A Study on Stochastic CVP Analysis reflecting Manager's Risk Preference

経営者のリスク選好が反映された確率的CVP分析の検討

佐　藤　清　和

Ⅰ　はじめに

株式の本源的価値を構成する利益配当請求権は，CVP分析（Cost-Volume-Profit analysis）の枠組みからみるとヨーロピアン・コール・オプションと同質の条件付請求権とみることができる（佐藤［2013a］［2013b］［2013c］）。

本稿の目的は，このような利益配当請求権が化体された株式の価値を，確率的CVP分析の手法に基づくオプション価格式によって評価することにある。具体的には，CVPのうち売上高（需要）の時系列が2項過程，あるいは幾何ブラウン運動にしたがうと仮定した場合，利益配当請求権（が化体された株式）とは,売上高を原資産とし,かつ損益分岐点売上高を権利行使価格とするコール・オプションとして評価されることを示す。

ただし，ここで留意すべきことは，当該オプションの原資産が売上高という会計数値であるということである。売上高とは製品市場やサービス市場における売買取引の結果として得られる数値であるが，それ自体を売買対象とする取引市場は存在しない。したがって，利益配当請求権としてのオプショ

ンをブラック－ショールズモデルやリスク中立化法によって評価することは現実的ではなく，多くのリアルオプションと同様に非完備市場におけるオプションとして検討することが必要となる。

ここで具体的な評価モデルの検討に入る前に，本稿の考え方の基礎となっているオプション価格理論と確率的CVP分析に関連する先行研究について概観しておく。まず株式が企業資産に関するコール・オプションとみなされるということは，Black and Scholes［1973］によってはじめて明らかにされた。ただし，ここでいうオプションとは，企業資産に対する残余財産請求権のことを指しており，原資産は企業資産であり，また権利行使価格は満期の負債価格とされている。今日では，このような株式に関するオプションアプローチは，企業の債務超過確率を推定する方法の一つとして鋭意研究されている（森平［2009］）。

これに対して本稿が提示するのは，企業利益に対する配当請求権としてのオプション価値に関する評価式であり，これは上述の倒産予測を目的とする債務超過モデルと比較すれば，より短期的視点から測定された株式価値（企業価値）を与えるモデルというこができる。

一方，確率的CVP分析とは，主として会計学の分野で研究されてきた領域であり，短期利益計画にCVPの不確実性を反映させることを目的とするものである。その嚆矢となるJaedicke and Robichek［1964］では，売上高と原価を正規確率変数として利益の実現確率を求める方法が提示されている（図１参照）。その後1990年代にかけて，確率的CVP分析として一連の研究成果が報告されている（Ferrar, Hayya and Nachman［1972］，Liao［1975］，Hilliard and Leitch［1975］，Kottas and Lau［1978］，Chen［1980］，Constantinides. et. al.［1981］，Karnari［1983］，Cheung and Heaney［1990］，Cheung［1991］）。

これらの研究では，CVPに仮定される確率分布の性質を問うこと，またそのシミュレーション手法を提示するもの，あるいは単一製品から多品種製品へと分析対象を拡張するものなど，様々な視点からCVP分析に関する確率モデルが提案されてきた。ただし，以上の先行研究は，いずれも一時点における静学的なCVP分析を対象とするものであった。これに対して，CVPの時系列を経営者のリスク選好が反映された確率過程とすることによって，あくまで動学的分析を志向した確率モデルを提示するところに本稿の特徴がある。

本稿の構成は，以下のとおりである。第Ⅱ節では，株式がオプション契約と同様のペイオフ構造を有することをCVPの関係式から説明した上で，株式価値評価の基本モデルを提示する。同節では，はじめにCVPの確率分布を特定しない基本モデルを示し，次の第Ⅲ節で経営者のリスク選好に基づく測度変換を用いた確率的CVPモデルを提示する。第Ⅳ節では前２節の株式価値評価モデルについて，いくつかの数値例を用いて比較検討する。第Ⅴ節は本稿の問題点と今後の課題である。

Ⅱ　CVPモデル

２．１　基本モデル[1)]

以下では，利益配当請求権と株式価値との関連性について，CVPの関係式に基づいて概観する。必要な記号をつぎの通り定める。

S：売　上　高，	F：固定費，	V：変　動　費，	B：損益分岐点売上高，	
m：貢献利益率，	π：利　益，	P：株式価値，	h：配当性向，	D：配当金，
T：決　算　日，	r_F：無リスク金利			

当期tの利益は，貢献利益（売上高と貢献利益率の積：mS）と固定費Fの差額として，次式によって与えられる。

$$\pi_t = mS_t - F \tag{1}$$

ここで，$m=1-(V/S)$および$0 \leqq m \leqq 1$であり，$0 \leqq S_t$ならびに$0 \leqq F$である。式⑴において，$\pi=0$の場合が損益分岐点売上高（$B=F/m$）であるから，同式は次式のように変形される。

$$\pi_t = m(S_t - B) \tag{2}$$

式⑵より，$B<S_t$ならば利益（$0<\pi$）が生じ，反対に$B>S_t$であれば損失（$0>\pi$）が発生することになる。ここで利益が生じた場合，これを原資として株主への配当額が決定されることから，株式に化体された利益配当請求権とは，利益の発生を条件として，配当金というペイオフを受け取ることができる条

件付請求権とみなされるのである。

言い換えれば，利益配当請求権とは，売上高を原資産また損益岐点売上高を権利行使価格とするコール・オプションと同様のペイオフ構造を有している，ということである[2)]。

また１事業期間でみれば，利益配当請求権の権利消滅日とは当該期の決算日となる。しかしながら，権利行使後も引き続き株式を保有する場合には，利益配当に対する請求権という本源的価値は次期以降も持続することになる。一方，このオプションの行使日が権利消滅日である決算日だけであるならば，これはヨーロピアン・コール・オプションと同様の期間構造を有していることになる[3)]。

なお本稿では，経常的な事業活動に関するCVP分析を前提とし，事業活動には直接関連しない項目や非経常的な発生項目については考慮しない。なぜなら，通常のCVP分析で分析対象とされるのは，経常的な事業活動における採算性であり，この視点から株式価値の評価式を導くことが本稿の目的だからである。なお支払利息は営業外費用ではあるものの，重要な固定費であるため次節において別途取り上げる。

