

衝撃吸収エネルギーおよびピーク荷重を考慮した柱状シェル構造材の多目的最適設計

メタデータ	言語: Japanese 出版者: 公開日: 2017-10-03 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 山崎, 光悦, 北山, 哲士, 牛田, 卓宏, Yamazaki, Koetsu, Kitayama, Satoshi, Ushida, Takahiro メールアドレス: 所属:
URL	https://doi.org/10.24517/00008070

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 3.0 International License.



衝撃吸収エネルギーおよびピーク荷重を考慮した 柱状シェル構造材の多目的最適設計*

山崎光悦^{*1}, 北山哲士^{*2}, 牛田卓宏^{*3}

Multi-Objective Design Optimization Considering the Energy Absorption and Peak Crushing Load

Koetsu YAMAZAKI^{*4}, Satoshi KITAYAMA and Takahiro USHIDA

^{**}Graduate School of Natural Science and Technology, Kanazawa University,
Kakuma-machi, Kanazawa-shi, Ishikawa, 920-1192 Japan

This paper deals with a multi-objective optimization problem of crushing energy absorption of basic box-type column structures. This paper has tried to show the influence of dimensions of polygon, thicknesses of outer wall and inside diaphragms to the absorbing behaviors and the crushing peak force by the CAE simulation using LS-DYNA. Then, this design problem is formulated as a multi-objective design optimization problem considering the maximization of total absorbing energy by crushing of column, and the minimization of crushing force peak during energy absorption. The response surface approximation technique is adopted to get the Pareto optimum with small numbers of CAE simulation of crushing. The suggested formulation is applied to solve the box-type shell structures with diaphragm and hexagonal-type shell structures with diaphragm. Finally, it is found that the shell structures with diaphragm, which connects the center of cross section and midpoint of each edge of side wall, show better energy absorbing performance in comparison with the structures with diaphragm connecting the center of cross section and the apexes of side walls.

Key Words : Design Engineering, Structural Design, Optimum Design, Shock Absorption, Multi-Objective Design

1. はじめに

自動車の構造は、乗員を保護するために高い衝突安全性が必要となることから、車体前部構造の衝撃圧潰現象の解析や、衝撃エネルギー吸収構造材の開発・研究が重要となっている。特に、車体前部構造へ適用する衝撃吸収構造材には、高いエネルギー吸収性能が要求されると同時に、燃費や運動性能の向上のために、軽量化やコンパクト性も求められている⁽¹⁾⁻⁽⁴⁾。現在、多くの自動車のフロントサイドメンバーでは、衝撃吸収構造材として図1(a)に示すような柱状シェル構造が用いられている。

衝撃時における吸収エネルギーを増大させるためには、一般に柱状シェル構造材の寸法や板厚を増大させればよいが、これでは衝撃時における初期圧潰荷重(以下、ピーク荷重と呼称)や体積、重量の増大を招いてしまう。すなわち、衝撃吸収エネルギー最大化とピーク荷重最小化の間にはトレードオフの関係があると

考えられ、衝撃吸収エネルギーを最大にしつつ、同時にピーク荷重を低減させるような設計が重要となる。

これまでに衝撃吸収エネルギー最大化に関する多くの研究がなされており、例えば著者らの1人は円筒や角筒の衝撃圧潰現象の動的陽解法によるシミュレーションの精度を平均圧潰荷重、構造効率、空隙率の観点から理論解、実験値と比較すると共に、外部補強材付き角筒の最大化設計法を示している⁽²⁾。また本研究で対象とする柱状シェル構造材に関しても、衝撃圧潰試験を通じて、その衝撃吸収エネルギーに関して検討が行われている。

