

## 種々の弾性係数比をもつ等方弾性体中の界面き裂の進展特性†

島 袋 淳\* 橋 本 堅 一\*  
鱸 洋 一\*\* 矢 富 盟 祥\*\*\*Extension Characteristic of an Interface Crack between  
Dissimilar Isotropic Elastic Material with Various Modulus Ratios

by

Atsushi SHIMABUKURO\*, Ken-ichi HASHIMOTO\*, Yoichi SUZUKI\*\* and Chikayoshi YATOMI\*\*\*

Subject to an inclined load, we obtain the energy release rate for interface cracks in an isotropic elastic material with various modulus ratios. The energy release rate is calculated by the path independent E-integral using the finite element method with a singular element. In the finite element analysis, we impose avoiding the overlap of the extended crack, which may occur in the large angle kinking. Under the maximum energy release rate criterion, we examine the extension behavior of the interface cracks.

**Key words:** Interface crack, Elastic modulus ratio, E-integral, Maximum energy release rate criterion

## 1 緒 言

異種材料で構成された材料あるいは構造物においては界面ないし界面端に応力が集中し、界面の強度が母材より弱い場合、界面から材料の破壊が生じると考えられる。このため、異種材料における界面上の強度・安全性・信頼性の評価が極めて重要となる。界面強度の評価手法として、界面強度は界面を進展するき裂の抵抗としてとらえる破壊力学的な手法が考えられるが、均一材中のき裂に対するそれと異なり、界面き裂先端近傍では応力の振動特異性<sup>1)</sup>が現われ、結果として変位のオーバーラップが生じることが知られており、応力や変位での評価は困難となる。また、線形破壊力学パラメータとして、汎用されている応力拡大係数は、界面き裂の場合、荷重条件としては純粋なモード I 載荷においてもき裂先端近傍の応力状態は混合モード状態となるため、これを用いた破壊クライテリオンは非常に複雑なものとなる。一方、非線形破壊力学パラメータにも用いられるエネルギー解放率は、混合モードの場合でも単一のパラメータであるため、これを用いた破壊クライテリオンは応力拡大係数を用いた場合<sup>2)~5)</sup>より単純になる。しかしながら、これまでの界面き裂のエネルギー解放率による議論は、直線的な界面き裂の場合に限られ、その進展方向も直線界面に沿った場合、または、微小き裂進展後の折れ曲がり進展の場合<sup>6)~8)</sup>しか考慮されておらず、界面と異なった母材方向へのき裂折れ曲がり瞬間時のエネルギー解放率を求めたものに関しては、一切考察されていないのが現状である。

以上のことから、本研究では、先ず、界面き裂先端近

傍における応力や変位の振動特異性および応力拡大係数は、界面上のき裂が界面に沿って進む場合のエネルギー解放率と一意的な関係にあることを述べた後、任意方向のき裂折れ曲がり瞬間時のエネルギー解放率を経路独立な積分で求めることができる E 積分公式を概説し、有限要素法による数値解析を使用する場合のこの E 積分の有用性について考察する。

次に、様々な方向から一軸引張荷重を受ける混合モード載荷状態において、種々の弾性係数比を持つ等方弾性体の界面にき裂が存在する場合に関して E 積分を用いた有限要素解析を行い、最大エネルギー解放率クライテリオンを用いた界面き裂の進展特性を考察する。

## 2 界面き裂の線形破壊力学パラメータ

## 2・1 応力拡大係数

二つの弾性係数の異なる線形等方弾性材料が接合された直線界面上のき裂を考える。Fig. 1 に、それぞれの材料を 1, 2 とし、そのヤング係数、せん断弾性係数、ポアソン比をそれぞれ  $E_1, E_2, \mu_1, \mu_2, \nu_1, \nu_2$  で示す。微小変形 2 次元等方弾性論に基づき、 $\theta = 0^\circ$  の界面上の界面き裂先端近傍の応力分布を記すと、次式で与えられる。<sup>1)</sup>

$$[\sigma_y + i\tau_{xy}]_{\theta=0} = \frac{K_1 + iK_2}{\sqrt{2\pi r}} \left(\frac{r}{L}\right)^{ie}$$

$$= \frac{K_1 + iK_2}{\sqrt{2\pi r}} \left\{ \cos(\varepsilon \ln(r/L)) + i \sin(\varepsilon \ln(r/L)) \right\} \quad (1)$$

ここで、 $K_1 + iK_2$  は界面き裂の複素応力拡大係数、 $\varepsilon$  は二つの材料の組み合わせにより決まる材料定数、 $r$  はき裂先端からの距離、 $L$  は振動項を無次元化するための基準長さで、き裂全長をとるものとする。式 (1) から応

† 原稿受理 平成 14 年 8 月 26 日 Received Aug. 26, 2002

\* 正 会 員 徳山工業高等専門学校土木建築工学科 〒745-8585 周南市久米, Dept. of Civil Eng. and Arch., Tokuyama College of Tech., Kume, Shunan, 745-8585

