

# 主き裂先端近傍に平行干渉き裂が存在する場合の E積分によるエネルギー解放率の数値解析†

阿部孝弘\* 矢富盟祥\*\* 橋本堅一\*\*\*

## E-Integral Analysis of a Crack with Parallel Interacting Cracks

by

Takahiro ABE\*, Chikayoshi YATOMI\*\* and Ken-ichi HASHIMOTO\*\*\*

In this paper, we investigate crack extension behaviors for a linear isotropic elastic body with two parallel interacting cracks at the neighborhood of the main crack tip. By using the E-integral which is path independent even for a path containing stationary crack tips, we compute the energy release rate for all the crack tips at the onset of crack kinking. As a result, assuming the isotropy of fracture toughness of the body and judging from the criterion based on the energy release rate, we find that there exist the relative positions of the interacting cracks which promote or interrupt the straight extension of the main crack and which make the main crack jump to an extension of an interacting crack.

**Key words :** Fracture mechanics, Energy release rate, E-integral, Crack interaction, Finite element method, Fracture toughness

### 1 緒 言

岩石やコンクリートのような非均質な材料中におけるき裂の進展特性は、材料の構成物質の種類や組み合わせの影響、潜在き裂の存在、および構成物質相互の界面の影響等により、多数のき裂が干渉し合う非常に複雑な状況となっている。物質内に多数のき裂が存在する時、き裂の長さや、き裂相互の位置関係によって、き裂の進展を助長させたり、あるいは逆にき裂の進展を抑制したりするような相互干渉状態にある。また、き裂の位置関係によっては、折れ曲がり進展する場合や、他のき裂先端に飛び移り進展する場合も生じる。このようなき裂の挙動を微視的に、破壊力学的な立場から論ずることは、岩石やコンクリートのように引張強度が非常に小さく、ぜい性破壊を起こすような材料では重要である。

本研究では、このような背景のもとに、物質内に複数のき裂が存在する時の、それらの相互干渉の影響を把握するため、一様引張を受ける均質な線形等方弾性体帯板中央にある片側き裂（以後主き裂と呼ぶ）先端近傍に、それと平行な主き裂より短い、長さの等しい2本のき裂（以後干渉き裂と呼ぶ）がある場合を想定し、破壊じん性の等方性を仮定し、き裂の進展がエネルギー解放率による破壊規準に従うものとして、複数き裂の進展特性を考察する。

破壊規準の代表的なパラメータとして、応力拡大係数とエネルギー解放率が挙げられるが、前者は線形破壊力学を基礎としているため、線形弾性体のみを対象としているのに対して、後者は非線形の物質に対しても適用可能であり、前者より一般性がある。本研究では、線形弾性

体を対象とした解析を行ったが、今後、岩石やコンクリート等のような物質において非線形性が重要となる場合の解析を行うことを考慮して、破壊規準パラメータとしてエネルギー解放率を用いる。

本研究では、エネルギー解放率はE積分<sup>1), 2)</sup>による有限要素解析から求めた。E積分は、準静的なき裂進展である限り、周知のJ積分とは異なり、非均質材料、非直線的なき裂、任意方向に進展した瞬間時等の場合でも、複数のき裂端を含む任意の経路で、経路独立な積分により、求めようとする進展き裂先端からのエネルギー解放率を得ることができるため、本研究のようにき裂の干渉問題には非常に有効である。

複数のき裂の相互干渉の問題は、これまで無限板中央にあるき裂を対象として、石田<sup>3)</sup>、Hori and Nemat-Nasser<sup>4)</sup>、Hori and Nemat-Nasser<sup>5)</sup>等の研究で、半解析的に求めた応力拡大係数を用いて考察している。Binienda and Arnold<sup>6)</sup>は応力拡大係数からひずみエネルギー解放率を導出して、異方性無限板における折れ曲がりを含めた、き裂の相互干渉を検討している。しかしながら、干渉き裂を含めた、すべてのき裂先端を解析して進展特性を考察したものは、著者らの知る限り皆無である。

また、き裂の折れ曲がりに関する報告も無限板中央にあるき裂を対象としては、Wu<sup>7)</sup>に代表されるように数多くあるが、片側き裂を対象としたものは、数学的困難さのためほとんど見当たらない。

著者らはこれまでに、E積分をき裂の干渉問題に適用することの有用性を示し<sup>8)~10)</sup>また、き裂相互の位置関係が微妙に異なるだけで、主き裂の進展特性が大きく変

