

樹脂き裂を想定した異方性板の動的応力拡大係数*

柴原正雄**, 山田政宏***

The Dynamic Stress Intensity Factor of Anisotropic Plates
with a Crack in the Matrix

Masao SHIBAHARA and Masahiro YAMADA

An anisotropic model was considered as a rectangular plate made of fiber reinforced plastic with an edge crack parallel to the fiber direction. Its dynamic response was investigated by comparison with the results for an isotropic plate from the point of view of the time response of the dynamic stress intensity factor determined by the finite element method. First, by the qualitative elucidation for the dynamic response of this model subjected to a step function load, the influence of an anisotropic composition on it was made clear. Continually, analyses provided the duration time of the incident stress wave were performed, and according to those results the fracture of the anisotropic model was predicted and it was compared with the experimental results.

Key Words: Fracture, Dynamic Stress Intensity Factor, Anisotropic Plate, Edge Crack, FEM, Incident Stress Wave

1. 緒言

近年、き裂部材の破壊強さを評価するうえで有効な手法として発達してきた線形破壊力学を動的問題に拡張するために多くの研究が行われている⁽¹⁾。一方、FRP に代表される異方性材についても破壊力学的取扱いが必要であることはもちろんで、その動的破壊の解明は重要な研究課題の一つである。

本研究は、前報⁽²⁾に続き、樹脂き裂を想定した異方性モデルの動的挙動の解明を動的有限要素法解析によって試みたものである。すなわち、異方性モデルとして、図 1 に示す片側縁き裂を有する長方形板がき裂方向に平行な一方向にファイバを含有した場合を取り扱い、単軸の応力波による開口形応力拡大係数（モード I）の解析を行った。また、ファイバを含有させる以前の等方性板についても検討し、それらとの比較によって異方性板の動的挙動の特性を吟味した。

2. 解析方法

有限要素法は、一般にき裂先端のような応力の特異

性を持つ問題には著しく精度が低下する難点がある。よって本研究では、その精度改善のために比較的取扱いの容易な Barsoum の方法⁽³⁾を用い、また動的解法としては直接数値積分法の一つである New mark β 法 ($\beta=1/4$) によることとした。要素分割を図 2 に示す。き裂先端の 12 の要素に Barsoum の特異要素を用い、他はすべて定ひずみ要素とした。質量マトリックスとしては、ランプトマスマトリックスを用い、また、計算時間間隔は $0.8 \mu s$ とした。応力拡大係数は、図 2 に示すき裂の上下面の接点 P_1, P_2 の開口変位を平均し、Sih-Liebowitz の示した変位に関する理論式⁽⁴⁾により算出した。

モデルとしては、エポキシ樹脂（縦弾性係数 3.19 GPa, ポアソン比 0.371）にガラス繊維（縦弾性係数 72.5 GPa, ポアソン比 0.220）を 8.6 % 含有する場合

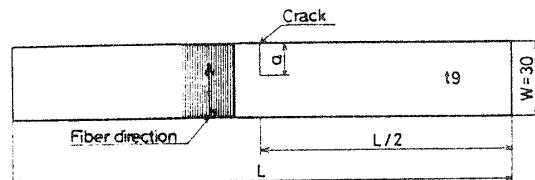


図 1 対象モデルの形状、寸法

* 昭和 61 年 11 月 26 日 第 941 回講演会において講演、原稿受付 昭和 61 年 3 月 22 日。

** 正員、金沢大学工学部（〒920 金沢市小立野 2-40-20）。

*** 准員、（株）小松製作所（〒107 東京都港区赤坂 2-3-6）。

を設定し、植村・山脇の複合則⁽⁵⁾により算出した以下に示す弾性定数のものを用いることとした。

$$E_L = 9.15 \text{ GPa}, E_T = 3.53 \text{ GPa}$$

$$\nu_{LT} = 0.357, G_{LT} = 1.29 \text{ GPa}$$

ここで添字 L は繊維と平行、 T は直角方向を表す。

3. 静的応力拡大係数

動的解析に先立ち、本異方性モデルの静的応力拡大係数 K_s を明らかにする必要があり、まず有限要素法により静的解析を実施した。図 3 にその結果を示す。図 3 では K_s は等方性理論値 K_r との差を 100 分率で示しており、等方性板の解析結果は約 -5 % 以内となっており、本有限要素法の精度が良好であることがわかる。また、異方性板の結果は等方性板に比較して若干低下しているものの、ほぼ等方性板の結果と一致しており、本モデルの異方性板では、従来の等方性理論式による静的評価は十分可能であることがわかる。

