

雷放電から放射されるVLF電磁界波形のfull wave計算

メタデータ	言語: jpn 出版者: 公開日: 2017-10-03 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: メールアドレス: 所属:
URL	https://doi.org/10.24517/00007495

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 3.0 International License.



雷放電から放射される VLF 電磁界波形の full wave 計算

宮村 和俊[†] 長野 勇[†] 八木谷 聡[†]

Full Wave Calculation of VLF Waveforms Induced by Lightning Discharge

Kazutoshi MIYAMURA[†], Isamu NAGANO[†], and Satoshi YAGITANI[†]

あらまし 雷雲-地上間雷放電電流によって放射される VLF 電磁波パルスの電離層および電離層付近の自由空間中における電磁界波形を、この雷放電を進行波電流と仮定し、full wave 法と球面波の平面波展開の手法、ならびに時間に関する離散フーリエ変換を用いて厳密に数値計算する方法を開発した。この計算により、静電界成分の分布および放射電磁界の電離層下部での反射と透過、透過した成分のホイッスラ波への結合の様子等を含めた電磁界波形の詳細な時間変化を求めることができた。また、雷放電に伴う下部電離層で観測される発光現象の発生領域の説明が可能となる結果も得られた。

キーワード 雷放電, full wave, VLF, 電磁界波形, 電離層

1. まえがき

地球の高層大気では、太陽からの紫外線（ライマン α 線）や X 線の作用によって中性粒子が電離されて電離層と呼ばれるプラズマ媒質の層が形成されている。オメガ局や南極のサイブル局から放射される VLF 電波 [1] は、その多くが電離層-地表面による導波管モードとなって電離層より下の領域を伝搬する一方で、その一部は電離層を透過し、プラズマとの相互作用によりホイッスラモードとなり地球磁気圏内を伝搬する。また、雷雲-地上間雷放電によって発生する VLF (2~20 kHz) 成分の電磁波はこれと同様な伝搬をする。

これまでに、オメガ電波等の単一周波数の人工的な地上からの VLF 電波が、ロケットや低高度を通過する「あけぼの」等の科学衛星によって数多く観測されている。そして、電離層の媒質が高度によってのみ変化するとみなしてこれを平面多層に分割して、大地-自由空間-電離層中の平面波の伝搬を厳密に計算する full wave 法と、ダイポールアンテナから放射される球面波を平面波に展開する手法を用いて、これらの VLF 波による自由空間および電離層中の電磁界分布が理論的に計算されている。その計算結果は観測値をよく説明するものとなっている [2], [3]。

一方、雷雲-地上間の雷放電による電磁界波形は VLF 成分を広く含んだスペクトルをもつパルスである。そのため、電磁界を時間波形で取り扱う必要がある。これまで、自由空間中の伝搬と地表面を考慮して、雷放電からある距離の地点で観測される電磁界波形と雷放電の電流波形や電流速度との関係を理論的に求めること等が行われている [4]。また、雷雲上空に打ち上げられたロケットによって、雷放電に起因した VLF 電波（ホイッスラ）の電界波形の観測も行われている [5]。しかし、これに対する理論計算では高度 230 km 以下の領域のプラズマ媒質の影響を無視し、仮定した電界のサンプルパルスをこの高度から入射して、観測高度（約 290 km）までの伝搬を計算しているにすぎず、大地や電離層媒質の高度変化による境界条件を含めて雷放電電流から直接的に電離層中の電磁界波形を計算する手法はまだないようである。

また最近、大規模な雷雲-地上間の雷放電に伴う下部電離層（高度 50~90 km）での発光現象（Red Sprites 等）が注目されている [6]。雷放電によって生じる VLF パルス波および準静電界が下部電離層中の電子を加熱し、加熱された電子の衝突による N_2 分子の励起がこの原因となっている可能性が高いが [7]、発光領域の位置や発光強度について詳細に分析するためには、雷放電によって生じるこの領域における電磁界強度の正確な時間変化を求めることが必要である。

そこで、筆者らは先に述べた full wave 法と球面波

[†] 金沢大学工学部電気・情報工学科, 金沢市
Faculty of Engineering, Kanazawa University, Kanazawa-shi, 920
Japan

の平面波展開の手法に時間に関する離散フーリエ変換を組み込んで、周波数成分ごとの電磁界分布計算から時間波形を得る手法を開発した。これにより、電離層での高度による媒質変化や任意方向の地球磁場の影響も考慮したうえでの電磁界波形が求められることとなった。この計算では、雷雲-地上間雷放電を進行波電流と仮定して、任意の電流値や方向、電流長、電流速度をパラメータとして与えることができる。実際の数値計算はPVM (Parallel Virtual Machine) と呼ばれる並列計算ソフトウェア [8] と数十台のWSを利用して効率的に行われる。

2. 計算方法

計算モデルとして図1のように大地-自由空間-電離層を考える。電離層のパラメータとして電子密度と電子の衝突周波数を与え、これらのパラメータは高度によってのみ変化するものとして電離層を平面層状不均質媒質とみなす。雷雲-地上間雷放電 (以下、雷放電と略記) は大地付近の自由空間中にあるものとする。座標系は磁北を y 軸、高さ方向を z 軸、これらに垂直な方向を x 軸とし、雷雲真下の地上の点を原点とする。

自由空間中の電流源 $\mathbf{J}(\mathbf{r}', t)$ による電界および磁界ベクトル $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$, $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$ はマクスウェルの方程式

$$\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{J}(\mathbf{r}', t) + \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \quad (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \quad (2)$$

を満足する。この2式の両辺に対して時間に関するフーリエ変換をとると

$$\nabla \times \hat{\mathbf{H}}(\mathbf{r}, \omega) = \hat{\mathbf{J}}(\mathbf{r}', \omega) + j\omega\epsilon_0 \hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega) \quad (3)$$

$$\nabla \times \hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega) = -j\omega\mu_0 \hat{\mathbf{H}}(\mathbf{r}, \omega) \quad (4)$$

