確率的CVP分析とオプション理論に基づく株式価値評価モデル

佐　藤　清　和

目　次

《キーワード》
確率的CVP 分析　オプション価格理論　株式価値評価　非対称コストビヘイビア

Ⅰ　はじめに

本稿は，株式に化体された利益配当請求権がヨーロピアン・コール・オプションと同様のペイオフ構造を有することに着目し，またこの請求権の価値が株式の本源的価値であることに基づいて，CVP分析の枠組みとオプション価格理論を応用した株式価値の評価式を提示するものである。

そのために，まずCVP項目のうち売上収益の時系列が，離散時間における確率過程のひとつである２項過程に従うと仮定し，従来の静学的なCVP分析

の動学化を図る。この動学化によって，利益配当請求権という視点から株式価値の評価式を導出する（以下，この評価法を「利益配当モデル」と称す）。

続いて，この利益配当モデルをCVP分析において問題となるコストビヘイビアの非対称性が生じる場合に拡張する（以下，この評価法を「非対称型モデル」と称す）。ここではコストビヘイビアの非対称化にともなって，売上収益の確率過程に対して非対称な確率過程を示す利益式を設定することが必要となる。

一方，上述のように株式の価値を利益配当請求権に基づくインカムゲインのみによって評価することに対して，企業業績との関係から直接的に株式価値を評価する「乗数モデル」を導入することによって，利益配当モデルを補完する（以下，この評価法を「*PER*モデル」と称す）。

本稿の目的は，以上のようなCVP分析から得られる企業情報に基づく株式価値の評価式を提示することにある。このことは配当割引モデルや残余利益モデルといった，いわゆるファンダメンタルズに基づく企業価値評価モデルと目的を同じくするが，本稿の株式価値評価モデルはCVP分析をベースとしているという点で，より短期的視点からのアプローチであるところに特徴がある。

ただし，短期的視点における株式価値評価とはいっても，単に株式価格の短期的予測精度の向上に資することを目的とするのではなく，むしろCVP分析の枠組みで実施される種々の管理会計的手法（ビジネスリスクに関する採算性分析や損益分岐点に基づく短期利益計画）を，本稿で提示される株式（企業）価値評価モデルによって拡張することを企図している。

本稿の構成は，以下のとおりである。次節では，株式がオプション契約と同様のペイオフ構造を示すことを指摘し，その価値増分がコール・オプションとして評価可能であることを示す。第Ⅲ節では，売上収益の時系列が2項過程に従うと仮定することによって確率的CVP分析を動学化した上で，株式価値の予測式を提示する。第Ⅳ節では，前節の基本モデルを2期間からn期間に拡張し一般化する。さらに第Ⅴ節では，売上収益の推移に対して非対称なコストビヘイビアが仮定された「非対称モデル」を提示する。これにより2項過程という単調な確率過程に制約された評価式が，売上収益の増減変動に関して非対称な確率過程にまで拡張される。さらに第Ⅵ節では「利益配当モデ

ル」がインカムゲインに基づく予測式であるという制約を補完するために，あらためて*PER*を用いた評価式を提示する。これによりインカムゲインに加え株価変動にともなうキャピタルゲインも含んだ包括的な評価式が与えられる。第Ⅶ節では，前節までの３つの株式価値評価式について数値例を用いて比較検討する。最終節は本稿の問題点と今後の課題である。

II　株式のオプション的性質と確率的CVP分析

(1)　オプションとしての株式とCVP分析

Black and Sholes (1973) は，株式がコール・オプションと同質性を有することを次のように説明している。

「会社は負債の満期日に総資産（ここでは総資産が自社以外の株式のみからなると単純化されている）を売却し，その代金によって債権者に負債を返済するが，なお残額があれば，これを配当金として株主に分配する。ただし，総資産の売却代金が債権者への要返済額より少ない場合には，総資産の売却代金の全額が債権者への返済に充てられるため株主への配当金はゼロとなる。このことから，株式とは総資産を原資産とし，かつ負債のうちの未返済額を権利行使価格とするヨーロピアン・コール・オプションとしての性質を有する。」

ここでは負債の満期日が権利行使日と解釈され，その時点における総資産を構成する他社株式が原資産，および純資産としての発行済み株式が派生資産になると解釈されている[1]。

このようにオプション価格の評価理論が，そのまま株式価値（本源的価値と時間的価値）の評価方法たり得るという指摘は，会計測定の理論的側面からも注目されるべき考え方である。なぜならオプション理論とは，派生金融商品等の市場価格を与えるばかりでなく，会計上の純資産（ここでは，資本市場において時価総額として測定される企業価値）の評価理論ともなり得るからである。

しかしながら，以上ような条件付請求権としての負債ならびに株式をオプションによって擬制するという見解は，負債の満期日というような非経常的時点や債務整理等の会社解散時点が想定された，長期的かつ異常時点を権利行使日とする推論に拠るものである。したがって，刻々と変動する株式価値

（以下では，株式価値を企業価値と同義の用語として用いる）を測定するための理論的根拠としては，より短期的でかつ連続的な測定を可能とする企業業績に連動した分析枠組み（少なくとも単位会計期間ごとの業績測定に基づいた評価理論）と，これにともなう具体的な評価指標が必要だと考えられる。これにより，株式に内包されている企業の短期的業績に連動した価値形成能力が評価されることになる。

すなわち，新株発行等の増資や有価証券の時価評価などは考慮に入れず，いわゆるクリーンサープラスを前提とすれば，資産（純資産）は会計期間ごとに測定される利益（または損失）によってのみ増加（または減少）することになるが，この場合，株主は会社の事業活動によって稼得された利益に応じた配当を受けとる権利（会社法第105条第１項第１号：剰余金配当請求権）を有することになる。その一方で会社に損失が生じた場合には，株主はこの損失を直接的に負担する義務は負わない。したがって，株式とは利益の発生を条件として分配される配当金に対する条件付請求権ということになる。

このことをCVP分析の枠組みのもとで記述するならば，次のようになるであろう。すなわち，ある会計期間に帰属する売上収益が損益分岐点売上高を上まわり利益が生じた場合，株主には当該利益に対する配当請求権が発生する。このような条件付き請求権に基づいた利益配当によるペイオフの現在価値とは，株主によって保有された株式に内包されているオプションの本源的価値を構成する[2)]。したがって，期末配当を前提とすれば，株式とは売上収益を原資産，また利益を原資とする配当を派生資産，および損益分岐点売上高を権利行使価格とするヨーロピアン・コール・オプションとみなすことが可能であり，その権利消滅日（満期日）は配当額の決定日である株主総会日ということになる。ただし，配当の原資となる利益の確定日である決算日を満期日と考えることも可能である。

以下では，上述のようなCVP分析の枠組みで与えられる株式のオプション的性質に基づいて，株式価値の評価式を導出する。

(2)　確率的CVP分析と株式価値評価

前項のようなオプション価格理論による株式価値の評価で必要となるのが，

確率的CVP分析の方法である。そもそも確率的CVP分析とは，Jaedicke and Robichek［1964］を嚆矢とする，いわゆる不確実性下におけるCVP分析に関する一連の研究成果であり，これらのほとんどは，1960 年代から1980 年代にかけて報告されたものである（Ferrar, Hayya and Nachman［1972］，Buzby［1974］，Liao［1975］，Hilliard and Leitch［1975］，Liao［1975］，Kottas and Lau［1978］，Ismailand Lounderback［1979］，Shih［1979］，Chen［1980］，Constantinides．et. al．［1981］，Karnari［1983］，Kim, et．al．［1996］）。

これらの先行研究では，CVPの要素であるコスト，操業度（売上収益）ならびに利益が確率変数とみなされ，不確実性下における確率的CVP分析という視点から検討された。しかしながら，これら一連の先行研究で提示されたのは，一定時点における静学的な確率的CVPモデルであり，同様の分析をCVPの時系列に拡張した，いわゆる確率的かつ動学的なCVP分析の方法について検討されることはなかった。

これに対して佐藤（2010）では，売上収益の時系列を幾何ブラウン運動に従う確率過程と仮定した連続時間型の確率的CVPモデルが提示され，その解析解が予測利益の現在価値を与えることが示された。一方，CVP分析に用いられる会計数値とは，そもそも特定の会計期間ごとに測定される離散的数値であることから，佐藤（2011）では，あらためて離散時間型の確率過程である 2 項過程に従う確率的CVPモデルが提示された。

ただし，以上の連続型および離散型の利益予測モデルでは，原資産である売上収益に応じて変化する利益それ自体が派生資産と定義されていた。しかしながら，派生資産とは，むしろこの利益に連動して変化する何らかの資産（証券や債券）でなければならないという点で，前掲の 2 つの確率的CVPモデルには少なからぬ曖昧さが含まれていた。