4. ステップ状の応力波による応答

まず、本モデルの動的挙動の定性的な傾向を把握するために、モデル上端にステップ状の応力波が入射した場合の解析を行った。図 4 に応力波の伝ば状況を示す。図 4 に示すように有限要素法では、負荷条件をステップ状に選んでも実際に伝ばする応力波は完全なステップ波とはならず、特に立ち上がりがなめらかなものとなっているのがわかる。図 5 に解析により得られた動的応力拡大係数 K_d の時間的变化を示す。また、図 6 は、図 5 の等方性板の結果を Sih らの解析結果⁽⁶⁾にならって無次元化表示して示したもので、横軸の原

点は綫波の伝ば速度 $c_l (= 1574 \text{ m/s})$ より算出したき裂面への応力波到達時間にとってある。図 6 によれば、初期の立ち上がりはき裂長さによって異なるものとなっているが、これは前述の入射応力波の立ち上がりがなめらかとなっているための数値誤差と考えられる。この立ち上がりは、き裂表面を伝ばする散乱レイリー波により \sqrt{t} に比例して増加するものであり、その比例定数は材料定数にのみ依存し、き裂長さによらないと考えられる⁽⁶⁾。図 6 に示した一点鎖線は半無限板の外側き裂の静的理論値で、本モデルにおいてき裂長さ a を零とした理論上の極限値に相当する⁽⁷⁾。本解は、この値を 20~30 % 超えた後、振動しながら増加する傾向を示しており、その増加割合はき裂長さが長いほど大きくなっている。この増加は、き裂先端から発生した応力波が境界で反射を繰返すことにより部材全体の変形が起こる過程と考えられる。

さて、図 5 にもどって異方性板の結果につき見れば、等方性板に比較して挙動が全般的に速くなっているのがわかる。すなわち異方性板では、初期の立ち上がりは等方性板よりも急激であり、また境界の影響による増加においてはその振動周期が短くなっているのがわ

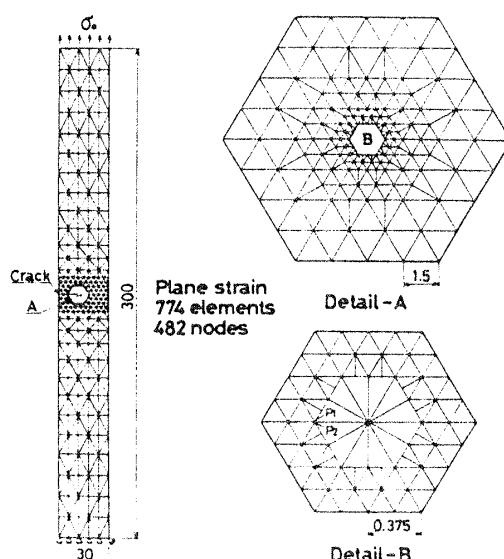


図 2 要素分割 ($a/W = 0.4$)

