

# エネルギー解放率破壊規準による圧縮混合モード下における 平行き裂の進展挙動について

Extension Behavior of Parallel Cracks under Compressive Mixed Mode Loadings  
based on the Energy Release Rate Criterion

阿部孝弘\*・矢富盟祥\*\*・鱸洋一\*\*\*\*・高橋圭太\*\*\*\*

Takahiro Abe, Chikayoshi Yatomi, Yoichi Suzuki and Keita Takahashi

\*博士(工学) 福井工業高等専門学校 教授 (〒916-8507 福井県鯖江市下司町)

\*\* Ph.D. 金沢大学大学院 自然科学研究科 教授 (〒920-8667 石川県金沢市角間町)

\*\*\*博士(工学) 五大開発株式会社 技術研究所 (〒921-8041 石川県金沢市黒田1丁目)

\*\*\*\*金沢大学 博士前期課程 (〒920-8667 石川県金沢市角間町)

In this paper, we examine the crack extension behavior in the brittle material under the compression mixed mode loadings based on the energy release rate criterion. Two initial parallel cracks were inserted in the center of a disc-type test-piece made of a cement paste. The compressive loads were obliquely applied to the parallel cracks. We study the influences to the crack extension behavior by changing, the loading angle, the friction of the crack surface, the difference of length between two cracks, the distance of two parallel cracks. The energy release rate is computed for the extending crack tips at the onset of crack kinking by using the E-integral which is path independent even for a path containing a kinking crack tip.

**Key Words:** parallel cracks, crack extension, FEM, E-integral, energy release rate

キーワード: 平行き裂, き裂進展, FEM, E積分, エネルギー解放率

## 1. はじめに

現在の社会情勢を考えると、既存のコンクリート構造物のメンテナンスは非常に重要な課題である。コンクリートは力学的性質の異なる物質が結合して構成されている不均質な材料であり、その内部は潜在き裂の存在や構成物質相互の界面の影響などにより、多数のき裂が干渉し合う非常に複雑な状況となっている。このようなき裂の進展の可能性や進展挙動を把握することは、コンクリート構造物のメンテナンスを考える上で、非常に重要なことである。

実際のコンクリートのような不均質材料では微細き裂から巨視的き裂への進展過程を含む複雑な破壊メカニズムを有するが、本研究では、き裂の発生過程ではなく、既にコンクリートのようなぜい性材料中に巨視的き裂が存在し、それが進展するかしないかという進展可能性に及ぼすき裂の配置状況や載荷条件の影響を、破壊力学的手法を用いて考察する。

Griffith<sup>1)</sup>の破壊理論に始まったき裂進展の力学である破壊力学は、Irwin<sup>2)</sup>によって提唱された応力拡大係数K値による破壊靱性値の概念へと発展し、今日ではすでに金属な

どを主とする工業材料の材料特性のひとつとして設計等に用いられている。しかし、それらの金属材料では進展き裂が引張荷重により開口している場合を対象としたものがほとんどである。それに対してコンクリートなどが構造物に使用される場合には、引張強度が小さいという材料の性質上、ほとんどが圧縮荷重作用下で用いられる。したがって、圧縮荷重下での挙動が重要となる。しかしながら、圧縮破壊過程のき裂進展のメカニズムは引張破壊過程に比べて非常に複雑である。圧縮荷重下では多くの場合、き裂は閉じて接触し、荷重状態によっては摩擦力に保持されながら滑り、モードI型(開き型)とモードII型(せん断型)の混合モード状態で折れ曲がって進展する。き裂折れ曲がりの進展挙動を把握するためには、破壊パラメータとして応力拡大係数よりもエネルギー解放率を用いた方が、モードI、モードIIを区別する必要がなく、有利である場合が多い。

本研究では混合モード下におけるき裂進展挙動の状況を把握するために、まず、セメントペーストで作成した円盤型供試体中に、その直径方向にき裂を挿入し、き裂面方向から傾斜させた荷重方向で圧縮実験を行った。その一例



図-1 き裂進展状況 (実験後)

が図-1である。図-1は直径10cm、厚さ3cmの円盤型供試体の中央に長さ2cm、間隔2cmで挿入した2本の初期平行き裂を持ち、き裂面に対して50°の角度で圧縮荷重を載荷し、試験後の破壊した供試体をつなぎ合わせたものである。これを見ると、載荷点に近い初期き裂先端と載荷点を結ぶき裂、および互いの初期き裂先端を結ぶき裂が発生していることがわかる。き裂の配置状況や載荷角度が異なるとさらに複雑な状況となる場合もある。

