \mathcal{J} \left( \frac{M_{\eta_R^0}^2}{s} \right) \quad (V = W^\pm, Z). \end{aligned}$$

となる. このように相殺項が存在しないため実 singlet scalar と gauge boson との有効相互作用は有限な結果となり, また高エネルギーでのユニタリティの制限を満足している.

## 付録 C

# 暗黒物質の捕獲率

暗黒物質の無限遠での速度を  $u$ , 太陽中心から距離  $r$  の点における原子核との散乱後の速度を  $w$  とする. これらは散乱の生じた点における脱出速度を  $v(r)$  とすると  $w^2 = u^2 + v^2(r)$  という関係を満たす. 太陽中心における脱出速度を  $v_c$ , 表面での脱出速度を  $v_s$  とすると, 半径  $r$  の球面上での脱出速度  $v(r)$  は近似的に

$$\frac{v(r)^2}{v_s^2} = \frac{v_c^2}{v_s^2} - \frac{M(r)}{M_\odot} \left( \frac{v_c^2}{v_s^2} - 1 \right),$$

となる. また  $v_c = 1354 \text{ km/s}$ ,  $v_s = 795 \text{ km/s}$  である [115, 116]. ここで  $M(r)$  は半径  $r$  の球に含まれる質量である. 太陽内部で原子核との散乱によって暗黒物質から原子核に渡されるエネルギーを  $\Delta E$  としたとき

$$\Delta E \geq \frac{mw^2}{2} - \frac{mv(r)^2}{2} = \frac{mu^2}{2}$$

が満たされる場合, 暗黒物質は太陽内部に取り込まれ捕獲される. 一方で質量  $M_{\mathcal{N}_i}$  の原子核  $\mathcal{N}_i$  と質量  $m$  の暗黒物質の散乱が運動学的に生じるためには,  $E \equiv mw^2/2$ ,  $\mu_i \equiv m/M_{\mathcal{N}_i}$ ,  $\mu_{i\pm} \equiv \mu_i \pm 1/2$  としたとき  $\Delta E \leq (\mu_i/\mu_{i+})E$  が満たされる必要がある. この  $\Delta E$  の範囲を考慮すると, 一回の散乱によって速度  $u$ ,  $v(r)$  によって与えられる速度  $w$  をもつ暗黒物質の捕獲率  $\Omega_v(w)$  は

$$w\Omega_v^i(w) = \frac{\sigma(\text{DM-}\mathcal{N}_i)n_{\mathcal{N}_i}w^2}{E} \frac{\mu_{i+}^2}{\mu_i} \int_{E_{\min}^i}^{E_{\max}^i} F_i^2(\Delta E)\theta\left(\Delta E - \frac{u^2}{w^2}E\right) d(\Delta E) \quad (\text{C.1})$$

のように求められる. ここで  $n_{\mathcal{N}_i}$  は太陽における原子核  $\mathcal{N}_i$  の数密度,  $\sigma(\text{DM-}\mathcal{N}_i)$  は暗黒物質-原子核の散乱断面積である. 原子核  $\mathcal{N}_i$  の形状因子は  $F_i^2(\Delta E) = \exp(-\Delta E/E_0^i)$  で与えられる. ただし  $E_0^i$  は原子核の平均 2 乗半径

$$R_{\mathcal{N}_i} \simeq \left[ 0.91(M_{\mathcal{N}_i}/\text{GeV})^{1/3} + 0.3 \right] \times 10^{-13} \text{ cm}$$

を用いて  $E_0^i \equiv 3/(2M_{\mathcal{N}_i}R_{\mathcal{N}_i}^2)$  として定義されている. また (C.1) における積分範囲は

$$E_{\max}^i = \frac{\mu_i}{\mu_{i+}} E, \quad E_{\min}^i = 0$$

である。  $M_{\mathcal{N}_i} \ll m$  が満たされている場合には  $m\mu_i/\mu_{i+}^2 \simeq 4M_{\mathcal{N}_i}$ ,  $m\mu_{i-}^2/\mu_{i+}^2 \simeq m$  が成り立つため (C.1) は

$$w\Omega_v^i(w) \simeq \frac{\sigma(\text{DM-}\mathcal{N}_i)n_{\mathcal{N}_i}}{2M_{\mathcal{N}_i}} E_0^i \left\{ \exp\left(\frac{mu^2}{2E_0^i}\right) - \exp\left[-\frac{2M_{\mathcal{N}_i}}{E_0^i}(u^2 + v(r)^2)\right] \right\} \quad (\text{C.2})$$