コール・オプション契約の場合，ひとたび権利行使がなされペイオフが確定すれば，その時点でオプションの価値は消滅する。一方，株式の場合には，たとえ権利消滅日後であっても株式を保有する限り，次期以降の配当金に対する請求権が消滅することはない。したがって，現在の株式価値とは，将来期間にわたる利益配当請求権の累積額の割引現在価値に相当すると考えられる。このような資産プライシングの方法とは，まさしく伝統的な株価評価法の一つである配当割引モデルと同様の考え方によるものである。

以上より，当期末の株式価値$P_t(S, T\,;B)$とは，各期の増分$\Delta P = P_{t+1} - P_t$の累積和として次式で与えられることになる。

$$P_t(\tilde{S},T;B)=\sum_{n=1}^{T}(1+r_F)^{-n}\Delta P_t=\sum_{n=1}^{T}(1+r_F)^{-n}\max[0,hm(\tilde{S}_t-B)] \tag{3}$$

以下では，式(3)の評価式を「利益オプションモデル」と呼ぶこととする［佐藤(2013b)］。同式では$B < S_T$を条件として権利行使される利益配当請求権とは，

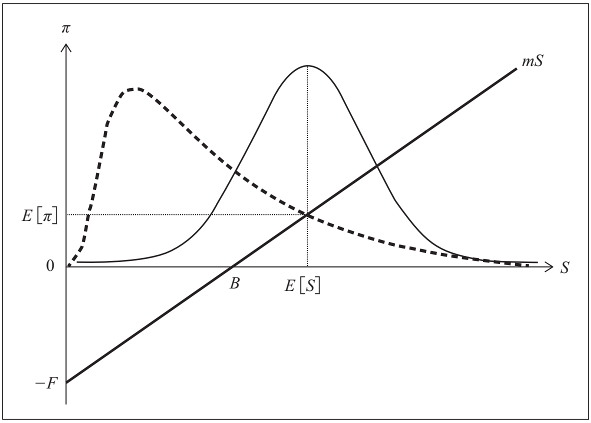

図１：確率的CVP分析の概念図

決算時Tにおける株式の本源的価値に相当すること，またこれが株式価値の増加分ΔPとして測定されることが示されている。これとは逆に，損失計上時の$B > S_T$であれば，利益配当請求権は行使されないから，ΔPはゼロになる。

図１には，式⑴および式⑵で与えられた売上高と利益の比例関係からもたらされるCVP項目間の関連性が示されている。すなわち，横軸の売上高（あるいは販売量）に比例して増加する貢献利益mSによって，縦軸の切片に位置する固定費Fが回収されていく。さらに売上高が貢献利益線と横軸との交点にあたる損益分岐点Bに達すれば，その時点で固定費は全額回収されることになる。この結果，T時点では$\pi = mS_T - F = m(S_T - B)$だけの利益がもたらされ，この利益を原資として配当金が分配されることになる。したがって，利益配当に対する請求権が発生する条件は$B < S_T$ということになり，このときの配当性向は，$h = \widetilde{D}/m(S_T - B)$で与えられる[4)]。

以下では，議論を簡明にするため単一の会計期間における株式価値増分の評価方法について検討していく。まず時間変数tを，期首$t=0$から決算日$t=T$に属する自然数$\{0 \le t \le T | t \in \mathbb{N}\}$とする。ここで同期間$0 \le t \le 1$における売上高の変動率を$(S_1 - S_0)/S_0$とおき，$S$の増加する確率（増収確率）を$p$，また増収率を$u'$（$S_0 < S_1$の場合），反対に$S$が減少する確率（減収確率）を$1-p$，また減収率を$d'$（$S_0 > S_1$の場合）とおく。

すなわち，Sは確率qで$(u'+1)S=uS$の増収，あるいは確率$1-q$で$(1+d')S=dS$の減収のいずれかになる。したがって，次式のとおり期末時点における株式価値の変動額は，Sの増減変動に対応してΔP_uないしΔP_dと表わされる[5)]。

$$\begin{cases} \Delta P_u = hm\left(u\tilde{S}_t - B\right) \\ \Delta P_d = hm\left(d\tilde{S}_t - B\right) \end{cases} \tag{4}$$

ここで前述の増収確率および減収確率を用いれば，式⑷から株式価値増分の期待値として次式が得られる。

$$E_t^{\mathrm{P}}[\Delta P_t] = p\Delta P_u + (1-p)\Delta P_d \tag{5}$$

ここで$E^P[\Delta P]$とは，実確率Pのもとで予測される株式価値の増分ΔPの期待値を表わしている。したがって，確率変数としての売上高によって定まるΔPもまた，$n=1$の場合における２項分布$B(n, p)$にしたがう確率変数ということになる。

以上より, 期末利益に対する配当請求権としての株式価値は次式で与えられる。

$$\Delta P_t = (1+r_F)^{-1} E_t^{\mathrm{P}}[\Delta P] \tag{6}$$

このような利益オプションモデルの例が図２に示されている。ここでは期中における増収ないし減収によって，期末売上高がuSないしdSになった場合，これらに対応して$hm(uS-B)$または$hm(dS-B)$の配当が支払われるケースが記されている。なお，本稿では特別損益項目は考慮せず事業活動にともなう経常的損益だけを考察対象とするため，ここで予測される株式価値増分とは，事業活動によって稼得される利益に対する配当請求権の現在価値として評価されることになる。

さらに本稿では，CVPの項目のうち操業度に相当する売上高だけを確率変数とする。これは売上高の実現可能性は企業の外部環境に大きく依存し，その意味においてコントロール不能な外生変数と考えられるからである。たしかに売上高以外の原価や利益についても，それぞれに固有の不確実性が付随するものと考えられるが，複数の確率変数の積に関する確率の取り扱いについては，統計上いくつかの問題点が指摘されており (Jaedicke and Robichek.