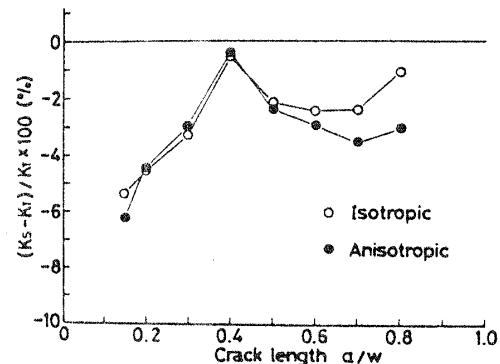


図 3 K_s と K_r の差とき裂長さ関係

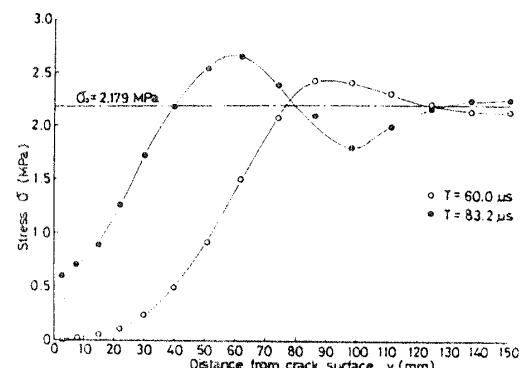


図 4 応力波の伝ば状況

かる。これは、本異方性モデルでは板幅方向の剛性が高められており、そのため応力波の伝ば速度が大きく、挙動が速くなっていることによると考えられる。

5. 実験との比較

さて、図5の結果から明らかなように、 K_D は時間的に変化し、その変化はき裂長さにより異なるため、一般に動的な場合の破壊特性にはき裂長さのほかに入射応力波の持続時間が影響することになる。そこで、入射応力波の持続時間も変化させて解析、吟味を行つ

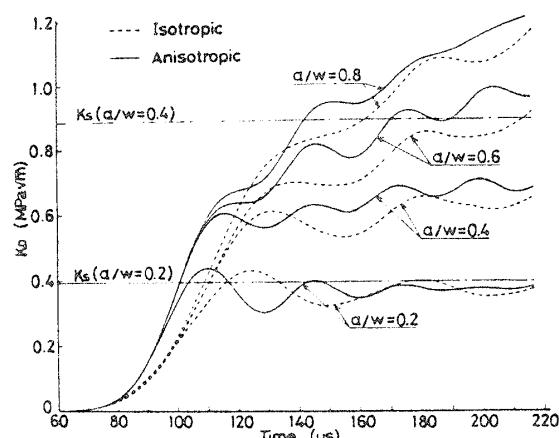


図5 ステップ波による K_D の時間的变化

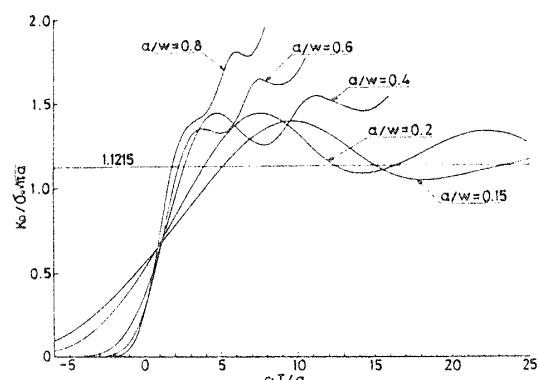


図6 K_D の時間的变化（等方性板）

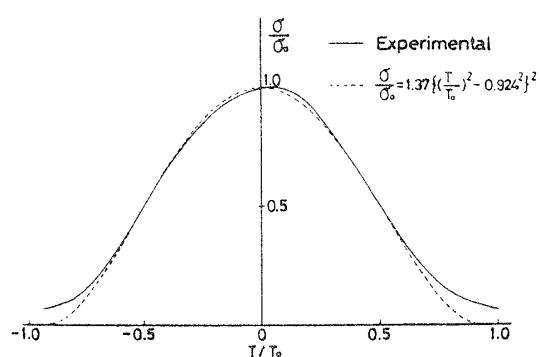


図7 入射応力波

た。入射応力波としては、前報⁽²⁾同様の実験手法で得られた図7に示すものを取扱った。図7では入射応力波はそのピーク値 σ_0 と $\sigma_0/2$ の高さでの持続時間 T_0 で無次元化表示してあり、本解析では図中破線で示され、次式で近似表示されるものを入射応力波として用いた。