のようになる。これは速度  $u \ll v(r)$  をもつ暗黒物質のみが効果的に太陽に捕獲されることを示している。

温度  $T$  において速度  $u$  をもつ暗黒物質の分布が Maxwell-Boltzmann 分布に従うと仮定すると、銀河系中心周りの太陽の周回速度  $v_0$  を考慮して修正分布関数  $f_\zeta(u)$  は

$$\begin{aligned} f_\zeta(u) &= 4\pi u^2 n_{\text{DM}} \left(\frac{m}{2\pi T}\right)^{3/2} \frac{\sinh 2y\zeta}{2y\zeta} \exp\left[-\left(\frac{3u^2}{2\bar{v}^2} + \zeta^2\right)\right] \\ &= \left(\frac{6}{\pi}\right)^{1/2} n_{\text{DM}} \frac{y}{\bar{v}\zeta} \left(e^{-(y-\zeta)^2} - e^{-(y+\zeta)^2}\right) \end{aligned} \quad (\text{C.3})$$

となる。ここで  $n_{\text{DM}}$  はハロー内の暗黒物質の数密度であり、変数  $y$  は  $y^2 \equiv m/(2Tu^2)$  で定義されている。暗黒物質の速度分散  $\bar{v}$  は  $m\bar{v}^2/2 = 3T/2$  で与えられており、 $\zeta \equiv \sqrt{3v_0^2/(2\bar{v}^2)}$  を通して  $v_0$  の効果が分布関数において考慮されている。

(C.2), (C.3) を用いると太陽中の単位体積あたりの暗黒物質の捕獲率は

$$\frac{dC_c^i}{dV} = \int_{u_{\min}^i}^{u_{\max}^i} \frac{f_\zeta(u)}{u} w\Omega_v^i(w) du \quad (\text{C.4})$$

となる。ここで  $u_{\min}^i$  と  $u_{\max}^i$  は  $\mu_i \gg 1$  の場合

$$u_{\min}^i = 0, \quad u_{\max}^i = \sqrt{\frac{\mu_i}{\mu_{i-}^2}} v(r)$$

で与えられる。したがって (C.4) は  $a_i \equiv m\bar{v}^2/3E_0^i$ ,  $b_i \equiv \mu_i a_i/\mu_{i+}^2$  を用いて

$$\frac{dC_c^i}{dV} = \left(\frac{6}{\pi}\right)^{1/2} \frac{\sigma(\text{DM-}\mathcal{N}_i)n_{\mathcal{N}_i}n_{\text{DM}}}{4M_{\mathcal{N}_i}\bar{v}} E_0^i \left[ G(y, a_i) - G(y, b_i)e^{-(a_i-b_i)y^2} \right]$$

と計算することができる。また  $G(y, \alpha)$  は

$$\begin{aligned} G(y, \alpha) &\equiv \left[ \chi\left(-\frac{\zeta}{\sqrt{1+\alpha}}, \frac{\zeta}{\sqrt{1+\alpha}}\right) \right. \\ &\quad \left. + \chi\left(\sqrt{1+\alpha}y^2 - \frac{\zeta}{\sqrt{1+\alpha}}, \sqrt{1+\alpha}y^2 + \frac{\zeta}{\sqrt{1+\alpha}}\right) \right] \frac{1}{\sqrt{1+\alpha}} \exp\left(-\frac{\alpha\zeta^2}{1+\alpha}\right), \\ \chi(z_1, z_2) &\equiv \int_{z_1}^{z_2} \exp(-z^2) dz = \frac{\sqrt{\pi}}{2} [\text{erf}(z_2) - \text{erf}(z_1)] \end{aligned}$$

で定義されている。  $\text{erf}(z)$  は誤差関数である。したがって太陽の半径を  $R_\odot$  とすると全捕獲率を

$$C_c = \sum_i \int_0^{R_\odot} \frac{dC_c^i}{dV} 4\pi r^2 dr$$

と求めることができる。これらと

$$A_i^2 \equiv (3v(r)^2/2\bar{v}^2)(\mu_i/\mu_{i-}^2),$$

$$\begin{aligned}\hat{A}_{i\pm} &\equiv \sqrt{1+a_i}A_i \pm \frac{\zeta}{\sqrt{1+a_i}}, & \check{A}_{i\pm} &\equiv \sqrt{1+b_i}A_i \pm \frac{\zeta}{\sqrt{1+b_i}}, \\ A_i^c &\equiv A_i(v_c), & A_i^s &= A_i(v_s)\end{aligned}$$