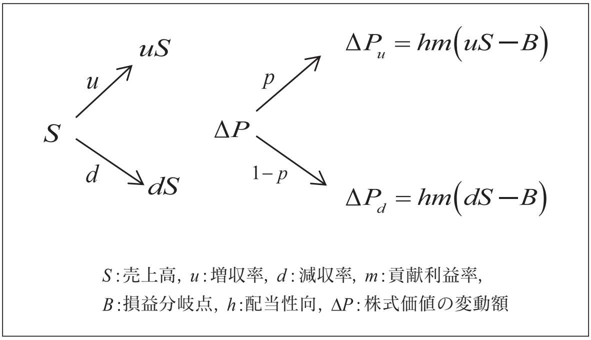

図２：１期間の売上高変動と株式価値

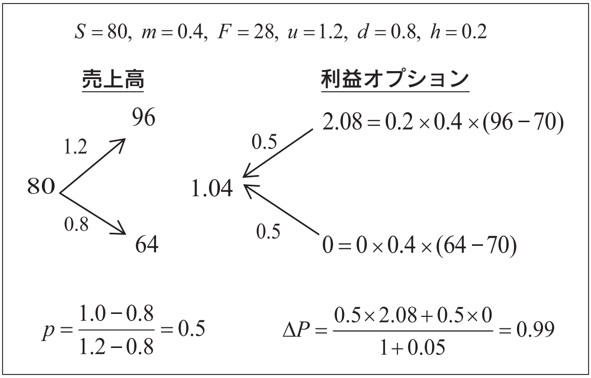

図３：１期間における利益オプションモデル

1964，Hilliard and Leitch. 1975），本稿では売上高だけを確率変数として議論を進めていく。

図３は，図２で示された利益オプションモデルの数値例である。ここでは売上高が期首の80から20％増加して96になるか（u＝1.2），または20％減少して64になる（d＝0.8），と予測されている。貢献利益率はm＝0.4，固定費はF＝28であるから，前者の場合は10.4の貢献利益が生じ，後者の場合には2.4の損失となる。配当性向がh＝0.2であるから，増収にともなう配当金（利益配当請求権に基づくペイオフ）は2.08となるが，減収のケースでは損失が発生しており配当金の原資は０となる。

続いて必要となるのが，売上高の推移を決定する増収確率および減収確率である。ただし,これらの確率は,売上高の過去のトレンドやボラティリティ,あるいは経営者の需要予測に係るリスク選好に応じて決定されると考えられるため，後段の第Ⅲ節で取り上げる。ここではさしあたり，$p=0.5$という実確率が与えられていると想定する。これにより，**図３**で示された株式価値増分の割引現在価値とは，$\Delta Pt=(1+0.05)^{-1}\times(0.5\times2.08+0.5\times0)=0.99$と与えられることになる[6)]。

以上のように，株式に化体された利益配当請求権のオプションとしての特性とは，利益発生を条件として分配される配当金に対する条件付請求権という性質に帰着する。したがって，株式価値増分ΔPは，期待損失が排除されている分だけ大きな期待価値を有することとなり，この価値の増分がオプションとしての本源的価値を構成することになる。

２．２　連続時間モデル

ここでは，式⑹で与えられた１期間における利益オプションモデルを，売上高に関する連続時間の確率過程$\{St\}$を原資産とする場合に拡張する。連続時間において$\{St\}$から得られる利益オプション$\widetilde{D}_t$の期待現在価値は，次式のように表わされる[7)]。

$$\widetilde{D}_t = e^{-r_F(T-t)}E_0^{\mathrm{Qs}}\left\{\mathrm{Max}\left[hm\left(\widetilde{S}_t - B\right),0\right]\right\} \tag{7}$$

ここでは,売上高に関するリスク中立確率測度Q_Sが存在すると仮定されている。したがって，連続時間における利益オプションモデルは，次式で与えられる。

$$\begin{aligned}\widetilde{D}_t &= e^{-r_F(T-t)}\int_0^{\infty}\mathrm{Max}\left[hm\left(\tilde{S}_t - B\right),0\right]f^{\mathrm{Qs}}(P)dP\\ &= e^{-r_F(T-t)}\int_B^{\infty}\tilde{S}_t\,f^{\mathrm{Q}s}(P_T)d\,P_T - e^{-r_F(T-t)}B\left(1-F^{\mathrm{Q}s}(B)\right)\end{aligned} \tag{8}$$

ここで，Hilliard and Leitch［1975］によって提案されたように，売上高が対数正規分布（**図１**の点線で示された確率分布）にしたがい，かつ連続的に無リスクヘッジポートフォリオを作成することが可能な資産（例えば,総売上高に対

応するような売上債権市場）が存在するならば，形式的には式⑻に対してブラックーショールズモデル（Black and Scholes［1975］）を適用することができ，解析解として次式が得られる。

$$D_t = S_0 N\left(d_1^{\mathrm{Q}s}\right) - Be^{-r_F(T-t)} N\left(d_2^{\mathrm{Q}s}\right) \tag{9}$$

ここで，$N(\cdot)$は平均0，分散１の標準正規分布関数を表わし，またd_1^{Qs}およびd_2^{Qs}は，次式で与えられる。

$$\begin{aligned} d_1^{\mathrm{Q}s} &\equiv \frac{\ln(S_t/B) + (r_F + \sigma_S^2/2)(T-t)}{\sigma_S\sqrt{(T-t)}} \\ d_2^{\mathrm{Q}s} &\equiv d_1^{\mathrm{Q}} - \sigma_S\sqrt{(T-t)} \end{aligned} \tag{10}$$

ここで，またσ_sは売上高変化率の標準偏差を示している。

Ⅲ　リスク選好モデル

前節までの議論では，離散時間における増収および減収の実確率P，および連続時間におけるリスク中立確率Q_Sは所与とされていた。このような議論とは，冒頭に示したJaedicke and Robichek［1964］で示された確率的CVP分析と同様，売上高を特定の確率分布にしたがう確率変数とするものである。しかしながら，このような確率的方法によるCVP分析の有効性とは，あくまで仮定される確率分布の設定根拠によって担保されなければならない。そこで本節では，経営者の売上高に対するリスク選好という視点から，実確率Pをリスク中立確率Qに測度変換することによってこの問題に対処する。

３．１　リスク中立分岐点の導出

まず経営者のリスク選好度について定義する。経営者は毎期事業を継続することにより，少なくとも無リスク金利以上の収益率を目標とする利益計画を立てるものとする。そもそも無リスク金利以下の収益率しか望めないのであれば，すべての資金を事業活動から引き揚げ，これを安全利子率の国債等で運用すべきことになるだろう。このような収益率を定義するため，必要と

なる記号を次のように定めておく。

A：総資産，　L：総負債，K：純資産，$EBIT$：事業利益，I：支払利息，NI：純利益，TX：税　率

前節までは，利益πを経常的な事業活動によるものとしていたが，以下では，事業利益，純利益および税引き後利益と３段階に区分して検討する。なお事業利益とは，利子および税引き前の営業利益を意味するため，*EBIT*（Earnings before interests and taxes）と表記する。

