

不規則波の変動波圧と水面変動との相互関係に関する研究

Correlation between Wave Pressures and Water Surface Elevations for Irregular Waves

齋藤武久¹・岩田秀樹²・宮下雄太³・石田 啓⁴

Takehisa SAITOH, Hideki IWATA, Yuta MIYASHITA and Hajime ISHIDA

This study aims to develop efficient methods for an estimation of wave pressures under irregular waves by using time series of water surface elevations. Two methods are presented in this study. One is a linear filter approximation method which is extended from an original way to calculate water particle velocities from the water surface elevations. The other one is a local approximation method which is also extended from an original way to obtain non linear water surface elevations by using time series of subsurface pressures. The validity of each method is verified comparing with experimental results for simultaneous measurements of water surface elevations and subsurface pressures under progressive and standing irregular waves in 2-D wave flume.

1. 緒 論

海岸工学上の多くの問題において、波形に限らず波の内部特性を正確に記述することは、基本的かつ重要な課題である。特に、理論的な取扱いが複雑となる不規則波の場合、水面変動記録から内部の流速や圧力が的確に予測可能となることは、入射波諸元と関連させてその内部特性を把握するために必要不可欠と言える。

水面変動記録から内部の水粒子速度を算定する手法として、線形フィルター法が提案され(Raid, 1957; 岩垣ら, 1972; 磯部・大中, 1984; 佐藤ら, 1988)、一様水深上、さらに、碎波帯付近など緩勾配斜面上における不規則波の水粒子速度の算定が良好な精度で実現されている。

一方、水面変動記録から内部の変動波圧を算定する手法としては、上述の線形フィルターを変動波圧の算定へと拡張する手法が提案されている(齋藤ら, 2006)。ただし、算定精度に関して、詳細な検討までには至っていない。また、他の手法として、圧力式波高計に用いられる変動波圧から表面波への換算手法を拡張することが有効と考えられる。

本研究では、不規則な水面変動記録から内部の変動波圧を効率的に計算する算定手法の開発を目的に、線形フィルター法を発展させた算定法、さらに、非線形水面波の算定手法として提案されている局所近似法(Nielsen, 1989)を発展させた算定手法を提案し、実験結果との比較から、両手法の有効性について検討する。

線形フィルター法を発展させた算定手法の構築に関しては、その研究成果の一部を発表しているが(齋藤ら, 2006)、本研究では、算定精度に関して得られた新たな

知見を加えている。なお、実験値には、2次元造波水槽を用いて進行波および重複波の場合を対象に実施された不規則波の水面変動と変動波圧の同時計測記録(齋藤ら, 2006)を利用する。実験条件は、表-1を参照されたい。

2. 線形フィルター法を用いた変動波圧の算定法

齋藤ら(2006)に倣い、ここでは、線形フィルター法の概要を説明し、算定精度に関する検討結果を述べる。

一様水深を h とし、 x 軸を波の進行方向、 z 軸を鉛直上向きにとり、原点を静水面上の波高計測位置とする。このとき、波高計測位置での不規則波の水面変動 $\eta(t)$ を式(1)の線形重ね合わせで表現した場合、変動波圧 $p(t)$ は微小振幅波理論に基づき、式(2)で表すことができる。

$$\eta(t) = \int_0^{\infty} M(\sigma) \cos(\sigma t - \theta(\sigma)) d\sigma \dots \dots \dots (1)$$

$$p(t) = \int_0^{\infty} R_p(\sigma) M(\sigma) \cos(\sigma t - \theta(\sigma)) d\sigma \dots \dots \dots (2)$$

ここに、 σ は角振動数、 θ は初期位相、 $M(\sigma)$ は振幅スペクトルに相当し、 $R_p(\sigma)$ は、水面変動 $\eta(t)$ に対する周波数応答関数であり、式(3)で与えられる。

$$R_p(\sigma) = \rho g \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \dots \dots \dots (3)$$

