

京大工 田中啓介
金沢大教育 広瀬幸雄

京大院 中井善一

1 緒言

機械構造物の疲労あるいは破壊の発起点は通常応力集中部であり、このための強度の低下は疲労破壊に関して特に多く研究されてきた。ここで切欠先端半径の小さいいわゆるき裂状切欠に対しては破壊力学的手法が用いられてきたが次の二つの問題がある。(1)き裂に対して応力拡大係数Kの下限界値で進展性が論じられたが、この値はき裂が小さいとき低下する。(2)深い有限半径ρを有する切欠に対してはK/√ρをもってき裂の発生が論じられるが、ρ→0のときある有限のKに近づく。本研究では仮想(有効)き裂長さおよび仮想(有効)切欠半径の概念によりこれらの場合の強度を工学的に整理する方法を明らかにする。前者はHaddadらまた筆者らによってすでに有効性が確かめられており、後者はここで新たに提案するものでありこれとをまとして述べる。

2 解析

疲労き裂の発生限界は拉界で阻止されたすべり帯先端での微視的応力拡大係数K^{micro}の限界値をもって与えられる。簡単のため面外せん断応力τを受けるFig.1(a)の楕円孔の先端に長さ2aのすべり帯を考慮する。この問題は等角写像

$$z = \xi + b/a \cdot (\xi^2 - a^2)^{1/2} \quad (1)$$

により(b)の領域に写像される。楕円孔のみによる応力 τ_{xN}, τ_{yN} の分布は複素函数表示で次式で与えられる³⁾。

$$\tau_{xN} - i\tau_{yN} = -i\tau - i \frac{a(a+b)\tau}{z^2 - a^2 + b^2 + i(z^2 - a^2 + b^2)^{1/2}} \quad (2)$$

最大応力はA, C点で生じ応力集中度K_tは次式となる。

$$K_t = 1 + a/b = 1 + \sqrt{a/\rho} \quad (3)$$

深い鈍化切欠(a ≫ ρ)に対して、切欠先端近傍の応力分布は

$$\tau_{xN} - i\tau_{yN} = -i K_f / \sqrt{2\pi z'} \quad (4)$$

$$z' = z - a + \rho/2, \quad K_f = \tau \sqrt{\pi a}$$

で、最大応力 τ_{max} は次式となる。Fig.2参照。

$$\tau_{max} = K_f / \sqrt{\pi \rho} \quad (5)$$

阻止すべり帯先端のK^{micro}は、すべり帯中の摩擦応力k一定として次式で与えられる³⁾。

$$K^{micro} = \left(1 + \frac{b}{a}\right) \beta \tau \sqrt{\pi c} \left[1 + \frac{b}{a} \frac{c}{\sqrt{c^2 - a^2}}\right]^{-1/2} \quad (6) \quad \beta = 1 - \frac{b}{a} \frac{k}{\tau} - \frac{a}{a+b} \frac{2k}{\pi \tau} \cos^{-1} \frac{a}{c} \quad (7)$$

$$c = \frac{a^2}{a^2 - b^2} \left[(a+b) - \frac{b}{a} \sqrt{(a+b)^2 - a^2 - b^2} \right] \quad (a \neq b); \quad c = \frac{a}{2} \left[\frac{a+b}{a} + \frac{a}{a+b} \right] \quad (a = b) \quad (8)$$

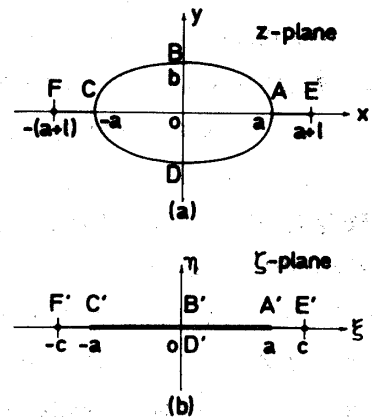


Fig.1. Dislocation pile-up in physical (a) and mapped (b) planes.

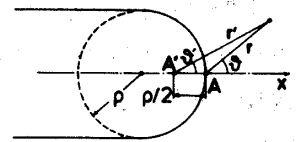


Fig.2. Blunt notch tip.

である。したがって ρ_0 は次式で与える。

$$\rho_0 = (2K_0)^2 / (\pi\sigma_0^2) \quad (18)$$

σ_0 は平滑材の降伏応力である。一方 a_0 は

$$a_0 = K_0^2 / \pi\sigma_0^2 \quad (19)$$

で与えられるので

$$\rho_0 = 4a_0 \quad (20)$$

とある。

重要な最終をまとめる。

き裂に対して

$$\begin{aligned} \sigma &= \sigma_0 \sqrt{a_0/(a+a_0)} & , & \quad a_0 = K_0^2 / \pi\sigma_0^2 \\ K &= K_0 \sqrt{a/(a+a_0)} \end{aligned} \quad (21)$$

深い切欠

$$\begin{aligned} K_f &= K_0 \sqrt{1 + \rho/S_0} \\ \rho_0 &= 4a_0 \end{aligned} \quad (22)$$