以下では，収益率の指標として，総資本事業利益率（*ROA*）および自己資本純利益率（*ROE*）を取り上げる。まず*ROA*の定義を示せば，次式のとおりである。

$$ROA = \frac{EBIT}{A} = \frac{EBIT}{L+K} \tag{11}$$

ここで，純利益は$NI=EBIT-I$で計算されるから，税引き後の*ROE*は次式のように定義される（前述のとおり特別損益は考慮しない）。

$$ROE = \frac{NI(1-TX)}{K} = \frac{(EBIT-I)(1-TX)}{K} \tag{12}$$

前節までの議論とは異なり，実際には式⑿の税引後利益が，利益配当の原資になるとともに利益配当請求権の請求対象となる。

また式⑾および式⑿より，*ROE*は次のように変形される。

$$\begin{aligned} ROE &= \frac{\{ROA(L+K)-r_F L\}(1-TX)}{K} \\ &= \left\{ROA+(ROA-r_F)\frac{L}{K}\right\}(1-TX) \end{aligned} \tag{13}$$

式⒀で示されているのは，$ROA > r_F$の場合，負債比率（L/K）が大きいほど*ROE*は増大し，逆に$ROA < r_F$の場合には，負債比率（L/K）が大きいほど*ROE*は減少するという財務レバレッジ効果である[8)]。

このように*ROA*とr_Fの大小によって*ROE*の増減方向とその大きさが決定される。そこで，$ROA=r_F$となるような売上高を考え，これをリスク中立分岐点

（*Break-Even point on Risk free rate: BER*）と呼ぶこととすれば，$ROA = EBIT/A = (mS - F)/A = r_F$より次式を得る。

$$BER = \frac{F + r_F A}{m} \tag{14}$$

式⒁には，リスク中立分岐点に位置する売上高では，固定費Fは全額回収され，さらに総資産を無リスク金利で運用して得られる利回りに相当する$r_F A$の利益が生じることが示されている。

また売上高がこの*BER*を超過すれば，$ROA > r_F$となるから，正の財務レバレッジにより*ROE*は増加し，さらに負債比率（L/K）が大きいほど*ROE*の増加率は拡大される。逆に売上高が*BER*未満の場合，負の財務レバレッジ効果により*ROE*は減少し，さらに負債比率が大きいほど*ROE*の減少率は拡大されることになる。このように*BER*を分岐点として，*ROE*に対する財務レバレッジ効果は正ないし負の影響を及ぼすことになる。

３．２　予測のリスク選好度

このように*BER*とは，事業活動による収益率が国債への投資等から得られる無リスク金利以上になるか否かの分岐点であると同時に，配当の原資となる税引後利益に基づく収益性指標である*ROE*を増減させる財務レバレッジ効果を決定する分岐点でもある。このような性質を有する*BER*を用いて，以下では経営者のリスク選好度（risk preference）を定義する。

ここで検討されるリスク選好度とは，利益配当請求権としてのコール・オプションの保有者である株主のリスク選好度ではなく，株主の権利行使にともなう配当金の支払義務が課された経営者のリスク選好度である。したがって，経営者からすれば，株式とは利益配当請求権としてのコール・オプションのショート・ポジションを意味するもの，ということができる。このようなポジションとは，契約条件が満たされた場合に履行義務が生じるという点で，保険会社における保険料の支払債務と同質性を有している。保険会社にとって保険契約というのは負債であり，これを多く販売するほど保険料を支払うリスクは高まる。

一方，これまで原資産とみなしてきた売上高とは，もちろん負債ではない。しかしながら，売上高が増えるほど配当支払リスクが増大するという意味で，売上高とは利益を生み出す原資産であるとともに，経営者にとっては配当支払義務を生じさせる条件付負債とみることが可能である。

以上より，経営者のリスク選好度を次式のとおり定義する。

$$-\lambda = \frac{E_t^{P}[S] - BER}{\sigma} \tag{15}$$

式⒂右辺の分子は，実確率による期待売上高$E_t^P[S]$（統計的には実際の売上高の平均値）とリスク中立分岐点売上高BERとの差額であり，分母は売上高のボラティリティを示す標準偏差である。すなわち，同式は売上高の標準偏差１単位当たりの期待超過売上高を示している。したがって，ボラティリティがσであるような売上高がBERを超過すると予測される場合，経営者が負っている配当支払いという条件付債務の履行リスクは大きくなる。これは将来のダウンワード・リスクであるから，左辺のλには負の記号がついている。

ここであらためて，このような経営者のリスク選好度を定義する意義について確認しておこう。そもそも，本稿は売上高を原資産とするコール・オプションとしての利益配当請求権（予測者である経営者から見ればそのショート・ポジション）が化体された株式をオプション理論に基づいて評価するものである。しかしながら，このオプションの原資産である売上高は，事業活動の場である市場における売買取引の結果として得られた会計数値であり，売上高それ自体に取引市場が存在するわけではない。

そのため売上高を原資産とするオプションとしての株式価値を考える上では，天候デリバティブやリアル・オプションと同様に非完備市場におけるオプション評価と同様の議論が必要となる。このような非完備市場におけるオプションを評価するため，以下で議論するとおり無裁定原理によるリスク中立化法ではなく，あらためて予測者のリスク選好が反映された評価モデルを検討するのである。そこで，次に確率としての要件を満たしつつ測度変換された新たな確率測度（distorted probability）を定め，これに基づく期待値オペレータを設定する。

３．３　Wang変換の応用

ここで測度変換後の期待値オペレータをHと表記すると，式⒂のリスク選好度λは負債の確率分布を変換することになることから，次式が得られる[9)]。

$$\mathrm{H}[S,\lambda] = E_T^P[S] + \lambda\sigma = BER \tag{16}$$

この式⒃の測度変換とは，実確率Pによる期待売上高をリスク中立分岐点BERに一致するようにリスク調整したものである。

ここで資産価格の確率分布に対してWang変換を適用することを考えよう。ただし，Wang変換においてリスク選好度を用いる場合には，Wang変換と資本資産価格モデル（CAPM）との関連性より，次式の関係が成立する必要がある。

$$\lambda_i = \rho_{i,M} \cdot \lambda_M \tag{17}$$

ここでλ_iおよびλ_Mとは，それぞれ資本資産iおよび市場ポートフォリオM（λが負の場合は負債）に関するリスクの市場価格を表わし，また$\rho_{i,M}$は両者の相関係数を表わしている。したがって，式⒂のリスク選好度としてのλをWang変換に用いるためには，資本市場ではない実物資産市場において，個別企業と市場全体の売上高との間に，式⒄の関係が成立することが要請される。このためには各々の市場の参入企業が，それぞれに同じ需要予測（CAPMにしたがえば，資本資産が各々の市場ごとに設定される多変量正規分布にしたがうという予測）を行うと仮定しなければならない。