となる。但し、 ω は角周波数で、 $\hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega)$, $\hat{\mathbf{H}}(\mathbf{r}, \omega)$ はそれぞれ $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$, $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$ の時間に関するフーリエ変換である。以降、時間に関するフーリエ変換量には $\hat{\cdot}$ を付けて記す。 $\mathbf{r} \equiv (x, y, z)^t$ は任意の点の位置ベクトル、 $\mathbf{r}' \equiv (x', y', z')^t$ は電流源上のある1点の位置ベクトルであり、 ϵ_0, μ_0 はそれぞれ真空の誘電率と透磁率である。 t は転置を表し、ベクトルであることを意味している。

ここで雷放電を一般化したモデルとして、図2のように雷雲高度 z_0 の点 $(0, 0, z_0)^t$ から単位ベクトル

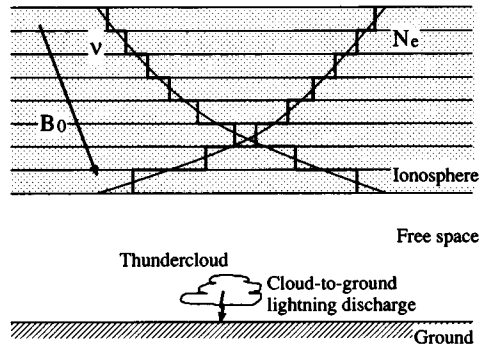


図1 計算モデル
Fig.1 Calculation model.

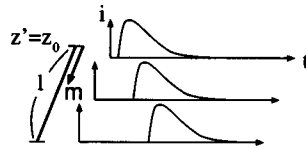


図2 雷放電電流計算モデル
Fig.2 Current model of a lightning discharge.

$\mathbf{m} \equiv (m_x, m_y, m_z)^t$ の方向へ長さ l を流れる進行波電流を次式のように仮定する [9], [10].

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}', t) \equiv \begin{cases} mI_0 (e^{-(t-u)/\tau_1} - e^{-(t-u)/\tau_2}) & (t \geq u) \\ 0 & (t < u) \end{cases}$$

但し、

$$u = \frac{\sqrt{x'^2 + y'^2 + (z' - z_0)^2}}{v_i} \quad (0 \leq v_i u \leq l) \quad (5)$$

ここで、 I_0 [A] と τ_1 [s], τ_2 [s], v_i [m/s], l [m] は定数であり、 v_i は電流パルスが進む速度である。電流パルス時間長はおよそ $\tau_1 - \tau_2$ とみなせる。 $\mathbf{m} = -i_z$ で $l = z_0$ ならば高度 z_0 から垂直に流れる雷雲-地上間放電となる。この $\mathbf{J}(\mathbf{r}', t)$ の時間に関するフーリエ変換 $\hat{\mathbf{J}}(\mathbf{r}', \omega)$ を求めると

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{J}}(\mathbf{r}', \omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{J}(\mathbf{r}', t) e^{-j\omega t} dt \\ &= mI_0 \left(\frac{\tau_1}{1 + j\omega\tau_1} - \frac{\tau_2}{1 + j\omega\tau_2} \right) e^{-j\omega u} \end{aligned} \quad (6)$$

となる。そして $\hat{\mathbf{J}}(\mathbf{r}', \omega)$ に対するヘルツベクトル

$\hat{H}(\mathbf{r}, \omega)$ が $\omega \neq 0$ で定義できて、

$$\hat{H}(\mathbf{r}, \omega) = \frac{1}{j4\pi\epsilon_0\omega} \int_0^l \hat{J}(\mathbf{r}', \omega) \frac{e^{-jk_0 R}}{R} dl' \quad (7)$$

と表される。但し

$$x' = m_x l', \quad y' = m_y l', \quad z' = z_0 + m_z l'$$

である。ここで k_0 は自由空間中の波数で $k_0 = \omega\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$ であり、 $R = |\mathbf{R}|$, $\mathbf{R} \equiv \mathbf{r} - \mathbf{r}' = (x - x', y - y', z - z')^t$ である。なお、式 (7) が定義できない $\omega = 0$ に関しては付録 1. で検討する。ここで球面波の平面波展開 [11]

$$\frac{e^{-jk_0 R}}{(-jk_0 R)} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2+j\infty} \exp(-j\mathbf{k} \cdot \mathbf{R}) \times \sin \alpha \, d\alpha d\beta \quad (8)$$

を用いると、

$$\hat{H}(\mathbf{r}, \omega) = -\frac{k_0}{8\pi^2\epsilon_0\omega} \int_0^l \mathbf{P}_0 e^{-j\omega u} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2+j\infty} \times e^{-j\{k_x(x-x') + k_y(y-y') + k_z(z-z')\}} \times \sin \alpha \, d\alpha d\beta dl' \quad (9)$$

$$\mathbf{P}_0 = mI_0 \left(\frac{\tau_1}{1 + j\omega\tau_1} - \frac{\tau_2}{1 + j\omega\tau_2} \right)$$

となる。但し、 z は $z \geq \max(z_0, z_0 + m_z l)$ (=電流源の上端の高度) であり、

$$\mathbf{k} = \begin{pmatrix} k_x \\ k_y \\ k_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_0 \sin \alpha \cos \beta \\ k_0 \sin \alpha \sin \beta \\ k_0 \cos \alpha \end{pmatrix}$$

である (図 3 参照)。ここで l' についての積分を先に行うと、

$$\hat{H}(\mathbf{r}, \omega) = -\frac{jk_0}{8\pi^2\epsilon_0} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2+j\infty} \mathbf{P}(\omega) \times \exp(-j\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) \sin \alpha \, d\alpha d\beta \quad (10)$$

$$\mathbf{P}(\omega) = m \frac{I_0 l}{j\omega} \left(\frac{\tau_1}{1 + j\omega\tau_1} - \frac{\tau_2}{1 + j\omega\tau_2} \right) \times \frac{\sin\{(l/2)(\mathbf{k} \cdot \mathbf{m} - (\omega/v_i))\}}{(l/2)(\mathbf{k} \cdot \mathbf{m} - (\omega/v_i))} \times \exp\{j(l/2)(\mathbf{k} \cdot \mathbf{m} - (\omega/v_i)) + jk_z z_0\} \quad (11)$$