材料定数として K_0, σ_0, a_0 の2つが決まればこれらの曲線が描くことができる。

深い切欠きに対する関係式は Ishibashi-Peterson⁴⁾ が考えたように切欠底からある距離 l_0 離れた位置での応力がある降伏値に等しいとすることによって(4)がより導き出し得る。また Tetelman⁵⁾ は切欠底での塑性すべり変形場を考慮弾塑性境界で降伏応力 σ_f と行ったとき破壊が生じるとした。これより

$$K_f = 2.9 \sigma_f [\exp(\sigma_f/\sigma_0) - 1]^{1/2} S^{1/2} \quad (23)$$

なる式を求めた。き裂に対しては上式に ρ_0 を代入した値とした。また Ritchie⁷⁾ は σ_f で破壊が決まるとし

$$K_f = (3/2 \sigma_f E \epsilon_f)^{1/2} S^{1/2} \quad (24)$$

とした。これらの場合にも式(23)(24)が $S \rightarrow S + \rho_0$ とすれば実験結果に合う漸近的な遷移が得られると予想される。この場合必ずしも a_0, ρ_0 値は平滑材の σ_f, ϵ_f とは一致しない。

3 実験結果の整理

疲労き裂発生に関して Constable⁸⁾ のPVCに関する結果を Fig.8に示す。実線が式(22)の関係であるが、 ρ_0, K_0 値は最小二乗法近似で定めた。Fig.9は中井⁹⁾ のSM41Bに関する結果であるが K_0 と σ_{wo} より式(22)を定めた。ここで K_0 は長いき裂の下降伏応力拡大係数の有効成分をとった。いずれにおいても $S + \rho_0$ の概念の妥当性を示している。破壊靱性試験の結果については当日報告する。また高張力鋼応力腐食割れに関して ρ の効果は文献¹⁰⁾ によって実験結果が多く得られている。また同じ応力腐食割れに関する仲佐¹¹⁾ は K_f が $S^{1/4}$ に比例することを報告しているがこれは Fig.5の遷移域で Log-Log 線図の直線を引いたことに起因するものと考えられ(22)がよって統一的に整理できるものと予想されるが、これらについては当日報告する。

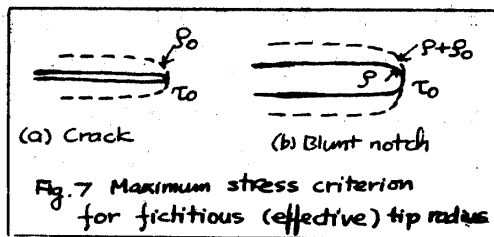


Fig.7 Maximum stress criterion for fictitious (effective) tip radius

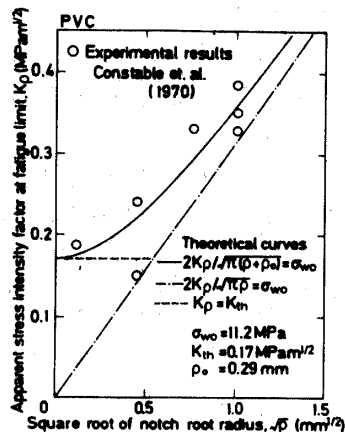


Fig.8 K_f vs S for PVC (Constable et al.⁸⁾)

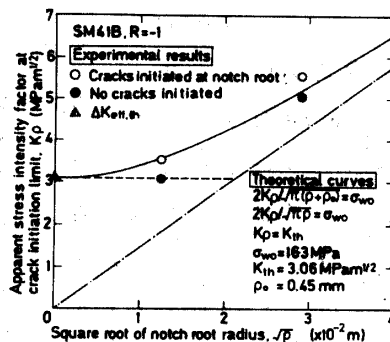


Fig.9 K_f vs S for SM41B steel (Nakai et al.⁹⁾)

き裂 $b=0$ の場合上式は次のようになる。

$$K^{micro} = \beta \tau \sqrt{\pi(a+2)} \quad (9); \quad \beta = 1 - 2k/\pi \tau \cdot \cos^{-1} \frac{a}{a+2} \quad (10)$$

ここで長いき裂の下限値を K_0 とし、 $a=0$ のときの強度を τ_0 とするとき次式で潜在き裂長さ a_0 を定義する。

$$a_0 = K_0^2 / \pi \tau_0^2 \quad (11)$$

これは平滑材でも $2a_0$ の潜在き裂を有しこの K_0 が長いき裂の K_0 に等しいときの値が τ_0 であることを意味する。

この条件下での τ/τ_0 と a/a_0 の関係は K^{micro}/K_0 に依存せず次式で与えられる。 $k=0$ のとき $a_0=2$ とする。

$$\tau = \tau_0 \sqrt{a_0/(a+a_0)} \quad (12) \quad K \equiv \tau \sqrt{\pi a} = \tau_0 \sqrt{\pi a_0} \sqrt{a/(a+a_0)} = K_0 \sqrt{a/(a+a_0)} \quad (13)$$