\*\* 五大開発株式会社工学研究所 〒921-8051 金沢市黒田, Applied Mechanics Inst., GODAI Development Corp., Kuroda, Kanazawa, 921-8051

\*\*\* 正 会 員 金沢大学大学院自然科学研究科地球環境科学専攻 〒920-8667 金沢市小立野, Div. of Global Environmental Sci. and Eng., Kanazawa Univ., Kodatsuno, Kanazawa, 920-8667

力は三角関数に  $\ln(r/L)$  が含まれていることから振動特異性を有し、き裂先端の極近傍で振動しつつ、 $r^{1/2}$  の特異性を呈することがわかる。

一方、界面き裂先端近傍の変位分布は、き裂上下面の相対変位  $\delta_x$ 、 $\delta_y$  として、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \delta_y + i\delta_x &= \frac{K_1 + iK_2}{2(1 + 2i\varepsilon)\cosh(\varepsilon\pi)} \\ &\times \left\{ \frac{\chi_1 + 1}{\mu_1} + \frac{\chi_2 + 1}{\mu_2} \right\} \left( \frac{r}{2\pi} \right)^{\frac{1}{2}} \left( \frac{r}{L} \right)^{i\varepsilon} \quad (2) \\ \delta_y &= v(r, \pi) - v(r, -\pi) \quad \delta_x = u(r, \pi) - u(r, -\pi) \end{aligned}$$

ここで、 $\chi_1$ 、 $\chi_2$  はポアソン比  $\nu_1$ 、 $\nu_2$  に関連した係数で平面応力と平面ひずみで異なる。このように、変位分布にも、 $(r/L)^{i\varepsilon}$  の振動項が含まれているため、相対変位も正負の振動が生じ、き裂面がオーバーラップする物理的に不合理な現象を呈する。しかしながら、応力ないし変位が著しく振動する振動域はき裂先端の極近傍に限られ、また実際現象は塑性変形が生じることを考慮すれば、き裂先端近傍の応力場、変位場を規定するパラメータとして式 (1) ないし (2) で定義される応力拡大係数が有効と考えられる。しかしながら、Fig. 1 のような直線界面に対し、垂直に等分布荷重を与えた最も簡単な場合でも、界面き裂先端近傍では、両側母材の物質定数が異なるため第 I、第 II の混合モード状態となり、応力や相対変位が振動する不合理な現象に加え、不安定破壊進展が生じる条件も、 $K_{Ic}$ 、 $K_{IIc}$  両方を用いた複雑な混合モード破壊クライトリオンを必要とする。破壊進展方向も例えば、しばしば用いられる最大周応力説を用いようとしても、き裂先端近傍の応力が振動特異性を持っているため使用不可能である。

一方、後述するように界面き裂の場合、エネルギー解放率  $G$  は、応力や変位のような振動特性を持たず、混合モードの場合でも不安定破壊進展条件として、その破壊じん性値  $G_c$  のみが決めればよく、破壊進展方向はその最大方向とする、いわゆる最大エネルギー解放率クライトリオンが非常に有用と考えられる。しかしながら、この最大エネルギー解放率クライトリオンが非常に有用であるとわかっていても、界面上にあるき裂が母材方向に折れ曲がるき裂折れ曲がり進展瞬間時のエネルギー解放率を

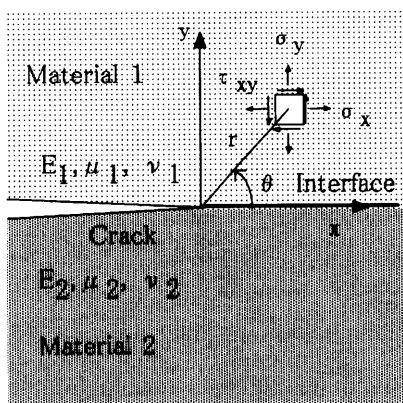


Fig. 1. The coordinate system at interface crack tip.

求めることは、理論的にはもちろんのこと、数値解析的にも既存の手法で精度良く求めることは不可能であった。そこで次節において、界面上にあるき裂の任意方向への折れ曲がり進展瞬間時のエネルギー解放率を求める方法に関して詳述する。

## 2・2 エネルギー解放率

Fig. 1 のような微小変形論による 2 次元線形等弾性体直線界面き裂について応力拡大係数とエネルギー解放率  $G$  との関係を導くと、き裂が接合界面を進展する際のエネルギー解放率  $G$  は、式 (1) の界面き裂の応力拡大係数と次式の関係が成立する。<sup>9)</sup>

$$\begin{aligned} G &= \frac{1}{16\cosh^2(\varepsilon\pi)} \left\{ \frac{\chi_1 + 1}{\mu_1} + \frac{\chi_2 + 1}{\mu_2} \right\} (K_1^2 + K_2^2) \\ &= \Lambda (K_1^2 + K_2^2) = J \quad (3) \end{aligned}$$