で定義される変数を用いることで最終的に (6.30) が得られる。

上記の計算は暗黒物質同士が散乱することによりハロー中の暗黒物質が捕獲される確率である自己捕獲率  $C_s$  にも適用することができる。その場合第 6 章で考えた模型においては暗黒物質  $\eta_R^0$  の 4 点結合  $\lambda_2$  による散乱に加えて  $\tilde{s}$  を介した  $s$ -channel の自己散乱過程が存在することを考慮する必要がある。この捕獲率は共鳴周りの速度分布に大きく依存する。太陽内における  $\eta_R^0$  の自己散乱による  $\eta_R^0$  の捕獲率は、上記の  $\eta_R^0$ -原子核散乱の式同様に求めることができる。太陽内での  $\eta_R^0$  の自己散乱による捕獲率  $\Omega_v^s(w)$  は上記の  $\eta_R^0$ -原子核散乱の式から

$$w\Omega_v^s(w) = \frac{n(r)\sigma_{RR}w^2}{E} \left[ \tilde{E}_{\max} - \max\left(\tilde{E}_{\min}, \frac{1}{2}mu^2\right) \right]$$

のように表すことができる。ここで  $\sigma_{RR}$  は (6.26) で与えられる  $\eta_R^0$  の自己散乱断面積であり、 $n(r)$  は太陽における  $\eta_R^0$  の数密度である。また  $\tilde{E}_{\max}$  と  $\tilde{E}_{\min}$  は  $\eta_R^0$ -原子核散乱の場合と同じなので、 $w\Omega_v^s(w) = \sigma_{RR}v(r)^2$  が得られる。 $\eta_R^0$  の自己散乱の場合  $\mu_+ = 1$  が満たされるので運動学的な抑制は起こらず、 $u$  の範囲が広ければ  $\eta_R^0$  の速度分布をかけた積分から  $dC_s/dV$  に実質的に寄与することが期待される。そのようにして捕獲された  $\eta_R^0$  が太陽の外に放出されないためには、 $u_{\max} = v(r)$  を満たす必要がある。太陽中での脱出速度  $v(r)$  はハロー中の  $\eta_R^0$  の速度分散  $\bar{v}$  よりはるかに大きいため、 $u$  の積分において  $u_{\max}$  は無限大と考えることができ、この効果は無視できる。一方で  $u_{\min}$  は原子核との散乱による捕獲と同様に  $u_{\min} = 0$  となる。これらの点を考慮して  $u$  についての積分において狭い共鳴条件  $\Delta \gg \gamma_{\tilde{s}}$  を満たすと仮定することで (6.31) が得られる。

# 謝辞

本論文を執筆するにあたりお世話になりました様々な方に感謝します。特に指導教官である末松大二郎教授には修士2年次からこれまで毎週の報告会にて様々な内容に関して丁寧にご指導していただきと共に多くの適切な助言をいただきました。石渡弘治准教授には研究に限らず雑談に付き合っていたり相談に乗っていただいたりしました。齋川賢一助教授にはミーティングに参加させていただきました様々な質問・議論をしていただきました。武田真滋准教授にはGSリーディングプログラムで大阪大学の北沢さんを紹介していただき、貴重な経験をすることができました。秘書の西川さんには事務手続き全般で大変お世話になりました。

また学生の方々のおかげで大変有意義な研究生生活を送ることができました。特に先輩の大羽さん、金子さん、富田さん、後輩の軍司くん、渋谷くんにはお世話になりました。大羽さんとは席も近く住んでいる場所も同じだったことから冗談も交えて楽しく話すことができました。金子さん、富田さんには議論に付き合っていたり研究を行う上で様々な相談に乗っていただいたりしました。特に富田さんには一緒にゼミをしてもらったり非常勤講師のお話をいただいたりするなど大変お世話になりました。軍司くんには研究やゼミだけでなくたわいのない会話に付き合ってくださいました。また大変な中SUの仕事をやっていただきとても助かりました。皆様のおかげでどうにか最後までやりきることができました。