これに対し本稿では，原資産である売上収益の推移に連動して変化する派生資産とは，まさに上述のような利益配当請求権が化体された株式であるから，この利益配当請求権をオプション価格理論に基づいて測定することによって，株式価値（企業価値）の評価式を導出する。ただし，このような売上収益を原資産とする派生資産としての株式の価値評価を行うためには，まずもって売上収益の時系列を記述するモデルが必要となる。本稿では売上収益

の時系列が離散時間型の確率過程である2項過程に従うと仮定することによって，この問題に対処する。以上の準備作業によって，先行研究で検討されてきた確率的CVP分析は動学化されるとともに，派生資産である利益配当請求権に基づく株式価値の測定が可能となる。

周知のとおり，企業業績と株式価値との関連性を前提とする企業価値評価法には，配当割引モデルや割引キャッシュ・フロー・モデル，あるいは残余利益モデルなどに代表される，いわゆるファンダメンタルズに基づく企業価値評価の諸手法がある(桜井[2011]第14章)。これらの方法は，これまでにも株式価値の評価手法として長年にわたり研究され，その有用性に関する先行研究も多数蓄積されている。しかしながら，これらの株式価値評価モデルは，基本的には長期予測に伴う多くの不確実事象が織り込まれたものとなっている。

もとより，企業業績等のファンダメンタルズと株式価値との関連性という視点から企業価値の評価を行うものであるという点では，本稿のCVP分析に基づく株式価値評価もまた従来の諸手法と同じ分析視角に立つものである。しかしながら，本稿ではあくまで短期間における不確実性のみを確率事象として記述しているという点で，長期の将来事象に起因する不確実性は回避されており，ここに本稿の評価法のメリットがある。具体的には，後述する短期的な価格評価式を用いることにより，後段の第Ⅶ節の設例で示されるような株式価値の評価に関する短期的シミュレーションが容易かつ迅速に行えるというメリットが期待できる。

Ⅲ　1期間「利益配当モデル」

(1)　利益配当と株式価値

次のように記号を定める。なおこれらの記号は，以下の各節でも共通に用いられる。

R：売上収益，F：固定費，V：変動費，B：損益分岐点売上高，

v：変動費率，m：貢献利益率，π：利益，P：株式価値，h：配当性向，

D：配当金，S：発行済株式数，T：決算日

ここで売上収益Rの変動に対して，貢献利益率mおよび固定費Fは変動せず

定数をとると仮定すれば，利益πは次式で与えられる。

$$\pi = mR - F \tag{1}$$

ここで，$m=1-v$かつ$0 \leqq m \leqq 1$であり，$0 \leqq R$ならび$0 \leqq F$である。さらに(1)式において，$\pi=0$の場合の売上収益を損益分岐点売上高Bとすれば，同式は次のように変形される。

$$\pi = m(R-B) \tag{2}$$

ここで$B=\frac{F}{m}$であり，$B<R$ならば利益$(0<\pi)$が生じ，逆に$B>R$であれば損失$(0>\pi)$が発生する。このような損益計算に基づく利益を原資として株主への配当金が決定されるが，株式とはその配分を受ける権利が化体された証券（資産）ということになる。言いかえれば，株式とは利益πの発生を条件として配当金Dというペイオフを生じる証券であり，そのペイオフ構造は，Rを原資産とし，かつBを権利行使価格とする条件付き請求権としての性質を有している。なおこの請求権の権利消滅日（満期日）は決算日Tとなる。

さらに配当金を受け取る権利は，権利消滅日である決算日までは行使できないという点から，この条件付き請求権はヨーロピアン・コール・オプションと同様のペイオフならびに期間構造を有していることになる。そこで，以下ではヨーロピアン・コール・オプションに関する価格理論を(1)式および(2)式のCVP項目に適用することによって株式価値を評価する[3)]。なお本稿では，営業外損益や特別損益等の事業活動に直結しない項目や非経常的な発生項目については考慮しない。これはCVP分析の対象とされるのは，あくまで経常的な事業活動であり，この視点から株式価値の評価式を導くことが本稿の目的だからである。

前述のとおり，株式とは決算日Tを権利消滅日とするヨーロピアン・コール・オプションとしての性質を有するが，通常のオプションの場合，ひとたび権利行使がなされペイオフが確定されたならば，その時点でオプションのの価値は消滅してしまう。一方で株式の場合には権利消滅後であっても，株式を保有する限りにおいて配当金に対する請求権は消滅しない。したがって，コール・オプションとしての株式価値とは，株式を保有する期間を通じて累

積していくと考えるのが妥当である。したがって，配当金に対する請求権とは，期末における株式価値そのものではなく，その増加分に相当するということになる。そこで現在の株式価値を $P_t(R,\ T;B)$ と書けば，その増分 $\Delta P=P_{t+1}-P_t$ は次式のように定義される。

$$\Delta P\,(R,T;B)=\max\,[0,hm\,(R_T-B)] \tag{3}$$

図１には，利益配当によるペイオフの状況がCVP項目間の関係とともに示されている。図中の点線は，(1)式ないし(2)式で与えられた売上高 R と利益 π との比例関係からもたらされる貢献利益 mR を示している。R がゼロから右方向へ増加するにつれて，固定費 F は mR によって回収されていく。さらに R が損益分岐点売上高 B に至ると固定費は全額回収され，T 時点では $mR_T-F=m(R_T-B)$ の利益がもたらされることになる。

この利益を原資として配当金 D が分配されることなるが，その条件は $B<R_T$ ということになる。同図における太線は，この条件を満たして支払われる配当金のペイオフを示している。なお(3)式の配当性向は，$h=\dfrac{D}{m(R_T-B)}$ で与えられる。

無論，実際に配当額やその実施時期を決定するのは企業側であるが，配当金を受け取る権利が株主に帰属しているという点から，本稿では配当金の分配をもって株主による利益配当請求権の行使と考える[4)]。この結果，$B<R_T$ を条件として権利行使された利益配当額が，決算日 T における株式の本源的価値に相当し，これが株式価値の増加分 ΔP として測定されることになる。逆に損失計上時 $(B>R_T)$ には利益配当請求権は行使されないことから，ΔP はゼロになる。

以下では，上述のような株式価値増分の単位会計期間における評価法について検討していく。まず時間変数 t を，期首 $t=0$ から決算日 $t=T$ に属する自然数 $0\leq t\leq T-t\in\mathbb{N}$ とする(ただし，特に必要な場合を除いて期間や時点を示す t および T の添え字は省略する)。ここで $0\leq t\leq 1$ における R の変動率を $(R_1-R_0)/R_0$ とおき，その上で R の増加する確率を q，またその増加率を u' $(R_0<R_1$ の場合)，反対に R が減少する確率を $1-q$，その減少率を d' $(R_0>R_1$ の場合) とおく。すなわち，R は確率 q で $(u'+1)R=uR$ になるか，あるいは確率 $1-q$ で (1

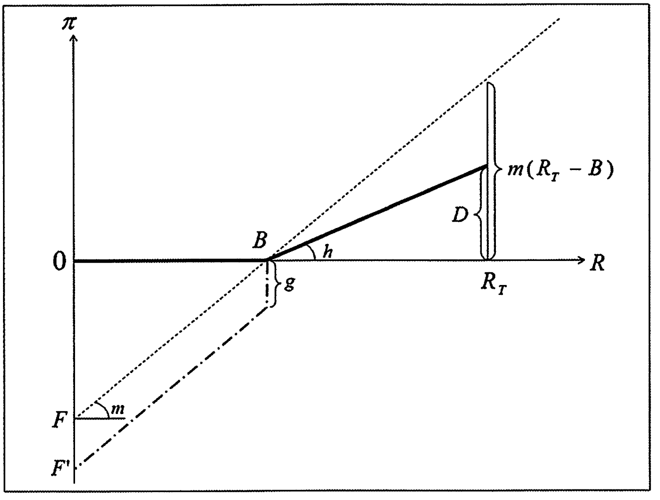

図１　貢献利益に基づく配当金のペイオフ図

$+d')R=dR$のいずれかになる。これより期末時点における株式価値Pの変動額は，Rの上下変動に対応してΔP_uないしΔP_dと表わされる[5]。

$$\begin{cases} \Delta P_u = hm\,(uR - B) \\ \Delta P_d = hm\,(dR - B) \end{cases} \tag{4}$$