柱状シェル構造材は押し出し加工によって製造されるため、複雑な断面形状を有する柱状シェル構造材の製作が可能である。近年では図1(b)に示すような多角

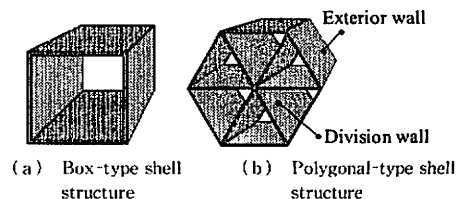


Fig. 1 Typical shell structures

* 原稿受付 2008年5月28日。

^{*1} 正員、フェロー、金沢大学工学部人間・機械工学科(〒920-1192 金沢市角間町)。

^{*2} 正員、金沢大学工学部人間・機械工学科。

^{*3} 学生員、金沢大学大学院自然科学研究科。

E-mail: yamazaki@t.kanazawa-u.ac.jp

形断面の柱状シェル構造材内部に隔壁を設けた柱状シェル構造材も開発されており、この隔壁を設けることにより、安定した座屈変形が起き、結果的には衝撃エネルギー吸収量が増大することが実験より確認されている⁽⁶⁾。柱状シェル構造材の形状や寸法、外壁板厚および隔壁板厚が、衝撃エネルギー吸収能に大きな影響を与えることから、これらを適切に設定することにより、衝撃吸収エネルギーを飛躍的に向上させることが期待できる。ただし前述の通り、衝撃吸収エネルギーの最大化のみではなく、ピーク荷重を同時に最小化することが重要であるため、多目的最適設計問題として定式化し、いくつかの設計案を求めることの検討が必要である。

そこで本研究では、理想的な圧潰状態、すなわち初期不整を考慮せず、また圧潰の最中に柱状シェル構造材が転倒等をせず一様に圧潰する状態を想定して、はじめに四角形断面を有する柱状シェル構造材の圧潰特性を数値シミュレーションにより調べ、解析モデルの妥当性について検討する。次にこの結果を基に、四角形および六角形形状を有する柱状シェル構造材の内部に隔壁を有するモデルを対象とし、質量が一定の条件下で衝撃吸収エネルギーを最大にしつつ、同時にピーク荷重を最小とするような多目的最適設計問題を設定し、パレート最適解を求めた。また、柱状シェル構造材に設ける隔壁の位置を変更し、隔壁の位置の相違による圧潰荷重の影響について考察を行った。

2. 四角形柱状シェルの解析モデルの検討

2.1 四角形断面の柱状シェル構造材圧潰理論

本解析で用いた四角形断面を有する柱状シェル構造材の形状を図2に示す。

図中に示すように断面幅を C 、板厚を T_1 、降伏応

力を σ_0 とすると、ひずみ速度を考慮した柱状シェル構造材の平均圧縮荷重 P_m は次式で表される⁽⁶⁾⁽⁷⁾。

$$P_m/M_0 = 38.12(C/T_1)^{1/2} [1 + (\dot{\epsilon}/D)^{1/2}] \dots\dots(1)$$

ただし、

$$M_0 = \sigma_0 T_1^2 / 4 \dots\dots\dots(2)$$

なお、平均圧縮荷重とは、圧潰するまでに要した圧縮荷重の平均値であり、文献(6)、(7)では一定速度で潰したときの時間平均(あるいはエネルギーを総変位で除した値)と定義されている。 D 、 q は材料定数であり、特に A 3000 系アルミ材の四角柱シェル構造材の場合は、 $D=6500 \text{ s}^{-1}$ 、 $q=4$ となる。 $\dot{\epsilon}$ はひずみ速度で V_0 を初速度として $\dot{\epsilon} = 0.33 V_0 / C$ で与えられる。

2.2 解析方法

本研究では、動的有限要素解析ソフトウェア LS-DYNA を用いてしわ同士の接触も考慮した数値シミュレーションを行った。質量 0.15 kg の四角形柱状シェル構造材を想定し、図2中に示される断面幅 C 、板厚 T_1 を設計変数として、表1に示すように設計変数をいくつか変更した3タイプのモデルを検討対象とした。なお、本論文ではこれらの隔壁の入っていない四角柱状シェル構造材を、以降、Type 40 モデルと呼ぶことにする。

解析モデルは、四辺形一次シェル要素を用いて離散化し、図3に示すように四角形柱状シェル構造材が初速度 15.28 m/s で剛体壁に衝突する解析を行った。また、四角柱状シェル構造材の圧潰を促進させるために、衝撃端の反対側端面の各節点には、圧潰に必要なかつ十分なエネルギーを供給するため四角柱状シェル構造材の 100 倍の質量 (15 kg) を一様に付加した。また、四角柱状シェル自体は対称性を考慮した簡易モデルの作成が可能であるが、各面ごとの非対称な圧潰パターンの発生も考慮して、本解析では柱状シェル構造材全体をモデル化した。モデルの材料はアルミニウム