最後に、これまで支えてくれた家族に感謝します。

# 参考文献

- [1] SUPER-KAMIOKANDE collaboration, *Evidence for oscillation of atmospheric neutrinos*, *Phys. Rev. Lett.* **81** (1998) 1562 [[hep-ex/9807003](#)].
- [2] SNO collaboration, *Direct evidence for neutrino flavor transformation from neutral current interactions in the Sudbury Neutrino Observatory*, *Phys. Rev. Lett.* **89** (2002) 011301 [[nucl-ex/0204008](#)].
- [3] KAMLAND collaboration, *First results from KamLAND: Evidence for reactor anti-neutrino disappearance*, *Phys. Rev. Lett.* **90** (2003) 021802 [[hep-ex/0212021](#)].
- [4] K2K collaboration, *Indications of neutrino oscillation in a 250 km long baseline experiment*, *Phys. Rev. Lett.* **90** (2003) 041801 [[hep-ex/0212007](#)].
- [5] T2K collaboration, *Indication of Electron Neutrino Appearance from an Accelerator-produced Off-axis Muon Neutrino Beam*, *Phys. Rev. Lett.* **107** (2011) 041801 [[1106.2822](#)].
- [6] DOUBLE CHOOZ collaboration, *Indication of Reactor  $\bar{\nu}_e$  Disappearance in the Double Chooz Experiment*, *Phys. Rev. Lett.* **108** (2012) 131801 [[1112.6353](#)].
- [7] RENO collaboration, *Observation of Reactor Electron Antineutrino Disappearance in the RENO Experiment*, *Phys. Rev. Lett.* **108** (2012) 191802 [[1204.0626](#)].
- [8] DAYA BAY collaboration, *Observation of electron-antineutrino disappearance at Daya Bay*, *Phys. Rev. Lett.* **108** (2012) 171803 [[1203.1669](#)].
- [9] G. Jungman, M. Kamionkowski and K. Griest, *Supersymmetric dark matter*, *Phys. Rept.* **267** (1996) 195 [[hep-ph/9506380](#)].
- [10] G. Bertone, D. Hooper and J. Silk, *Particle dark matter: Evidence, candidates and constraints*, *Phys. Rept.* **405** (2005) 279 [[hep-ph/0404175](#)].
- [11] G. Bertone and D. Hooper, *History of dark matter*, *Rev. Mod. Phys.* **90** (2018) 045002 [[1605.04909](#)].
- [12] A. Riotto and M. Trodden, *Recent progress in baryogenesis*, *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* **49** (1999) 35 [[hep-ph/9901362](#)].
- [13] W. Bernreuther, *CP violation and baryogenesis*, *Lect. Notes Phys.* **591** (2002) 237 [[hep-ph/0205279](#)].
- [14] M. Dine and A. Kusenko, *The Origin of the matter - antimatter asymmetry*, *Rev. Mod. Phys.* **76** (2003) 1 [[hep-ph/0303065](#)].

- [15] E. Ma, *Verifiable radiative seesaw mechanism of neutrino mass and dark matter*, *Phys. Rev. D* **73** (2006) 077301 [[hep-ph/0601225](#)].
- [16] M. Fukugita and T. Yanagida, *Baryogenesis Without Grand Unification*, *Phys. Lett. B* **174** (1986) 45.
- [17] J. Kubo, E. Ma and D. Suematsu, *Cold Dark Matter, Radiative Neutrino Mass,  $\mu \rightarrow e\gamma$ , and Neutrinoless Double Beta Decay*, *Phys. Lett. B* **642** (2006) 18 [[hep-ph/0604114](#)].
- [18] D. Suematsu, T. Toma and T. Yoshida, *Reconciliation of CDM abundance and  $\mu \rightarrow e\gamma$  in a radiative seesaw model*, *Phys. Rev. D* **79** (2009) 093004 [[0903.0287](#)].
- [19] D. Suematsu, T. Toma and T. Yoshida, *Enhancement of the annihilation of dark matter in a radiative seesaw model*, *Phys. Rev. D* **82** (2010) 013012 [[1002.3225](#)].
- [20] J. Kubo and D. Suematsu, *Neutrino masses and CDM in a non-supersymmetric model*, *Phys. Lett. B* **643** (2006) 336 [[hep-ph/0610006](#)].
- [21] D. Aristizabal Sierra, J. Kubo, D. Restrepo, D. Suematsu and O. Zapata, *Radiative seesaw: Warm dark matter, collider and lepton flavour violating signals*, *Phys. Rev. D* **79** (2009) 013011 [[0808.3340](#)].
- [22] E. Ma, *Supersymmetric Model of Radiative Seesaw Majorana Neutrino Masses*, *Annales Fond. Broglie* **31** (2006) 285 [[hep-ph/0607142](#)].
- [23] H. Fukuoka, J. Kubo and D. Suematsu, *Anomaly Induced Dark Matter Decay and PAMELA/ATIC Experiments*, *Phys. Lett. B* **678** (2009) 401 [[0905.2847](#)].
- [24] D. Suematsu and T. Toma, *Dark matter in the supersymmetric radiative seesaw model with an anomalous  $U(1)$  symmetry*, *Nucl. Phys. B* **847** (2011) 567 [[1011.2839](#)].
- [25] H. Fukuoka, D. Suematsu and T. Toma, *Signals of dark matter in a supersymmetric two dark matter model*, *JCAP* **07** (2011) 001 [[1012.4007](#)].
- [26] D. Suematsu, *Leptogenesis and dark matter unified in a non-SUSY model for neutrino masses*, *Eur. Phys. J. C* **56** (2008) 379 [[0706.2401](#)].
- [27] H. Higashi, T. Ishima and D. Suematsu, *Affleck-Dine leptogenesis in the radiative neutrino mass model*, *Int. J. Mod. Phys. A* **26** (2011) 995 [[1101.2704](#)].
- [28] D. Suematsu, *Thermal Leptogenesis in a TeV Scale Model for Neutrino Masses*, *Eur. Phys. J. C* **72** (2012) 1951 [[1103.0857](#)].
- [29] S. Kashiwase and D. Suematsu, *Baryon number asymmetry and dark matter in the neutrino mass model with an inert doublet*, *Phys. Rev. D* **86** (2012) 053001 [[1207.2594](#)].
- [30] S. Kashiwase and D. Suematsu, *Leptogenesis and dark matter detection in a TeV scale neutrino mass model with inverted mass hierarchy*, *Eur. Phys. J. C* **73** (2013) 2484 [[1301.2087](#)].
- [31] R. H. S. Budhi, S. Kashiwase and D. Suematsu, *Inflation in a modified radiative seesaw model*, *Phys. Rev. D* **90** (2014) 113013 [[1409.6889](#)].
- [32] R. H. S. Budhi, S. Kashiwase and D. Suematsu, *Constrained inflaton due to a complex scalar*, *JCAP* **09** (2015) 039 [[1505.05955](#)].
- [33] PLANCK collaboration, *Planck 2013 results. XXII. Constraints on inflation*, *Astron.*