ここで，Rの２項過程がマルチンゲールであると仮定する[6]。すなわち，任意の会計期間tにおいて，$E[R_{t+1}|R_t]=R_t$が成り立つと仮定する。その上でRの増加（増収）確率をp，またRの減少（減収）確率を$1-p$とすると，$E[R_{t+1}|R_t]=puR_t+(1-p)dR_t=R_t$であることから，$p=\dfrac{1-d}{u-d}$および$1-p=\dfrac{u-1}{u-d}$が得られる。ここで，$0<R$より増収率は$0<u'$，また減収率は$-1<d'<0$であるから，それぞれ$1<u$および$0<d<1$となる。これより$u$および$d$は，$0<d<1<u$という関係を満たす。すなわち，$p=\{p|0<p<1\}$となるから，$p$および$1-p$は確率と考えることが可能である。

以下では，これらの確率を「リスク中立確率」と呼ぶ。なぜなら，次期以降における売上収益の予測にあたって考慮されているのは売上収益の増加率および減少率だけであり，これらの事象自体の実現確率は何ら加味されていな

いからである[7)]。

これらの確率を用いることにより，(4)式から株式価値増分の期待値として次式が得られる。

$$E[\Delta P] = p\Delta P_u + (1-p)\Delta P_d \tag{5}$$

ただし，$\Delta P_u = \max[0, hm(uR-B)]$，および$\Delta P_d = \max[0, hm(dR-B)]$ である。なお(5)式のΔPは，$n=1$の場合における２項分布，

$$B(n,p) : P_j = P(X=j) = \binom{n}{j} p^j (1-p)^{n-j},\ (j=0,\ 1,\ 2,\cdots n,\ 0<p<1)$$

に従う確率変数である。

このような利益配当モデルの例が図２に示されている。ここでは１期間中に売上収益Rが増加ないし減少して，それぞれuRないしdRになった場合，これらに対応して$m(uR-B)$または$m(dR-B)$の貢献利益が発生することが示されている[8)]。その一部が配当性向hの割合だけ配当金として株主に分配される。このような配当額の予測値をもって，株式価値の増分ΔPを示すと考えるのである。

このように(4)式右辺の，$m(uR-B)$および$m(uR-B)$が，Rの増減率に応じて動学化された結果として得られた株式価値の増加分が，配当原資としての利

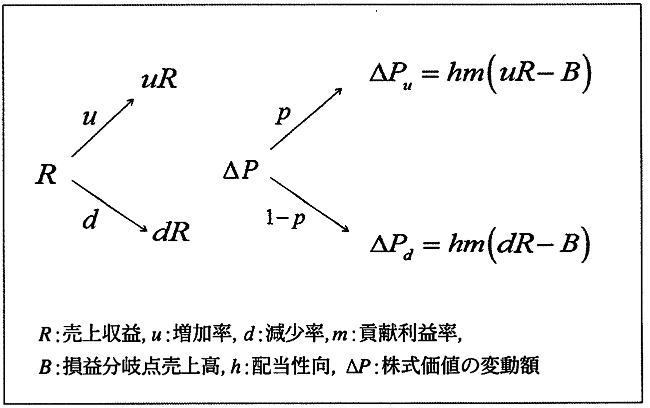

図２　１期間における営業収益と株式価値の変動額

益となる場合(すなわち，0＜ΔP_uないし0＜ΔP_dの場合)，(5)式で示されているように，リスク中立確率pおよび$1-p$を用いて，$T=1$から$t=0$へと時間とは逆向きで株式価値の増分ΔPが算定されることになる。

なお本稿では，CVPの項目のうち操業度に相当するRだけを確率変数としているが，これは売上収益の実現可能性は企業の外部環境に大きく依存し，その意味においてコントロール不能な不確実事象であると考えられるからである。もちろん，売上収益以外のCVP項目であるコストや利益についても，それぞれ固有の不確実性が付随すると考えられるが，複数の確率変数の積に関する確率の取り扱いについては問題点が指摘されており(Jaedicke and Robichek. 1964，Hilliard and Leitch. 1975)，本稿でも売上収益だけを確率変数として議論を進めていく。

図３は，１期間における利益配当モデルの数値例である。ここではRは期首の80から20％（$u=1.2$）増加して96になるか，または20％（$d=0.8$）減少して64になると予想されている。貢献利益率$m=0.4$，固定費$F=28$であるから，前者の場合は10.4の利益が生じるが，後者の場合には2.4の損失となる。リスク中立確率は$p=0.5$と計算されるから，利益に配当性向0.2を乗じた2.08が株式価値の増加分となる。ただし損失は配当の原資たり得ないから，株式価値増加への貢献が無いため，その場合の配当性向はゼロとおかれている。これより株式価値の増分は，リスク中立確率$p=0.5$および$1-p=0.5$を用いて，$\Delta P=0.5\times2.08+0.5\times0=1.04$と与えられる。

以上のように，株式に化体された利益配当請求権のオプションとしての特性は，利益の発生を条件として分配される配当金というペイオフに対する請求権である，というところにある。したがって，株式価値の増分ΔPは，期末時点における損失発生の可能性が排除されている分だけ，その価値は大きくなっている。すなわち，この価値の増分こそがオプションの本源的価値に相当するものに他ならない。

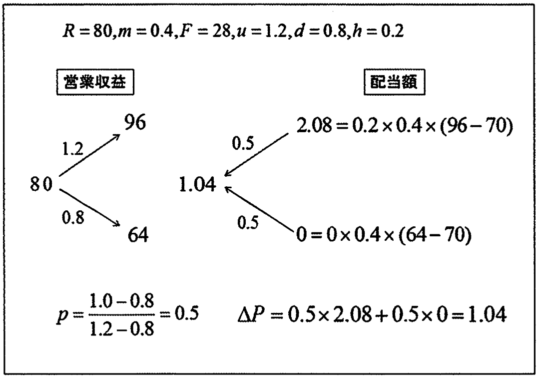

図３　１期間利益「配当モデル」の数値例

Ⅳ　多期間モデル

ここでは前節と同様に売上収益Rの時系列を２項過程に従う離散時間型の確率変数とおいて，２期間およびn期間における株式価値の評価式を提示する。これにより任意の期間において，確率的CVP分析に基づく株式価値の評価が可能となる。ただし，このことは多期間化による長期的分析というよりも，むしろ前節における１期間を細分化することによって，より短かい単位時間が想定された株式価値評価を志向するものである[9]。

(1)　２期間モデル

まず前節の利益配当モデルを１期間から２期間へと拡張する。Rは２項過程に従う確率過程であるから，１期目が経過しさらに２期目が終了する時点（$t=2$）における株式価値の増分ΔPは，次式のように表わされる。

$$\begin{cases} \Delta P_u = p\Delta P_{uu} + (1-p)\Delta P_{ud} \\ \Delta P_d = p\Delta P_{du} + (1-p)\Delta P_{dd} \end{cases} \tag{6}$$

(6)式の結果を(5)式に代入することにより，次式が得られる。

$$\Delta P = p^2\Delta P_{uu} + 2p(1-p)\Delta P_{ud} + (1-p)^2\Delta P_{dd} \tag{7}$$

図４には(7)式で示された株式価値の増分に関する確率過程が示されている。

同図の右端にある ΔP_{uu}, ΔP_{ud}, ΔP_{dd}は, それぞれ(7)式右辺の各項に対応している。また図５には２期間の利益配当モデルによる株式価値評価の数値例が示されている。ここでは, 第２期末の上段にある売上収益115.2および中段の76.8に対応する利益配当額が, それぞれ3.62および0.54であることから, 第１期末の予想配当額(上段)は3.62×0.5＋0.54×0.5=2.08と求められている。

一方, 第２期末の下段では売上収益76.8 および51.2に対応する利益は, それぞれ0.54と－1.50となる。ただし, 後者は損失が発生している状態であるから利益配当はゼロとなり, 株式価値の増分には寄与しない(このため図５では０と表示されている)。したがって, 第１期末の予想配当額(下段)は0.27となる。以上より, 現時点($t=0$)における予想配当額としての株式価値増分ΔP は1.18と求められる。

図３における２期間の利益配当モデルと比較すると, 両者とも売上収益やその増減率, またコストビヘイビアや配当性向が同一であるにもかかわらず, ２期間における利益配当モデルの方がΔPの値は大きくなっている。この価値の増分は決算までの期間数の増加によるものであり, オプション理論における「時間価値」と呼ばれる部分に相当する。この時間価値とは, １期間モデルでは利益と損失の発生回数がそれぞれ１回ずつである(つまり利益の発生頻度は 1/2 である)のに対して, ２期間モデルでは, 利益の発生頻度が 2/3 に増大すると同時に, 損失の発生頻度は 1/3 に減少すると予測されていることに起因している。

(2)　n 期間モデル

数学的帰納法を用いれば, (7)式よりn 期末における株式価値増分ΔP_n は次式で与えられる[10]。

$$\Delta P_n = \sum_{i=0}^{n} \binom{n}{i} p^{n-i}(1-p)^i \Delta P_{u^{n-i}d^i} \tag{8}$$