式中、 ρ は流体の密度、 g は重力加速度、 k は波数を表す。

ここで、水面変動を入力値 $y(t)$ として、変動波圧が出力値 $G_s[y(t)]$ となる対称線形フィルター(Raid, 1957)を式(4)のように導入する。

表-1 水面変動と変動波圧の同時計測実験における実験条件

水深、変動波圧計測鉛直位置	$h=40$ cm, $z_p=-10, -20, -30, -40$ cm
入射波(周波数スペクトル)	Bretschneider・光易型
有義波高 $H_{1/3}$	$H_{1/3}=2.7-10.3$ cm
有義周期 $T_{1/3}$	$T_{1/3}=1.04-3.46$ s
データサンプリング時間間隔	$\tau=0.01$ s

1 正会員 博(工) 金沢大学大学院 准教授 自然科学研究科
2 正会員 修(工) 株式会社 本間組 土木部
3 修(工) 福井県 土木部
4 フェロー 工博 金沢大学大学院 教授 自然科学研究科

$$G_s[y(t)] = a_0 y(t) + \sum_{n=1}^N a_n [y(t+n\tau) + y(t-n\tau)] \dots\dots\dots (4)$$

式(4)は、水面変動の時間変化記録の重み付き線形重ね合わせから出力値が算定できることを意味している。なお、 τ は入力値の時間間隔であり、 $n\tau$ が影響時間を表し、 $N\tau$ までの入力値の効果が対象時刻 t への出力値へ反映されることになる。このとき、式(4)の $y(t)$ に式(1)の $\eta(t)$ を代入して整理した式(5)において、

$$\begin{aligned} G_s[\zeta(t)] &= \int_0^\infty a_0 M(\sigma) \cos(\sigma t - \theta(\sigma)) d\sigma \\ &+ \int_0^\infty \sum_{n=1}^N a_n M(\sigma) \{2 \cos(\sigma t - \theta(\sigma)) \cos n\sigma t\} d\sigma \\ &= \int_0^\infty [a_0 + 2 \sum_{n=1}^N a_n \cos n\sigma t] M(\sigma) \cos(\sigma t - \theta(\sigma)) d\sigma \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

$[a_0 + 2 \sum_{n=1}^N a_n \cos n\sigma t]$ と式(3)が一致するように、フーリエ逆変換によってフィルター係数 a_n ($n=0 \sim N$)が

$$a_n = \frac{\tau}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{\tau}} R_p(\sigma) \cos n\sigma t d\sigma \dots\dots\dots (6)$$

として決定された場合、式(4)は水面変動を入力値とし、変動波圧を出力値とする線形フィルターとなる。

ところで、式(4)を用いて変動波圧を算定する場合、算定精度は、フィルター係数 a_n ($n=0 \sim N$)の項数、つまり、影響時間に大きく影響する。図-1に、本研究で用いる実験条件にもとで n の値を変化させ、影響時間に応じた a_n の変化特性を整理した結果を示す。図より、影響時間として対象時刻前後1秒($N=100$)以上を確保することで a_n はゼロへ収束し、算定誤差に影響を与えないことが確認できる。このことは、式(3)の周波数応答関数が高周波領域でゼロに向かう単調な減少特性を示すことと関連しており、周波数応答関数が高周波領域で単調増加(小舟ら, 1988; 橋本ら, 1993)する、変動波圧から水面変動を算定する場合に比べて、算定手法の構築を容易にする。

3. 局所近似法を用いた変動波圧の算定法

本研究で用いる局所近似法をNielsen (1986, 1989)に倣い以下に示す。

(1) 局所角振動数 (周波数)

局所近似法では、例えば、波形の時間変化特性を、各時刻における周波数、すなわち局所角振動数を用いて、局所的に正弦関数で近似する。このため、取得データの周波数分析に基づく従来のスペクトル法(例えば、Bishop and Donelan, 1987)とは異なり、局所的な先鋭化などを伴う非線形波への対応が可能と考えられている。