本研究では、図-1に示される供試体を解析モデルとし、き裂面に対して傾斜した荷重を作用させ、載荷角度、き裂面における摩擦係数、2本のき裂長さの違い、およびき裂間隔がき裂の進展に及ぼす影響を、き裂の進展がエネルギー解放率による破壊規準に従うものとして考察する。ここにき裂進展挙動とはどのき裂先端がどの方向に進展するかを意味する。き裂の進展はモードIおよびモードIIの両方によって生じる混合モード下の状況となる。

図-1に見られるような折れ曲り進展をするき裂の解析には矢富<sup>3)4)</sup>が考案した、E積分が非常に有効である。E積分は経路独立な積分であり、積分経路内にひずみの不連続な箇所や進展しないき裂先端が存在しても進展前と進展後の応力解析をすることにより、折れ曲り進展をするき裂であっても、有限要素法により精度よく折れ曲り瞬間時のエネルギー解放率を求めることができる<sup>9)</sup>。また、混合モード下におけるエネルギー解放率を求める場合にも、E積分が有用であることが報告されている<sup>7)</sup>。なお、筆者ら<sup>8)</sup>は、同様なモデルで、き裂が中央に1本のみ存在する場合について、混合モード下におけるき裂の進展がエネルギー解放率による破壊規準にしたがうものとして報告し、破壊荷重とエネルギー解放率との間の関係の考察から、このようなき裂進展の場合のき裂進展挙動をエネルギー解放率による破壊規準によって説明できることを確認している。

## 2. 実験方法と画像解析

図-1に示した実験では、水セメント比を40%とした、直径10cm、厚さ3cmのセメントペーストによる円盤型供試体を作成し、セメントペースト打ち込み時に、供試体所定の位置に、PET(使用済みNTTテレホンカード:平均厚さ0.275mm)の先端を紙やすりで加工し、切り欠き状にしたものを、供試体を貫通するように埋め込み、脱型時に抜き取って初期き裂とした。養生期間はすべて4週間とし、20°C水中養生とした。図-1に示したように、この供試体に、き裂面方向に対して傾斜させた載荷角度で圧縮荷重を作用させ破壊に至るまで負荷実験を行い、最大荷重値を測定した。載荷角度は0°から70°まで10°ごととした。初期き裂には厚さがあるため、載荷角度が小さい場合の載荷初期には摩擦の影響はほとんどでないことになる。試験機はインストロン社製5581型万能試験機を用い、スキャン間隔は1秒であり、載荷速度0.05mm/minの変位制御で載荷した。

き裂進展の瞬間は一瞬であるので、どのき裂先端が最初に進展したのかを肉眼で判断することはできない。そのため、その状況を高速度ビデオカメラで撮影し、映像から取り出した画像を解析した。図-2は図-1とは異なる載荷角度における供試体であるが、き裂が進展する瞬間の状況を高速度ビデオカメラで撮影した映像から取り出した原画像である。



(a) フレーム3 (b) フレーム4 (c) フレーム5

図-2 き裂が進展する瞬間の原画像

撮影に使用した高速度ビデオカメラにおける、画像レートは最高 6000 フレーム/秒、有効画素数は 232×192 ピクセル、スペクトル感度は 400~1000nm である。有効画素数が 232×192 ピクセルであることから、撮影可能な領域が限定されるため、撮影範囲は初期き裂から載荷点までの長方形とし、4000 フレーム/秒で撮影した。この映像を MPEG 形式の動画として取り込み、1 フレーム/秒としたアニメーション GIF として出力する。この GIF 形式の画像から、き裂発生前後の連続した 10 フレーム程度の画像を個々の画像に分解し、1 フレームごとの画像を得る。以上の一連の操作を行なうことによって、初期き裂が進展する瞬間前後の 1/4000 秒間隔の画像（原画像）を得たことになる。

図-2には、図-1との比較ができるように図-1と同様に載荷方向の矢印をつけてある。画像中央にある2本の斜線が初期き裂である。しかし、図-2ではそれぞれの画像の違いを明確にすることができないため、き裂の進展状況を判断することはできない。

そこで、図-2のそれぞれ画像とき裂が進展していない画像（フレーム1）との差画像をとり、それに色調のレベル補正をして2つの画像の差をより鮮明にした画像が図-3である。差画像では2つの画像が異なっている部分に違いが出てくる。図-3(a)をみると左側のき裂の上先端に白い筋が見え（図中の円内）、このき裂先端が進展を開始したことがわかる。図-3(b)でそれが載荷点まで到達し、(c)で白い筋が太くなり、き裂幅が大きくなっていることが確認できる。また、図-3(c)では、右側のき裂の下先端に