ここで, $\binom{n}{i} = \frac{n!}{i!(n-i)!}$, $n-i==uu\cdots u$, $i=dd\cdots d$より, $\Delta P_{u^{n-i}d^i} = \Delta P_{uu\cdots udd\cdots dd}$である。ただし, 株式価値の増分は全期間$n$を通じて最終的に利益($0<\pi_n$)が生じた場合にのみ, その配当によって実現されることになる。そこで売上収益Rが損益分岐点売上高Bを超過($B<R$)し, その結果利益πが発生する

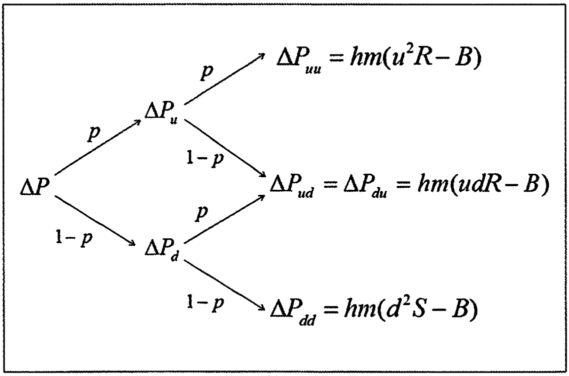

図4　２期間における株式価値の推移

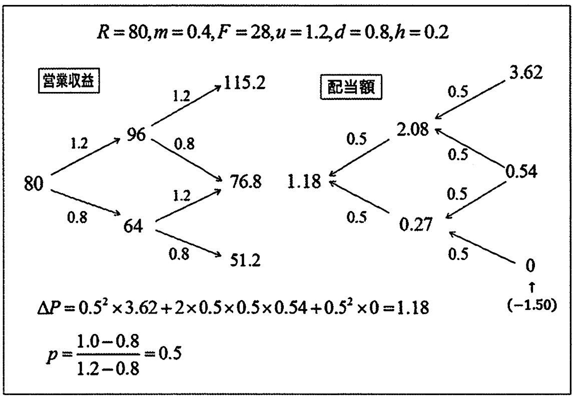

図5　２期間「配当モデル」の数値例

期間数をaとおいて，$\{0 < a \mid a \in \mathbb{Z}\}$とすると，次式が得られる。

$$\Delta P = m(u^a d^{n-a} R - B) > 0 \tag{9}$$

ここで０$< \pi$の場合は$mB < mu^a d^{n-a} R$であるから両辺の対数をとって，$\log B < mu^a d^{n-a} R$を得る。ここでガウス記号を$[x] = \max[n \in \mathbb{Z} | n \leq x]$で定義すれば，利益（$0 < \pi$）が生じる最小期間$a$は次式で与えられる。

$$a=\left[\frac{\log\frac{B}{d^nR}}{\log\frac{u}{d}}\right]+1 \tag{10}$$

これよりn期末の株式価値の増分ΔPは，次式のように書き換えられる。

$$\Delta P=\sum_{i=a}^{n}\left(\begin{array}{c}n\\i\end{array}\right)p^{n-i}(1-p)^i(u^id^{n-i}R-B) \tag{11}$$

(11)式のΔPが，利益配当請求権のヨーロピアン・コール・オプションとしての性質に基づいて定式化された，n期間における株式価値増分を表わすことになる。

V　コストビヘイビアの非対称性と株式価値

(1)　コストビヘイビアの非対称性と*DOL*の関連性

前節ではCVP分析の枠組みの中で，株式をもって損益分岐点売上高を権利行使価格とする利益配当請求権というオプションと捉え，離散時間型のオプション価格式によってその評価式を与えた。そこでは(1)式および(2)式の利益式に示されているように，コストの一部(変動費)は売上収益に比例して増減すると仮定されていた。このようなコストドライバーの増加ないし減少に対してコストが比例的に増加ないし減少するという性質は，コストビヘイビアの対称性と呼ばれている[11]。

そもそもコストビヘイビアとは，多様なコストドライバーの変化に対するコストの変動態様と定義され，広義には経営の基本構造に変化を及ぼすような長期間におけるコストの変動態様と定義される。一方で狭義には，経営の基本構造は所与として，あくまで短期における操業度とコストとの依存関係と定義される。本稿は短期におけるCVP分析を前提としているため，後者における狭義のコストビヘイビアについて検討する。

これまで原価計算システムの設計や実務において，コストビヘイビアとは対称的であると考えられてきた。CVP分析の枠組みで言えば，コストビヘイビアの対称性とは，コストドライバーである売上収益Rの増減に対して，特定のコストが単純な比例定数に従って変動する性質と定義される。つまりR

に対する変動費の割合である変動費率vが定数値をとること，すなわち，(1)式および(2)式で示されているように，貢献利益率が$m=1-v$という比例定数として与えられるということである。

このようなコストビヘイビアの対称性という仮定は，CVP分析に限らずコストマネジメント全般において実用上の利便性や簡便性を与える役割を果たしている。しかしながら，実際にコストビヘイビアの対称性が成立するのは，変動費率や固定費額を定数と見なしても分析上の支障が生じない，いわゆる「操業可能範囲」に限られるという見解もある(Kaplan[1982])。たしかに操業可能範囲から逸脱するほどの大きな売上収益の変動が生じた場合であれば，コストビヘイビアの対称性が破れてしまう可能性があることは想像に難くない。具体的には，原材料や製造経費あるいは契約済みの販促費などからなる変動費の場合，突然の売上収益の減少に即応するように，ただちにコスト削減できない部分が生じてしまい，これにより売上収益の増加時に比べて変動費の削減率が小さくなると想定することも可能である。

このようなコストの減少率が逓減するという意味での非対称的なコストビヘイビアは「コストの下方硬直性」と呼ばれているが，とりわけ売上収益の急激な減少時には，コストの下方硬直性は大きくなると考えられる[12]。この性質については，営業活動の不確実性を示す指標のひとつであるオペレーティング・レバレッジ度(Degree of Operating Leverage：DOL)によって測定することが可能である。DOLとは，次式のとおり売上収益に対する営業利益の弾力性として定義される[13]。

$$DOL=\left[\frac{d\pi}{dR}\Big/\frac{\pi}{R}\right]=\frac{mR}{\pi}=\frac{\pi+F}{\pi} \tag{12}$$

売上収益Rの減少に対してコストが下方硬直的な変動を示すということは，Rに対する変動費の感応度が弱まり，その一部が固定費化する現象と捉えることが可能である。(12)式でいえば，変動費の下方硬直によって貢献利益率mの増加ないし固定費Fの増加というプロセスを通じてDOLは増大することになる。このように売上収益の減少時にDOLの値が増大することは，コストビヘイビアの非対称性を意味するコストの下方硬直性を示すシグナルと解釈す

ることが可能である。

さらに近年における多様なデータを用いた実証研究によれば，コストビヘイビアの非対称的変動という現象は，必ずしも上述のような売上収益の急減という特異な時点で生じるものではなく，その減少時にはむしろ常態的に観測される現象だとする研究も報告されている(Anderosnetal. [2003]，Balakrishnan etal. [2004]，平井・椎葉[2006])。そもそも経営者には売上収益の増加時には原価の増大を容認しやすく，逆に売上収益の減少時には対応すべき原価削減を回避しやすいという性質があるという実証結果である。

さらに，このような現象が観測されるのは，将来的な増収を予測する経営者が，現在の減収に対して過剰な経営資源を維持することにともなう過大なコスト負担を敢えて容認する，という点で合理的意思決定の結果であるとの実証結果も報告されている(安酸・梶原[2009])。

(2) コストビヘイビアの非対称性と株式価値評価

ここではコストビヘイビアの下方硬直性を反映した株式価値評価式について検討する。既述の通り，下方硬直的なコスト発生状況では，売上収益の増加時よりも減少時の方がコストの低減は緩慢になる。このことは，売上収益の減少にともなって比例的に減少するはずであった変動費の一部が削減されず，一時的ではあれ固定化されてしまう現象だと考えられる。

ここで前節の利益配当モデルを前提とすれば，売上収益の変動に対するコストの非対称性が加味された株式価値の増分は，次の２式で与えられる。

$$\begin{cases} \Delta P_u = h(muR - F) \\ \Delta P_d = h(mdR - F') \end{cases} \tag{13}$$

コストビヘイビアの対称性が仮定される状態では，FはRの増加ないし減少には反応せず定数項として与えられる。しかしながら，Rの減少時におけるコストの下方硬直性に伴う変動費の固定費化によって，(13)式の下段にあるように固定費は通常のFからF'へと増加する。固定費の増加額をgとすれば，$g = F' - F$（$0 < g$）である。前出の図１には，ちょうど損益分岐点Bのところで変動費の固定費化が生じた場合，点線の貢献利益線がgだけ下方にシフトして長鎖