今、時間間隔を δ とする3時刻の水面変動記録 η_{n-1} , η_n および η_{n+1} ($n=1, 2, \dots$)を用いる場合、対象時刻 n

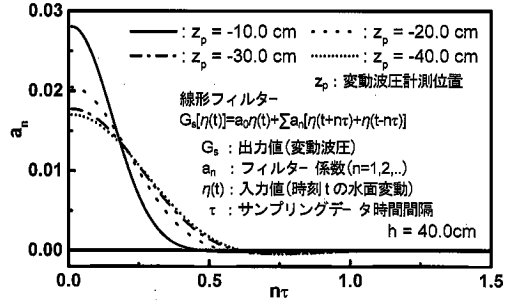


図-1 影響時間の変化に伴うフィルター係数の変化

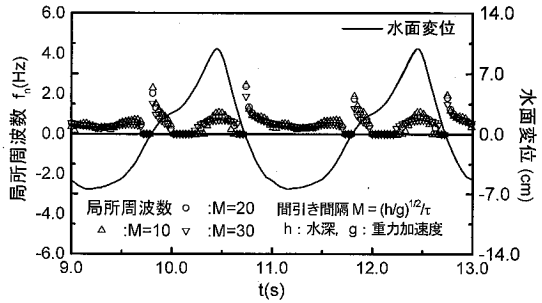


図-2 間引き間隔の違いに伴う局所周波数の変化

における局所角振動数 ω_n は、振幅および位相に関する局所パラメータ A_n 、および φ_n を含む正弦関数 $\eta(t) = A_n \sin(\omega_n t - \varphi_n)$ の2階時間微分、 $\eta_{tt}/\eta = \omega_n^2$ の関係から次式で定義される。

$$\omega_n^2 = \frac{-\eta_{n-1} + 2\eta_n - \eta_{n+1}}{\delta^2 \eta_n} \dots\dots\dots (7)$$

変動波圧の算定に際しては、周波数応答関数を用いる場合および実験結果に基づく準経験関数の伝達関数を用いる場合の2つ(Nielsen, 1989)を考える。この時、それぞれの関数内では各時刻における局所角振動数を用いることになるが、式(7)で定義される値は、水面変動が静水位付近の場合、あるいは、計測記録に含まれるノイズの影響から、3点間のデータの間引き間隔 M に依存して値が変化する。図-2に、間引き間隔 M の違いに伴う局所周波数の変化特性の一例を示す。図より、間引き間隔の違いによって、静水位および波峰時において局所周波数には違いが発生し、当然ではあるが、間引き間隔が大きい程、値は小さくなっている。ノイズ除去等に関しては多くの議論があるが、本研究ではNielsen (1989)が提示している $M = (h/g)^{1/2} / \tau = 20$ ($\tau < (h/g)^{0.5}$)を援用する。また、極端に大きく算定された局所角振動数には、水面変動記録のスペクトル分布から求めたピーク周期 T_p を用いて、 $7\pi/T_p$ 以上の値に対してカットオフ処理を導入した。

(2) 周波数応答関数を用いる場合

微小振幅波理論に基づき、各時刻における局所角振動

数 ω_n に対応し、分散関係式 $\omega_n^2 = gk_n \tanh k_n h$ を満たす局所波数 k_n を用いて、水面変動記録 η_n と変動波圧 p_n の次式の関係から変動波圧を算定する。

$$\frac{p_n}{\rho g} = \eta_n \cdot \rho g \frac{\cosh k_n (h + z_p)}{\cosh k_n h} \dots\dots\dots (8)$$

(3) 準経験的伝達関数を用いる場合

上述の周波数応答関数を用いる場合、各時刻において分散関係式より局所波数を収束計算する煩雑さを伴う。そこで、Nielsen (1986) にしたがって、水面変動と水底における変動波圧との比が、水面変動の角振動数 ω と単位水塊のもつ固有振動数 $(g/h)^{1/2}$ との比によって記述できるとし、 $(p/\rho g)/\eta = F(\omega^2(h+\eta)/g)$ の関数形を仮定する。ここで、 ω^2 として、局所角振動数 ω_n^2 を使い、準経験的伝達関数 F を、規則波を対象とした水面変動記録と変動波圧の同時計測実験(斎藤ら, 2006)に基づく波峰位置での $p_n/\rho g/\eta_n$ および $\omega_n^2(h+\eta_n)/g$ の関係から、最小自乗近似法により次式のように決定する。

$$\frac{p_n}{\rho g} = \eta_n \exp \left[-B \frac{-\eta_{n-1} + 2\eta_n - \eta_{n+1}}{\eta_n g T^2} (h + \eta_n + z_p) \right] \dots\dots\dots (9)$$