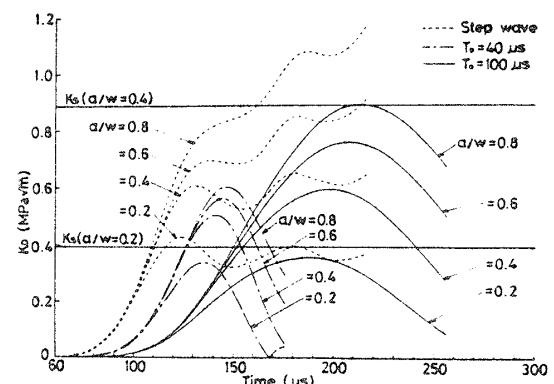


図8 K_D の時間的变化（等方性板）

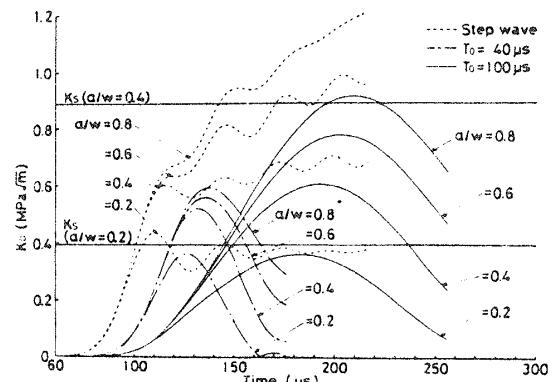


図9 K_D の時間的变化（異方性板）

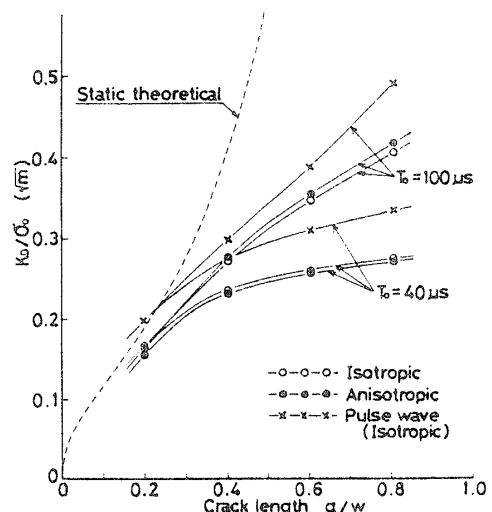
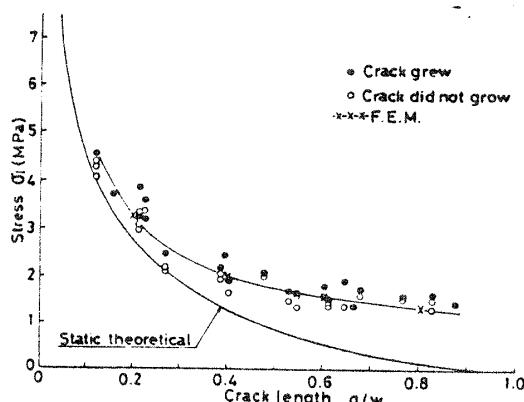


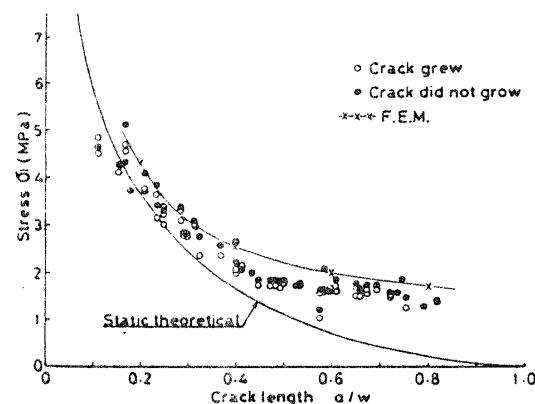
図10 発生する K_D のピーク値

図 11 き裂進展開始応力（等方性板, $T_0=100 \mu\text{s}$ ）

$$\frac{\sigma}{\sigma_0} = 1.37 \left[\left(\frac{T}{T_0} \right)^2 - 0.924^2 \right]^2 \quad (1)$$