線で表された下方硬直後の貢献利益線にシフトすることが示されている(ただし，このケース自体は損失発生のケースであるから，太線で示された配当金のペイオフからなる株式価値には関連しない)。

(4)式と同様にRにマルチンゲールを仮定すれば，$m=\dfrac{\Delta P_u-\Delta P_d-g}{h(u-d)R}$ および $F=\dfrac{d\Delta P_u-u\Delta P_d-ug}{h(u-d)}$ が得られることから，次式を得る。

$$\Delta P=q\Delta P_u+(1-q)\Delta P_d-c \tag{14}$$

ここで，$q=\dfrac{1-d}{u-d}$,$1-q=\dfrac{u-1}{u-d}$ ，および$c=(1-q)g$である。

定義より $0<d<1<u$であるから，各期におけるΔPの値は，Rの増加時には確率qおよび$(1-q)$に従う確率過程として記述されるが，Rの減少時には，同じ確率過程にコストの下方硬直性に起因する固定費の増大効果であるcという定数を加味した評価が求められる。

このようにRの変動に対して非対称なコストビヘイビアが仮定されることにより，期末時点における株式価値の変動額ΔPは，リスク中立確率qおよび$(1-q)$に従う2項過程と同過程から定数項cを控除した確率過程という2つの確率過程が混合された確率モデルによって評価されることが示された。

さらに$t=n$の場合，n期末における株式価値増分ΔP_nは，次式のとおりになる。

$$\Delta P_n=\sum_{i=a}^{n}\begin{pmatrix} n \\ i \end{pmatrix} q^{n-i}(1-q)^i\Delta P_{u^{n-i}d^i}-c_n \tag{15}$$

ここで，$c_n=(1-q)g$であるが，これはtに係わらない定数として与えられる。このようなコストビヘイビアの非対称性が組み込まれた株式価値評価式がコストビヘイビアに関する「非対称型モデル」である。

Ⅵ　乗数モデルによる総合評価

(1)　PERによる株式価値評価式

第Ⅲ節および第Ⅳ節では，利益配当請求権のヨーロピアン・コール・オプションという性質に依拠して株式価値増分の評価式を提示した(利益配当モデル)。また前節では，さらにコストビヘイビアの非対称性という性質を仮定することにより，株式価値の増分が，売上収益の増加時と減少時では非対称

な経路をとる確率モデルによって評価できることを示した(非対称型モデル)。

これらの評価モデルでは，利益配当に対するオプションという観点から株式価値を評価するため,配当というペイオフの期待値が株式価値(ここではオプション理論における本源的価値)の増分要因になると仮定された。しかしながら，利益配当に対する株主(投資家)の期待の中には，損失発生による無配という事象に対する危機感も包含された，いわゆる不確実性としてのリスク量が織り込まれていると考えられる。

(3)式で定義したように，オプションとしての株式価値の最小値はゼロ(無配)であり,決して負の値(欠損による債務の発生)を取ることはない。この点が本稿の冒頭でも述べたとおり，株式をオプションとして定量化する根拠となる性質であった。しかしながら，このような正の値だけを取る株式とは，原理的には株式発行時点よりその価値が増加し続けることになる。ところが，株式価値の動態を写像すると考えられる株価が，実際には増減変動を常態とすることから見ても，このような一方向への価値増加というのは現実的とは言い難い。

またそもそも合理的な投資家にとって，自らが保有する株式が予測の段階で無配になると知りつつ，敢えてこれを保有するとも考えにくい。なぜなら，保有の継続によって発生する機会損失(他の株式投資による投資機会を逃すことによる損失)等を含めた資本コストの増大を看過することになるからである[14)]。

そうだとすれば，前節までの利益配当に対するオプションとしての株式価値モデルは，損失発生(による無配)の影響をも内包するように拡張される必要がある。そのためには，利益配当請求権という一種のフィルターを経た株式評価ではなく，むしろ市場で実際に取引されている株式価格，すなわち市場価格に基づく株式価値評価が有用だと考えられる。

こうしたアプローチは後述する指標の計算構造から「乗数アプローチ」や「乗数モデル」と呼ばれている。これは1株当たり利益や資本の金額などの株式価値の源泉(バリュー・ドライバー)となるような会計数値に対して，これに業界平均値などからなる所定の倍数を乗じることによって株式の真の価値を推定するものである。そこでは「マルチプル」と呼ばれる種々の指標を同業

他社などと比較することによって，現在の株式価値が割高か割安かといった判断がなされる（伊藤[2007]，桜井[2012]）。

乗数モデルの中でも，*PER*モデルは１株当たり純資産をバリュー・ドライバーとし，株価を１株当たり利益（*EPS*：earnings per shares）で除した倍数を意味する*PER*（price ernings ratio）を乗数として用いる株式価値評価モデルである[15]。

*PER*モデルでは，評価対象企業の*EPS*に対して業界平均値の*PER*を乗じることにより株式価値の相対的な大きさを評価する。このような*PER*モデルを用いることによって，利益数値と株式価値との関連性を直接的に把握することが可能となり，配当性向やコストビヘイビアの非対称性のような経営者の裁量的判断等のバイアスが生じやすい利益配当モデルとは異なり，企業業績の写像としての利益数値と株式価値との関連性を直接的に評価することが期待できる。

また利益配当モデルでは，株式価値を利益配当請求権としてのオプション価値という視点から評価したが，そもそも株式価値とは，この他にも会社に対する残余財産請求権や株主総会における議決権はもとより，上場株式の場合であれば市場におけるキャピタルゲインの獲得機会を包含する有価証券としての価値など，多様な要因によって構成されている。

乗数モデルとは，このような多様な価値を内包する株式価値が市場価格として実現されているとの仮定に基づいた株式評価モデルあるから，利益配当モデルに用いた確率的CVP分析の方法を，この*PER*モデルに適用することによって，企業業績に関する情報を直接株式価値の評価式に反映させることが期待できる。

まず短期間における*PER*の値は定数kになると仮定する。その上で発行済み株式数をSとおくと，*PER*とは株価を*EPS*で除した値として定義されるから，$PER=\dfrac{PS^{-1}}{\pi S^{-1}}=\dfrac{P}{\pi}$であり，定数$k$を用いれば$P=k\pi$という比例式が得られる。以上より，*PER*を乗数とする株式価値評価モデルとして次式が得られる。

$$P=k\pi=k(mR-F) \tag{16}$$

ここで(13)式のように，売上収益Rの増減とそれに関するコストビヘイビア

の非対称性を仮定すると，Pの変動は次式のように示される。

$$\begin{cases} P_u = k(muR - F) \\ P_d = k(mdR - F') \end{cases} \tag{17}$$

ここでも，前述のとおり売上収益の推移にマルチンゲールを仮定し，その上で，$q' = \dfrac{1-d}{u-d}$ および $1 - q' = \dfrac{u-1}{u-d}$ とおけば次式が得られる。

$$P = q'P_u + (1 - q')P_d - c' \tag{18}$$

ここで，$g = F' - F$かつ$c' = (1 - q')g$である。⒅式は⒁式の非対称型利益配当モデルと区別するためにリスク中立確率をq'と記してはいるが，$1 - q'$に従う確率過程がc'だけ下方修正されるという点も含めて，その内容は⒁式と酷似している。

しかしながら，このPERモデルによる株式価値評価の方法は，前節までの利益配当モデルとはまったく異なる計算過程を必要とする点に注意が必要である。すなわち，⑸式および⒁式の利益配当モデルでは，利益の発生を条件として，$\Delta P(R, T; B) = \max[0, hm(R - B)]$で表わされる利益配当請求権のオプション価値として株式価値の増分ΔPが予測されていた。これに対して⒅式のPERモデルでは，株価は負値を取らないという条件，つまり$P(R, T; B) = \max[0, km(R - B)]$という制約条件のもとで，株式価値$P$そのもの（株式価値の増分$\Delta P$ではない）を予測する評価式となっている，ということである。このようにPERモデルは，利益ないし損失いずれの可能性も株式価値の予測因子とするという点で，利益配当モデルのような利益発生に関する条件付請求権として株式価値を評価する方法より一般性の高い評価モデルだということができる。

また利益配当モデルでは，各期のΔPはゼロ未満の値を取らないため，株式価値は保有期間を通じて常に逓増するか，少なくとも一定値をとり，企業が存続する限りその価値は減少しない。これに対してPERモデルによれば，株式価値もまた企業業績に連動しつつ，非負値条件：$P(R, T; B) = \max[0, km(R - B)]$のもとで増減変動することになる。