ここで、この  $G$  は振動性を有せず、 $K_1 \times K_2$  のようなクロス項も生じないことに注意したい。上式 (3) の  $J$  は Rice の積分で、次式のような片側き裂先端のみを含む限り任意な経路  $\Gamma$  に沿った線積分として与えられる。<sup>10)</sup>

$$J := \int_{\Gamma} \left( w dy - \mathbf{t} \cdot \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x} ds \right) \quad (4)$$

ここで、 $w$  はひずみエネルギー密度であり、 $\mathbf{u}$  は変位ベクトル、 $\mathbf{t}$  は表面力ベクトルである。

$J$  積分は、界面き裂の場合においても、その値がエネルギー解放率を求めようとする片側き裂先端のみを含む限り積分経路  $\Gamma$  の採りに依存しない経路独立積分となっており、他のき裂先端を含まない限り、き裂先端から離れた応力場からエネルギー解放率の値が求まる。ここで、式 (4) の  $J$  積分の値は Fig. 1 のような、き裂が直線界面上に沿って進展する瞬間時のエネルギー解放率を与えるだけであり、 $J$  積分では、任意方向折れ曲がり瞬間時のエネルギー解放率を得ることはできないことに注意したい。一方、き裂が任意方向に準静的に進展している瞬間時のエネルギー解放率を、き裂の一端を囲む閉領域  $A$  内のエネルギー変化量の不釣り合い量として、次式のように定義する。<sup>11)</sup>

$$G = \int_{\Gamma} \mathbf{t} \cdot \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \ell} ds - \frac{\partial}{\partial \ell} \int_A w da \quad (5)$$

$\Gamma$  はき裂先端を含む閉領域  $A$  および  $A$  内のき裂両面を含む境界である。上式は次式のように変形され

$$E(\ell) = \frac{\partial}{\partial \ell} \left[ \int_{\Gamma} \left( \frac{1}{2} \mathbf{t} \cdot \mathbf{u} \right) ds \right] - \int_{\Gamma} \left( \frac{\partial \mathbf{t}}{\partial \ell} \cdot \mathbf{u} \right) ds \quad (6)$$

この式を補ひずみエネルギー型  $E$  積分公式<sup>12)</sup> と言う。補ひずみエネルギー型の  $E$  積分公式は、後述する本報告の場合のように、き裂面が閉じ、き裂面上に摩擦力が生じる場合、精度良くエネルギー解放率を与える積分公式である。<sup>12)</sup>  $E$  積分は積分経路上の表面力ベクトル  $\mathbf{t}$  および変位ベクトル  $\mathbf{u}$  のみで評価されるので、式 (4) の  $J$  積分のように、有限要素解析では  $\mathbf{t}$ 、 $\mathbf{u}$  に比べ、一般的に精度が悪いひずみエネルギー  $w$  (すなわち、応力ないしひずみ) の計算は不要であるため、より精度の良いエネルギー解放率が求まる。また、 $E$  積分は  $J$  積分と異なり、任意方向折れ曲がり瞬間時のエネルギー解放率を与え、その経路内にエネルギー解放率を求めようとする片側き裂先端のみでなく、他

のき裂先端や介在物などを含んでいても、経路独立な積分である。そこで、本研究においては、式(6)の  $E$  積分法<sup>12)</sup>によりエネルギー解放率を求め、クライテリオンとして最大エネルギー解放率クライテリオン<sup>13)~15)</sup>を用いて、界面き裂における進展特性を検討する。

### 3 界面き裂に対する $E$ 積分法を用いた

#### エネルギー解放率の算出

#### 3.1 解析モデル

解析したモデルは Fig. 2 に示すような無限遠一方向に一様引張応力  $\sigma_0$  を受ける材料界面上に長さ  $2l$  のき裂を有する2種類の線形等方弾性体からなるモデルである。式(6)の  $E$  積分公式により、き裂右側先端が直進または折れ曲がり瞬間時のエネルギー解放率を求める。エネルギー解放率に影響を与えるパラメータとしては弾性係数  $E_1$ ,  $E_2$  の他にき裂長さ  $2l$ 、無限遠で一様応力  $\sigma_0$ 、およびその荷重角度  $\theta_L$  (Loading angle)、き裂折れ曲がり角  $\theta_K$  (Kinking angle) である。<sup>16)</sup>ここで荷重角度  $\theta_L$  およびき裂折れ曲がり角  $\theta_K$  はともに反時計回りを正としている。もし  $E_1 = E_2$  である均一物体の場合で、荷重角度およびき裂の折れ曲がり角が零の場合 ( $\theta_L = 0$ ,  $\theta_K = 0$ ) はよく知られた応力拡大係数の厳密解 ( $K_I = \sigma_0(\pi l)^{1/2}$ ) により容易にエネルギー解放率の厳密解 ( $G = K_I^2/E$ ) が求められる。また、均一材の場合の荷重角度  $\theta_L$  およびき裂の折れ曲がり角  $\theta_K$  を考慮したエネルギー解放率は Wu<sup>14)</sup> や Hayashi and Nasser<sup>17)</sup> により、半理論的に得られている。