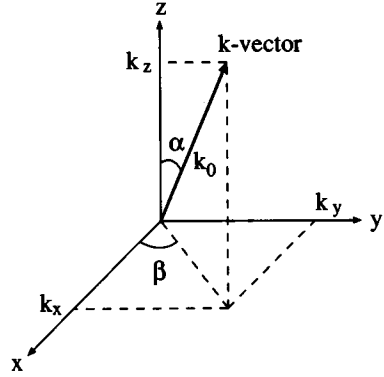


図3 直角座標系における角 α, β の定義
Fig.3 Definition of α, β in Cartesian coordinates.

が得られる。式 (11) の τ_1 と τ_2 を含む部分は電流源のある 1 点での電流波形のフーリエ変換と一致しており、sinc 関数と exp 関数の積は電流が速さ v_i 、長さ l 、方向 \mathbf{m} の進行波であることを意味している。

一方、 $z \leq \min(z_0, z_0 + m_z l)$ (=電流源の下端の高度) の領域では、 α は z 軸の負方向からとった角度となり、 $\hat{H}(\mathbf{r}, \omega)$ は式 (10), (11) の k_z を $-k_z$ で置き換えた式になる。

そして、次の関係から $\hat{E}(\mathbf{r}, \omega)$ と $\hat{H}(\mathbf{r}, \omega)$ が求められる。

$$\hat{E}(\mathbf{r}, \omega) = \nabla \nabla \cdot \hat{H}(\mathbf{r}, \omega) + k_0^2 \hat{H}(\mathbf{r}, \omega) \quad (12)$$

$$\hat{H}(\mathbf{r}, \omega) = j\omega\epsilon_0 \nabla \times \hat{H}(\mathbf{r}, \omega) \quad (13)$$

より、

$$\hat{E}(\mathbf{r}, \omega) = -\frac{jk_0}{8\pi^2\epsilon_0} \int \int \{-\mathbf{k} \cdot \mathbf{P}(\omega)\} \mathbf{k} + k_0^2 \mathbf{P}(\omega) \} \exp(-j\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) \sin \alpha \, d\alpha d\beta \quad (14)$$

$$\hat{H}(\mathbf{r}, \omega) = -\frac{j\omega k_0}{8\pi^2} \int \int \mathbf{k} \times \mathbf{P}(\omega) \times \exp(-j\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) \sin \alpha \, d\alpha d\beta \quad (15)$$

このように自由空間中の進行波電流から放射される電磁界の波形は、電流の周波数スペクトルに進行波の方向と長さ、進行速度で決まるファクタをかけて得られるモーメントをもつダイポールアンテナによる電磁界の複数の周波数の重ね合わせで表すことができ、かつ、各々の周波数での放射電磁界は多数の平面波電磁界の合成として表すことができる。

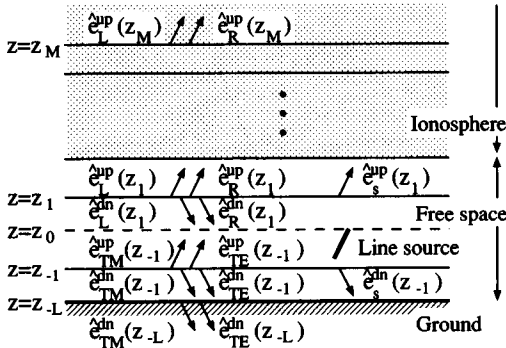


図4 full wave 計算における各特性波の電磁界ベクトル
Fig.4 Electromagnetic characteristic waves on the layer boundaries in full wave calculation.

式 (14), (15) 中の被積分関数のように表された各平面素波が大地-自由空間-電離層中を伝搬することによってできる任意高度の電磁界強度は full wave 計算法によって求めることができる [2].

ここで full wave 計算法について簡単に述べる。図 4 のように波源より上の高度 z_1 から高度 z_M までの自由空間および電離層を M 層に、波源より下の高度 z_{-1} から高度 z_{-L} までの自由空間および地球表面を L 層に分割し、各層の境界の高度を z_j とする。高度 z_M および高度 z_1 における平面素波の電磁界ベクトルを、それぞれ $\hat{e}(z_M), \hat{e}(z_1)$ 、各層の電子密度と衝突周波数、地球磁場の強度と方向によって決まる伝搬マトリクスを \bar{K}_j とすると、

$$\hat{e}(z_1) = \prod_{j=1}^{M-1} \bar{K}_j^{-1} \hat{e}(z_M) \quad (16)$$

と表され、同様に高度 z_{-L} および高度 z_{-1} における電磁界ベクトルをそれぞれ $\hat{e}(z_{-L}), \hat{e}(z_{-1})$ とすると

$$\hat{e}(z_{-1}) = \prod_{j=-2}^{-L} \bar{K}_j \hat{e}(z_{-L}) \quad (17)$$

と表される。ここで、電磁界ベクトル \hat{e} は $(E_x, -E_y, Z_0 H_x, Z_0 H_y)^t$ である。一方、高度 z_1 および z_{-1} における波源からの直接波による電磁界ベクトルは式 (14), (15) の被積分関数から得られ、これらをそれぞれ $\hat{e}_s^{up}(z_1), \hat{e}_s^{dn}(z_{-1})$ とする。

また、 $z = z_M$ にて振幅 1 の R モードおよび L モードの透過波 (上昇波) を仮定した場合の式 (16) による $z = z_1$ における界をそれぞれ $\hat{e}_R(z_1), \hat{e}_L(z_1)$ とし、