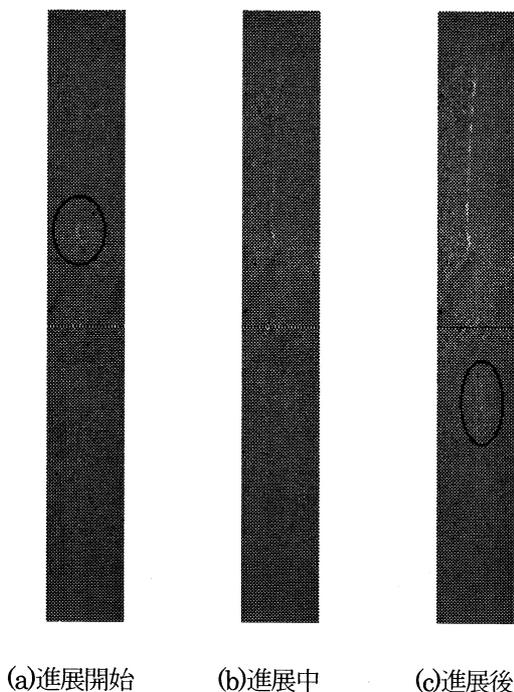


図-3 き裂が進展する瞬間の差画像

白い筋が現れており（図中の円内）、このき裂先端が進展していることもわかる。このことからき裂の進展は載荷点に近い初期き裂先端から載荷点に向かうき裂が、他のき裂先端より先に進展していることがわかる。対称なき裂配置ならばこれらの進展は同時に発生するが、供試体作成上のずれによって実際には同時には発生しない。

このように実験において載荷中、最初に生じるき裂は初期き裂の載荷点に近い先端から載荷点に向かうき裂であることから、解析においては、この初期き裂先端におけるエネルギー解放率を解析することとした。

### 3. 解析方法

#### 3.1 解析モデル

本研究における解析モデルの概略図を図-4に示す。き裂面方向を水平方向にとり、2本の初期き裂の長さを  $2a$  とし、上側と下側のき裂長さに違いをつけ、その差を  $\Delta a$ 、き裂間隔を  $d$  とする。 $\beta$  は載荷角度であり、き裂面方向を  $0^\circ$  とし、反時計回りを正とする。実際の解析では、直径  $2R=10\text{cm}$ 、初期き裂長さ  $2a=2\text{cm}$  とし、き裂間隔  $d$  を  $1\text{cm}$ 、 $2\text{cm}$  および  $3\text{cm}$ 、き裂長さの差  $\Delta a$  を上側と下側が等長である  $\Delta a=0$  の場合、および  $\Delta a=1\text{mm}$ 、 $3\text{mm}$  の場合の解析を行った。また、載荷角度  $\beta$  は  $10^\circ$  間隔で  $0^\circ$  から  $80^\circ$  までとした。

#### 3.2 E積分公式

本研究では、圧縮荷重作用下のモード I（開き）とモード II（面内せん断）が同時に生じる混合モード状態でのき裂進展を対象としている。この場合き裂面における摩擦力を考慮したき裂面上の積分を実施しなければならない。その場合、補ひずみエネルギー型の E 積分を用いれば、進展き裂先端のエネルギー解放率が精度良く求められることが証明されている<sup>9)</sup>。

線形超弾性体の場合で、変形が微小であると限定された場合では、外荷重が比例負荷で与えられると、補ひずみエネルギー型の E 積分公式は次式で与えられる<sup>9)</sup>。

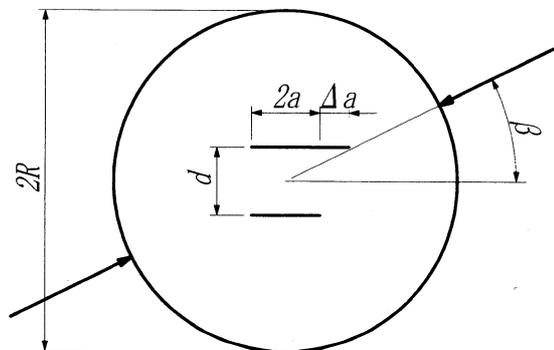


図-4 解析モデルの概略図

$$E(l) = \frac{\partial}{\partial l} \left[ \int_{\Gamma+C^{\pm}} \left( \frac{1}{2} \mathbf{s} \cdot \mathbf{u} \right) ds \right] - \int_{\Gamma+C^{\pm}} \left( \frac{\partial \mathbf{s}}{\partial l} \cdot \mathbf{u} \right) ds \quad (1)$$