#### 3.2 解析手法

式(6)を数値解析して計算する場合、き裂長さ  $l$  のモデル(以下、基本モデルと呼ぶ)と、き裂が微小長さ  $\Delta l$  伸びたモデル(以下、き裂進展モデルと呼ぶ)の2つのモデルの解析を行い、き裂長さによる偏微分項は2点差分近似することにより、また経路積分は表面力と変位をそれぞれ離散化した等価節点表面力  $t_i$  と節点変位  $u_i$  を用い、積分経路上の全節点で和をとることにより求めた、すなわち次式を解析に用いた。

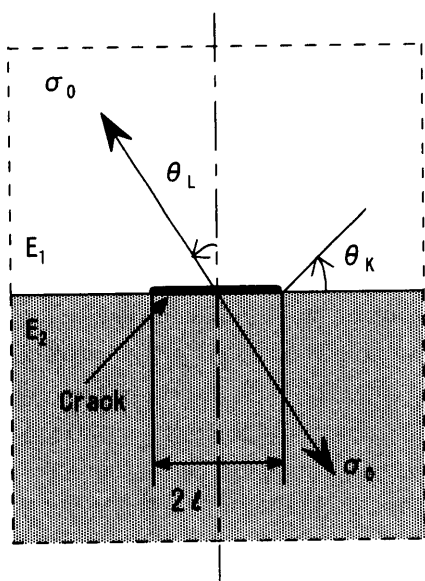


Fig. 2. Analysis model.

$$E = \sum_{i=1}^n \left[ \frac{t_i(l + \Delta l) \cdot u_i(l + \Delta l) - t_i(l) \cdot u_i(l)}{2\Delta l} - \frac{t_i(l + \Delta l) - t_i(l)}{\Delta l} \cdot u_i(l) \right] \quad (7)$$

ここで  $n$  は積分経路上の節点数であり、 $(l)$  および  $(l + \Delta l)$  はそれぞれ基本モデル、き裂進展モデルの物理量であることを示している。

無限板を近似した有限要素モデルは中央き裂長さ  $2l$  に対して一辺が20倍の寸法の正方形としている。有限要素モデルは、き裂先端近傍に特異要素を、き裂先端から離れた部分は8節点四角形および6節点三角形アイソパラメトリックス要素を用いている。その概要を Fig. 3 に示す。また、Fig. 3 の上の図は下の図の中央部分を拡大した図である。2つの解析モデルのうち、き裂が進展する前の基本モデルについては節点数が920、要素数が332であり、き裂進展モデルについては、要素数は同じで、節点数は922である。積分経路は7本 (Fig. 3 参照) 設け、き裂の折れ曲がり角は19方向 (Fig. 4 参照) を考えた。  $\Delta l$  は、試行錯誤的に決める必要があるが、ここでは、種々の長さの  $\Delta l$  に関し、数値計算を試み理論解のある場合で最も精度の良かった  $\Delta l = 0.078l$  を使用した。また、界面に沿うき裂が、界面方向から大きく

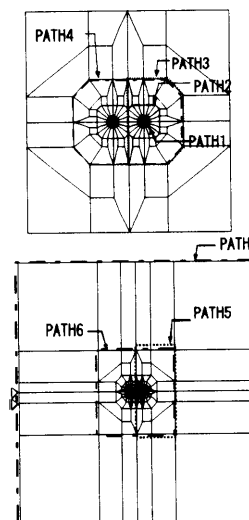


Fig. 3. Finite element division and integration paths at the interface crack tip.

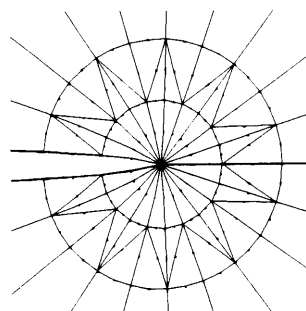


Fig. 4. The mesh configuration of kinking direction at the crack tip.

異なって折れ曲がる場合, Fig. 5 のようにき裂両面の変位のオーバーラップが生じるため, このオーバーラップが生じないような接触条件を考慮し, き裂面が閉じ, 摩擦力を受けながらき裂面に対して接線方向に滑る場合は, 静止摩擦係数  $\mu = 0.3$  を用いた解析を行った. 解析にあたっては, まず, 引張荷重下での等方線形弾性体内におけるき裂進展に関するエネルギー解放率について解析手法の有効性を検討し, 次に, 種々の弾性係数比となる二つの等方線形弾性体界面に存在するき裂の進展特性を考察する.