$z = z_{-L}$ にて振幅 1 の TM モードおよび TE モードの透過波 (下降波) を仮定した場合の式 (17) による $z = z_{-1}$ における界をそれぞれ $\hat{e}_{TM}(z_{-1}), \hat{e}_{TE}(z_{-1})$ とすると、 $z = z_1$ における境界条件から

$$a_1 \hat{e}_R^{up}(z_1) + a_2 \hat{e}_L^{up}(z_1) - \{b_1 \hat{e}_{TM}^{up}(z_{-1}) + b_2 \hat{e}_{TE}^{up}(z_{-1})\} e^{-jk_z(z_1-z_{-1})} = \hat{e}_s^{up}(z_1) \quad (18)$$

が、また $z = z_{-1}$ における境界条件から

$$b_1 \hat{e}_{TM}^{dn}(z_{-1}) + b_2 \hat{e}_{TE}^{dn}(z_{-1}) - \{a_1 \hat{e}_R^{dn}(z_1) + a_2 \hat{e}_L^{dn}(z_1)\} e^{-jk_z(z_1-z_{-1})} = \hat{e}_s^{dn}(z_{-1}) \quad (19)$$

が得られる。ここで上添字 up は上昇波成分を、 dn は下降波成分を意味しており、

$$\hat{e}_R^{up}(z_1) + \hat{e}_R^{dn}(z_1) = \hat{e}_R(z_1) \quad (20)$$

$$\hat{e}_L^{up}(z_1) + \hat{e}_L^{dn}(z_1) = \hat{e}_L(z_1) \quad (21)$$

$$\hat{e}_{TM}^{up}(z_{-1}) + \hat{e}_{TM}^{dn}(z_{-1}) = \hat{e}_{TM}(z_{-1}) \quad (22)$$

$$\hat{e}_{TE}^{up}(z_{-1}) + \hat{e}_{TE}^{dn}(z_{-1}) = \hat{e}_{TE}(z_{-1}) \quad (23)$$

を満たしている。なお、電磁界ベクトルの上昇波成分と下降波成分とは、固有ベクトル行列を用いて分離することができる [12]。そして、この式 (18), (19) を解いて係数 a_1, a_2, b_1, b_2 を求め、式 (16), (17) にこれらの係数をかけることで波源からの放射による平面素波の任意高度 z_j における電磁界ベクトルを得ることができる。

文献 [2] においては、高度 $z = z_0$ だけで境界条件を用いているのに対して本論文では $z = z_1$ と $z = z_{-1}$ の二つの高度で用いる。そのため、電磁界ベクトルを上昇波成分と下降波成分に分離する必要が生じている。このようにすることにより、進行波電流のように波源が高度方向に広がりをもつ場合にも平面波を取り扱う full wave 法が適用できた。

求められた各平面素波の電磁界ベクトルを $\hat{e}(\alpha, \beta, z_j, \omega)$ とすると高度 z_j における $x-y$ 平面上の電磁界ベクトル分布 $\hat{e}(x, y, z_j, \omega)$ は

$$\hat{e}(x, y, z_j, \omega) = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2+j\infty} \hat{e}(\alpha, \beta, z_j, \omega) \times e^{-j(k_x x + k_y y)} \sin \alpha \, d\alpha \, d\beta \quad (24)$$

で得られる。ここで α を $\gamma = \cos \alpha$ で変数変換して、 γ を実数域 γ^r と虚数域 γ^i に分け、 γ^r と γ^i, β, x, y を離散化すると

$$\hat{e}(x, y, z_j, \omega) = \sum_{n_\beta=1}^{N_\beta} \left\{ \sum_{n_\gamma^r=0}^{N_\gamma^r-1} \hat{e}(\cos^{-1}\gamma^r, \beta, z_j, \omega) \Delta\gamma^r - \sum_{n_\gamma^i=1}^{N_\gamma^i} \hat{e}(\cos^{-1}\gamma^i, \beta, z_j, \omega) \Delta\gamma^i \right\} \times e^{-j(k_x x + k_y y)} \Delta\beta \quad (25)$$

となる。ここで、

$$\Delta\gamma^r = \frac{1}{N_\gamma^r}, \quad \gamma^r = n_\gamma^r \Delta\gamma^r \quad (n_\gamma^r = 0, 1, \dots, N_\gamma^r - 1)$$

$$\Delta\gamma^i = -j \frac{\gamma_{\max}^i}{N_\gamma^i}, \quad \gamma^i = n_\gamma^i \Delta\gamma^i \quad (n_\gamma^i = 1, 2, \dots, N_\gamma^i)$$

$$\Delta\beta = \frac{2\pi}{N_\beta}, \quad \beta = n_\beta \Delta\beta \quad (n_\beta = 1, 2, \dots, N_\beta)$$

$$x = n_x \Delta x, \quad \Delta x = \frac{x_{\max}}{N_x} \quad (n_x = -N_x, \dots, 0, \dots, N_x - 1)$$

$$y = n_y \Delta y, \quad \Delta y = \frac{y_{\max}}{N_y} \quad (n_y = -N_y, \dots, 0, \dots, N_y - 1)$$

とする。上記の N_γ^r および $\gamma_{\max}^i, N_\gamma^i, N_\beta$ はそれぞれ、文献[2]の式(18)の M および l, L, N に相当する。但し、 γ_{\max}^i は $\hat{e}(\cos^{-1}(-j\gamma_{\max}^i), \beta, z_j, \omega)$ が $\hat{e}(\cos^{-1}\gamma, \beta, z_j, \omega)$ の最大値に対して $1/1,000$ 以下になるように各周波数で独立に決められる。

更に、時刻 t における電磁界ベクトル $e(x, y, z_j, t)$ は逆フーリエ変換

$$e(x, y, z_j, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{e}(x, y, z_j, \omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (26)$$