Table 1 Design variables (Type 40)

Model No.	Thickness T_1 [mm]	Width of cross section C [mm]
401	2.50	50.0
402	1.00	75.0
403	1.00	100.0

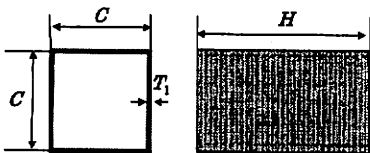


Fig. 2 Cross section of the box-type shell structure (Type 40)

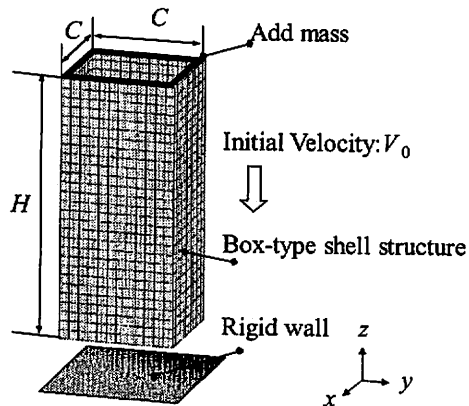


Fig. 3 Crush modeling

A 3000 系形材を想定し、密度 2705 kg/m^3 、縦弾性係数 69 GPa 、ポアソン比 0.33 、降伏応力 186 MPa 、降伏後の接線剛性係数 39.4 MPa とした等方硬化の双一次の線形硬化則を用いた。

2.3 荷重-変位曲線 解析結果の一例として、Model No. 401 の荷重-変位曲線を図 4 に示す。荷重は剛体壁からの反力を用いている。

まず、柱状シェル構造材が剛体壁に接触した瞬間、初期圧潰荷重(ピーク荷重)に達し、最初のしわの形成が始まる(図中 1st wrinkle)。その後、連続的な塑性圧潰によってしわの形成が起こる毎に小さな荷重ピークを生じ、変形が進行するにつれて上下動を繰り返しながら圧潰していく。図 4 中の斜線部では荷重が急激に上昇しているが、これは柱状シェル構造材が完全に圧潰した後さらに変形を進行させようとするために生じたものである。また衝撃吸収エネルギーは、荷重-変位図の積分値(図 4 の例では、荷重が急激に上昇する直前の変位が $0 \sim 0.1 \text{ m}$ までの部分の積分値)として求めた。

2.4 解析結果と考察 式(1)、(2)より求めた平均圧縮荷重の理論値と解析結果を表 2 に示す。

表 2 より、No. 402 と No. 403 を比較した場合、板厚が増加するに伴い、ピーク荷重が増大していること、また No. 401 と No. 402 を比較した場合、板厚と幅の増加の相乗効果により、さらにピーク荷重が増大していることが確認できる。また、解析結果と理論値を比較すると、Model No. 401 に関しては誤差が 1.8% と

小さな値を示し、本解析で用いた有限要素解析モデルの妥当性が確認できる。また、Model No. 402 および Model No. 403 に関しては誤差が 7.8% および 16.1% となり、Model No. 401 と比較すると大きな値を示したが、これは Model No. 402、Model No. 403 の両モデルとも、断面幅に対して板厚が非常に小さいため、式(1)の適用範囲である $7.5 < C/T_1 < 40.8$ から外れており、理論通りの圧潰パターンを示さなかったことが原因と考えられ、理論値と解析結果の誤差が約 10% 以内に収まっている Model No. 401、No. 402 について考えれば解析モデルは妥当であると考えられる。

3. 衝撃吸収エネルギーおよびピーク荷重を考慮した多目的最適設計

3.1 隔壁を有するモデルと解析方法 前章の結果を基に、四角形柱状シェル材の内部に図 5(a)、(b)に示すような隔壁を有する解析モデル Type 4A、Type 4B と、六角形柱状シェル材の内部に図 6(a)、(b)に示すような隔壁を有する解析モデル Type 6A、Type 6B を設計対象とした。なお図 5、6 は、柱状シェル構造材の断面図を示している。