- Astrophys.* **571** (2014) A22 [[1303.5082](#)].
- [34] BICEP2, PLANCK collaboration, *Joint Analysis of BICEP2/KeckArray and Planck Data*, *Phys. Rev. Lett.* **114** (2015) 101301 [[1502.00612](#)].
- [35] PLANCK collaboration, *Planck 2015 results. XX. Constraints on inflation*, *Astron. Astrophys.* **594** (2016) A20 [[1502.02114](#)].
- [36] PLANCK collaboration, *Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters*, *Astron. Astrophys.* **641** (2020) A6 [[1807.06209](#)].
- [37] F. L. Bezrukov and M. Shaposhnikov, *The Standard Model Higgs boson as the inflaton*, *Phys. Lett. B* **659** (2008) 703 [[0710.3755](#)].
- [38] F. L. Bezrukov, A. Magnin and M. Shaposhnikov, *Standard Model Higgs boson mass from inflation*, *Phys. Lett. B* **675** (2009) 88 [[0812.4950](#)].
- [39] R. N. Lerner and J. McDonald, *Gauge singlet scalar as inflaton and thermal relic dark matter*, *Phys. Rev. D* **80** (2009) 123507 [[0909.0520](#)].
- [40] R. N. Lerner and J. McDonald, *Distinguishing Higgs inflation and its variants*, *Phys. Rev. D* **83** (2011) 123522 [[1104.2468](#)].
- [41] D. Suematsu, *Extension of a radiative neutrino mass model based on a cosmological view point*, *Phys. Rev. D* **85** (2012) 073008 [[1202.0656](#)].
- [42] J. L. F. Barbon and J. R. Espinosa, *On the Naturalness of Higgs Inflation*, *Phys. Rev. D* **79** (2009) 081302 [[0903.0355](#)].
- [43] C. P. Burgess, H. M. Lee and M. Trott, *Comment on Higgs Inflation and Naturalness*, *JHEP* **07** (2010) 007 [[1002.2730](#)].
- [44] M. P. Hertzberg, *On Inflation with Non-minimal Coupling*, *JHEP* **11** (2010) 023 [[1002.2995](#)].
- [45] D. I. Kaiser, *Conformal Transformations with Multiple Scalar Fields*, *Phys. Rev. D* **81** (2010) 084044 [[1003.1159](#)].
- [46] R. N. Lerner and J. McDonald, *Unitarity-Violation in Generalized Higgs Inflation Models*, *JCAP* **11** (2012) 019 [[1112.0954](#)].
- [47] XENON collaboration, *Dark Matter Search Results from a One Ton-Year Exposure of XENON1T*, *Phys. Rev. Lett.* **121** (2018) 111302 [[1805.12562](#)].
- [48] L. Lopez Honorez, E. Nezri, J. F. Oliver and M. H. G. Tytgat, *The Inert Doublet Model: An Archetype for Dark Matter*, *JCAP* **02** (2007) 028 [[hep-ph/0612275](#)].
- [49] T. Hambye, F.-S. Ling, L. L. Honorez and J. Rocher, *Scalar multiplet dark matter*, *JHEP* **07** (2009) 090 [[0903.4010](#)].
- [50] S. Andreas, M. H. G. Tytgat and Q. Swillens, *Neutrinos from Inert Doublet Dark Matter*, *JCAP* **04** (2009) 004 [[0901.1750](#)].
- [51] W. H. Press and D. N. Spergel, *Capture by the sun of a galactic population of weakly interacting massive particles*, *Astrophys. J.* **296** (1985) 679.
- [52] T. K. Gaisser, G. Steigman and S. Tilav, *Limits on Cold Dark Matter Candidates from Deep Underground Detectors*, *Phys. Rev. D* **34** (1986) 2206.