#### 4 結果と考察

##### 4.1 等方線形弾性体に及ぼす引張荷重角度の影響

まず, 均一な等方線形弾性体 ( $E_1/E_2 = 1$ ) がモード I ( $\theta_k = 0$ ) の荷重を受け, き裂が直進する場合 ( $\theta_k = 0$ ) の解析を行った後, 引張荷重の荷重角度  $\theta_k$  が  $0.1\pi, 0.2\pi, 0.3\pi, 0.4\pi, 0.5\pi$  の場合の解析を 19 のき裂折れ曲がり方向 ( $\theta_k$  を  $-0.9\pi$  から  $0.9\pi$  まで,  $0.1\pi$  刻みで与えている) の解析を行い, 特異要素およびオーバーラップを許さないような接触条件の効果を検討した. その結果を Fig. 6 に示す. 載荷状態は一軸一様斜向引張荷重を, 多軸混合一様分布荷重としてモデル境界に与えることで実現している. 以後, 正規化に用いたエネルギー解放率  $G$  は均一材の場合のモード I 載荷状態における厳密解である. また, Fig. 3 に示したように 7 つの積分経路により解析を行った結果, 経路による値にはほとんど違いは無く,  $E$  積分の経路独立性が立証できた. しかし, 若干ではあるが, 外側に行くほど Wu による解<sup>14)</sup>との違いが少なくなることから, 以後モデル境界上の経路 (PATH7) の解析結果を用いる. この図より, 最大エネルギー解放率クライテリ

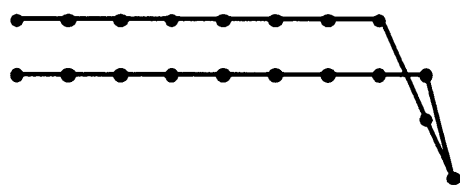


Fig. 5. Displacement example of overlap of crack both sides.

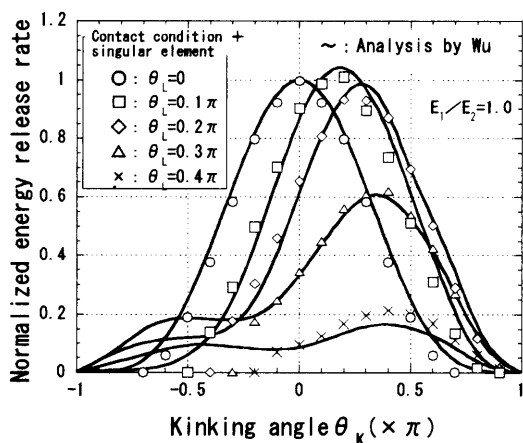


Fig. 6. Relationship between kinking angle and normalized energy release rate in homogeneous material.

オンに従うならば, 荷重角度  $\theta_k$  が 0 の時, き裂は直進 (き裂面と同方向に進展) し, 荷重角度が正の方向に傾くほど, き裂進展も正の方向に折れ曲がって進展する (Fig. 2 参照) と考えられる. 当然のことながら, 荷重角度  $0.5\pi$  ではエネルギー解放率は 0 になった. 一方, Wu の解析結果では, エネルギー解放率の値が  $-\pi < \theta_k < \pi$  の全ての折れ曲がり角に対して 0 でないのに対して本研究のようにオーバーラップを許さないような接触性を考慮した場合では値が 0 になる領域があることがわかる. これは, Wu の解析ではき裂面のオーバーラップを考慮に入れていないのに対し, 今回の解析ではその接触性を考慮したことにより, より厳密な解析になっているといえる. ここで注意したいのは, 界面き裂の場合, 前述のように応力や相対変位の振動特性 (すなわち, き裂面のオーバーラップ) が生じることを述べたが, これらの振動特性は, き裂先端の極近傍においてのみ理論上存在するものであって, Fig. 3 程度の分割による有限要素解析では, それらの振動現象はみられない. 本論文で, オーバーラップを許さないような接触条件を考慮したのは, 上記のミクロな振動特性を考慮するためではなく, き裂の折れ曲がり角度が大きくなる場合に生じる非現実的なマクロな変位 (Fig. 5 参照) のオーバーラップを避ける目的にある. なお, 前述したように, き裂面が閉じる場合, 摩擦を考慮したが, 荷重が引張り状態であるため, エネルギー解放率の値は, 摩擦を考慮しない内容とほとんど同じ値となった.