(12) の関係と Fig. 3 に示すが、従来報告されておるほとんどの結果は Fig. 3 の実線の関係に一致した。(12)(13) は実際のき裂長さ $2a$ に式(11)より求まる $2a_0$ を加えた仮想(有効)き裂長さ $2(a+a_0)$ での先端の K 値が長いき裂の K_0 値に一致するといふ簡単な条件より求められる。これを模式的に示した図が Fig. 4 である。

切欠材に対しても同様な考え方を適用する。切欠底の仮想き裂 a_0 の先端の K は(6)式で $k=0, \beta=1$ とおけばよい。これを K_0 に等しいとおき、 $a \gg \rho, a_0$ の極限を求めると

$$\tau = \frac{K_0}{\sqrt{\pi a_0}} \left[\frac{\rho}{a} + \frac{a_0}{a} \right]^{1/2} = \tau_0 \left[\frac{\rho+a_0}{a} \right]^{1/2} \quad (14)$$

となる。切欠きに対して $\rho=0$ とみわたしたときの見

掛けの応力拡大係数 $K_F = \tau \sqrt{\pi a}$ を考える。この値を用いると上式は次のように変形される。

$$K_F = \tau_0 \sqrt{\pi a} = \tau_0 \sqrt{\pi} (\rho+a_0)^{1/2} \quad \tau_0 = K_F / \sqrt{\pi(\rho+a_0)} \quad (15)$$

式(5)式(15)を比較するときき裂に対しては $\rho_0=a_0$ の仮想(有効)切欠き半径を考えたときの最大応力が一定値になったときき裂が入ると見なされる。 ρ_0 を用いて K_F は次式で表わされる。

$$K_F = \tau_0 \sqrt{\pi} (\rho+\rho_0)^{1/2} = \tau_0 \sqrt{\pi \rho_0} \sqrt{(\rho+\rho_0)/\rho_0} = K_0 \sqrt{(\rho+\rho_0)/\rho_0} \quad (16)$$

である。 K_F/K_0 と ρ/ρ_0 との関係と Figs. 5, 6 に示す。 $\rho \rightarrow 0$ のとき $K_F \rightarrow K_0$ となり、 ρ が大になると $\sqrt{\rho}$ に比例する。 K_F/K_0 と $\sqrt{\rho/\rho_0}$ の関係は Fig. 6 のように ρ が大になると K_F が $\sqrt{\rho}$ に比例する

ようになる。Fig. 7 はこの状態を模式的に示した。

上述の解析は面外せん断の場合にのみ行なったが、引張りの場合にも同様な考え方で整理することを試みる。このとき(5)式に対応する最大応力 σ_{max} は

$$\sigma_{max} = 2K_F / \sqrt{\pi \rho} \quad (17)$$

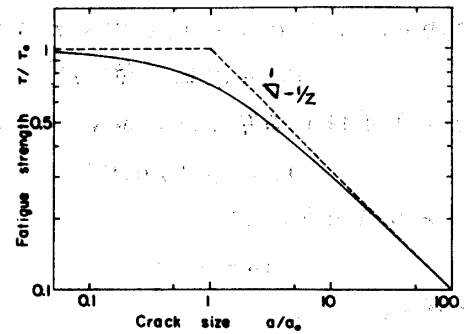


Fig. 3 Relation between threshold stress and crack size

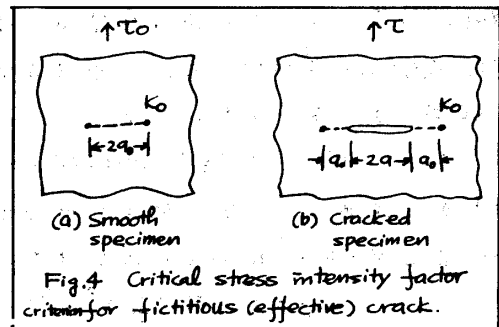


Fig. 4 Critical stress intensity factor criterion for fictitious (effective) crack.

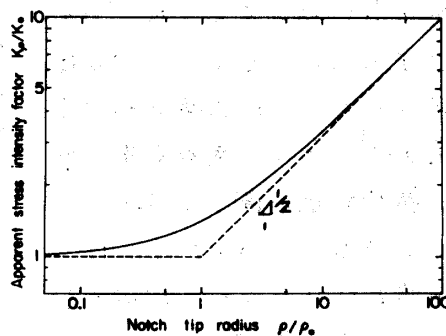


Fig. 5 Apparent stress intensity factor vs. notch tip radius Log-Log plot

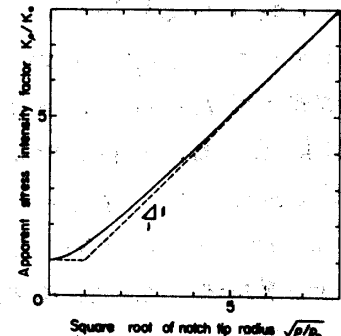


Fig. 6 Apparent stress intensity factor vs. sq. root of ρ