- [53] M. Srednicki, K. A. Olive and J. Silk, *High-Energy Neutrinos from the Sun and Cold Dark Matter*, *Nucl. Phys. B* **279** (1987) 804.
- [54] S. Ritz and D. Seckel, *Detailed Neutrino Spectra From Cold Dark Matter Annihilations in the Sun*, *Nucl. Phys. B* **304** (1988) 877.
- [55] PARTICLE DATA GROUP collaboration, *Review of Particle Physics*, *PTEP* **2020** (2020) 083C01.
- [56] I. Esteban, M. C. Gonzalez-Garcia, M. Maltoni, T. Schwetz and A. Zhou, *The fate of hints: updated global analysis of three-flavor neutrino oscillations*, *JHEP* **09** (2020) 178 [2007.14792].
- [57] S. Weinberg, *Baryon and Lepton Nonconserving Processes*, *Phys. Rev. Lett.* **43** (1979) 1566.
- [58] P. Minkowski,  *$\mu \rightarrow e\gamma$  at a Rate of One Out of  $10^9$  Muon Decays?*, *Phys. Lett. B* **67** (1977) 421.
- [59] T. Yanagida, *Horizontal gauge symmetry and masses of neutrinos*, *Conf. Proc. C* **7902131** (1979) 95.
- [60] M. Gell-Mann, P. Ramond and R. Slansky, *Complex Spinors and Unified Theories*, *Conf. Proc. C* **790927** (1979) 315 [1306.4669].
- [61] K. Griest and D. Seckel, *Three exceptions in the calculation of relic abundances*, *Phys. Rev. D* **43** (1991) 3191.
- [62] G. 't Hooft, *Symmetry Breaking Through Bell-Jackiw Anomalies*, *Phys. Rev. Lett.* **37** (1976) 8.
- [63] G. 't Hooft, *Computation of the Quantum Effects Due to a Four-Dimensional Pseudoparticle*, *Phys. Rev. D* **14** (1976) 3432.
- [64] N. S. Manton, *Topology in the Weinberg-Salam Theory*, *Phys. Rev. D* **28** (1983) 2019.
- [65] F. R. Klinkhamer and N. S. Manton, *A Saddle Point Solution in the Weinberg-Salam Theory*, *Phys. Rev. D* **30** (1984) 2212.
- [66] G. C. Branco, P. M. Ferreira, L. Lavoura, M. N. Rebelo, M. Sher and J. P. Silva, *Theory and phenomenology of two-Higgs-doublet models*, *Phys. Rept.* **516** (2012) 1 [1106.0034].
- [67] M. Cirelli, N. Fornengo and A. Strumia, *Minimal dark matter*, *Nucl. Phys. B* **753** (2006) 178 [hep-ph/0512090].
- [68] A. Merle and M. Platscher, *Parity Problem of the Scotogenic Neutrino Model*, *Phys. Rev. D* **92** (2015) 095002 [1502.03098].
- [69] J. A. Casas and A. Ibarra, *Oscillating neutrinos and  $\mu \rightarrow e, \gamma$* , *Nucl. Phys. B* **618** (2001) 171 [hep-ph/0103065].
- [70] MEG collaboration, *Search for the lepton flavour violating decay  $\mu^+ \rightarrow e^+\gamma$  with the full dataset of the MEG experiment*, *Eur. Phys. J. C* **76** (2016) 434 [1605.05081].
- [71] BABAR collaboration, *Searches for Lepton Flavor Violation in the Decays  $\tau_{+-} \rightarrow e^{+-}\gamma$  and  $\tau_{+-} \rightarrow \mu^{+-}\gamma$* , *Phys. Rev. Lett.* **104** (2010) 021802 [0908.2381].
- [72] J. Racker, *Mass bounds for baryogenesis from particle decays and the inert doublet model*,