図 5(a) および 図 6(a) は各頂点を対角に結ぶように隔壁を配置したモデル、図 5(b) および 図 6(b) は各辺の中点から隔壁を配置したモデルである。柱状シェル構造材が押し出し加工によって製造されていることを前提とし、隔壁と柱状シェル構造材を一体としてモデル化した。

Table 2 Comparison of the mean axial force (Type 40)

Model No.	Numerical result [kN]	Theoretical result [kN]	Relative error [%]
401	41.6	40.7	1.8
402	10.6	9.9	7.8
403	12.7	10.7	16.1

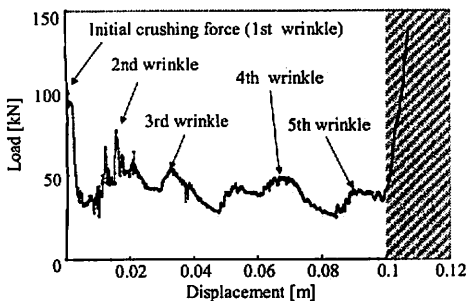


Fig. 4 Load-displacement curve (Model No. 401)

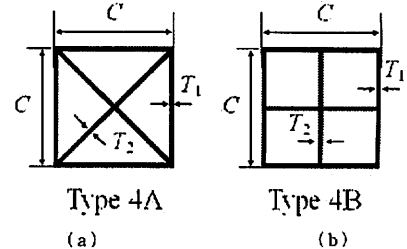


Fig. 5 Cross section of box-type shell structure

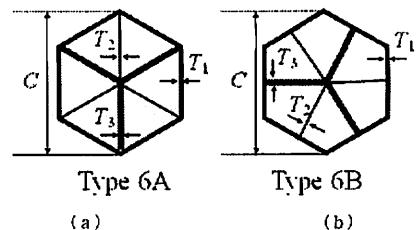


Fig. 6 Cross section of hexagonal-type shell structure

Table 3 Setting of design variables in the case of L9 orthogonal array (Type 4 A)

No	T_1 [mm]	T_2 [mm]	C [mm]	H [mm]	Total energy absorption [kJ]	Initial crushing force [kN]	Number of wrinkle
1	1.00	1.00	50	168	3.00	71.7	8(10)
2	1.00	1.75	75	85	3.23	142.3	2~3(2~3)
3	1.00	2.50	100	52	3.44	235.7	2(1)
4	1.75	1.00	75	78	3.22	156.9	2(2)
5	1.75	1.75	100	48	3.07	254.9	1~2(1)
6	1.75	2.50	50	85	4.48	148.8	3~4(3~4)
7	2.50	1.00	100	45	3.09	274.2	1(1)
8	2.50	1.75	50	80	4.76	158.2	4(4)
9	2.50	2.50	75	46	4.41	272.7	1(1)

解析手法は、2・2 節と同様とした。ただし、隔壁の剛性が柱状シェル構造材部分と異なる場合に一部の局所的な変形が進み、一様に圧潰しないことが想定されるため、付加質量をつけた部分(図3中の太線部)と隔壁上端部の x 軸および y 軸方向の変位を拘束し、 z 軸方向のみの一様変位を許容し、付加質量部と隔壁の上端部が同時に圧潰するようにした。

3・2 設計変数と制約条件 図5に示す四角形柱状シェルモデルでは、断面幅 C 、外壁板厚 T_1 および隔壁板厚 T_2 を設計変数とした。一方、図6に示す六角形柱状シェルモデルでは、断面幅 C と外壁板厚 T_1 に加え、2種類の隔壁板厚 T_2 、 T_3 を設計変数とした。側面制約条件の上下限値は以下の通りである。

$$1.00 \leq T_1, T_2, T_3 \leq 2.50 \dots\dots\dots (3)$$

$$50.0 \leq C \leq 100.0 \dots\dots\dots (4)$$

また図5および図6に示した解析モデルに対して、柱状シェル構造材の質量が一定(0.15 kg)となるような制約条件を課した。この制約条件により、図2中の柱状シェル構造材の高さ H が決まる。