なお、式中の B は、変動波圧の計測位置で変化するが、図-3 より $z_p/h = -0.5$ ($z_p = -20$ cm) の場合、 $B = 0.73$ となる。

後述する計算結果の比較では、 $B = 0.73$ を用いて、 $z_p/h = -0.5$ ($z_p = -20$ cm) の場合を対象に考察を行う。

4. 計算結果の比較および考察

(1) 進行波の場合

図-4 に、水面変動記録より算定された変動波圧の計算結果を例示する。入射波は $H_{1/3} = 6.5$ cm, $T_{1/3} = 3.46$ s の場合で、結果は 100 秒間の計測時間中の 15 秒間を取り出している。なお、図中、上段 (a) が計測地点における水面変動記録を表し、中段 (b) が変動波圧の実測値および線形フィルター法による計算値、下段 (c) が、準経験的伝達関数を用いた局所近似法による計算値を表す。変動波圧の周期性、さらに、正および負の変動

波圧の最大値とともに、両算定法による計算結果は、実験結果と非常によく一致している。

次に、図-4 の場合とほぼ同一の入射波高で、有義周

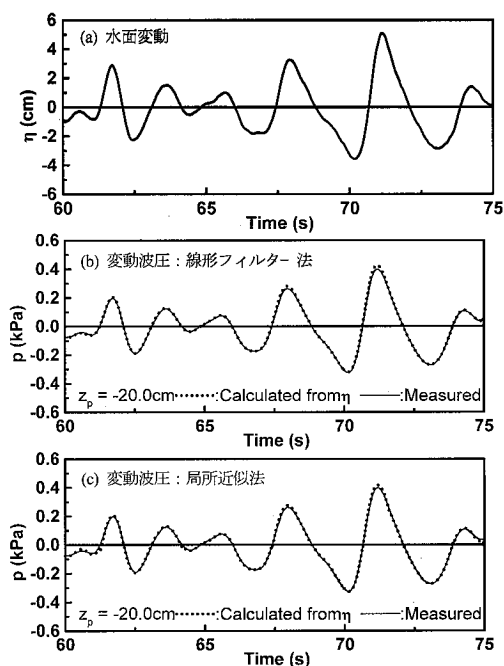


図-4 水面変位および変動圧力の時間変化
入射波： $H_{1/3} = 6.5$ cm, $T_{1/3} = 3.46$ s (進行波)