ここに、 $\mathbf{s}$ は公称表面力であり、 $\mathbf{u}$ は変位である。また $l$ はき裂長さである。 $C^{\pm}$ はき裂上下面であり、 $\Gamma$ は両き裂面を含む積分経路を表す。き裂面上で摩擦力が働く場合、き裂面上で積分が0にならないため、積分経路にはき裂面上下を含めなければならない。また、 $\partial l / \partial l$ は右微分係数をとる。すなわち、き裂が折れ曲った状態で微分 $\partial l / \partial l$ を行い、その後、き裂折れ曲り部分の長さ0に収束させた微分係数である。この式(1)を数値解析的に解く必要から、微分項をき裂進展前と進展後の値で2点差分近似すると次式となる。

$$E = \sum_{i=1}^n \left\{ \frac{\mathbf{s}_i(l + \Delta l) \cdot \mathbf{u}_i(l + \Delta l) - \mathbf{s}_i(l) \cdot \mathbf{u}_i(l)}{2\Delta l} - \frac{\mathbf{s}_i(l + \Delta l) - \mathbf{s}_i(l)}{\Delta l} \cdot \mathbf{u}_i(l) \right\} \quad (2)$$

ここに、 $n$ は積分経路上の節点数、 $\mathbf{s}_i$ 、 $\mathbf{u}_i$ はそれぞれ各節点において算出された表面力、及び変位である。ここで、表面力とは、き裂面以外の積分経路では、等価節点表面力のことであり、積分経路を要素の辺上に設けて、積分経路の内側でその節点を含むすべての要素において、要素剛性マトリックスと節点変位を乗じて得られた表面力の合計した値であり、き裂面上では摩擦力である。

E積分ではき裂が進展する前とき裂が微小長さ進展した後の応力解析を行う必要がある。式(2)における $\Delta l$ はき裂進展長さであり、き裂進展前の解析モデル(基本モデル)とき裂進展後の解析モデル(き裂進展モデル)とのき裂長さの差である。よって、式(2)中の( )内の $l$ および $l + \Delta l$ は、それぞれ基本モデルおよびき裂進展モデルの物理量であることを表す。図-4に示す本研究における解析モデルでは、上側き裂の進展を解析する場合は $l = 2a + \Delta a$ であり、下側き裂の解析を行う場合は $l = 2a$ である。

進展き裂面上の状態は圧縮応力の大きさやその荷重履歴により、様々な状態が考えられるが、ここではその状態を、固着接触状態、滑り接触状態、開き状態の3つに大きく分けて考える。ただし、滑り接触状態のとき、滑り方向とは逆向きに摩擦力が発生するが、摩擦力はCoulombの摩擦法則に従うものとし、そのときの摩擦係数 $\mu$ は定数とする。ここに、固着接触状態とは、進展き裂面上での法線方向表面力成分が圧縮状態にあり、かつ接線方向表面力成分が限界摩擦以下以下のときである。すべり接触状態とは、外力の荷重により進展き裂面上での接線方向表面力成分が限界摩擦以上になったときであり、開き状態とは、荷重後の変形によっても接触しない状態をいい、荷重前に接触していた点の法線方向表面力成分が引張になる条件となるような状態である。なお、摩擦係数 $\mu$ は、0.0、0.3、0.6および0.9と変化させた。

### 3.3 有限要素分割

解析に用いた有限要素分割を図-5に示す。要素は四角形および三角形のアイソパラメトリック要素を用いた。上側き裂長さを長くする場合には、き裂中央の辺長を長くしている。き裂面の有限要素モデルは、接合要素は用いず、き裂面の上面および下面に座標値の等しい節点を配置し、アイソパラメトリック要素で分割している。

境界条件は、図-4のようにき裂面方向を水平方向にとり、荷重角度 $\beta$ に相当する節点に、集中荷重として作用させた。拘束する節点は荷重方向と直角方向にある境界上の1つの節点を水平方向、鉛直方向ともに拘束し、それと反対側にある節点を1方向のみ拘束した。したがって、荷重角度が $45^\circ$ に近い場合は、実際の実験とは異なる境界条件となることは否めないが、き裂面から遠いためその影響は少ないと考える。