以上より，コストビヘイビアの非対称下における，n期間の株式価値は，次式で与えられることになる。

$$P_n = \sum_{i=a}^{n} \binom{n}{i} q'^{n-i}(1-q')^i P_{u^{n-i}d^i} - c'_n \tag{19}$$

ここで，$c'_n = (1-q')g$である。

Ⅶ　株式価値評価モデルの比較

ここまで，(1)利益配当モデル，(2)非対称型モデル，および(3)PERモデルのそれぞれにについて検討してきた。本節では，これらの株式価値評価モデルの特徴や有用性，あるいは問題点について，具体的な数値例を用いながら比較検討する。それぞれに対応する数値例が図６～図８に示されている。これらは同一の売上収益の変動に基づいており，それぞれの評価モデルごとの損益の推移，および株式価値(増分)の予測プロセスを４期分の樹形図(格子型ではなく全てのノード)の形で示したものである。

これらの図における，期首($t=0$)の設定値は次のとおりである。

売上収益：$R=80$，貢献利益率：$m=0.4$，固定費：$F=28$，

損益分岐点売上高：$B=70$，配当性向：$h=0.2$，

売上収益の増加率$u=1.2$，売上収益の減少率：$d=0.8$，

売上収益の増加確率：$p=0.5$，売上収益の減少確率：$1-p=0.5$

(1)　利益配当モデルの例

図６の「利益配当モデル」では，同図左側の「売上収益の推移」において，期首の売上収益80は毎期20%増加するか，あるいは毎期20%減少すると予想されている。また中央の「損益の推移」には，売上収益の変動にともなう損益の発生状況が示されている。もっとも右側には「利益配当モデル」による株式価値増分額が，先の２つの図とは異なり時間の経過とは逆向きの方向，すなわち４期目の損益から１期前の方向で，それぞれの時点における株式価値の増分として求められている。最終的に$t=0$時点における株式価値増分の予測額がΔPとして推定されることになる。

たとえば，上の図の会計期間$t=4$において一番上段の株式価値増分の38.4

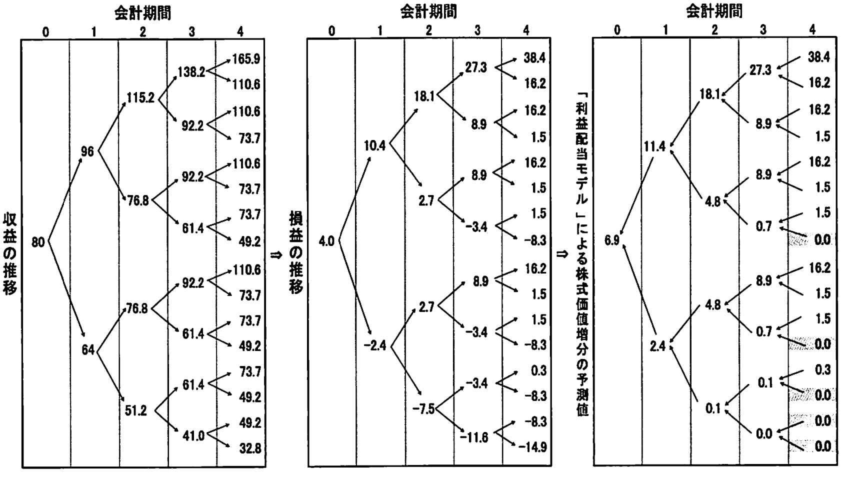

図６　４期間「利益配当モデル」の例

は，売上収益が４期連続して増加 (u^4) したことによって獲得されたものであり，またその下の16.2は，売上収益が３期増加した後に４期目で減少 (u^3d) した場合を示している。なお同列において５カ所にわたって0.0という値が見られるが（グレーのセル），これらは株式の価値増分の定義：$\Delta P(R,T;B)=\max[0,hm(R-B)]$ において，$R<B$ となり損失が発生したため無配となり利益配当請求権の価値がゼロとなったケースを示している。

同図によれば，$t=0$時点において予測される株式価値の増分は$\Delta P=6.9$となる。仮に期首時点$t=0$の株式価値P_0が10.0であったとすると，期間 $0\leq t\leq 4$ において，この利益配当モデルによって予測された株式価値は，$10.0+6.9=16.9$ということになる。このことは期首に4.0の利益があった企業の株式価値 ($P_0=10.0$) が，確率的CVP分析による４期後の株式価値予測に基づいて評価された結果，その価値が16.9に増加したことを示している。

(2) 非対称利益配当モデル

図７はコストビヘイビアの非対称性が反映された利益配当モデルの数値例である。前出の図６における利益配当モデルと異なる点は，売上収益が減少した場合，コストの下方硬直性により変動費の一部が固定費化することであ

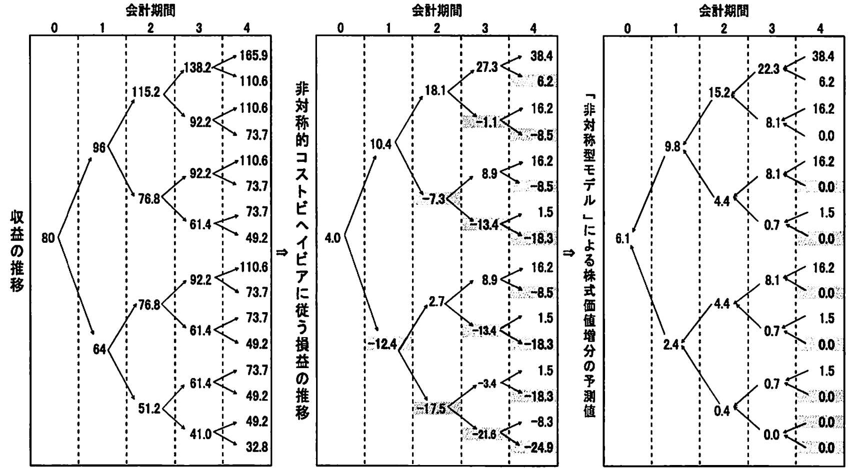

図７　４期間「非対称型モデル」の例

り，その結果，固定費は$F=28$から$F'=38$へと$g=10$だけ増加している。同図中央の「非対称的コストビヘイビアに従う損益の推移」において，売上収益の増加とは異なり，その減少にともなう利益（グレーのセル）は，図６のそれよりもそれぞれ10だけ小さくなっている。

さらに同図右側の「非対称型モデル」による株式価値増分の予測値では，非対称なコストビヘイビアにともなう株式価値の増分を，図６と同様に評価した結果として6.1という値が表示されているが，これからコストビヘイビアの非対称性（変動費の下方硬直性）にともなう調整値：$c'=(1-q)g=(1-0.50)\times 10=5.0$を控除した値1.1が，株式価値増分の予測ということになる。すなわち，確率的CVP分析による４期後の株式価値増分は，当初の10.0から11.1に増加すると予測されていることになる。

図６の利益配当モデルと同様に，ここでも売上収益の増加率および減少率は20%と予想されているが，非対称なコストビヘイビアによって変動費のうち10が固定費化されたため，ここで予測された株式価値の増分は，前者の場合の6.9から1.1へと大きく減少したことになる。

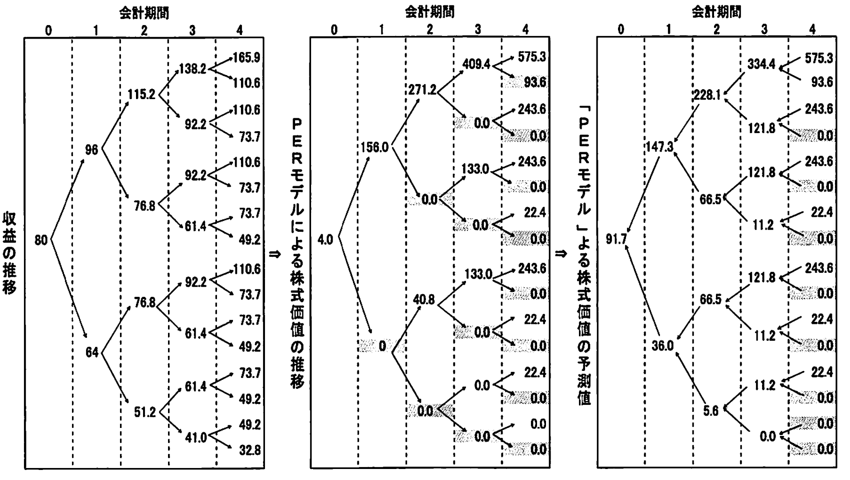

図８　４期間「非対称コストビヘイビア：*PER*モデル」の例

(3)　*PER*モデル

図８は⒆式で与えられた*PER*を定数とする株式価値の数値例である。中央の図は*PER*＝15とした場合の株式価値の推移を示している[16]。

前出の図６および図７では，この部分が損益の推移を示すものであったが，ここでは当期利益から*PER*を用いて直接的に株式価値が求められている点が大きく異なるところである。このため当期利益4.0から分岐したt＝１時点の値は，上方が156.0，下方が－36と大きな変位が示されている。ただし株式価値は負値を取らないという制約条件：$P(R,T;B)=\max[0,km(R-B)]$によって，この－36は0.0に置き換えられている。同図におけるその他の0.0という値もまた同様の置き換えがなされた箇所である。