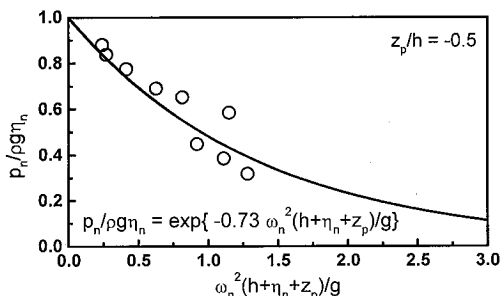


図-3 $(p_n/\rho g)/\eta_n$ および $\omega_n^2(h+\eta_n)/g$ の関係

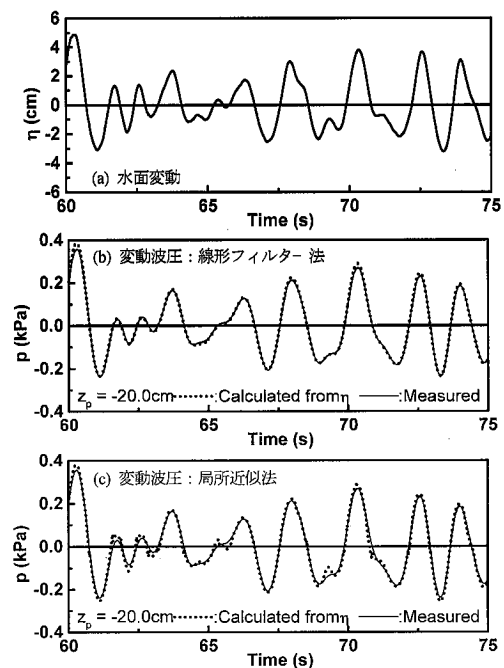


図-5 水面変位および変動圧力の時間変化
入射波： $H_{1/3} = 6.1$ cm, $T_{1/3} = 1.97$ s (進行波)

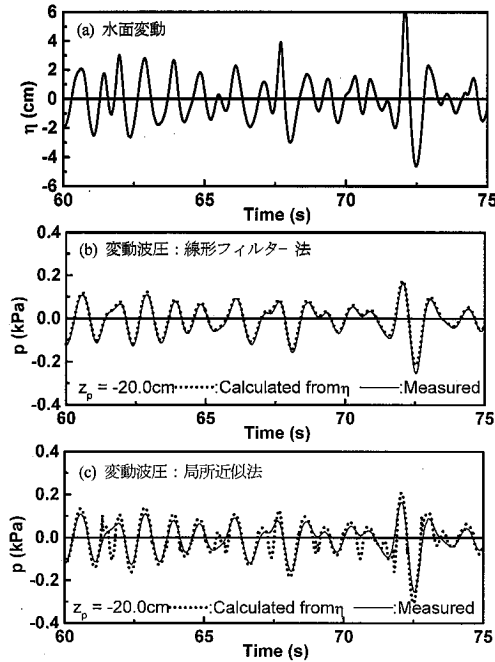


図-6 水面変動および変動圧力の時間変化
入射波: $H_{1/3}=6.0\text{cm}$, $T_{1/3}=1.04\text{s}$ (進行波)

期が小さく、水面変動には、より先鋭化した箇所が現れる2ケースの結果を図-5および図-6に示す。線形フィルター法の場合、計算結果は実験結果を良好に再現している。一方、局所近似法では、特に、有義周期が最も小さい $T_{1/3}=1.04\text{s}$ の場合、変動波圧の周期性は、水面変動記録の特性を反映するが、実験値を十分に再現できず、変動波圧の正負の最大値を計算値は若干過大評価している。なお、周波数応答関数を用いた局所近似法で算定した場合でも、静水面付近での局所周波数の発散の影響等を含んだ同様な結果が得られた。以上は、高周波な入射波条件の場合、より適切に局所周波数を決定する必要性を示唆している。計算のプロセスは簡便となるが、局所近似法では、データの間引き間隔および過大評価された局所周波数の適切なカットオフ処理など、取得データに応じたデータの処理へさらに検討が必要である。

両算定法による計算値と実験値との差異を評価するため、各時刻の計算値と実験値の差に基づく相対自乗誤差を整理した結果を図-7に示す。図より、局所近似法の場合、図-6の結果に対応し、高周波領域で値が0.05を下回る他の場合よりも比較的大きな誤差の発生が確認できる。一方、波別解析に基づき、正および負の有義変動波圧を比較した結果を図-8に示す。なお、上段(a)は、正の有義変動波圧(波峰側)を整理したものであり、下段(b)は、負の有義変動波圧(波谷側)の絶対値を整理したものである。変動波圧振幅の有義値を対象とした

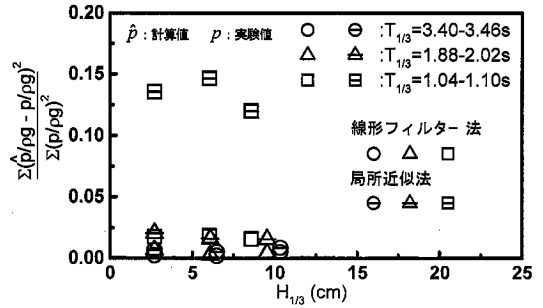


図-7 相対自乗誤差を用いた計算結果の比較 (進行波)