3・3 応答曲面近似 本研究で対象としている衝撃圧潰シミュレーションは解析自体に長い計算時間を要し、最適化に数値計画法や遺伝的アルゴリズムに代表されるメタヒューリスティクスな方法を用いることは、計算コストの観点からも現実的ではない。そこで、いくつかの設計変数の組合せから得られるサンプル点とその応答値から関数空間を大まかに近似する方法である応答曲面法を用いて、各目的関数を近似する。具体的には、実験計画に基づく直交表を用いて、設計変数の組合せを決定し、その組合せから得られる衝撃吸収エネルギー E およびピーク荷重 P_{cr} を個別に応答曲面近似した。

図5、6に示した解析モデルの衝撃吸収エネルギーおよびピーク荷重を応答曲面近似する際、各設計変数の交互作用を考慮し、図5に示した解析モデルに関してはL9を、図6に示した解析モデルに関してはL27

を、それぞれ用いた。結果の一例として、図5(a)のモデル Type 4 A に用いた直交表および解析結果を表3に示す。

表3の最右端のしわ数の列の表記において、括弧内の数値は隔壁のしわ数であり、括弧の外の数値は柱状シェル構造材外壁のしわ数を表している。表3より板厚 T_1 、 T_2 が大きく、また断面幅 C が大きくなるほど衝撃吸収エネルギーおよびピーク荷重が増大することがわかった。また、どの解析モデルも外壁と隔壁のしわ数はほぼ一致しており、しわ数が多いほどピーク荷重は小さくなることが確認された。

表3の結果から、分散分析の結果、交互作用は主効果に比べ、無視できるほど十分小さかったため、それを無視した直交多項式を用いて作成した Type 4 A の各目的関数の応答曲面は次式のようにになった。

$$E = 2.79 \times 10^3 + 2.25 \times 10^5 T_1 + 1.00 \times 10^6 T_2^2 + 1.23 \times 10^6 T_2 - 1.58 \times 10^8 T_2^2 + 1.38 \times 10^4 C^2$$

$$P_{cr} = -9.64 \times 10^4 + 2.18 \times 10^7 T_1 + 9.99 \times 10^9 T_2^2 - 1.67 \times 10^7 T_2 + 1.49 \times 10^{10} T_2^2 + 2.59 \times 10^6 C - 1.06 \times 10^6 C^2$$

これらの目的関数を近似した応答曲面を利用し、パレートフロントを制約法によって求めた。制約法によって得られた離散的なパレート最適値を直線で結び、それらを図7(a)に示す。

同様の方法により、図5(b)の Type 4 B、図6(a)、(b)に示した断面形状を有するモデル Type 6 A、Type 6 B に対しても、それぞれパレートフロントを求めた。これらの結果をそれぞれ図7(b)、(c)、(d)に示す。

図7に示したパレートフロントにおいて、それぞれ特徴的と思われるパレートフロント上の点を拾い出し(図7中の点A~点L)、それらの点における衝撃吸収エネルギー、ピーク荷重、しわ数についてまとめたものを表4に示す。なお衝撃吸収エネルギーは、荷重-変位線図の積分値として求めた。

Table 4 Optimization of columnar shell

Cross section		T_1 [mm]	T_2 [mm]	T_3 [mm]	C [mm]	H [mm]	Total energy absorption			Initial crushing force			Number of wrinkle
							Response surface value [kJ]	Numerical result [kJ]	Relative error [%]	Response surface value [kN]	Numerical result [kN]	Relative error [%]	
	A	1.000	1.000	—	50.0	168.1	3.134	3.001	4.4	62.5	71.7	12.8	8(10)
	B	1.525	2.050	—	50.0	99.1	4.164	4.194	0.7	116.3	129.4	10.1	4(4)
	C	2.500	2.500	—	50.0	71.0	5.004	4.876	1.7	199.2	176.2	11.5	3(3)
	D	1.000	1.000	—	50.0	191.8	3.755	3.744	0.3	55.3	63.4	12.8	14~15(14)
	E	1.300	2.425	—	50.0	116.2	5.094	5.172	1.5	99.1	107.4	7.7	8~9(9)
	F	2.500	2.500	—	50.0	80.0	6.155	6.021	2.2	174.7	154.8	11.4	5~6(5)
	G	1.000	1.000	1.000	50.0	184.8	3.597	3.280	9.7	41.6	57.1	27.1	5~16(15~16)
	H	1.450	1.150	2.500	50.0	112.9	4.585	4.599	0.3	89.4	99.1	9.8	8~9(8~9)
	I	1.900	2.500	2.500	50.0	84.0	5.388	5.497	2.0	140.0	139.9	0.1	7(7)
	J	1.000	1.000	1.000	50.0	198.1	4.478	4.160	7.7	42.1	59.2	28.9	27(19)
	K	1.450	1.150	2.500	50.0	113.9	5.600	5.635	0.6	92.7	101.2	8.4	13(9~11)
	L	2.350	2.500	2.500	50.0	81.9	6.342	6.330	0.2	153.3	144.0	6.4	7~8(6)