† 原稿受理 平成9年12月9日 Received Dec. 9, 1997

\* 正会員 福井工業高等専門学校環境都市工学科 〒916-0064 鯖江市下司町, Fukui National College of Tech., Geshi-cho, Sbae, 916-0064

\*\* 正会員 金沢大学工学部土木建設工学科 〒920-0942 金沢市小立野, Dept. of Civil Eng., Kanazawa Univ., Kodatsuno, Kanazawa, 920-0942

\*\*\* 正会員 徳山工業高等専門学校土木建築工学科 〒745-0801 徳山市久米高城, Tokuyama College of Tech., Kume, Tokuyama, 745-0801

化する場合があることを明らかにした。

本研究では、主き裂だけでなく、干渉き裂の一端が折れ曲がり進展する瞬間時のエネルギー解放率をも解析し、ある位置関係においてどのき裂先端がどの方向に最も進展する可能性が大きいかを検討する。現実の岩盤やコンクリート中のき裂を忠実に考察するのであれば、非均質物質をモデル化した解析を考えなければならないが、本研究の主目的は、き裂相互の位置関係がき裂の進展特性に及ぼす影響を検討することであるため、均質な等方線形弾性体を仮定した。

## 2 解析方法と解析モデル

エネルギー解放率を求めるための E 積分の式は線形弾性体の場合、次式で表わせる。<sup>1), 2)</sup>

$$E(l) = \int_{\Gamma} \left( \frac{1}{2} \mathbf{s} \cdot \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial l} - \frac{1}{2} \frac{\partial \mathbf{s}}{\partial l} \cdot \mathbf{u} \right) ds \quad (1)$$

ここに、 $\Gamma$  は進展き裂先端を含む領域の境界、 $\mathbf{s}$ 、 $\mathbf{u}$  は  $\Gamma$  上での表面応力ベクトルおよび変位ベクトルであり、 $l$  はき裂長さである。また、 $l$  による偏微分は右微分係数 ( $\Delta l \rightarrow +0$ ) を示す。等方線形弾性体の場合、E 積分は周知のように応力拡大係数  $K_I$ 、 $K_{II}$  と、平面応力状態では次式の関係になる。E はヤング係数である。

$$E = \frac{1}{E} (K_I^2 + K_{II}^2) \quad (2)$$

式 (1) を有限要素解析に用いるため、次式 (3) のように  $l$  に関する微分項に 2 点差分近似を行う<sup>11)</sup>。

$$E = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left\{ \mathbf{s}_i(l) \cdot \frac{\mathbf{u}(l+\Delta l) - \mathbf{u}_i(l)}{\Delta l} - \frac{\mathbf{s}_i(l+\Delta l) - \mathbf{s}_i(l)}{\Delta l} \cdot \mathbf{u}_i(l) \right\} \quad (3)$$

ここに、 $n$  は経路における節点の数、 $\mathbf{s}_i$  は各節点における表面力ベクトル、 $\mathbf{u}_i$  は各節点における変位ベクトル、そして  $\Delta l$  はき裂進展長さである。また、 $(l)$  および  $(l+\Delta l)$  は、それぞれ、き裂が進展する前と進展後のモデルの物理量を表している。

本研究で用いた解析モデルは、Fig. 1 に示すように、横幅  $W$  の均質な線形等方弾性体 (ヤング係数  $E = 6.86 \times 104 \text{MPa}$ , ポアソン比  $\nu = 0.15$ ) よりなる無限長帯板中央に長さ  $l$  の片側き裂 (主き裂) があり、主き裂先端近傍に主き裂と平行に長さ  $2a$  の 2 つのき裂 A, B (干渉き裂) がある場合を想定した。平面応力状態を仮定し、便宜上、一様引張荷重の作用する方向を鉛直方向、それと直角の方向を水平方向と呼ぶことにし、主き裂先端を原点とした干渉き裂左端の水平方向の距離  $d$  (Fig. 1 で右向きを正とする) を水平き裂間距離、主き裂と干渉き裂との鉛直方向の間隔  $h$  を鉛直き裂間隔と呼ぶことにする。また、折れ曲がり角度  $\theta$  は上向きを正とする。すなわち主き裂先端および干渉き裂右端では直進方向から反時計回りを正、干渉き裂左端では時計回りを正とする。

解析モデルに対する有限要素近似モデルは、長さ  $17.32 \text{cm}$ 、幅  $W = 10 \text{cm}$  の有限長方形板とし、要素分割は定むずみ正三角形要素を基本とする水平方向 80 等分

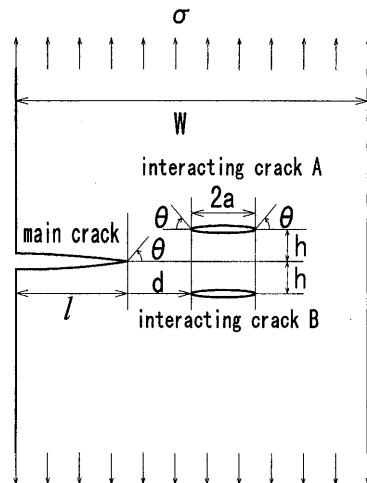


Fig. 1. Main crack and parallel interacting cracks.