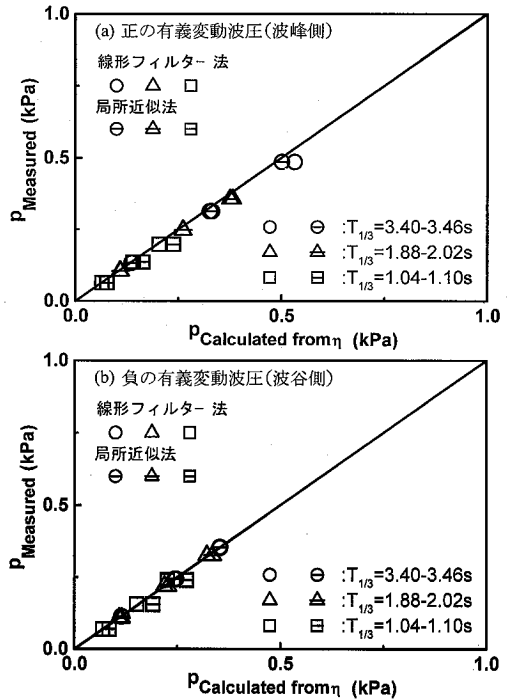


図-8 有義変動波圧を用いた計算結果の比較 (進行波)

場合、今回対象とした入射波条件の範囲では両算定法を用いて、実験結果をほぼ正確に再現できることが分かる。

(2) 重複波の場合

図-9に、図-6の入射波で重複波を発生させた場合の計算結果を例示する。変動波圧の周期特性および正負の最大値の特性とも、進行波の場合と同様に、入射波が高周波の場合でも、線形フィルターによって実験結果を良好に再現できることが分かる。ただし、両算定手法では、非線形性に伴う、双山型の変動波圧の発生 ($t=13\text{s}$, 19s 付近) を再現するには至らなかった。

さらに、相対自乗誤差および有義変動波圧振幅の比較結果を図-10および図-11に示す。重複波の場合でも、変動波圧の有義値を対象とした場合、今回対象とした入射波条件の範囲では、両算定手法により実験結果をほぼ

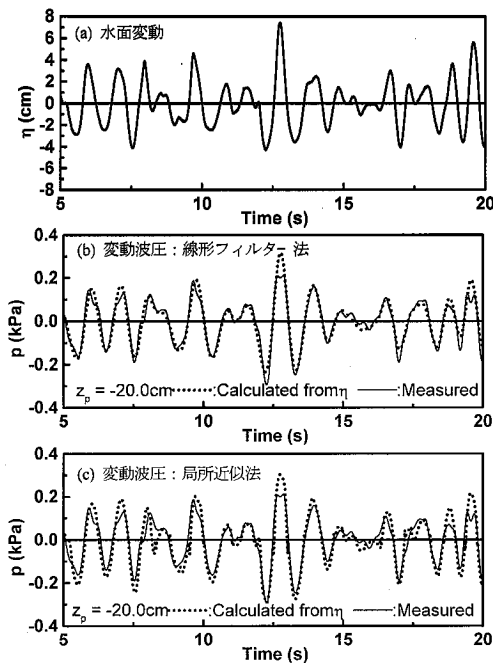


図-9 水面変位および変動圧力の時間変化
入射波： $H_{1/3}=6.0\text{cm}$, $T_{1/3}=1.04\text{s}$ (重複波)

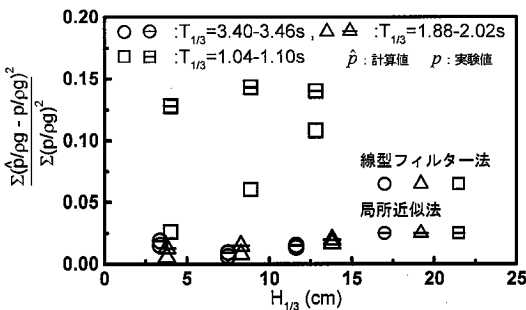


図-10 相対自乗誤差を用いた計算結果の比較 (重複波)