- JCAP* **03** (2014) 025 [[1308.1840](#)].
- [73] J. D. Clarke, R. Foot and R. R. Volkas, *Natural leptogenesis and neutrino masses with two Higgs doublets*, *Phys. Rev. D* **92** (2015) 033006 [[1505.05744](#)].
- [74] E. Molinaro, C. E. Yaguna and O. Zapata, *FIMP realization of the scotogenic model*, *JCAP* **07** (2014) 015 [[1405.1259](#)].
- [75] T. Hashimoto and D. Suematsu, *Inflation and DM phenomenology in a scotogenic model extended with a real singlet scalar*, *Phys. Rev. D* **102** (2020) 115041 [[2009.13057](#)].
- [76] D. Suematsu, *Pati-Salam unification with a spontaneous CP violation*, *Phys. Rev. D* **100** (2019) 055019 [[1906.10849](#)].
- [77] D. Suematsu, *Low scale leptogenesis in a hybrid model of the scotogenic type I and III seesaw models*, *Phys. Rev. D* **100** (2019) 055008 [[1906.12008](#)].
- [78] B. L. Spokoiny, *INFLATION AND GENERATION OF PERTURBATIONS IN BROKEN SYMMETRIC THEORY OF GRAVITY*, *Phys. Lett. B* **147** (1984) 39.
- [79] D. S. Salopek, J. R. Bond and J. M. Bardeen, *Designing Density Fluctuation Spectra in Inflation*, *Phys. Rev. D* **40** (1989) 1753.
- [80] A. De Simone, M. P. Hertzberg and F. Wilczek, *Running Inflation in the Standard Model*, *Phys. Lett. B* **678** (2009) 1 [[0812.4946](#)].
- [81] G. F. Giudice and H. M. Lee, *Unitarizing Higgs Inflation*, *Phys. Lett. B* **694** (2011) 294 [[1010.1417](#)].
- [82] F. Bezrukov, A. Magnin, M. Shaposhnikov and S. Sibiryakov, *Higgs inflation: consistency and generalisations*, *JHEP* **01** (2011) 016 [[1008.5157](#)].
- [83] J. Elias-Miro, J. R. Espinosa, G. F. Giudice, G. Isidori, A. Riotto and A. Strumia, *Higgs mass implications on the stability of the electroweak vacuum*, *Phys. Lett. B* **709** (2012) 222 [[1112.3022](#)].
- [84] X. Calmet and R. Casadio, *Self-healing of unitarity in Higgs inflation*, *Phys. Lett. B* **734** (2014) 17 [[1310.7410](#)].
- [85] J.-O. Gong, H. M. Lee and S. K. Kang, *Inflation and dark matter in two Higgs doublet models*, *JHEP* **04** (2012) 128 [[1202.0288](#)].
- [86] S. Kanemura, T. Matsui and T. Nabeshima, *Higgs inflation in a radiative seesaw model*, *Phys. Lett. B* **723** (2013) 126 [[1211.4448](#)].
- [87] D. H. Lyth and A. Riotto, *Particle physics models of inflation and the cosmological density perturbation*, *Phys. Rept.* **314** (1999) 1 [[hep-ph/9807278](#)].
- [88] A. R. Liddle and D. H. Lyth, *Cosmological inflation and large scale structure*. 2000.
- [89] W. Buchmuller, P. Di Bari and M. Plumacher, *Leptogenesis for pedestrians*, *Annals Phys.* **315** (2005) 305 [[hep-ph/0401240](#)].
- [90] T. Hugle, M. Platscher and K. Schmitz, *Low-Scale Leptogenesis in the Scotogenic Neutrino Mass Model*, *Phys. Rev. D* **98** (2018) 023020 [[1804.09660](#)].
- [91] D. Feldman, Z. Liu and P. Nath, *PAMELA Positron Excess as a Signal from the Hidden Sector*, *Phys. Rev. D* **79** (2009) 063509 [[0810.5762](#)].