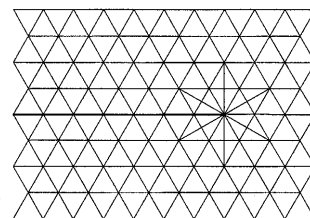


Fig. 2. Finite element meshes in the neighborhood of a crack tip.

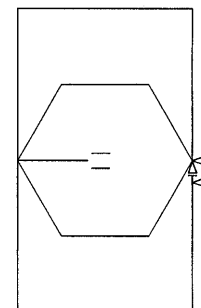


Fig. 3. Integral path and the boundary condition.

割、鉛直方向 160 等分割とした。

き裂先端では、Fig. 2 に示すように、正三角形を二分した要素で構成し、折れ曲がり角度  $\theta$  が、 $0^\circ$ ,  $\pm 30^\circ$ ,  $\pm 60^\circ$ ,  $\pm 90^\circ$ ,  $\pm 120^\circ$ ,  $\pm 150^\circ$  の計 11 方向で計算できるようにした。また、き裂進展モデルの節点座標値を変えることにより、 $\pm 15^\circ$  の方向の計算も行った。また、き裂進展長さ  $\Delta l$  は一要素の辺の長さにとったが、この値で十分な精度が得られることは次節で示す。

E 積分値を求めるための積分経路は、経路独立性を利用し、Fig. 3 に示すように、き裂先端付近における応力の数値計算上の誤差を避けるために、最も外側でできる正六角形の経路とした。尚、他の任意の経路を用いても経路独立性が成立することは確認してある。また、本モデルのように応力境界条件の場合は、本来不定であるべき剛体平行移動、および剛体回転が、数値解析すると数

値誤差により、一意に決定されてしまう場合が生じる。一方、理論的には E 積分値には客観性があり、それらの剛体移動に関し独立な値をもつが、数值解析した場合は、力の釣り合い条件が完全に満たされないことにより、客観性かつ経路独立性が失われ、E 積分値の誤差を大きくすることがある。そこで剛体移動をなくすために、Fig. 3 に示すように、主き裂のある横軸の最右端の節点を鉛直方向、水平方向共に拘束し、その真下の節点の水平方向のみを拘束して計算を行った。

本研究で解析を行ったき裂の位置関係は、Case 1 として  $l = 4\text{cm}$  ( $l/W = 0.4$ )、 $2a = 2\text{cm}$  ( $2a/l = 0.50$ )、 $h = 0.650\text{cm}$  ( $h/l = 0.1625$ ) とし、さらに、干渉き裂長さ  $2a$  のみを Case 1 の  $1/2$  とした Case 2、鉛直き裂間隔  $h$  のみを Case 1 の 2 倍とした Case 3 の 3 通りとした。また、各 Case ごとに、干渉き裂の水平方向の位置を変え、すなわち水平き裂間距離  $d$  を変えた場合における、主き裂先端および干渉き裂 A 両端が、それぞれ折れ曲がり進展瞬間時のエネルギー解放率を E 積分を用いて有限要素解析した。そして、干渉き裂の長さおよびき裂相互の位置関係が、き裂の進展挙動に及ぼす影響を考察した。

### 3 結果と考察

#### 3.1 主き裂のみが存在するときの解析結果

E 積分による方法がき裂のエネルギー解放率の解析に有効であることを示すために、主き裂 ( $l/W = 0.4$ ) のみが存在するときにおける、主き裂先端が折れ曲がり進展する瞬間時のエネルギー解放率を、E 積分によって数值解析した結果を Fig. 4 に示す。横軸は折れ曲がり角度  $\theta$  である (Fig. 1 参照)。○印が数值解析をした折れ曲がり方向における値であり、実線はそれらをスプライン曲線近似したものである。ただし、エネルギー解放率は一様引張を受ける無限長有限幅帯板の片側中央にある主き裂が直進するときの応力拡大係数の解析的級数解  $K_I^{(12)}$  を線形等方弾性体を仮定しているためエネルギー解放率に換算することができ、その換算した値  $G_0$  で除して、正規化してある。以後の議論でも、同様に  $G_0$  を 1 つの基準値と考