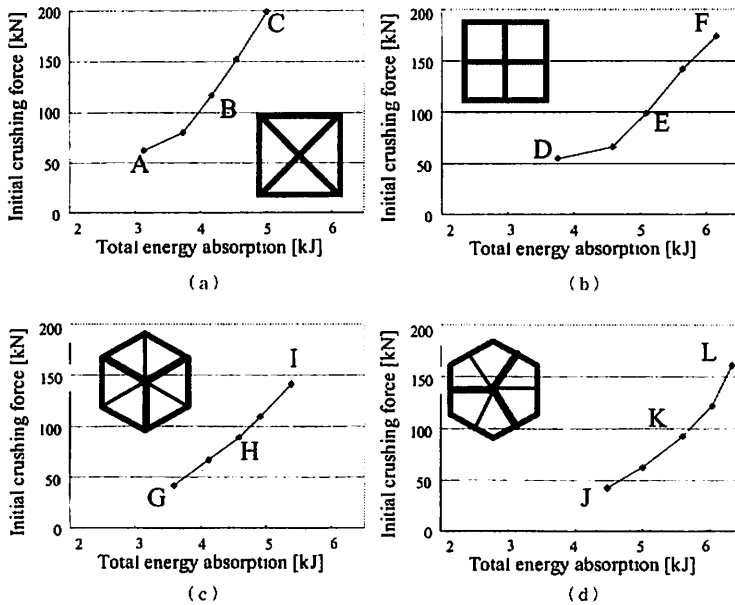


Fig. 7 Response surface for four design model

表4より、四角形および六角形断面形状を有する柱状シェル構造材に隔壁を有するものについて、断面形状により衝撃吸収エネルギー量は異なるが、図5(b)および図6(b)に示すようなモデルのほうが、図5(a)および図6(a)に示したモデルよりも衝撃吸収エネルギー量は高いことがわかる。

4. 隔壁の位置が与える影響

前章において、衝撃吸収エネルギーとピーク荷重を考慮した場合のパレートフロントを求めた。本章で

は、それらの結果を基に、パレートフロントの点の中でも特にバランスのとれた設計と思われる点(図7中の点B、点E、点Hおよび点K)について、隔壁の配置が与える影響について、荷重-変位曲線を基に考察する。

4・1 四角形断面を有する柱状シェル構造材 表4中の点Bおよび点Eにおける設計変数を用いて、荷重-変位曲線を求めた。荷重-変位曲線を図8に示す。

図8および表4より、図5(b)に示すモデルのほうが、図5(a)に示すモデルよりも衝撃吸収エネルギー

が大きく、またピーク荷重を低減できることがわかる。

4・2 六角形断面を有する柱状シェル構造材 表4中の点Hおよび点Kにおける設計変数を用いて、荷重-変位曲線を求めた。荷重-変位曲線を図9に示す。

図9および表4より、図6(b)に示すモデルでは図6(a)に示すモデルと比較した場合、初期ピーク荷重が若干大きいものの衝撃吸収エネルギーは大きいことがわかる。これは二次以降のピーク荷重が高いことが

主因である。

これらの結果より、内部に隔壁を有する柱状シェル構造材を用いて衝撃吸収エネルギーの増加を図りつつ同時にピーク荷重の低減を考える場合、隔壁は柱状断面の各辺の中点に接続するよう配置することが望ましいものと考えられる。すなわち、一般に柱状シェル構造材の断面角部は剛性が高く、隔壁を図5(b)のように内部に介在させることにより、図5(a)のように隔壁を介在させる場合よりも、角部を持つ断面構造がより多くでき、結果的に柱状シェル構造材の剛性は高く