このような仮定の下では，各市場において多数の企業がBERをベンチマークとする売上高予測に基づいて事業活動を行い，その事業報告が開示されるにともない，DFLとして測定される財務レバレッジ効果によってROEの不確実性は増減変動し，コール・オプションとしての株式価値もまた増減することになる[10)]。

以上の議論を前提として，あらためてWang変換を分布関数によって示すと次式のようになる。

$$\mathrm{F}_S^{\mathrm{P}}(s) \to \mathrm{F}_S^{*}(s) = \Phi\left[\Phi^{-1}(\mathrm{F}_S^{\mathrm{P}}(s)) + \lambda\right] \to \mathrm{F}_S^{\mathrm{Q}}(s) \tag{18}$$

ここで，左端の$F_S^P(S)$は売上高の実確率に基づく分布関数，また右端の$F_S^Q(S)$はWang変換によってλだけ測度変換されたリスク中立的な確率分布を示している[11]。またΦおよびΦ^{-1}は，それぞれ標準正規分布の分布関数ならびにその逆関数を表わしている。

ここで$F_S^P(S)$の分布関数として正規分布$N(\mu, \sigma^2)$を仮定すると，Wang変換によって売上高の確率分布は$N(\mu-\lambda\sigma, \sigma^2)$に変換されることになる。また$\lambda=0$の場合，予測に関するリスク選好は存在せず，期待売上高はBERと同額と予測されることになる。このような事業活動に投下された資金とは，無リスク金利で運用された資産の収益率と同じ結果をもたらすという意味で，この予測自体の性質は無リスクである。

無論，実際の事業活動において無リスク金利と同じ収益率をあげることがリスク無しで可能だというわけではない。一般事業会社では自社の事業資金を資本市場における投資活動のように任意かつ迅速に移動させることは困難であるから，その事業資金の収益率が無リスク金利に収束するわけではない。あくまで非完備市場におけるプレイヤーとしての経営者が，当該の市場において無リスク金利と同等の収益性をあげる場合をベンチマークとした測度変換から得られるリスク中立確率を用いて売上高を予測する，ということに他ならない。

Ⅳ　数 値 例

以下の４．１および４．２における議論を簡明にするため，１期間の数値例について検討する。会計数値は，以下のように与えるが，それぞれの単位は定めない。

$$A=200,\quad L=100,\quad K=100,\quad S=100,\quad V=50,\quad F=35$$
$$m=1-\left(\frac{50}{100}\right)=0.5,\quad B=\frac{35}{0.5}=70,\quad r_F=0.1,\quad I=r_F L=10$$
$$h=0.2,\quad u=1+0.2=1.2,\quad d=1-0.2=0.8$$

当期の事業利益は$EBIT=100-50-35=15$，また純利益は$NI=EBIT-I=15-10=5$である。また，当期売上高は$S=100$であるから，これが20%（$u=$

1.2）増加して120になるか，または20％（d＝0.8）減少して80になると予測されている。m＝0.5，F＝35であるから，増収の場合は$EBIT$＝120×0.5－35＝25，減収の場合は$EBIT$＝80×0.5－35＝5である。また増収の場合はNI＝120×0.5－35－10＝15の純利益となるが，減収の場合は NI＝80×0.5－35－10＝－5の純損失となる。なお，配当性向がh＝0.2であるから，増収にともなう配当金（利益配当請求権に基づくペイオフ）は20×0.2＝4となるが，減収にともなう損失は配当金の原資にならないから，この場合の配当金は０となる。

４．１　基本モデル

まず「利益オプションモデル」であるが，経営者のリスク選好度については後段の４．２項で検討することとし，ここではリスク中立を示す$\lambda=0$の場合について考える。これは売上高の時系列をマルチンゲールと仮定することと同値であり，任意の会計期間tにおいて $E[S_{t+1}|S_t]=(1+r_F)S_t$となる。その上で$S$の増加（増収）確率を$p$，また$S$の減少（減収）確率を$1-p$とすれば，$E[S_{t+1}|S_t]=puS_t+(1-p)dS_t=S_t$が成立し，次式が得られる。

$$p=\frac{(1+r_F)-d}{u-d}\quad,\quad 1-p=\frac{u-(1+r_F)}{u-d} \tag{19}$$

ここで，$0<S$より増収率は $0<u'$，また減収率は$-1<d'<0$である。したがって，それぞれ$1<u$および$0<d<1$となることから，$0<d<1<u$という関係が満たされ，$p=\{p|0<p<1\}$となる。したがって，pおよび$1-p$は「リスク中立確率」と考えることが可能である。この数値例では，増収率および減収率がそれぞれ0.2であるから，p＝（1.1－0.8）/（1.2－0.8）＝0.75となる。

さらに，式⑷に支払利息10を加味して，増収の場合の株式価値増分は，ΔP_u＝0.2×{0.5×（120－70）－10}＝3，また減収の場合の株式価値増分は，ΔP_d＝0.2×{0.5×（80－70）－10}＝－1であるが，これはNI＝－5の純損失の場合だから，利益配当請求権としての株式価値の増分には寄与しない。したがって，株式の期待現在価値増分は，$\Delta P_t=(1+0.1)^{-1}\times\{(0.75\times3)+(0.25\times0)\}\cong 2.05$となる。

あるいは，上述のように売上高のマルチンゲールを仮定せず，任意の確率

分布として，たとえば増収確率を0.8および減収確率を0.2と設定した場合についても検討しておく。この場合の期待売上高は，$E[S_{t+1}]=0.8\times1.2\times100+0.2\times0.8\times100=112$である。また，$\Delta P_u=0.2\times\{0.5\times(120-70)-10\}=3$，であり$\Delta P_d=0.2\times\{0.5\times(80-70)-10\}=-1$であることはマルチンゲールの場合と変わらず，減収の場合は利益配当請求権としての株式価値の増分には寄与しない。したがって，株式の期待現在価値増分は，$\Delta P_t=(1+0.1)^{-1}\times\{(0.8\times3)+(0.2\times0)\}\cong 2.18$となる。

４．２　リスク選好モデル

ここでは４．１のような任意の確率分布に基づく売上高予測ではなく，経営者のリスク選好が反映された確率測度をWang変換を用いて求めた上で，売上高の予測ならびに利益オプションの価値について検討する。

まず式⒂で定義された経営者のリスク選好度をもとめておく。ここでは４．１と同様に任意の実確率として増収確率を$p=0.8$，減収確率を$1-p=0.2$を前提とする。これより期待売上高は，$E_t^P[S]=0.8\times1.2\times100+0.2\times0.8\times100=112$となる。