##### 4.2 種々の弾性係数比を有する界面き裂に及ぼす引張荷重角度の影響

界面き裂の進展を議論する場合, 最大エネルギー解放率クライテリオンを用いると, 厳密には 2 つの材料のそれぞれの破壊じん性値と界面の破壊じん性値, すなわち 3 つの破壊じん性値が必要となる. これらの破壊じん性値の評価は 2 つの材料の場合, 目安としては  $J$  積分による評価<sup>18)</sup>で求められるが, 界面が弱面になって界面の破壊じん性値が必要な場合, き裂長さの異なる界面材の 3 点曲げ試験等でエネルギー解放率の破壊じん性値を求める必要が出てくる.<sup>19), 20)</sup>以下, 本研究ではとりあえず破壊じん性値によるき裂進展の煩雑性を避けるため前述の 3 つの破壊じん性値が全て等しいとして議論する. 等方線形弾性体で種々の異なる弾性係数比 ( $E_1/E_2 = 5.0, 7.0, 8.0, 9.0, 10.0$ ) をもつ材料に対して, 引張荷重角度  $\theta_k$  が  $-0.4\pi \sim 0.5\pi$  の場合の解析を前節同様, 19 のき裂折れ曲がり方向の解析を行い, Fig. 7 にそれぞれをまとめた. ここでも縦軸は前述の正規化したエネルギー解放率を示しており, 横軸はき裂の折れ曲がり角度  $\theta_k$  を示している. 解析モデル中の下半分の要素 ( $E_2$  部) では弾性係数が小さいため, 前節の均一材よりモデルは変形しやすく, 全体的に大きなエネルギー解放率を与え, その大きさは弾性係数比が大きいほど大きい. Fig. 7 において, 荷重角度  $\theta_k = 0$  のすべての結果において, 載荷状態はモード I であるが, き裂は直進せず,  $\theta_k < 0$  すなわち弾性係数の小さいほうへ進展していく挙動をもつ混合モードとなっている. また, 荷重角度が  $0.5\pi$  の時は, 均一材においては

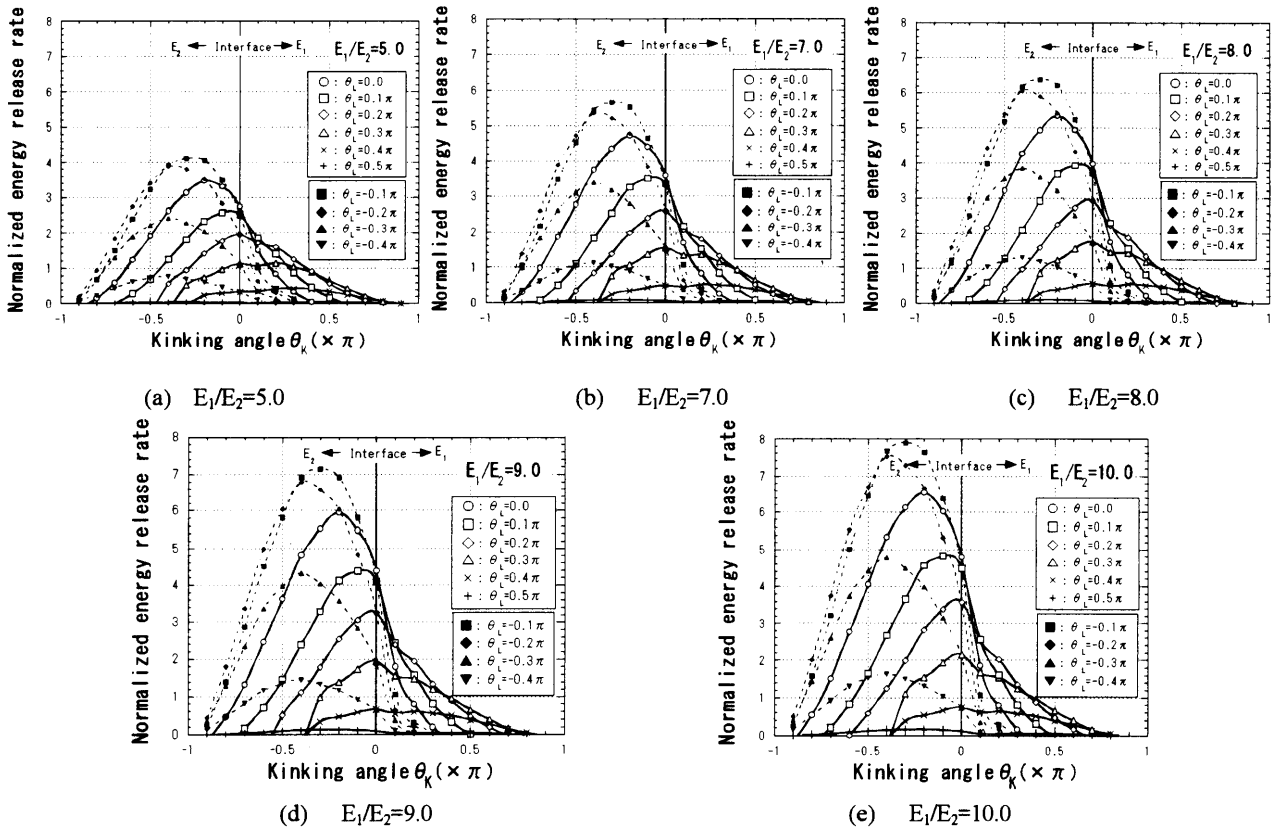


Fig. 7. Relationship between kinking angle and normalized energy release rate at each elastic modulus ratio.