により得られるが、実際の計算では IFFT を用いて行うので、離散周波数間隔 $\Delta\omega$ と計算周波数帯域幅 ω_{\max} の二つのパラメータが導入される。 ω_{\max} は、計算領域内の任意の x, y, z_j に対して式(26)の電磁界ベクトル $\hat{e}(x, y, z_j, \omega)$ のスペクトルの最大値から -50 dB までの領域を十分に含むような値を選ぶ。また、計算時間長を T_{\max} とすると $T_{\max} = 2\pi/\Delta\omega$ の関係にあり、時間領域でのエイリアジングを防ぐために T_{\max} は解析

する現象を十分に含むほどに大きくとらなければならない。波源からより離れた点の電磁界波形を求める場合には、その伝搬遅延のために波形は遅れて現れることになるので、それだけ T_{\max} を大きくしなければならないことになる。従って、この値は雷放電電流パルス長よりもむしろ計算高度や計算水平領域幅に大きく依存する。

このように、異なる α (すなわち γ)、 β, ω について式(24)における非常に多くの $\hat{e}(\alpha, \beta, z_j, \omega)$ を数値計算により求めなければならない。これらすべての計算を1台の計算機(WS)で行うと膨大な計算時間となり、実用的ではない。しかし、異なる α 等に関して $\hat{e}(\alpha, \beta, z_j, \omega)$ が独立である、すなわち、計算の過程で他の \hat{e} の値を用いないで得られる量であることから、容易に複数の計算機で分散させて計算することができる。そこで、このような並列分散処理を容易に実現してくれる PVM (Parallel Virtual Machine) ソフトウェア[8]を利用して、数十台の WS に分散させてこの計算を実現した。これにより、計算時間は1台で行う場合のほぼ $1/(\text{使用する WS の台数})$ に短縮することができた。

3. 計算結果

実際の計算において雷放電電流のパラメータとして表1の値を用いた。特に、雷放電に伴う下部電離層での発光現象は発生頻度の高い負の雷放電より電流値が大きく発生頻度の低い正の雷放電によって多く起こることがわかっているので[6]、雷雲から地上へと垂直に流れる正の雷放電電流を仮定した。その電流ピーク値は、それ以下の電流値をもつ正の雷放電の累積頻度分布値が50%である35kA[10]を用いた。また、電離層の電子密度の高度プロファイルは中緯度の夜の IRI モデル[13]を用い、電子と中性粒子との衝突周波数は大気圧に比例するとして標準の大気圧モデルを用いた。図5に電離層モデルを示す。また、計算に用いたさま

表1 雷放電電流のパラメータ
Table 1 Parameters for pulse current of a lightning discharge.

電流の方向 m	$(0, 0, -1)^t$
電流 I_0	50 kA (ピーク値 35 kA)
時定数 τ_1	50 μ s
時定数 τ_2	5 μ s
パルス速度 v_i	8×10^7 m/s
放電高度 z_0	5 km
電流長 l	5 km

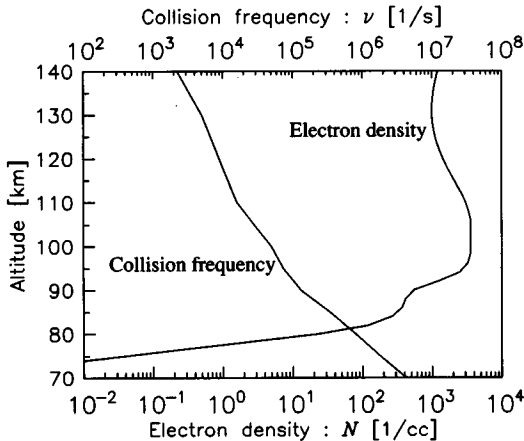


図5 計算に用いた電子密度と衝突周波数の高度プロフィール

Fig.5 Electron density and collision frequency profiles with altitude used in the calculation.

表2 種々の計算パラメータ
Table 2 Calculation parameters.

計算最大周波数 $\omega_{\max}/2\pi$	100 kHz
(時間分解能)	5 μ s
計算時間長 $2T_{\max}$	4 ms
(周波数間隔 $\Delta\omega/2\pi$)	250 Hz
電離層計算高度	74~140 km
電離層分割幅	2 km
電子のサイクロトロン周波数	1.5 MHz
地磁気伏角	71°
地表の比誘電率	10
地表の導電率	10^{-3} S/m
計算領域 (水平方向) y_{\max}	100 km
水平方向の距離分解能 Δy	5 km

表3 いくつかの周波数における平面波展開に関する計算パラメータ

Table 3 Parameters for expansion by plane waves at various frequencies.

	N_{γ}^r	γ_{\max}^i	N_{γ}^i	N_{β}
250 Hz	10	56	300	400
1 kHz	60	12	300	400
3 kHz	80	4	300	400
10 kHz	200	0.8	160	400
30 kHz	400	0.2	80	400
100 kHz	600	0.1	60	600

さまざまなパラメータについて表2に、平面波展開に関するパラメータである式(25)の N_{γ}^r や $\gamma_{\max}^i, N_{\gamma}^i, N_{\beta}$ の値をいくつかの周波数において表3に示した。

つぎに、これらのパラメータを用いて行った計算結果を示す。雷放電の開始を $t = 0$ として $t = 300, 375, 450 \mu$ s における波源を通る子午面上、高度40~140 km で南北 $-100 \sim 100$ km の領域の電界の (a) 垂直成分 E_z

と (b) 南北成分 E_y の強度分布を濃淡図で図6に示した。横軸正方向が北で、負方向が南を表している。 $t = 300 \mu$ s では、雷放電によって発生した電磁波パルスが高度40 km で南北 ± 80 km の点まで、高度80 km で南北 ± 50 km の点まで到達していることがわかる。 $t = 375 \mu$ s では、波源真上の高度65~80 km で E_z の強度が7~12 dBV/m の領域が逆三角形になっている。これは上昇波成分と高度80 km 付近での電離層反射による下降波成分の重なりによって生じたものであり、同時刻の E_y では高度70~80 km, 南北 ± 40 km 付近の領域での強度の大きい部分が同じく電離層反射による下降波であると考えられる。そして、 $t = 450 \mu$ s の E_y では電離層反射による強度の大きい部分が更に降下しているのがわかる。