なお同図のグレー部分は，前出の数値例と同様，非対称的なコストビヘイビアの影響で変動費のうち10だけが固定費化された箇所を示している。以上の株式価値の推移をもとにして，「*PER*モデル」による株式価値の予測値がバックワードで計算され，91.7という予測値が得られている。同図のグレー部分もまた，株式の非負値条件に従って0.0とおかれたことを示している。

さらに，この91.7から$c'_n=(1-0.5)\times10=5.0$が控除された86.7が*PER*モデルによる株式価値の予測値となる。t＝０時点における実際の株式価値は$P_1=4.0\times$

15＝60.0であったから，この「*PER*モデル」によって26.7だけ価値が増加すると予測されていることになる。

Ⅷ　問題と課題

CVP分析ならびに株式価値評価に関して，本稿の貢献するところは以下の諸点になるであろう。

すなわち，株式に化体された利益配当請求権がヨーロピアン・コール・オプションと同様のペイオフ構造を有することを明らかにした上で，これをCVP分析の枠組みのもと，オプション価格理論を適用して具体的な株式価値評価モデルとして提示したことである。

具体的には，CVP項目の一つである売上収益の推移が離散時間型の確率過程である2項過程に従うと仮定し，従来の確率的CVP分析を動学化した上で，売上収益を原資産とみなし，利益配当請求権をその派生資産および損益分岐点売上高を権利行使価格とするコール・オプションとして株式価値を評価した。これによりCVP分析による企業業績(損益分岐点に基づく採算性)指標と株式価値評価との理論的関連性の一端が定式化された。

また近年実証研究が進んでいるコストビヘイビアの非対称性を示す現象として観測されるコストの下方硬直性を，動学化されたCVP分析のもとで定式化し，この現象が企業業績ならびに株式価値に及ぼす影響を記述する簡潔なモデルを提示した。

さらに，必ずしも株式価値としての利益配当請求権のオプション性に拘束されない，いわゆる乗数モデルの1つである*PER*モデルを用いて，あらためて企業業績と株式価値との関連性を定式化した。

なお本稿の問題点は数多あるが，それらは以下の諸点に集約されるであろう。

まず利益配当請求権は，たしかに株式価値の構成要素に他ならない。しかしながら，実際の配当額は経営者による意思決定の影響を受けるため，そのオプション価値の大きさが株式価値に一致するという現実的保証はない。

さらに，株式には利益配当請求権の他にも，残余財産請求件や株主総会での議決権，あるいは有価証券としてキャピタルゲインに対する期待など，そ

の価値は種々の構成要素からなる。したがって，真の株式価値とは，これらの価値に関する総合的評価によって決定されると考えられる。

ただし，本稿で提示された株式価値評価モデルには，このような株式価値の測定よりも，前節の数値例が示すように配当性向や*PER*の値を自在にシミュレートすることによって，現行のCVP分析や短期利益計画の妥当性や確実性についての評価をサポートする機能が期待されている，ということを付言しておきたい。

最後に本稿に課せられた今後の課題の一部を取り上げておく。まず第一にCVP項目の1つである売上収益の時系列に仮定された2項過程という確率過程の現実的妥当性である。次期の売上収益が当期に比べて増加するか減少するかという2者択一の予測は，CVP分析を動学化し，また株式価値の評価モデルを定式化する上では有効であったが，これが現実的な需要予測を与え得るのか否かという問題については，さらに厳密な実証分析を必要とする。

またこれと同質の課題であるが，利益に対する配当性向やコストビヘイビアの非対称性，および定数項とされた*PER*などに共通する仮定あるいは制約条件の現実妥当性についても，さらなる検討が必要である。そもそもこれらの数値とは，事業特性や経営計画の内容，過去の趨勢や経営者の予想(ないし裁量)といった，必ずしもCVPの分析枠組みとは関連性の無い，企業内外の諸要因に起因して生じるものと考えられるが，CVPの各要素がそれらの要因とどのような関連性を有しているのかという視点から，さらに十分な検討をした上で解決されるべき課題でもある。

その一方で確率過程が導入されたCVP分析の方法を，さらに理論面および計算面から整備しつつ，これを発展させることもまた今後の課題として重要である。たとえば，本稿のような単純な2項過程以外の確率過程，たとえばジャンプ過程(ポアソン過程)を導入することによって，景気変動や季節効果に起因する売上収益の急激な増減変動を取り込んだ，さらに実用性を高めた確率的CVP分析の方法を提示することなどが，今後に課せら大きな研究課題と言えるであろう。

追　記

本稿は，科学研究費助成事業(学術研究助成基金助成金)「オプション理論を応用した原価態用の非対称性に基づくCVP分析の研究」(研究代表者：佐藤清和，課題番号24530555，平成24年度－26年度)による研究成果の一部である。

APPENDIX

(8)　式の証明：

本文(8)式のn期における利益配当モデルによる株式価値増分の評価式を再掲しておく。

$$\Delta P_n=\sum_{i=0}^{n}\binom{n}{i}p^{n-i}(1-p)^i\Delta P_{u^{n-i}d^i}$$

数学的帰納法によれば，

$n=1$のときは，

$$\Delta P_1=\binom{1}{0}p^{1-0}(1-p)^0\Delta P_{u^{1-0}d^0}+\binom{1}{1}p^{1-1}(1-p)^1\Delta P_{u^{1-1}d^1}$$
$$=p\Delta P_u+(1-p)\Delta P_d$$

となり(8)式は成り立つ。

そこで$n=k$のとき(8)式が成り立つと仮定すると，

$$\Delta P_k=\sum_{i=0}^{k}\binom{k}{i}p^{k-i}(1-p)^i\Delta P_{u^{k-i}d^i}$$

より，

$$\Delta P_{k+1}=\{p\Delta P_u+(1-p)\Delta P_d\}\sum_{i=0}^{k}\binom{k}{i}p^{k-i}(1-p)^i\Delta P_{u^{k-i}d^i}$$
$$=\sum_{i=0}^{k}\binom{k}{i}p^{k-i+1}(1-p)^i\Delta P_{u^{k-i+1}d^i}+\sum_{i=0}^{k}\binom{k}{i}p^{k-i}(1-p)^{i+1}\Delta P_{u^{k-i}d^{i+1}}$$

ここで$i+1=s$とおくと，

$$\Delta P_{k+1}=\sum_{i=0}^{k}\binom{k}{i}p^{k-i+1}(1-p)^i\Delta P_{u^{k-i+1}d^i}$$
$$+\sum_{s=1}^{k+1}\binom{k}{s-1}p^{k-(s-1)}(1-p)^s\Delta P_{u^{k-(s-1)}d^s}$$

第2項のsをiに書き換えて，同式を変形すると，

$$\Delta P_{k+1}=\sum_{i=0}^{k}\binom{k}{i}p^{(k+1)-i}(1-p)^i\Delta P_{u^{(k+1)-i}d^i}$$
$$+\sum_{i=1}^{k+1}\binom{k}{i-1}p^{(k+1)-i}(1-p)^i\Delta P_{u^{(k+1)-i}d^i}$$
$$=\binom{k}{0}p^{(k+1)}\Delta P_{u^{(k+1)}}+\sum_{i=1}^{k}\left\{\binom{k}{i}+\binom{k}{i-1}\right\}(1-p)^i\Delta P_{u^{(k+1)-i}d^i}$$
$$+\binom{k+1}{k+1}(1-p)^{(k+1)}\Delta P_{d^i}$$
$$=\binom{k}{0}p^{(k+1)}\Delta P_{u^{(k+1)}}+\sum_{i=1}^{k}\binom{k+1}{i}p^{(k+1)-i}(1-p)^i\Delta P_{u^{(k+1)-i}d^i}$$
$$+\binom{k+1}{k+1}(1-p)^{(k+1)}\Delta P_{d^i}$$