エネルギー解放率が0であったのに対し、界面き裂を有することにより若干の値をもち、その値は弾性係数比が大きくなるにつれて顕著に表れている。ここで、Fig. 7では界面き裂の進展挙動をうまく表現しにくいので、弾性係数比の影響に関して、荷重角度  $\theta_L$  とき裂折れ曲がり角  $\theta_K$  の関係をまとめたものが Fig. 8、および各荷重角度における曲線の頂点を正規化最大エネルギー解放率として荷重角度と関係づけたものが Fig. 9である。両図中とも均一材の例として Wu による結果<sup>14)</sup>も付記してある。Fig. 8より、界面き裂材および均一材ともに荷重角度が負の方向に作用している場合、き裂折れ曲がり角も負の方向に

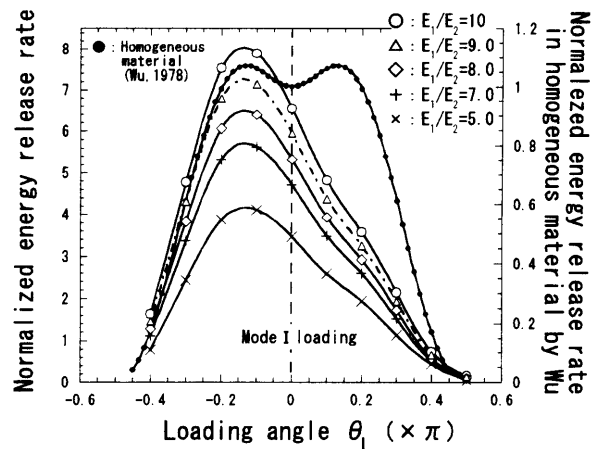


Fig. 9. Relationship between loading angle and normalized energy release rate.

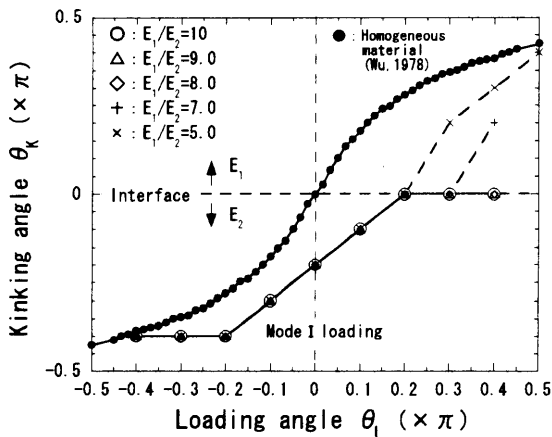


Fig. 8. Relationship between loading angle and kinking angle.

進展 (Fig. 2 参照) し、界面き裂材の場合は、荷重角度  $\theta_L \leq -0.2\pi$  では、すべての弾性係数比において、ほぼ同じ方向 ( $\theta_K = -0.4\pi$  方向) に折れ曲がって進展していく。このことは、き裂面の法線方向に対して時計回り方向の荷重は、界面き裂材においては弾性係数の小さい  $E_2$  方向へ折れ曲がってき裂は進展し、ある荷重角度を超えると、弾性係数比の違いに関わらず、ほぼ同じ方向 ( $\theta_K = -0.4\pi$  方向) にき裂は進展していくことを表している。また、荷重角度が正の方向へ大きくなるにつれ、均一材では正の方向に大きく折れ曲がるのに対し、界面き裂材においては、荷重角度が  $0 \leq \theta_L < 0.2\pi$  の間では、その

角度が正であっても、き裂折れ曲がり角度は  $-0.24\pi \leq \theta_K < 0$  の範囲で  $E_2$  方向に折れ曲がり、荷重角度  $\theta_L \geq 0.2\pi$  になると、弾性係数比  $E_1/E_2 = 8.0 \sim 10.0$  ではその値がいくら大きくなっても、最大エネルギー解放率はき裂折れ曲がり角度  $\theta_K = 0$  の方向となる。つまり、界面上を直線的にき裂は進展し、 $E_1$  方向には決して進展しないことになる。ここで注意したいのは、仮に主き裂面が閉じていてもモード II 型の進展が生じるためエネルギー解放率は必ずしも 0 ではない。また、弾性係数比  $E_1/E_2 = 5.0, 7.0$  においては、 $E_1/E_2 = 8.0 \sim 10.0$  の結果と異なり、荷重角度  $\theta_L \geq 0.2\pi$  になると界面上を直線的にき裂は進展せず、弾性係数の高い  $E_1$  側にも進展する可能性を示す。このことから、界面き裂材において、弾性係数比が  $E_1/E_2 = 7.0$  付近で、これより低い弾性係数比では、き裂面の法線方向に対して反時計回り方向の荷重は、ある荷重角度を超えると、き裂は界面上を進展せず、弾性係数の高い側にき裂が進展すると考えられる。