つぎに式⒁より，リスク中立分岐点の売上高は，$BER=(35+0.1\times200)/0.5=110$となる。なお売上高のボラティリティはヒストリカルに$\sigma=10$と与えられているものとする。これより，リスク選好度は，$-\lambda=(112-110)/10=-0.2$となる。

ここでは連続時間ではなく１期間だけの離散時間における売上高の変動を考えているから，Wang変換として定義された式⒅を離散形式に変形する。このため，$\alpha\equiv-\lambda/\sigma$と定義した上で，測度変換後の期待値オペレータを$E^Q[\cdot]$とすれば，次式が得られる。

$$E_t^Q[\Delta P]=q\Delta P_u+(1-q)\Delta P_d \tag{20}$$

ここでは$q=\alpha p=e^{\alpha uS}/(pe^{\alpha uS}+pe^{adS})$であることを用いている。このことは，正規分布を仮定された$-\lambda$によるWang変換とは，リスク選好度をαとするEsscher変換に一致することに基づくものである（森平［2003］）。

ここで，$\alpha\equiv-\lambda/\sigma=-0.2/10=-0.02$であるから，$q=0.803$，および$1-q=$

0.197が得られる。したがって，式(4)～(6)および支払利息に注意すれば，ΔP_t＝(1＋0.1)$^{-1}$×{0.803×3＋0.197×0}＝2.19となる。以上より，λ＝－0.2というリスク選好度に基づく測度変換によって，株式価値増分は，4．1において任意の確率で求められた値よりも大きくなる。

この結果は，本稿で定義されたリスク選好度の定義によれば，*BER*をベンチマークとする期待外売上高の予測にともない，利益配当請求権に対する経営者のリスク選好が，負の方向（－0.02）に作用したことによるものと解することができる。

再論するが，この期待外売上高にともなうレバレッジ効果により*ROE*の変動は増幅され，それによって生じる株式価値の不確実性が，株式のオプション価値を高める結果となったのである。

4．3　Wang変換モデル

4．2では1期間におけるWang変換モデルをEsscher変換を用いて実行したが，ここでは式(15)で示された経営者のリスク選好度λに基づく多期間型のWang変換により，売上高に関するリスク中立確率を算定する。まず，表１の(1)列に会計期間t＝1からt＝10までの10期間の売上高を与えておく。ちなみに予測時点はt＝10時点である。これより，売上高の平均および標準偏差は，それぞれμ＝113.18およびσ＝5.68となる。

ここで総資産，固定費，貢献利益率および安全利子率をそれぞれ，A＝250，F＝50，m=0.6およびr_F＝0.05とすると，式(14)より*BER*＝(50＋0.05×250)/0.6＝104.17となる。したがって，式(15)で定義された経営者のリスク選好度は，λ＝(113.18－104.17)/5.68＝2.08である。このリスク選好度λに基づくWang変換によって，表１の(5)列のようなリスク中立確率$f^*(S)$，およびそれらに対応する(6)列の期待売上高$E^*(S)$が得られる。その結果，測度変換後のリスク中立確率による期待売上高は，両者の積和として$\Sigma_{t=1}^{10} f^*(S)\,E^*(S)$＝114.5と得られることになる。したがって，当期t＝10における期待利益は，$E^*(\pi)$＝0.6×114.5－50＝18.7ということになる。

図４には，t＝1からt＝10までの売上高が折れ線（実線）で記されている。これが表１の(2)列のように値の小さい順に並べ替えられた結果が，図３の折れ線（点

線）で示されている。このように本稿の数値例におけるWang変換では，売上高Sが値の小さい順に並べ替えられることにより，一様分布にしたがう確率変数xに置き換えられる。これらのxに対して任意の分布関数（本稿では正規分布を仮定）の逆関数を通じて，リスク選好度λによるリスク調整が行われる（$\Phi^{-1}(x)-\lambda$）。その上で，再び同じ分布関数を用いてリスク調整後の確率分布としてリスク中立確率$\Phi(\Phi^{-1}(x)-\lambda)$が得られるのである。

表１：Wang変換の数値例

会計期間	⑴ 売上高	⑵ ソート後売上高	⑶ 正規分布 密度関数	⑶ 正規分布 分布関数	⑶ 正規分布 $F(x)$の逆関数
t	S	x	$f(x)$	$F(x)$	$\Phi^{-1}(x)$
1	106.2	106.2	0.10	0.10	−1.2816
2	112.4	108.5	0.10	0.20	−0.8416
3	108.5	108.5	0.10	0.30	−0.5244
4	114.5	112.4	0.10	0.40	−0.2533
5	116.4	112.6	0.10	0.50	0.0000
6	108.5	114.5	0.10	0.60	0.2533
7	112.6	115.7	0.10	0.70	0.5244
8	119.0	116.4	0.10	0.80	0.8416
9	118.0	118.0	0.10	0.90	1.2816
10	115.7	119.0	0.10	1.00	8.2095

会計期間	⑷ Wang変換 リスク選好度	⑷ Wang変換 測度変換		⑸ Wang変換後の確率密度関数	⑹ Wang変換後の期待売上高
t	λ	$\Phi^{-1}(x)-\lambda$	$\Phi(\Phi^{-1}(x)-\lambda)$	$f^*(x)=dF^*(x)/dx$	$E^*(S)$
1	2.08	0.80	0.7876	0.7876	83.65
2	2.08	1.24	0.8922	0.1045	11.34
3	2.08	1.56	0.9401	0.0479	5.20
4	2.08	1.83	0.9661	0.0260	2.93
5	2.08	2.08	0.9812	0.0151	1.70
6	2.08	2.33	0.9902	0.0090	1.03
7	2.08	2.60	0.9954	0.0052	0.60
8	2.08	2.92	0.9983	0.0029	0.33
9	2.08	3.36	0.9996	0.0014	0.16
10	2.08	10.29	1.0000	0.0004	0.05