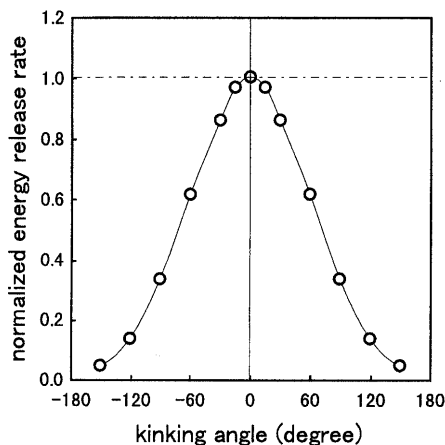


Fig. 4. Energy release rate for an extending main crack without any interacting cracks.

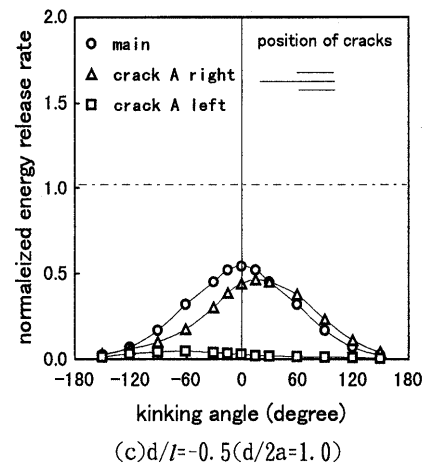
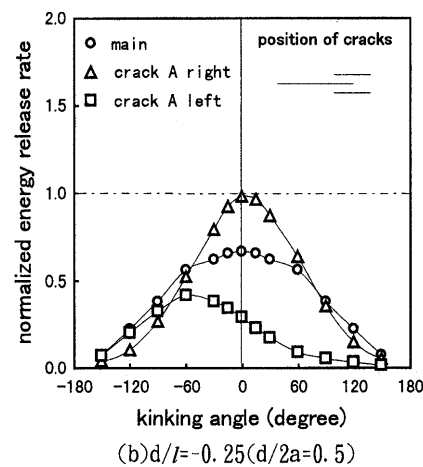
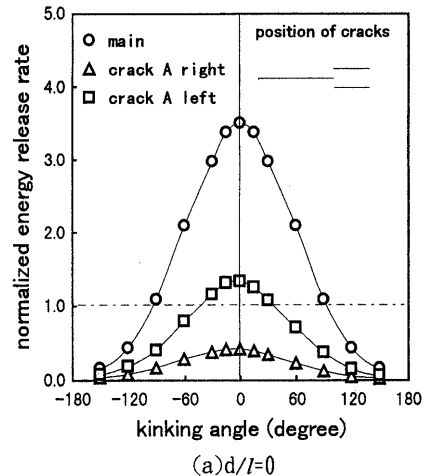


Fig. 5. The variations of energy release rate with two interacting cracks.

え、数值解析により得られたエネルギー解放率は、この  $G_0$  で除した正規化した値で表す。

Fig. 4 から、き裂が直進する時、すなわち折れ曲がり角度が  $0^\circ$  の時の E 積分による解析値は、 $G_0$  と非常によく一致しており、その差は約 0.4% であった。また、折れ曲がり角度が大きくなるのにしたがって、エネルギー解放率は滑らかに減少しており、ここで破壊じん性の等方性を仮定し、エネルギー解放率による破壊規準に従えば、

き裂は直進するという自明の結果が得られる。

このように E 積分による方法は、従来の J 積分では取り扱うことが困難な、き裂折れ曲がり瞬間時のエネルギー解放率の値を、特異要素等を用いなくても比較的簡単な有限要素法により、き裂が直進するときと同様な手順で精度の良い解析が行える非常に有用な手法である。ただし、き裂長さを変えたり、要素分割を変更した場合には、無限長帯板の解析解との差は Fig. 1 の結果よりも、若干大きくなる場合がある。しかし、種々解析を試みた結果、その差は最大 2% 以内であることを確認している。