- [92] M. Pospelov and A. Ritz, *Astrophysical Signatures of Secluded Dark Matter*, *Phys. Lett. B* **671** (2009) 391 [0810.1502].
- [93] M. Ibe, H. Murayama and T. T. Yanagida, *Breit-Wigner Enhancement of Dark Matter Annihilation*, *Phys. Rev. D* **79** (2009) 095009 [0812.0072].
- [94] W.-L. Guo and Y.-L. Wu, *Enhancement of Dark Matter Annihilation via Breit-Wigner Resonance*, *Phys. Rev. D* **79** (2009) 055012 [0901.1450].
- [95] M. Ibe, Y. Nakayama, H. Murayama and T. T. Yanagida, *Nambu-Goldstone Dark Matter and Cosmic Ray Electron and Positron Excess*, *JHEP* **04** (2009) 087 [0902.2914].
- [96] M. Ibe and H.-b. Yu, *Distinguishing Dark Matter Annihilation Enhancement Scenarios via Halo Shapes*, *Phys. Lett. B* **692** (2010) 70 [0912.5425].
- [97] E. Braaten and H. W. Hammer, *Universal Two-body Physics in Dark Matter near an S-wave Resonance*, *Phys. Rev. D* **88** (2013) 063511 [1303.4682].
- [98] M. Duch and B. Grzadkowski, *Resonance enhancement of dark matter interactions: the case for early kinetic decoupling and velocity dependent resonance width*, *JHEP* **09** (2017) 159 [1705.10777].
- [99] X. Chu, C. Garcia-Cely and H. Murayama, *Velocity Dependence from Resonant Self-Interacting Dark Matter*, *Phys. Rev. Lett.* **122** (2019) 071103 [1810.04709].
- [100] S. W. Randall, M. Markevitch, D. Clowe, A. H. Gonzalez and M. Bradac, *Constraints on the Self-Interaction Cross-Section of Dark Matter from Numerical Simulations of the Merging Galaxy Cluster 1E 0657-56*, *Astrophys. J.* **679** (2008) 1173 [0704.0261].
- [101] R. Dave, D. N. Spergel, P. J. Steinhardt and B. D. Wandelt, *Halo properties in cosmological simulations of selfinteracting cold dark matter*, *Astrophys. J.* **547** (2001) 574 [astro-ph/0006218].
- [102] D. Tucker-Smith and N. Weiner, *Inelastic dark matter*, *Phys. Rev. D* **64** (2001) 043502 [hep-ph/0101138].
- [103] F. Petriello and K. M. Zurek, *DAMA and WIMP dark matter*, *JHEP* **09** (2008) 047 [0806.3989].
- [104] Y. Cui, D. E. Morrissey, D. Poland and L. Randall, *Candidates for Inelastic Dark Matter*, *JHEP* **05** (2009) 076 [0901.0557].
- [105] C. Arina, F.-S. Ling and M. H. G. Tytgat, *IDM and iDM or The Inert Doublet Model and Inelastic Dark Matter*, *JCAP* **10** (2009) 018 [0907.0430].
- [106] S. Chang, G. D. Kribs, D. Tucker-Smith and N. Weiner, *Inelastic Dark Matter in Light of DAMA/LIBRA*, *Phys. Rev. D* **79** (2009) 043513 [0807.2250].
- [107] S. Kashiwase and D. Suematsu, *Lepton number asymmetry via inflaton decay in a modified radiative seesaw model*, *Phys. Lett. B* **749** (2015) 603 [1507.06782].
- [108] S. Nussinov, L.-T. Wang and I. Yavin, *Capture of Inelastic Dark Matter in the Sun*, *JCAP* **08** (2009) 037 [0905.1333].
- [109] A. Menon, R. Morris, A. Pierce and N. Weiner, *Capture and Indirect Detection of Inelastic Dark Matter*, *Phys. Rev. D* **82** (2010) 015011 [0905.1847].

- [110] J. E. Kim, *Light Pseudoscalars, Particle Physics and Cosmology*, *Phys. Rept.* **150** (1987) 1.
- [111] J. E. Kim and G. Carosi, *Axions and the Strong CP Problem*, *Rev. Mod. Phys.* **82** (2010) 557 [0807.3125].
- [112] D. J. E. Marsh, *Axion Cosmology*, *Phys. Rept.* **643** (2016) 1 [1510.07633].
- [113] A. R. Zentner, *High-Energy Neutrinos From Dark Matter Particle Self-Capture Within the Sun*, *Phys. Rev. D* **80** (2009) 063501 [0907.3448].
- [114] K. Griest and D. Seckel, *Cosmic Asymmetry, Neutrinos and the Sun*, *Nucl. Phys. B* **283** (1987) 681.
- [115] A. Gould, *Resonant Enhancements in WIMP Capture by the Earth*, *Astrophys. J.* **321** (1987) 571.
- [116] A. Gould, *Cosmological density of WIMPs from solar and terrestrial annihilations*, *Astrophys. J.* **388** (1992) 338.
- [117] ICECUBE collaboration, *Search for annihilating dark matter in the Sun with 3 years of IceCube data*, *Eur. Phys. J. C* **77** (2017) 146 [1612.05949].
- [118] HESS collaboration, *Search for  $\gamma$ -Ray Line Signals from Dark Matter Annihilations in the Inner Galactic Halo from 10 Years of Observations with H.E.S.S.*, *Phys. Rev. Lett.* **120** (2018) 201101 [1805.05741].
- [119] HESS collaboration, *Searches for gamma-ray lines and 'pure WIMP' spectra from Dark Matter annihilations in dwarf galaxies with H.E.S.S.*, *JCAP* **11** (2018) 037 [1810.00995].
- [120] E. Valenti et al., *The central velocity dispersion of the Milky Way bulge*, *A&A* **616** (2018) A83.
- [121] PLANCK collaboration, *Planck 2018 results. X. Constraints on inflation*, *Astron. Astrophys.* **641** (2020) A10 [1807.06211].