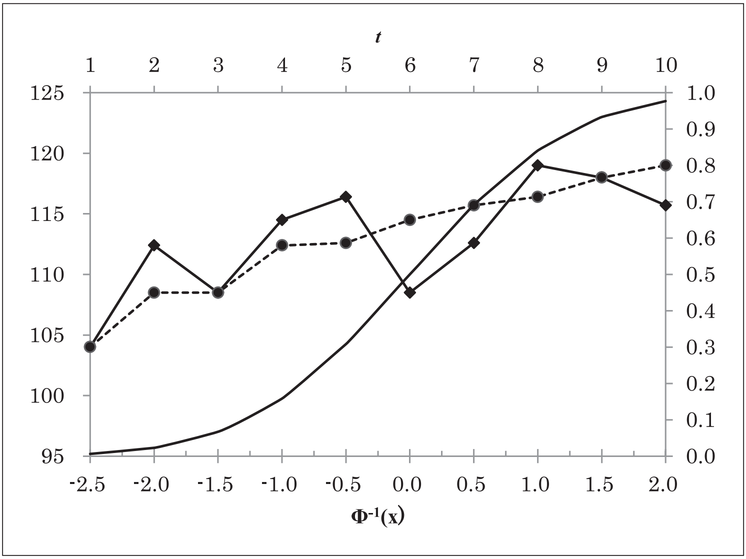

図４：売上高の時系列と確率分布関数

Ⅴ　問題と課題

本稿では，確率的CVP分析とオプション価格理論を応用した株式価値評価モデルを提示するに当たり，Wang変換に基づいて定義される経営者のリスク選好度の導入について検討した。株式価値の評価モデルに関する論考として本稿が貢献するところは，以下の２点になるであろう。

①株式に化体された利益配当請求権がヨーロピアン・コール・オプションと同様のペイオフ構造を有することを示し，これをCVP分析の枠組みにおいて説明した。この際CVP項目の一つである売上高の推移を特定の確率過程にしたがうと仮定することによって，従来の確率的CVP分析を動学化した。この動学化された確率的CVP分析に基づいて，売上高および損益分岐点売上高をそれぞれ原資産および権利行使価格，また利益配当請求権を派生資産とするコール・オプションとして株式価値が評価されることを示した。このことは，CVP分析による企業業績（損益分岐点に基づく採算性）と株式価値との理論的関連性の一端が定式化されたことを意味するものである。すなわち，本稿の評価式は，従来の配当割引モデルを企業業績に関する分析手法の一つで

あるCVP分析の枠組みにおいて再検討し，これを拡張するものと言うことができる。

②本稿の確率的CVPモデルは，売上高を原資産とするオプション価格モデルであるため，無裁定原理に基づくリスク中立化法やブラック－ショールズ・モデルを適用することは現実的ではない。これに対して，本稿では経営者のリスク選好度を定義し，これを用いてWang変換を行うことにより，売上高に関する実確率をリスク中立確率に変換する方法を提示した。Wang変換は，非完備な保険市場や資産市場における負債ないし資産を評価するために考案された測度変換法であるが，本稿はこれを売上高という会計数値の確率過程に応用するという試みを示したものである。

一方，本稿の問題点は数多あるが，それらは以下の２点に集約されるであろう。

①利益配当請求権とは，株式価値の重要な構成要素に他ならない。ただし実際の配当額は経営者による意思決定の影響を受けるものであるから，測定されたオプション価値が，株式の本源的価値にすべからく一致するという理論的保証はない。またこれと同様の問題点であるが，株式の価値とは，利益配当請求権の他にも残余財産請求件や株主総会での議決権，あるいは有価証券としてのキャピタルゲインに対する期待価値など，さまざまな要素から構成されている。したがって，真の株式価値とは，これらの価値に関する総合的評価によって決定されるものと考えるべきであろう（佐藤［2013c］）。

②確率的CVP分析を動学化する上で導入された測度変換であるが，資本市場（および保険市場）において想定されたリスク概念を，実物市場における売買取引の結果である売上高という会計数値に適用するという問題は，何よりリスク選好度をどのように定義するかにかかっている。本稿では*BER*という指標によってWang変換におけるλを定義したが，このλがリスク選好度として適切か否かについては，「リスクの市場価格」と整合性のある更なる検討を必要としている。

最後に本稿に課せられた課題の一部を取り上げておく。第一にCVP項目のひとつである売上高の時系列に仮定された確率過程の妥当性である。次期の売上高が当期に比べて増加するか減少するかという２者択一の需要予測とい

うのは，CVP分析を動学化して株式価値の評価モデルを定式化する上では有効であったが，これが現実的な予測であるか否かについては，他の確率過程の検討や実証分析を踏まえた検証を必要とする課題である。

またこれと同質の課題であるが，配当性向やコスト構造など，経営者の裁量や予想にもとづく現象とCVPの各要素との関連性という問題である。この点は，現実的かつ柔軟性のある評価モデルの構築には欠かせない課題である。

一方で確率過程が導入されたCVP分析の方法を，さらに理論面および計算面から整備しつつ，これを発展させることもまた今後の課題として重要である。なぜなら，企業（経営者）のリスク（期待）選好を明示的に取り込むことにより，本稿の当初の目的である短期的視点からの企業価値評価をより実効性のあるものとすることを通じて，負の企業価値としてのデフォルトリスクに関する短期的予測手法が提示できるものと期待されるからである。

1）本節の議論は，主として佐藤（2013a）および佐藤（2013c）で展開されたものであるが，第Ⅳ節の数値例の理解を促すため本稿に再掲している。

2）Cheung and Heaney［1990］は，資本予算（事業投資）に係わる意思決定の最適化基準を導出する方法として，CVP分析における利益関数を用いることを提示した。すなわち，彼等は事業投資の利益関数が，売上高を原資産，また損益分岐点売上高を権利行使価格とするコール・オプションとプット・オプションの合成関数として記述できることを示し，その上で投資利益をオプション価値として，事業投資と国債とのポートフォリオに基づいた連続時間の利益予測モデル，および代表的投資家の効用関数に基づいた離散時間における利益予測モデルを示している。

3）現行の会社法では期中における配当も可能であるから，この場合の株式価値とは権利行使日が固定されないアメリカン・コール・オプションとなる。

4）実際には配当額やその実施時期を決定するのは企業側であるが，配当金を受け取る権利が株主に帰属しているという点から，配当金の分配をもって株主による利益配当請求権の行使と考える。なお純資産額が300万円以上（会社法第458条）の場合，損失発生時においても剰余金を原資とする配当は可能である（同第461条第２項第一号）が，この点について本稿では考慮しない。また配当日の属する事業年度に係る計算書類が確定した時点において配当金が配当可能額を超えて配当されている場合には，当該配当を行った業務執行者は，その株式会社に対して連帯してその超過額を支払う義務を負うことになる（同第465条第１項）。