図-6に進展き裂先端近傍の要素分割を示す。き裂折れ曲り瞬間時のエネルギー解放率を有限要素法によりE積分を用いて求める場合には、き裂進展モデルの要素分割を図-6に示すように初期き裂面から折れ曲って進展した状況に分割する必要がある。このときの折れ曲り角度をき裂進展角度と呼ぶ。本研究では、き裂進展角度 $\theta_i$ はき裂面から反時計回りを正として、 $15^\circ$ 間隔とした。

また、き裂進展長さは $0.03125\text{cm}$ とし、ヤング係数は $3000\text{kN/cm}^2$ 、ポアソン比は0.3とした。

E積分では進展するき裂先端を積分経路内に含んでいれば任意の積分経路でエネルギー解放率を解析ができる。したがって、き裂から遠くの積分経路を用いることができ、誤差の考えられるき裂先端の応力値を使用する必要がない。ただし、き裂進展長さが大きいと解析値に誤差を生じる可能性がある。そのため、き裂先端の分割は細かくする

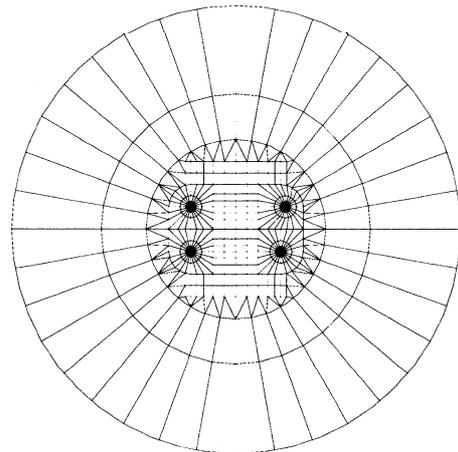


図-5 有限要素分割

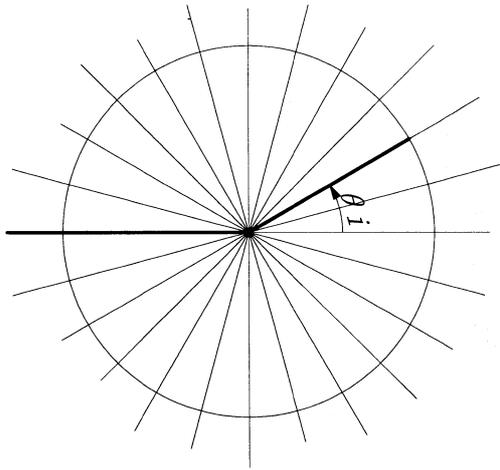


図-6 進展き裂先端の分割状況とき裂進展角度

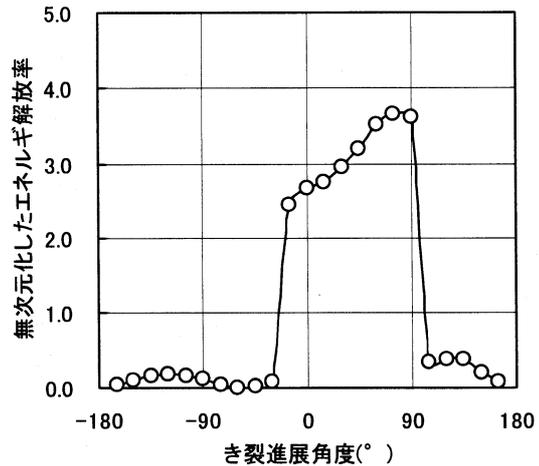


図-7 エネルギー解放率の解析結果  
( $d=1\text{cm}$ ,  $\Delta a=0$ ,  $\mu=0.0$ ,  $\beta=60^\circ$ )

必要がある。本研究で用いたき裂進展長さは、解析解がわかっている問題では、それとの差が2~3%であったき裂進展長さを用いている。

解析では、最初、固着状態を仮定して線形解析として有限要素解析を行い、き裂面における変位と節点力を算出し、次にこれらの値を境界条件として再び有限要素解析を実施して、き裂面の変位と節点力が境界条件と一致するまで繰返し計算を行い、変位と節点力を決定した。