正確に再現できることが分かった。

5. 結 論

本研究では、不規則な水面変動記録から内部の変動波圧を効率的に計算する算定手法の開発を目的に、線形フィルター法、局所近似法を発展させた手法を提案し、実験結果との比較から、両手法の有効性について検討した。実験結果との比較より、変動波圧振幅の有義値を対象とした場合、今回対象とした入射波条件の範囲では両算定法を用いた計算値により、進行波および重複波の場合ともに、実験値をほぼ正確に再現できることが分かった。一方、変動波圧の時間変化を対象とした場合、線形フィルター法を用いて良好に対応可能となるが、局所近似法では、特に、高周波な入射波条件に応じて適切な局所周

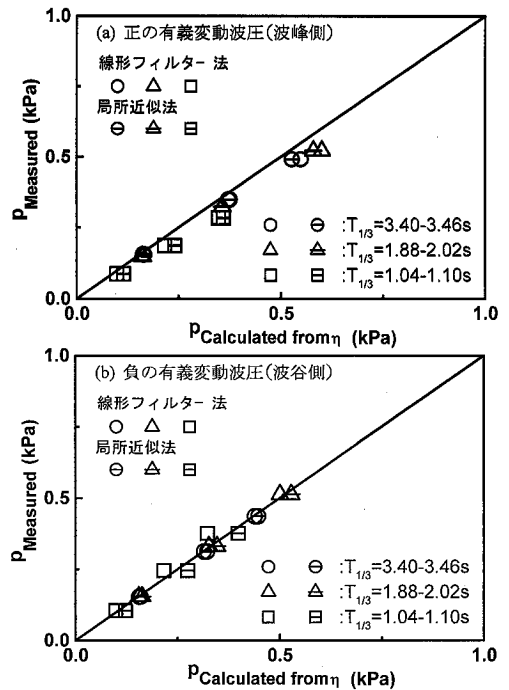


図-11 有義変動波圧を用いた計算結果の比較 (重複波)

波数を決定するための改善が今後の課題となる。

参 考 文 献

磯部雅彦・大中 晋(1984)：砕波帯付近における不規則波の水粒子速度の計算法，第31回海岸工学講演会論文集，pp. 39-43。
 岩垣雄一・酒井哲郎・石田 啓(1972)：不規則波の水粒子速度と水面変動との相互関係に関する研究，第19回海岸工学講演会論文集，pp. 149-154。
 小舟浩治・合田良実・成田明・佐々木弘・森田行司(1988)：現地観測における水圧波形から表面波への換算法について，港湾技術研究所報告，pp. 161-183。
 斎藤武久・岩田秀樹・宮下雄太・石田 啓(2006)：水面変動記録を用いた不規則変動波圧の算定法，海岸工学論文集，第53巻，pp. 781-785
 佐藤慎司・諫山太郎・柴山知也(1988)：緩勾配斜面における不規則波の底面流速変動特性に関する研究，第35回海岸工学講演会論文集，pp. 78-82。
 橋本典明・永井紀彦・菅原一晃・浅井正・朴慶寿(1993)：波浪の多方向性と弱非線形性を考慮した水圧波から表面波への換算法について，港湾技術研究所報告，pp. 27～51。
 Bishop, C.T. and M.A. Donelan (1987) : Measuring waves with pressure transducers, Coastal Eng., 11, pp. 309-328.
 Nielsen P. (1986) : Local approximations : A new way of dealing with irregular waves, Proc. 20th Int. Conf. Coastal Eng., pp. 633-646.
 Nielsen P. (1989) : Analysis of natural waves by local approximations, J. Waterway, Port, Coastal, and Ocean Eng., ASCE, Vol. 115, No. 3, pp. 384-396.
 Reid, R.O. (1957) : Correlation of water level variations with wave force s on a vertical pile for nonperiodic wave, Proc. 6th Int. Conf. Coastal Eng., pp. 749-786.