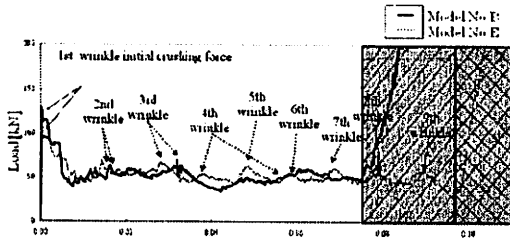


Fig. 8 Load-displacement curve (Model No. B, Model No. E)

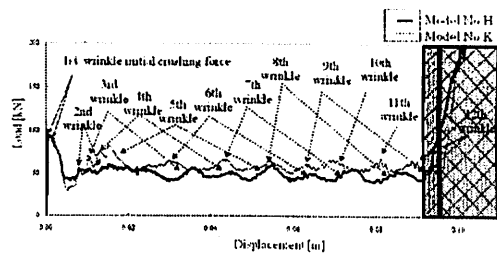


Fig. 9 Load-displacement curve (Model No. H, Model No. K)

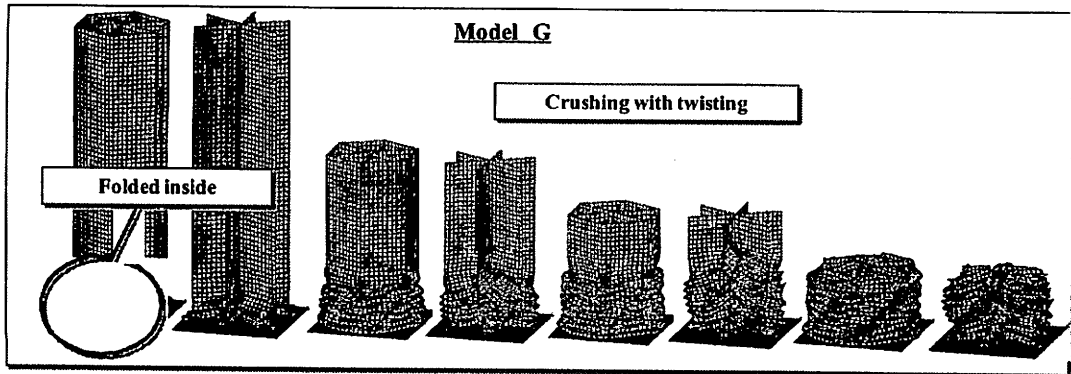


Fig. 10 The behavior of progressive crushing in the case of the cross section of Fig. 6 (a)

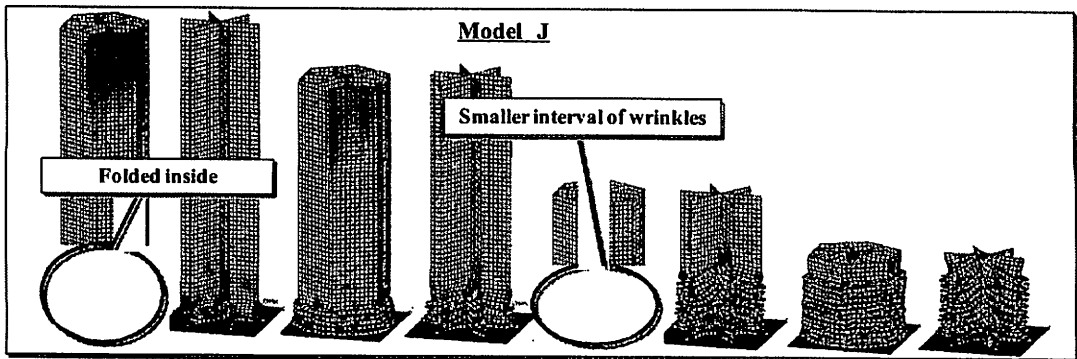


Fig. 11 The behavior of progressive crushing in the case of the cross section of Fig. 6 (b)