Fig. 9 を見ると、均一材では、正規化エネルギー解放率の分布は荷重角度の正と負において、左右対称の結果を示すが、界面き裂材においては弾性係数が異なるため左右対称にはならない。また、均一材においては  $\pm 0.15\pi$  付近でエネルギー解放率のピークがみられることから、荷重角度  $\theta_L = \pm 0.15\pi$  付近が最もき裂が進展しやすいと考えられる。これに対し界面き裂材においては、弾性係数比に関わらず、荷重角度  $-0.15\pi$  付近のみで最もエネルギー解放率が大きくなり、それより荷重角度の絶対値が大きくなるにつれ、エネルギー解放率は低下していく。またエネルギー解放率の大きさは、弾性係数比が大きいものほど大きくなっている。このことから、界面き裂材においては弾性係数比に関わらず、荷重角度  $\theta_L = -0.15\pi$  付近で最もき裂が進展しやすく、これより荷重角度の絶対値が大きくなれば、き裂は進展しにくくなると考えられ、また、材料の弾性係数比が大きいほど、き裂は進展しやすいと考えられる。

## 5 結 言

様々な方向から引張荷重を受けた種々の弾性係数比を持つ等方弾性体界面にき裂が存在する場合、き裂面上に摩擦が存在する時でも、き裂の折れ曲がり瞬間時のエネルギー解放率を経路独立な積分により、精度良く与える補ひずみエネルギー型  $E$  積分公式を用いてエネルギー解放率を求めた。さらに最大エネルギー解放率クライテリオンに基づき、界面き裂の進展挙動を考察した結果、以下のことが明らかになった。

(1) 荷重がき裂面に対して垂直であるモード I 荷重時においても、界面き裂のき裂進展は折れ曲がりを起こす。また界面き裂の場合は、荷重がき裂面の法線方向に対して時計回りの方向で傾いており、その荷重角度がある値より大きくなるとその大きさに関わらず、ほぼ同じ方向 ( $\theta_K = -0.4\pi$  方向) にき裂は進展する。

(2) 荷重がき裂面の法線方向に反時計回りの方向で傾

いており、その荷重角度が大きくなると、均一材においては、き裂折れ曲がり角度は正の方向に進展するが、界面き裂材においては、弾性係数比が  $E_1/E_2 = 7.0$  より大きい場合は、荷重角度がいくら大きくなっても弾性係数の大きい正側へのき裂進展は見られないが、弾性係数比がそれより小さくなると、弾性係数の大きい側へ進展する。

(3) 界面き裂に及ぼす荷重角度の影響を検討した結果、均一材の場合と異なり、界面き裂材においてはすべての弾性係数比において、荷重角度が  $-0.15\pi$  付近でエネルギー解放率の最大値が存在することから、本報告で解析を行った条件下での界面き裂を有する材料は、荷重角度  $-0.15\pi$  付近が最もき裂が進展しやすいと考えられる。

(4) 本報告で使用した  $E$  積分によるエネルギー解放率を用いた解析手法により、応力拡大係数を用いると複雑になりがちである界面き裂の混合モード下の進展挙動を比較的容易に考察できることが立証できた。

## 参 考 文 献

- 1) たとえば F. Erdogan, J. Appl. Mech., **30**, 232 (1963).
- 2) A. R. Akisanya and N. A. Fleck, Int. J. Frac., **55**, 29 (1992).
- 3) A. R. Akisanya and N. A. Fleck, Int. J. Frac., **58**, 93 (1992).
- 4) 結城良治, 許 金泉, 日本機械学会論文集, A-**56**, 1945 (1990).
- 5) 池田 徹, 菰原裕二, 中村 敦, 宮崎則幸, 日本機械学会論文集, A-**66**, 796 (2000).
- 6) M. Y. He and J. W. Hutchinson, J. Appl. Mech., **56**, 270 (1989).
- 7) M. Y. He and A. Bartlett, Seram. Soc., **74**, 767 (1991).
- 8) P. H. Geubelle and W. G. Knauss, J. Appl. Mech., **61**, 560 (1994).
- 9) B. Malyshev and R. Salganik, Int. J. Fract. Mech., **1**, 114 (1965).
- 10) J. R. Rice, J. Appl. Mech., **35**, 376 (1968).
- 11) C. Yatomi, Int. J. Solids structures, **19**, 183 (1983).
- 12) 矢富盟祥, 鱈 洋一, 土木学会論文集, No.612/ I-**46**, 251 (1999).
- 13) 影山和郎, 岡村弘之, 日本機械学会論文集, A-**48**, 783 (1982).
- 14) C. H. Wu, J. Appl. Mech., **45**, 553 (1978).
- 15) M. A. Hussain, S. L. Pu and J. Underwood, ASTM STP 560, 2 (1974).
- 16) 橋本堅一, 鱈 洋一, 矢富盟祥, 材料, **46**, 976 (1997).
- 17) K. Hayashi and S. Nemat-Nasser, J. Appl. Mech., **48**, 520 (1981).
- 18) たとえば日本機械学会基準, JSME S 001 (1981).
- 19) J. A. Begley and J. D. Landes, ASTM STP 514, 1 (1972).
- 20) 橋本堅一, 工藤洋三, 矢富盟祥, 中川浩二, 岩盤力学に関するシンポジウム論文集, **20**, 81 (1988).