T_0 としては、40 μs , 100 μs の二とおりとした。図 8, 9 に得られた K_D の時間的变化を示す。図 8, 9 には比較のため先のステップ波の結果も破線で同時に示してあり、各 T_0 の変化傾向はステップ波の結果に類似したものとなっている。図 10 には、図 8, 9 における K_D のピーク値を示す。図 10 では K_D は σ_0 で除して示してある。また、この場合の入射応力波を T_0 の持続時間を持つパルス波とみなしてステップ波の結果から求めたものも等方性板につき×印で示してあり、パルス波とみなした予測では高めに評価されることがわかる。等方性板と異方性板につき比較すれば、 $T_0=100 \mu\text{s}$ の場合には若干異方性板のほうが高くなるものの、各 T_0 の場合ともほぼ両者は一致している。したがって、仮に破壊が従来の maximum stress intensity criterion⁽¹⁾によって起こるとするならば、ここで取扱った程度の T_0 の場合には、等方性板の結果から異方性板の場合の破壊予測が可能であるといえることになる。

次に図 10 の結果を基に破壊予測を行い、実験結果との比較を行った。すなわち、本研究で設定したモデルの供試片を作成し、前報⁽²⁾と同様の手法により実験を実施した。その結果、動的破壊じん性値は、等方性材が $0.525 \text{ MPa} \cdot \sqrt{\text{m}}$ 、異方性材が $0.686 \text{ MPa} \cdot \sqrt{\text{m}}$ であり、破壊条件として maximum stress intensity criterion を採用して図 10 の結果よりき裂進展開始応力 σ_0 の予測値を算出した。 $T_0=100 \mu\text{s}$ の場合につき結果を図 11, 12 に示す。図 11, 12 には実線で静的理論式による予測値も同時に示してある。まず図 11 の等方性板の結果につき見れば、有限要素法による予測値は、●印

図 12 き裂進展開始応力（異方性板, $T_0=100 \mu\text{s}$ ）

（き裂が進展した場合）と○印（き裂が進展しなかった場合）のほぼ境界にあり、よく実験値と一致しているといえる。また、図 12 の異方性板の場合も同様で、ほぼ一致しているが若干は有限要素法による予測値は高めとなっており、実際の現象のほうが剛性の影響が大きいともいえる状況となっている。

6. 結 言

樹脂き裂を想定した異方性モデルの動的有限要素法解析により、次のような結果を得た。

(1) ステップ状引張応力波を受けた場合の K_D の時間的变化を求め、その定性的な変化傾向を吟味し、本場合の異方性の影響として K_D の変化が急速となる特性があるものである。

(2) 入射応力波の持続時間を設定して解析を行った結果、特に発生する K_D のピーク値に着目するならば、本解析の範囲では異方性板と等方性板の結果はほぼ一致しており、等方性板の結果から異方性板の破壊予測がある程度可能であるといえる。

なお、本研究は文部省科研費による継続であり、また西尾真一、明官謙一の両君の努力にも謝意を表す。

文 献

- (1) 例えば、Sih, G. C., *Int. J. Fract. Mech.*, 4-1 (1968), 51.
- (2) 柴原・山田, 機論, 52-474, A (昭 61), 460; 柴原・山田, 51-470, A (昭 60), 2418.
- (3) Barsoum, R. S., *Int. J. Numer. Mech. Eng.*, 11-7 (1977), 85.
- (4) Sih, G. C. (Liebowitz, H. 編), *Fracture*, II (1968), 108, Academic Press.
- (5) 林(毅), 変合材料工学, (昭 46), 537, 日科技連.
- (6) Sih, G. C., Embly, G. T., and Ravera, R. J., *Int. J. Solids Struct.*, 8-10 (1972), 977.
- (7) 岡村, 線形破壊力学入門, (昭 51), 216, 培風館.