なると考えられる。また、剛性が高くなるとピーク荷重が増加することが予想されるが、圧潰過程において形成されるしわは、剛性の高い部分同士の間でできやすく、圧縮方向に生じる小さなしわは小さな荷重ピークで形成され、これらを連続的に発生させる圧潰現象が起こることを考慮すれば、結果的に小さな荷重ピークで衝撃吸収エネルギーを得ることが可能となると考えられる。

4.3 圧潰の様子 圧潰の一例として、表5中の点Gおよび点Jの圧潰の様子を図10および図11に示す。同図には、柱状シェル構造材の圧潰の様子と、内部に設定した隔壁の圧潰の様子を併せて示している。

図10の圧潰の様子より、図6(a)のように隔壁を接続した場合は、柱状シェル構造材と隔壁はねじられながら圧潰が進み、その結果としてピーク荷重の増大を招いていることがわかる。一方で、図6(b)のように隔壁を接続する場合は、小さなしわを形成しながら図11のように圧潰していく。圧潰過程において、小さなしわが形成され、対称性を保ちながら圧潰していくため、図6(a)のような隔壁を有するモデルに比べれば、ピーク荷重を抑えることができています。

5. 結 言

本研究では、隔壁を内部に有する柱状シェル構造材の衝撃吸収特性の基礎的性質について数値シミュレーションを通じ検討した。次に質量一定制約のもとに、断面幅、外壁板厚および隔壁板厚を設計変数として、衝撃吸収エネルギーの最大化を図りつつ、同時にピーク荷重を最小化するような多目的最適設計問題を設定して、隔壁の配置に関する検討を行った。

その結果、柱状シェル構造材は、隔壁を介在させることにより衝撃吸収効果を高めることが可能であること、また柱状シェル構造材の形状に関しては、四角形状よりも六角形状のほうが、衝撃吸収特性に優れていることがわかった。さらに隔壁の配置に関しては、柱状シェル構造材の断面内部に、多くの多角形

面を形成するような隔壁を配置することで、衝撃吸収エネルギーの増加とピーク荷重の低減を図ることができることが判明した。

本論文で扱ったシミュレーションモデルは、理想的な圧潰状態、すなわち初期不整を考慮せず、圧潰の最中に柱状シェル構造材が転倒等をせず一様に圧潰する状態を想定したものであり、必ずしも実用性を十分に考慮したモデルではないが、隔壁を有するモデルについて衝撃エネルギーの最大化とピーク荷重の最小化を同時に考慮する場合の隔壁の配置について得られた設計知見は基本的であり有用である。

今後は、六角形以上の多角形状を有する柱状シェル構造材に関し、同様な検討を行い、適切な多角形状の決定や、それに伴う隔壁の配置に関する検討、さらには実用化を視野に入れたビードや切欠きを有する柱状シェル構造材の圧潰特性や柱状シェル構造材の高さを一定とする制約を取り入れた設計などの検討が必要である。

文 献

- (1) Yamazaki, K. et al., Study on Maximization of Dynamic Crushing Energy Absorption of Cylindrical Shell Structures, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A*, Vol. 64, No. 620 (1998), pp. 1077-1083.
- (2) Han, J. and Yamazaki, K., A Study on Maximization of Dynamic Crushing Energy Absorption of Square Tubes with and without Stiffener, *JSME International Journal, Series A*, Vol. 43, No. 2 (2000), pp. 138-145.
- (3) Han, J. et al., Maximization of the Absorbing Energy for Dynamic Crushing of Thin-Walled Curved Beam, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A*, Vol. 66, No. 651 (2000), pp. 2001-2007.
- (4) Yamazaki, K. et al., Development of Cell Structures for Impact Energy Absorption with Film Rupture, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A*, Vol. 72, No. 723 (2006), pp. 1654-1661.
- (5) http://www.furukawa.co.jp/jiho/tj107/tj107_26.pdf
- (6) Abramowicz, W. et al., Dynamic Axial Crushing of Square Tubes, *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 2, No. 2 (1984(a)), pp. 279-208.
- (7) Abramowicz, W. et al., Dynamic Axial Crushing of Circular Tubes, *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 2, No. 3 (1984(b)), pp. 263-281.