### 3・2 2本の干渉き裂が存在する場合の解析結果

次に、2本の干渉き裂が存在する場合の解析結果を示す。Fig. 5 (a), (b) および (c) はそれぞれ、Case 1 において干渉き裂の位置が  $d/l = 0$ ,  $d/l = -0.25$  および  $d/l = -0.5$  における解析結果を示したものである。○印が主き裂先端、△印が干渉き裂 A 右端、▽印が干渉き裂 A 左端がそれぞれ折れ曲がり進展瞬間時における正規化したエネルギー解放率である。したがって図中の縦軸 1.0 が主き裂 1 本だけが存在し、それが直進するときのエネルギー解放率に相当する。実線は解析値をスプライン曲線近似したものである。横軸は折れ曲がり角度である。なお、主き裂の下側にある干渉き裂 B 両端におけるエネルギー解放率は、解析の結果、干渉き裂 A と同じ値となることを確認したため省略してある。

干渉き裂左端と主き裂先端の水平方向の位置が等しい  $d/l = 0$  のときには、主き裂先端が直進するときのエネルギー解放率が干渉き裂の存在によって拡大され、その値は主き裂のみが存在する場合の約 3.5 倍になっている。したがって、帯板の鉛直引張破壊強度（以降、単に引張破壊強度と呼ぶ）は主き裂のみが存在する場合に比べ小さくなる。また、主き裂のエネルギー解放率の値は、干渉き裂両端におけるエネルギー解放率に比べ  $\theta = 0^\circ$  で顕著に大きく、主き裂の直進方向特性は安定な状態にある。

干渉き裂中央と主き裂先端の水平方向の位置が等しい  $d/l = -0.25$  の時には、主き裂先端が 2 つの干渉き裂の中に入っていることにより、応力の伝達が遮断されるため、主き裂先端におけるエネルギー解放率はかなり小さくなり、かわって、干渉き裂右端が進展するときのエネルギー解放率が最大となる。そしてその大きさは主き裂のみが存在し、それが直進するときの値とほぼ等しいことから、このような位置関係の時には、荷重を増やすと主き裂は進展せず、干渉き裂右端に飛び移り進展する可能性が大きくなる。ただし、方向は、 $0^\circ$  と  $+15^\circ$  における解析値に差がほとんどないことから、直進か多少上向きかで方向不安定な状態である。このような飛び移り現象は、岩石、コンクリート等のき裂進展状況においてしばしば見られるものである。

干渉き裂右端と主き裂先端の水平方向の位置が等しい  $d/l = -0.5$  の時には、すべてのき裂先端におけるエネルギー解放率が主き裂のみが存在し、それが直進するときの値よりも小さくなっており、干渉き裂が存在することによって、き裂の進展が抑制されていることがわかる。し

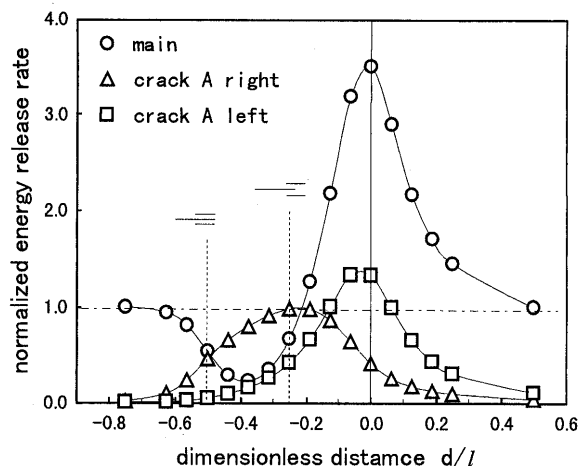


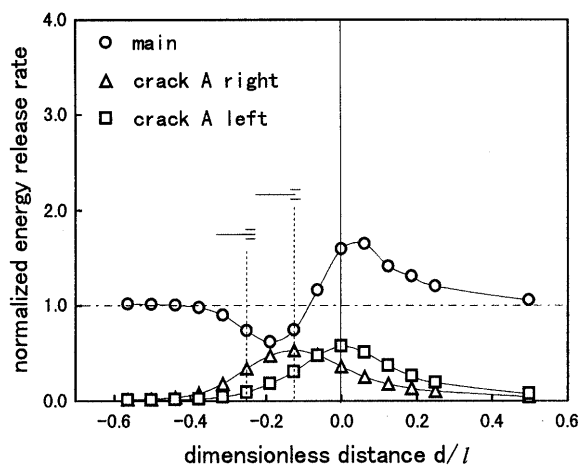
Fig. 6. The variations of maximum energy release rate (MAXE) with two interacting cracks (Case 1).

Table I. The direction of maximum energy release rate (MAXE) for Case 1.