よって，$n+1$のときも(8)式が成り立つ。
すなわち，同式は全ての自然数nに対して成り立つことが証明された。　□

脚　注

1）さらにBlack and Sholes (1973)では，株式と同様の考え方により，負債もまたその満期日を権利行使日とし，総資産を原資産，および負債の未返済額を権利行使価格とするコール・オプションとしての性質を具備していると指摘している。ただし，この場合の総資産の売却代金は株主に優先して債権者へ返済されるという制約があるため，総資産額が権利行使価格未満（総資産の売却代金＜負債の未返済額）の場合，株主への配当はゼロになると同時に，負債には総資産額と負債の未返済額との差額分のデフォルトが生じる点が，オプションとしての株式とは異なるところである。

2）株式価値の構成要素としては，利益配当請求権の他にも，残余財産請求権や株主総会における議決権等があるが，この点ついては*PER*モデルの必要性という面から第Ⅵ節で検討する。

3）現行の会社法では期中における配当も可能であるから，この場合の株式価値とは権利行使日が固定されないアメリカン・コール・オプションとなるが，この点については別稿で論じることとしたい。

4）純資産額が300万円以上（会社法第458条）の場合，損失発生時においても剰余金を原資とする配当は可能である（同第461条第２項第一号）が，この点について本稿では考慮しない。なお配当日の属する事業年度に係る計算書類が確定した時点において配当金が分配可能額を超えて配当されている場合には，当該配当を行った業務執行者は，その株式会社に対して連帯してその超過額を支払う義務を負うことになる（同第465条第１項）。

5）このような原資産の時間的変動を増加と減少の２項過程に従うと仮定して派生資産の評価式を提示したのは，Cox et al. (1979)である。さらにCox and Ross (1985)にはその詳細な解説と応用例が多数示されている。

6）このように売上収益にマルチンゲールを仮定することの意義については，佐藤(2012)を参照されたい。

7）オプション理論においても，pはリスク中立確率と呼ばれている。なぜなら，確率pならびに$1-p$は投資家のリスク選好に左右されることなく，ただオプション市場で無裁定条件が成り立つことだけを前提として算出されているからである。ただし，本稿におけるCVP関係式に基づく株式価値評価においては，そもそも株式に対するリスク選好や株式市場における無裁定条件に言及する必要はない。なぜなら，株式価値の増分を求めるために用いられる(1)式および(2)式のCVP関係式は，会計期間（$0 \leq t \leq T$）を通じて同一の１次式（つまり貢献利益率や固定費は定数）で与えられているからである。

8) 冒頭に述べたように，本稿では特別損益項目は考慮せず，事業活動にともなう経常的損益だけを考察対象とする。なぜなら，特別損益項目とはCVPの関係式に当てはまらない臨時ないし異常項目からなり，その発生確率を得るためには，あらためてCVP項目とは全く異なる確率分布を仮定する必要があるからである。したがって，ここで予測される株式価値増分とは，企業全体というより事業活動のみに起因する株式価値増分を予測している，ということになる。

9) 単位時間の限りない縮小は，結局のところ連続時間となる。2項過程の連続時間への展開については，佐藤(2010)を参照されたい。

10) 数学的帰納法によるn期間モデルの導出手順は2項定理の証明と同じである。ただし，このn期間モデルは本稿全般に共通するものであるため，その証明をAPPENDIXに示しておく。

11) コストビヘイビアの対称性(および非対称性)に関する最新の研究状況については，加登他(2010)12章pp.323-331のサーベイを参照されたい。

12) コストの下方硬直性とは，これまでにも「原価残留」として知られていたが，この点に係わる近年の研究動向については安酸・梶谷(2009)を参照されたい。

13) *DOL*は利益と損失の場合で正負が逆転するため，損益分岐点や収支分岐点を用いた採算性の評価指標として用いられる(佐藤・佐藤[2000])。

14) 投資目的が利益配当というインカムゲインではなく，株式売買によるキャピタルゲインの獲得や株式保有による企業支配にある投資家については，ここでの議論から除かれる。

15) たとえば，Basu(1977)は低い*PER*の株式ほど高いリターンを獲得できるという実証結果から，効率的市場に関するストロング仮説を否定する結果を提示した。また，Beaver and Morse(1979)は，*PER*の大きさは利益成長や市場リスクではなく，会計処理法の違いに起因することを示した。このように*PER*という指標は先行研究でも幅広く活用されてきた。

16) 東京証券取引所によって公表されている「規模別・業種別*PER*・*PBR*」によると，同取引所第一部および第二部の上場会社の*PER*の平均値は16.9倍であった(2012年4月末現在)。

参考文献

Anderson, M. C., R. D. Banker, and S. N. Janakiraman. 2003. Are selling, general, and administrative costs "sticky"? *Journal of Accounting Research* 41：47-63.

Balakrishnan, R., M. J. Petersen, and N. Soderstorm. 2004. Dose capacity utilization affetct the "stickness" of cost? *Journal of Accountingl, Auditing, and Finance* 19：283-299.

Buzby, S. L. 1974. Extending the applicability of probabilistic management planning and control models. *The Accounting Review* 49：42-49.

Black, F. and M. Sholes 1973. The pricing of options and corporate liabilities. *Journal of Political Economy*, 81 : 637-654.

Chen, J. T. 1980. Cost-volume-profit analysis in stochastic programming models. *Decision Sciences* 11 : 632-647.

Constantinides, G. M., Y. Ijiri and R. A. Leitch. 1981. Stochastic cost-volume-profit analysis with a linear demand function. *Decision Sciences* 12 : 417-427.

Cox, J. C. and S. A. Ross. 1976. The valuation of option for alternative stochastic processes. *Journal of Financial Economics*, 3 : 145-166.

Cox, J. C., S. A. Ross and M. Rubinstein. 1979. Option pricing: A simplifed approach. *Journal of Financial Economics*, 7 : 229-263.

Cox, J. C. and S. A. Ross. *Option Markets*. 1985. Prentice Hall. 仁科一彦監訳(1988)『オプション・マーケット』, HBJ 出版局。

Ferrara, W. L., J. C. Hayya and D. A. Nachman. 1972. Normalcy of profit in the Jaedicke-Robichek Model. *The Accounting Review* 47 : 299-307.

Hilliard J. E. and R. A. Leitch. 1975. Cost-volume-profit analysis under uncertainty : A log normal approach. *The Accounting Review* 50 : 69-80.

Ismail, B. E. and J. G. Louderback. 1979. Optimizing and satisficing in stochastic cost-volume-profit analysis. *Decision Sciences* 10 : 205-217.

Jaedicke R. K. and A. A. Robichek. 1964. Cost-volume-profit analysis under conditions of uncertainty. *The Accounting Review* 39 : 917-926.

Kaplan, R. S. 1982. *Advanced Management Accounting*. Prentice-Hall. 西村明, 昆誠一監訳(1989)『上級管理会計』, 中央経済社。

Karnani, A. 1983. Stochastic cost-volume-profit analysis in a competitive oligopoly. *Decision Sciences* 14 : 187-193.

Kim, S., M. J. Abdolmohammadi and L. A. Klein. 1996. CVP under uncertainty and the manager's utility function. *Review of Quantitative Finance and Accounting* 6 : 133-147.

Kottas, J. F. and H. S. Lau. 1978. Direct simulation in stochastic CVP analysis. *The Accounting Review* 53 : 698-707.

Liao, M. 1975. Model Sampling : A stochastic cost-volume-profit analysis. *The Accounting Review* 50 (October) : 780-790.

Schweitzer, M., E. Trossmann, and G. H. Lawson. 1992. *Break-Even Analysis : Basic Model, Variations, Extensions*. John Wiley and Sons. 宮本匡章監訳, 森本三義訳(1991)『損益分岐分析』, 中央経済社。

Shih, W. 1979. A general decision model for cost-volume-profit analysis under uncertainty. *The Accounting Review* 54 : 678-706.

安酸建二・梶原武久(2009)「コストの下方硬直性に関する合理的意思決定説の検証」,『会計プログレス』第10号, 101-116。

伊藤邦雄(2006)『ゼミナール企業価値評価』，日本経済新聞社。
加登豊・松尾貴巳・梶原武久編(2010)『管理会計研究のフロンティア』，中央経済社。
桜井久勝(2012)『財務諸表分析〔第5版〕』，中央経済社。
佐藤靖・佐藤清和(2000)『キャッシュ・フロー情報－ブームの異現象を超えて－』同文舘出版。
佐藤清和(2010)「不確実性下におけるCVP分析の連続時間モデルへの拡張」，『金沢大学経済論集』第30巻第2号，231-247。
佐藤清和(2011)「確率的CVP分析－離散時間モデル－」，『金沢大学経済論集』第30巻第2号，153-174。
佐藤清和(2012)「マルチンゲール測度に基づくCVP分析の拡張可能性」，『金沢大学経済論集』第31巻第1号，157-173。
平井裕久・椎葉淳(2006)「販売費および一般管理費のコスト・ビヘイビア」，『管理会計学』第14巻第2号，15-27。