また、波源真上の高度40~50 km の電界 E_z の強度は $t = 450 \mu$ s 以後はほとんど変化しない。これは雷放電による電荷の移動によって生じた静電的な成分であると言える。この図の電界強度表示はあらゆる点での時刻 $t = 0$ における電界強度を0としているので、この強度は、流れた総電荷量を初期高度 (=5 km) の1点に置き、地表面および電離層 (高度74 km 以高) を完全導体とした場合に形成される静電界強度にほぼ一致している。

そして、 $t = 375 \mu$ s において波源真上の高度50~80 km にて強度の大きい部分が南北幅約20 km の鼓形に、 $t = 450 \mu$ s においては柱状になっている。これは、報告されている雷放電に伴う下部電離層の発光現象 (Red Sprites) の発生領域 [6] とおおよそ一致していると言えると同時に、この現象が静電界成分によって引き起こされるという説明 [14] にも一致する。この発光現象は数~数十 ms の継続時間をもつことがわかって [6]、この計算では高度70 km を自由空間としているので静電的成分はいつまでも残り続けることになり、逆に (ここでは示していないが) 高度80 km において $t = 400 \mu$ s で電界は急速に減衰する結果となっており、どちらの高度における強い電界強度の継続時間も、発光現象の継続時間の報告結果を説明していない。この計算では考慮していないが、実際には雷雲の帯電に伴って下部電離層付近が広く帯電し、放電後にこの帯電量が変化するものと考えられる。そして放電前後におけるこの帯電によって生じている電界強度が発光現象の継続時間に寄与すると思われる [14]。

つぎに、雷放電の真上の高度140 km と60 km における電界の主要な成分 (高度140 km では y 成分、

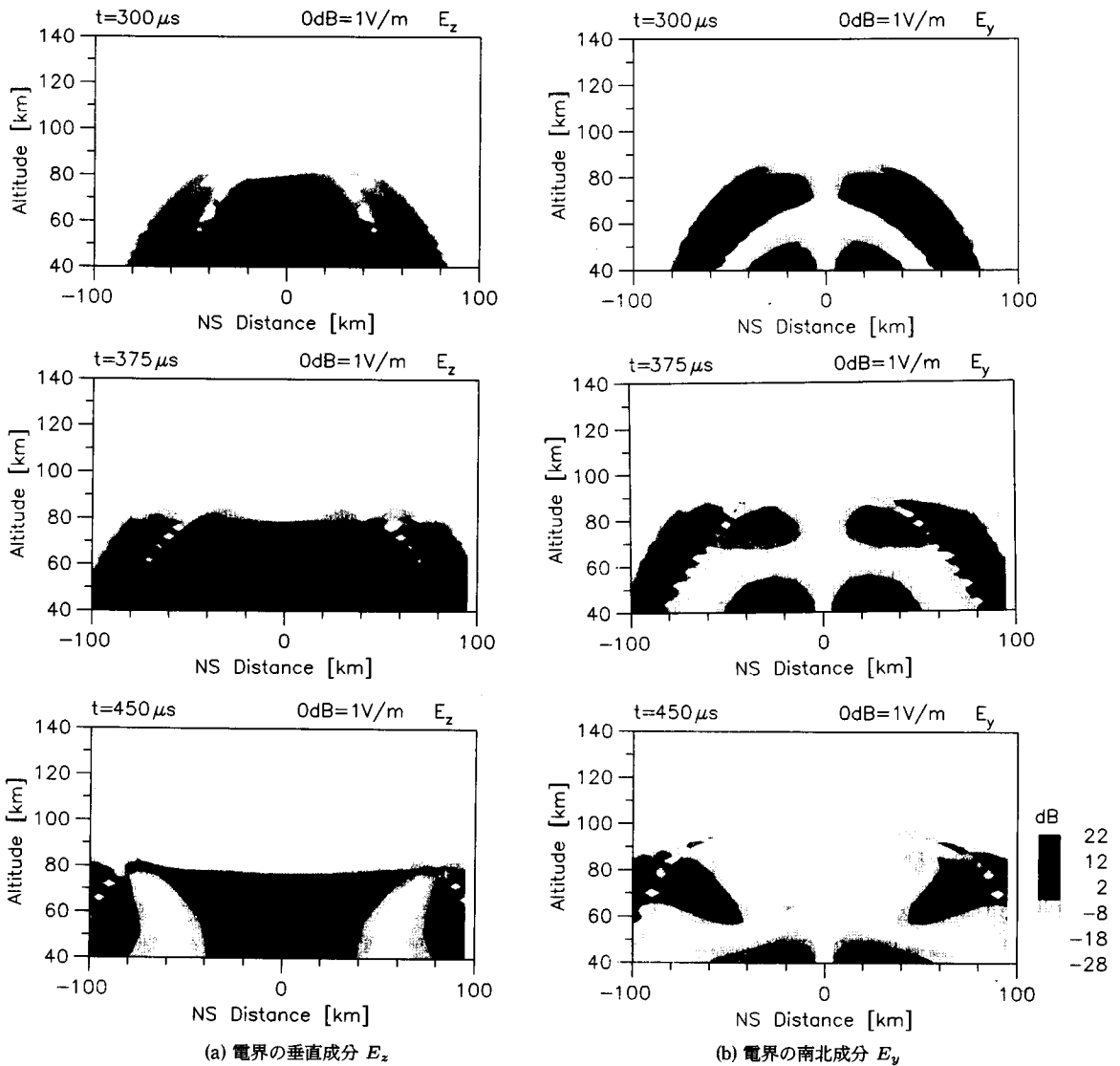


図6 雷雲-地上間雷放電によって生じる下部電離層付近の電界強度分布の時間変化
 Fig.6 Time evolution of the spatial distribution of electric field intensities produced by a cloud-to-ground lightning discharge.