5）このような原資産の時間的変動を増加と減少の２項過程に従うと仮定して，派生資

産の評価式を提示したのは，Cox et al.(1979)である。さらにCox and Ross(1985)にはその詳細な解説と応用例が多数示されている。

6）増収ないし減収といった排反事象の確率分布として一様分布(本文の場合，p＝0.5)を想定することは，「理由不十分の原則」に基づくものであり，ベイズ統計における事前確率として用いられることがある(松原[2008])。

7）本節における連続時間モデルの詳細については，森平[2009]第６章を参照されたい。

8）本文の財務レバレッジ効果とは，純利益の事業利益に対する弾力性として定義できる。この点については，佐藤・佐藤[2000]を参照されたい。

9）この測度変換に関する詳細ついてはWang[2000]を参照されたい。Wang[2000]では，後述するWang変換と呼ばれる測度変換のオペレータ(distortion operator)を保険契約による負債の評価に適用する例が示されており，その場合はλの符号は，本稿と同様に資産評価とは逆になることが述べられている。

10）４．２で後述するように，売上高の確率分布として正規分布ないし対数正規分布を仮定した場合，Wang変換とEsscher変換は同値になる。したがって，実物市場における売上高情報に関する本文のような仮定を前提としない場合でも，経営者がHARA族に属する効用関数を有すると仮定することにより，Esscher変換による測度変換を行うことは可能である。

11）Wang変換におけるλは，リスクの市場価格として，$\lambda=(\mu-r_F)/\sigma$で与えられる。

参考文献

[１]Black, F. and Scholes, M.(1973). The pricing of options and corporate liabilities. *Journal of Political Economy,* 81, 637-659.

[２]Cheung, J. K., & Heaney, J.(1990). A contingent-claim integration of cost-volume-profit analysis with capital budgeting. *Contemporary Accounting Research,* 6(2), 738-760.

[３]Cheung, K.(1991). A review of option-pricing theory in accounting research. *Journal of Accounting Literature,* 10：51-84.

[４]Chen, J. T. 1980. Cost-volume-profit analysis in stochastic programming models. *Decision Sciences,* 11：632-647.

[５]Constantinides, G. M., Y. Ijiri and R. A. Leitch. 1981. Stochastic cost-volume-profit analysis with a linear demand function. *Decision Sciences*, 12：417-427.

[６]Cox, J. C. and S. A. Ross.(1976). The valuation of option for alternative stochastic processes. *Journal of Financial Economics*, 3：145-166.

[７]Cox, J. C., S. A. Ross and M. Rubinstein.(1979). Option pricing：A simplified approach. *Journal of Financial Economics,* 7：229-263.

[８]Cox, J. C.and S. A. Ross. *Option Market*.(1985). Prentice Hall. 仁科一彦監訳(1988)『オプション・マーケット』, HBJ出版局.

[９]Ferrara, W. L., J. C. Hayya and D. A. Nachman.（1972）. Normalcy of profit in the Jaedicke-Robichek Model. *The Accounting Review,* 47：299-307.
[10]Hilliard J. and R. A. Leich. 1975. Cost-volume-profit anaysis under uncertainty: A log normal approach. *The Accounting Review* 50：69-80.
[11]Jaedicke R. K. and A. A. Robichek.（1964）. Cost-volume-profit analysis under conditions of uncertainty. *The Accounting Review,* 39：917-926.
[12]Karnani, A.（1983）. Stochastic cost-volume-profit analysis in a competitive oligopoly. *Decision Sciences,* 14：187-193.
[13]Kottas, J. F. and H. S. Lau.（1978）. Direct simulation in stochastic CVP analysis. *The Accounting Review,* ３：698-707.
[14]Liao, M.（1975）. Model Sampling：A stochastic cost-volume-profit analysis. *The Accounting Review*, 50：780-790.
[15]Schweitzer, M., E. Trossmann, and G. H. Lawson.（1992）. *Break-Even Analysis : Basic Model, Variations, Extensions*. John Wiley and Sons. 宮本匡章監訳，森本三義訳（1991）『損益分岐分析』，中央経済社.
[16]Wang, S, S.（2000）. A Class of Distortion Operators for Pricing Financial and Insurance Risks. *Journal of Risk and Insurance*, 67：15-36.
[17]佐藤靖，佐藤清和（2000）.『キャッシュ・フロー情報－ブームの異現象を超えて－』，同文舘出版.
[18]佐藤清和（1999）「オプション価格式のCVP分析への応用－損益分岐点を権利行使価格とする業績予測モデル－」，『青森公立大学経済学研究』，第４巻第２号, 42-64.
[19]佐藤清和（2010）.「不確実性下におけるCVP分析の連続時間モデルへの拡張」，『金沢大学経済論集』，第30巻第２号，231-247.
[20]佐藤清和（2011）.「確率的CVP分析－離散時間モデル－」，『金沢大学経済論集』，第31巻第２号，153-174.
[21]佐藤清和（2012）.「マルチンゲール測度に基づくCVP分析の拡張可能性－佐藤［2010］・佐藤［2011］における問題点の検証と修正－」，『金沢大学経済論集』，第33巻第１号，157-173.
[22]佐藤清和（2013a）.「確率的CVP分析とオプション理論に基づく株式価値評価モデル」，『金沢大学経済論集』，第33巻第２号，151－182.
[23]佐藤清和（2013b）.「確率的CVP分析による株式価値評価モデル」，日本リアルオプション学会2013年研究発表大会プロシーディング.
[24]佐藤清和（2013c）.「財産・損益・収支のオプション価値」.『金沢大学経済論集』第34巻第１号，87－111.
[25]松原望（2008）.「入門ベイズ統計－意思決定の理論と発展－」，東京図書.
[26]森平爽一郎（2003）.「天候，災害，信用リスク，不動産などの価格決定をどうおこなうか？～エッシャー変換，Wang変換，エントロピー測度を検討する～」，金融財務

研究会.
[27] 森平爽一郎(2006).「なぜブラック＝ショールズモデルはリアルオプション分析に使えないのか？－非完備市場における資産価格決定－」, 日本リアルオプション学会編『リアルオプションと経営戦略』, シグマベイスキャピタル.
[28] 森平爽一郎(2003).『信用リスクモデリング－測定と管理－』, 朝倉書店.

謝　　辞

本稿における測度変換およびリスク選好の概念については, 森平爽一郎先生(早稲田大学大学院ファイナンス研究科)より多くのご教示をいただいた。ここに記して厚く感謝申し上げる。

なお本稿は科学研究費助成事業「オプション理論を応用した原価態様の非対称性に基づくCVP分析の研究」(研究代表者：佐藤清和, 課題番号：24530555)に基づく研究成果の一部である。