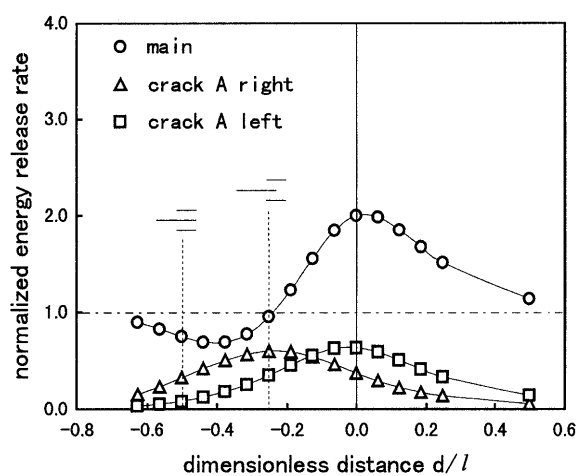
$d/l$	$d/2a$	main	crack A right	crack A left
-0.750	-1.500	0	+60	-60
-0.625	-1.250	0	+60	-60
-0.563	-1.125	0	+30	-60
-0.500	-1.000	0	+15	-60
-0.438	-0.875	0	+15	-60
-0.375	-0.750	0	+15	-60
-0.313	-0.625	0	+0	-60
-0.250	-0.500	0	+0	-60
-0.188	-0.375	0	+0	-60
-0.125	-0.250	0	+0	-30
-0.063	-0.125	0	-0	-15
0.000	0.000	0	-0	-0
0.063	0.125	0	-0	+0
0.125	0.250	0	-15	+15
0.188	0.375	0	-15	+15
0.250	0.500	0	-15	+15
0.500	1.000	0	-15	+15

たがって、干渉き裂がこの位置にあると、帯板の引張破壊強度は主き裂のみが存在する場合に比べて大きくなる。

このように、干渉き裂の水平方向の位置が異なると、き裂の進展状況が大きく異なることがわかる。そこで、水平き裂間距離  $d$  を変えた、それぞれの場合における、各き裂先端の折れ曲がり進展瞬間時のエネルギー解放率の最大値を、横軸に水平き裂間距離  $d$  をとって、Fig. 6 に示す。ただし、 $d$  は主き裂長さ  $l$  で除して無次元化してある。ここで、以後の説明の都合上、これらの最大値を MAXE と呼ぶことにする。なお、Fig. 6 中にはき裂の位置関係がわかりやすいように、主き裂先端と干渉き裂中央の水平方向の位置が等しいとき、および主き裂先端と干渉き裂右端の水平方向の位置が等しいときの位置関係を図示してある。Table I は MAXE の得られた折れ曲がり角度の方向を表にしたものである。太枠で囲んである



(a) Case 2



(b) Case 3

Fig. 7. The variations of maximum energy release rate (MAXE) with two interacting cracks.

部分が、その時の干渉き裂の位置でエネルギー解放率が最大となったき裂先端である。ここに、折れ曲がり角度  $0$  の符号の意味は、干渉き裂両端ではき裂面に対して応力の分布が非対称となるため、解析結果としては直進方向が最大となったが、その前後の解析値 ( $\pm 15^\circ$ ) を比較して上向きが大きければ + を、下向きが大きければ - を付けてある。したがって  $+0$  となっていれば実際には直進方向よりも多少上向きの方向のエネルギー解放率が大きいことを意味する。

干渉き裂の水平方向の位置の違いによる主き裂先端の MAXE は、 $d = 0$  の時に、ほぼ最大であり、干渉き裂の存在によって、主き裂進展の可能性が最も大きくなる位置関係であることがわかる。干渉き裂がこの位置から右 ( $d > 0$ ) に存在するにしたがって、主き裂先端の MAXE は徐々に小さくなっていき、 $d/l \approx 0.5$  になるとほとんど干渉き裂の影響はなくなり、主き裂のみが存在する場合の値と等しくなる。また、このとき干渉き裂両先端におけるエネルギー解放率は干渉き裂のみが存在する場合の値に近づくと、その値はほとんど  $0$  であり、干渉き裂は進