60 km では z 成分) の周波数スペクトルと波形を図 7 に示した。但し、付録 1. に述べるような逆電流の現象をつけ加えて解く手法を用いると周波数スペクトルの $2n\Delta\omega$ (n は整数) 成分が 0 になって見づらく、周波数スペクトルを見るときにはこの手法を用いなくても問題がないのでこの手法を用いない結果を、逆に波形については正確さを保つためにこの手法を用いた結果を示した。高度 60 km における $t = 2$ ms での電界

強度が静電界成分である。 $t = 450 \mu s$ に見られる負の極大部分は電離層によって反射されて再びこの高度に到達した成分であると考えられる。一方、高度 140 km のような電離層中では 5 kHz 以下の低周波成分は減衰してしまい、スペクトルでは 5 kHz でピークをもっているのがわかる。この高度ではホイスラモードの分散性により高周波成分が早く、低周波成分が遅く到達する特徴が電界波形に明確に現れている。

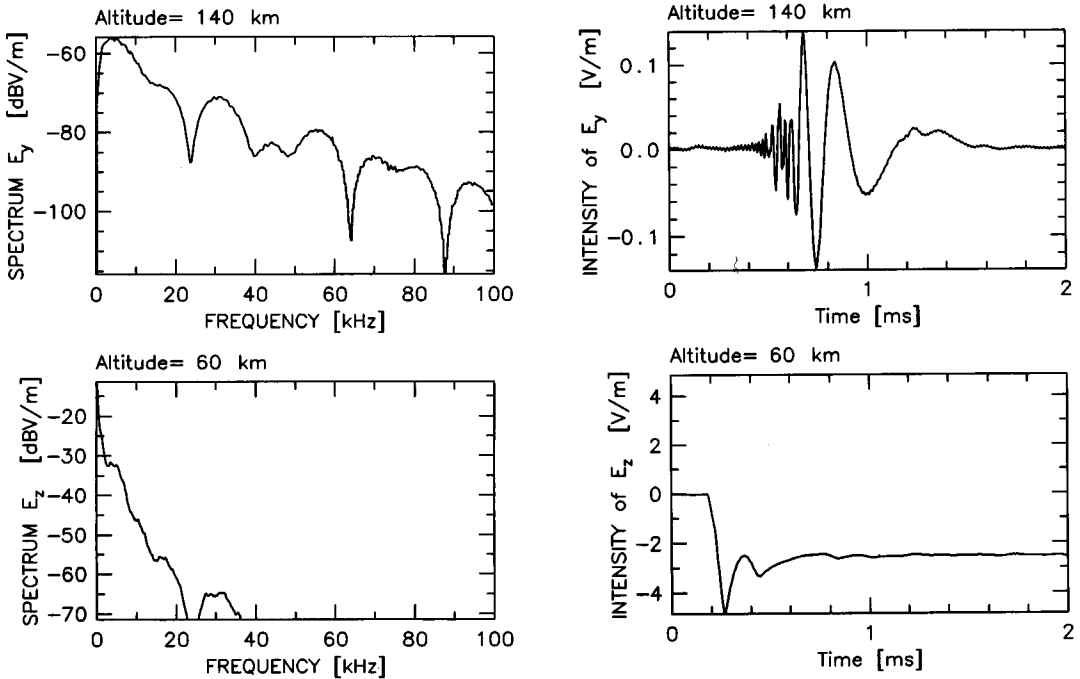


図7 雷放電の真上の高度140 km (上)と60 km (下)における電界の周波数スペクトル(左)と波形(右)

Fig.7 Frequency spectra and waveforms of the electric fields at altitudes of 140 and 60 km above a lightning discharge.

4. む す び

雷雲-地上間雷放電を進行波電流と仮定し、これによって生じる電離層および電離層付近の自由空間における電磁界強度分布の時間変化を、full wave法と球面波の平面波展開の手法、ならびに時間に関する離散フーリエ変換を用いて厳密に数値計算する方法を開発した。この計算により、雷放電による電離層および電離層付近の自由空間の静電界と誘導界、放射界すべてを含む電磁界の強度分布およびその時間変化を詳細に求めることが可能になった。また電磁界波形の、雷放電の電流値や電流方向、電流速度、放電開始高度への依存性も調べることができる。実際、雷放電電流を特徴づける表1のパラメータは個々の雷放電によって異なり、値のとりうる範囲は広い。特に正の雷放電の時定数は表1の値より数倍大きいことも多くありうる。従って、電流パラメータの電磁界波形への影響を調べることは重要と考えられる。

そしてこの計算の応用として、最近注目されている雷放電に伴う下部電離層での発光現象の観測結果と

計算結果とを比較して、この現象が準静電的な成分によって引き起こされるという説明に一致する結果が得られた。また、電離層に進入した放射電磁界パルスがホイスラ波へと変化していく様子を詳細にとらえることができた。

雷放電に伴う発光現象に対する解析については、この計算には考慮されていない下部電離層中の帯電の電界強度への影響や、雷放電による電離層の電子密度や導電率の時間的な変化の影響等を本手法にどう組み込んでいくかということが今後の課題である。また、高度100 km以上の電磁界波形の解析については、先に述べたような雷放電を特徴づけるパラメータの違いの電磁界波形への影響を更に詳細に調べて、科学衛星等による電離層でのホイスラ波の観測からこれらのパラメータがどれくらい推定可能であるかという一種の逆問題への応用が考えられるので、今後検討していきたい。

謝辞 本研究で利用したPVMソフトウェアの紹介と導入の手引きをして頂いた元金沢大学講師(現NASA/GSFC)のS. Chettri氏に感謝致します。

文 献

- [1] R.A. Helliwell, "VLF wave stimulation experiments in the magnetosphere from Siple station, Antarctica," *Rev. of Geophys.*, vol.26, no.3, pp.551-578, Aug. 1988.
- [2] 長野 勇, 北岸陽一, 八木谷聡, 満保正喜, 木村磐根, "ダイポール波源による電離層上部の VLF 波電磁界マッピング," *信学論 (B-II)*, vol.J74-B-II, no.5, pp.285-293, May 1991.
- [3] I. Nagano, P.A. Rosen, S. Yagitani, M. Hata, K. Miyamura, and I. Kimura, "Full wave analysis of the Australian Omega signal observed by the Akebono satellite," *IEICE Trans. Commun.*, vol.E76-B, no.12, pp.1571-1578, Dec. 1993.
- [4] V. Cooray and R.E. Orville, "The effects of variation of current amplitude, current risetime, and return stroke velocity along the return stroke channel on the electromagnetic fields generated by return strokes," *J. Geophys. Res.*, vol.95, no.D11, pp.18617-18630, Oct. 1990.
- [5] M.C. Kelley, J.G. Ding, and R.H. Holzworth, "Intense ionospheric and magnetic field pulses generated by lightning," *Geophys. Res. Lett.*, vol.17, no.12, pp.2221-2224, Nov. 1990.
- [6] D.D. Sentman and E.M. Wescott, "Observation of upper atmospheric optical flashes recorded from an aircraft," *Geophys. Res. Lett.*, vol.20, no.24, pp.2857-2860, Dec. 1993.
- [7] U.S. Inan, W.A. Sampson, and Y.N. Taranenko, "Space-time structure of optical flashes and ionization changes produced by lightning-EMP," *Geophys. Res. Lett.*, vol.23, no.2, pp.133-136, Jan. 1996.
- [8] A. Geist, A. Beguelin, J. Dongarra, W. Jiang, R. Manchek, and V. Sunderam, "PVM3 user's guide and reference manual," Oak Ridge National Lab., Oak Ridge, 1993.
- [9] 佐尾和夫, 空電, p.12, 成山堂書店, 1981.
- [10] M.A. Uman, *The lightning discharge*, Academic Press, Orlando, 1987.
- [11] J.A. Stratton, *Electromagnetic theory*, pp.577-578, McGraw-Hill, 1941.
- [12] I. Nagano, M. Mambo, and G. Hutatsuishi, "Numerical calculation of electromagnetic waves in an anisotropic multilayered medium," *Radio Science*, vol.10, no.6, pp.611-617, Nov.-Dec. 1975.
- [13] D. Bilitza, "International Reference Ionosphere 1990," National Space Science Data Center, NSSDC/WDC-A-R&S 90-20, Greenbelt, Maryland, 1990.
- [14] V.P. Pasko, U.S. Inan, Y.N. Taranenko, and T.F. Bell, "Heating, ionization and upward discharges in the mesosphere due to intense quasi-electrostatic thundercloud fields," *Geophys. Res. Lett.*, vol.22, no.4, pp.365-368, Feb. 1995.

付 録

1. 波源電流の直流成分の取扱いについて

ここで、式 (7) の定義できない $\omega = 0$ の成分について検討する。雷放電電流のように電流経路が閉曲線ではなくかつ電流の流れる方向が単一方向である場合には、放電現象の前後で電荷分布が異なることになる。よって、波源に比較的近い点での電界強度は一般的に放電現象の前後で静電界成分の変化分だけ異なることになる。すなわち、電磁界波形の計算時間幅（雷放電に伴う現象全体を含む十分な時間でなければならない）を T_{\max} とすると、時刻 $t = 0$ における電界値（ここでは 0 としている）と時刻 $t = T_{\max}$ における電界値が異なるわけである。離散フーリエ変換ではこの時間軸上の 2 点は隣り合うことになるので、数値計算結果ではこの不連続は再現できずに滑らかにつながり、 $t = 0$ および $t = T_{\max}$ 付近の電界値が正しく得られないことになる。

そこでこの不正確性を除去するために、区間 $t = 0 \sim T_{\max}$ の本来の現象に、区間 $t = T_{\max} \sim 2T_{\max}$ において本来のものと正負が逆の電流が流れる現象を付加して、時間幅 $2T_{\max}$ で離散フーリエ変換を行うことにした。これにより、時刻 $t = 0$ と $t = 2T_{\max}$ での電界値が等しくなり、電界波形が正確に求められるようになる。また、これにより電流源上の各点の電流波形の周波数スペクトルにおける $2n\Delta\omega$ (n は整数) 成分が 0 になる。故に式 (7) の $\omega = 0$ の成分について考慮する必要がなくなる。

(平成 8 年 7 月 26 日受付)



宮村 和俊 (学生員)

平 3 金沢大・工・電気・情報卒。平 5 同大大学院修士課程了。同年 (株) PFU 入社。平 6 年 10 月同大学院博士課程留学。現在、full wave 法による電離層中の VLF 波電磁界計算の研究に従事。



長野 勇 (正員)

昭43金沢大・工・電気卒。昭45同大大学院修士課程了。同年同大電気助手。昭62同大電気・情報教授。昭58~59米国ジェット推進研究所NRC研究員。異方性不均質媒質中の電磁界計算法、VLF波によるD層電子密度計測法の開発、衛星搭載用プラズマ波動観測装置 (EXOS-D, GEOTAIL, PLANET-B) の開発に従事。工博。昭62地球電磁気・地球惑星圏学会田中館賞受賞。地球電磁気・地球惑星圏学会、アメリカ地球物理学会 (AGU) 各会員。



八木谷 聡 (正員)

昭63金沢大・工・電気・情報卒。平2同大大学院修士課程了。平5同大学院博士課程了。同年同大電気・情報助手。現在、同大講師。科学衛星およびコンピュータシミュレーションによる磁気圏プラズマ波動解析の研究、火星探査衛星 (PLANET-B) 搭載用低周波波動観測装置の開発に従事。工博。地球電磁気・地球惑星圏学会、アメリカ地球物理学会 (AGU) 各会員。