展しない。

干渉き裂が  $d = 0$  の位置から左 ( $d > 0$ ) に存在して行くと、主き裂先端の MAXE はやはりしだいに小さくなっていき、干渉き裂中央と主き裂先端の水平方向の位置が等しくなる  $d/l = -0.25$  の位置をほぼ過ぎると、干渉き裂の存在によって主き裂先端付近の応力の伝達が遮断されるために、主き裂のみが存在する場合における値よりも小さくなる。すなわち  $d/l$  が約  $-0.25$  より小さい場合、引張破壊強度は主き裂のみが存在する場合に比べ大きくなる。そして MAXE は  $d/l \approx -0.38$  ( $d/2a \approx -0.75$ ) の時に最小となり、干渉き裂がさらに左に存在すると再び大きくなっていくが、干渉き裂右端が主き裂先端から離れると干渉き裂による影響はなくなり、 $d/l$  が約  $-0.625$  ( $d/2a$  では  $-1.25$ ) より小さい場合には、主き裂のみが存在する場合の値とほぼ等しくなる。

一方、Fig. 6 からわかるように、干渉き裂左端の位置が主き裂と重なっている場合 ( $d < 0$ ) のうち、特に、約  $-0.5 < d/l < -0.25$  の範囲では、干渉き裂右端が進展する瞬間時のエネルギー解放率 MAXE の方が、主き裂先端における MAXE よりも大きく、このような位置関係の時は、前述したように荷重を増やした場合、主き裂は進展せず、干渉き裂右端に飛び移り進展する可能性が大きくなる。

また、Table I からわかるように、主き裂先端におけるエネルギー解放率はモデルの対称性から、応力分布が上下対称となり、干渉き裂の水平方向の位置にかかわらず、直進方向が最大となるが、干渉き裂先端では、応力の分布が上下非対称となるため、直進進展におけるエネルギー解放率が最大とはならない。このことは、Case 2, 3 についても同様であった。特に、Case 1 の場合で、飛び移り進展する可能性が大きい約  $-0.5 < d/l < -0.25$  の範囲では、干渉き裂 A 右端におけるエネルギー解放率は、主き裂のない側である上向き  $+0^\circ$  から  $15^\circ$  で最大となり、エネルギー解放率最大の規準に従うと、その方向に折れ曲がり進展することになる。

次に、Fig. 7 (a), (b) はそれぞれ Case 2, Case 3 における解析結果を、Case 1 における Fig. 6 と同様に示したものである。Case 2 は干渉き裂長さ  $2a$  を Case 1 の  $1/2$  とした場合、Case 3 は鉛直き裂間隔  $h$  を Case 1 の  $2$  倍とした場合である。

Case 2, Case 3 では、干渉き裂が主き裂に及ぼす影響が Case 1 に比べ小さくなり、主き裂先端における曲線の凹凸は滑らかとなり、干渉き裂の水平方向の位置が異なるすべての位置関係で、主き裂先端が直進する際のエネルギー解放率が、干渉き裂両端における値よりも大きくなっている。したがって、干渉き裂長さが短い場合、あるいは鉛直き裂間隔が大きい場合は、干渉き裂への飛び移り進展は生ずることなく主き裂が直進進展する。また、主き裂先端の MAXE が最大となる干渉き裂の水平方向の位置は、Case 2 では Case 1 とは異なり干渉き裂左端が主き裂先端から右に少し離れた位置になっている。Case 3

では Case 1 と同様、ほぼ  $d = 0$  の時が最大であるが、Case 1 ほどその大きさは顕著ではなく、干渉き裂左端が主き裂先端から右に少し離れた位置に存在する場合の値とほとんど同じである。

主き裂先端におけるエネルギー解放率が最も小さくなる干渉き裂の水平方向の位置は Case 1~Case 3 すべてにおいて  $d/2a \approx -0.75$  ( $d/l$  で表わすと、Case 1, Case 3 では  $d/l \approx -0.38$ , Case 2 では  $d/l \approx -0.19$ ) の時である。正規化されたエネルギー解放率が 1 より大きくなる干渉き裂の位置関係にある時が、引張破壊強度は主き裂のみが存在する場合より小さくなり、1 より小さい場合は大きくなるから、上記の結果から、Case 2, 3 では  $d/2a \approx -0.75$  の時が干渉き裂への飛び移り進展を生じることなく、最も引張破壊強度が大きいことになる。

また、干渉き裂の存在が主き裂に影響を及ぼさない干渉き裂の水平方向の位置は、Case 1 と同様に、干渉き裂が主き裂先端から右に離れて存在する場合は、 $d/l$  が約 0.5 より大きいときであり、干渉き裂の水平方向の位置が主き裂と重なって存在する場合は Case 1~Case 3 すべてにおいて、 $d/2a$  が約 -1.25 より小さい時 ( $d/l$  で表わすと、Case 1, Case 3 では約 -0.63 より小さい時、Case 2 では約 -0.31 より小さい時) である。

#### 4 結 言

本研究では、一様引張を受ける均質な線形等方弾性体よりなる有限幅帯板中央にある片側き裂 (主き裂) 先端近傍に、主き裂と平行な 2 本の干渉き裂が存在する場合における各き裂先端の進展特性を、材料の破壊じん性の等方性を仮定し、き裂の進展がエネルギー解放率による破壊規準にしたがうものとして考察した。また、エネルギー解放率は E 積分によって求めた。本研究で得られた結果を要約すると以下のとおりである。

(1) 2 本の主き裂と平行な干渉き裂が存在する場合、干渉き裂の水平方向の位置の違いによる、各き裂先端におけるエネルギー解放率が最大となる方向は、主き裂先端では直進方向であり、干渉き裂先端では、応力の分布が上下非対称であるために、直進方向とはならない。

(2) 干渉き裂の存在が、主き裂に影響を及ぼさない干渉き裂の水平方向の位置は、干渉き裂が主き裂先端から右に離れて存在する場合は水平き裂間距離  $d$  と主き裂長さ  $l$  の比  $d/l$  が約 0.5 より大きい時であり、干渉き裂が主き裂と重なっている場合は  $d$  と干渉き裂長さ  $2a$  の比  $d/2a$  が約 -1.25 より小さい時である。特に、主き裂先端が最も進展しにくい、すなわち主き裂先端におけるエネルギー解放率が最小となる干渉き裂の水平方向の位置は  $d/2a \approx -0.75$  の時である。

(3)  $d/2a$  が約 -0.5 よりも小さい時、主き裂先端が進展する際のエネルギー解放率は、主き裂のみが存在し、そ

れが直進する時の値よりも小さくなり引張破壊強度は大きくなる。

(4) しかし、Case 1 のように干渉き裂の長さがある程度長く、鉛直き裂間隔が小さい場合で、主き裂先端の水平方向の位置が干渉き裂と重なり、ほぼ  $-0.5 < d/l < -0.25$  の範囲の時、主き裂は進展せず、干渉き裂右端に飛び移り進展する。

(5) 逆に、主き裂と干渉き裂との重なる部分が小さい場合は、主き裂先端が進展する時のエネルギー解放率は、干渉き裂がない場合より大きくなり、引張破壊強度は小さくなる。その場合、 $d = 0$ 、すなわち主き裂先端と干渉き裂左端がほぼ同一位置近傍にある場合のエネルギー解放率が最も大きくなり、引張破壊強度はこのとき最小になる。

本研究では、干渉き裂が主き裂に平行に存在する場合の解析を行ったが、本研究で用いた E 積分による有限要素解析の手法は、非線形物質においても任意の積分経路で進展するき裂先端のエネルギー解放率を求めることができるため、干渉き裂の本数が多い場合、また、き裂が傾いている場合等の種々の位置関係における解析を試みると共に、コンクリートや岩盤中のき裂進展により近い非線形モデルでの解析をも行っていくことを今後の課題としたい。

#### 参 考 文 献

- 1) C. Yatomi, Int. J. Solid Structure, **19**, 183 (1983).
- 2) 矢富盟祥, 材料, **35**, 767 (1986).
- 3) 石田 誠, 日本機学会論文集, **35**, 1815 (1969).
- 4) H. Horii and S. Nemat-Nasser, In Advances in aerospace structure, material and dynamics, **AD-06**, 111 (1983) ASME.
- 5) M. Hori and S. Nemat-Nasser, J. Mech.Phys.Solids, **35**, 601 (1987).
- 6) W. K. Binienda and S. M. Arnold, J. Fracture, **71**, 213 (1995).
- 7) C. H. Wu, J. Elasticity, **8**, 235 (1978).
- 8) 阿部孝弘, 橋本堅一, 矢富盟祥, 小森友明, 土木学会第 26 回岩盤力学に関するシンポジウム論文集, **66** (1995).
- 9) 阿部孝弘, 矢富盟祥, 橋本堅一, 日本材料学会第 8 回破壊力学シンポジウム論文集, p.97 (1995).
- 10) 矢富盟祥, 橋本堅一, 石田 啓, 日本機械学会論文集, **A-61**, 2521 (1995).
- 11) 橋本堅一, 矢富盟祥, 石田 啓, 土木学会論文集, No.513/I-31, 17 (1995).
- 12) 白鳥正樹, 三好俊郎, 松下久雄, “数値破壊力学”, p.75 (1980) 実教出版.