#### 4. 解析結果と考察

##### 4.1 き裂進展角度ごとのエネルギー解放率の解析値

図-7にき裂間隔 $d=1\text{cm}$ であり、上下のき裂長さが等しく ( $\Delta a=0$ )、載荷角度 $\beta=60^\circ$ の場合の上側き裂右先端におけるE積分によるエネルギー解放率の解析値を示す。なお、き裂面における摩擦は考慮していない(摩擦係数 $\mu=0.0$ )。図-7において横軸はき裂進展角度であり、縦軸はそのき裂進展角度におけるE積分によるエネルギー解放率の値である。ただし、このエネルギー解放率は同じ解析モデルの円盤中央に、き裂長さ $2a=2\text{cm}$ の初期き裂が1本のみあり、載荷角度 $\beta=0^\circ$ において、そのき裂が直進進展する場合(き裂進展角度 $\theta=0^\circ$ の場合)のE積分で求めたエネルギー解放率で除して無次元化してある。(ただし、き裂1本の場合に載荷角度0のときにエネルギー解放率が最大とならないことに注意する<sup>8)</sup>。)これ以降のエネルギー解放率についても同様に無次元化している。き裂の進展がエネルギー解放率による破壊規準に従うものとすれば、それぞれのき裂進展角度で求めたエネルギー解放率を比較し、最大となる方向にき裂が進展することとなる。ただし、実際にき裂が進展するためには、その値がエネルギー解放率による破壊靱性値(Griffith<sup>9)</sup>が使用した新しい単位面積を作るための表面エネルギー)よりも大きくなる必要がある。

図-7をみると、き裂進展角度が $90^\circ$ を越えた場合、お

よび $-30^\circ$ よりも小さな場合には、エネルギー解放率は極端に小さくなりき裂進展の可能性が非常に小さいことがわかる。もしも、き裂進展角度が $90^\circ$ を越えてエネルギー解放率が最大値をとるということは、き裂進展方向がき裂面方向とは逆の向きになるということである。本研究では、き裂が折れ曲り進展する瞬間時のエネルギー解放率を解析し、き裂進展挙動を考察するものである。き裂が進展する瞬間時に、き裂面方向と逆の向きに進展することはありえない。実際のき裂で、き裂進展角度が $90^\circ$ を越えてき裂が進展しているように、言い換えれば、き裂面方向に対して逆の向きにき裂が進展しているように見える場合は、 $90^\circ$ 以下で折れ曲ったき裂先端がさらに折れ曲って進展を続けるために $90^\circ$ を越えて折れ曲り進展をしているように見えるものであると考えられる。したがって、エネルギー解放率を解析するき裂進展角度は $-90^\circ$ から $90^\circ$ までとした。

図-8および図-9にき裂間隔 $d=1\text{cm}$ であり、上下のき裂長さが等しい( $\Delta a=0$ )場合のE積分によるエネルギー解放率の解析値を示す。図-8が上側き裂右先端、図-9が下側き裂右先端における値である。

図-8を見ると載荷角度 $\beta$ が $0^\circ$ の場合にはき裂進展角度が $0^\circ$ の時にエネルギー解放率が最大となっており、き裂が進展するとすれば直進進展する可能性が大きい。しかし、無次元化されたエネルギー解放率は1.0よりも小さく、き裂が1本の場合よりもき裂進展の可能性は小さい。すなわち、より大きな荷重でなければき裂は進展しない。このようにき裂の本数が増えても力の作用する方向によってはき裂が進展しにくくなる場合があることがわかる。

載荷角度が大きくなるにしたがって上向きに折れ曲り進展する際のエネルギー解放率は増大し、載荷角度が $50^\circ$ のときに最も大きくなり、その後は減少してくる。また、最大値をとるき裂進展角度は載荷角度が大きくなるにしたがって大きな角度をとることがわかる。き裂進展角度が負である下向き進展の場合のエネルギー解放率はどの載荷

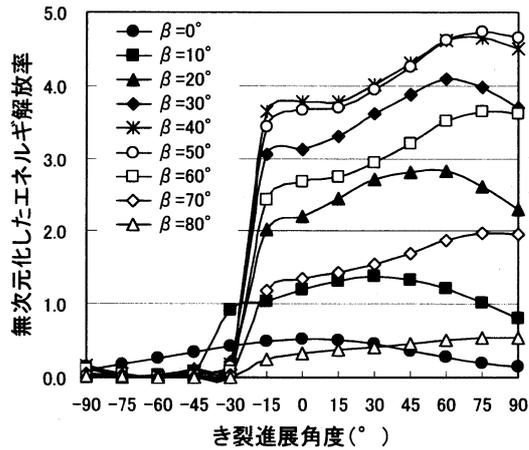


図-8 上側右先端のエネルギー解放率  
( $d=1\text{cm}$ ,  $\Delta a=0$ ,  $\mu=0.0$ )

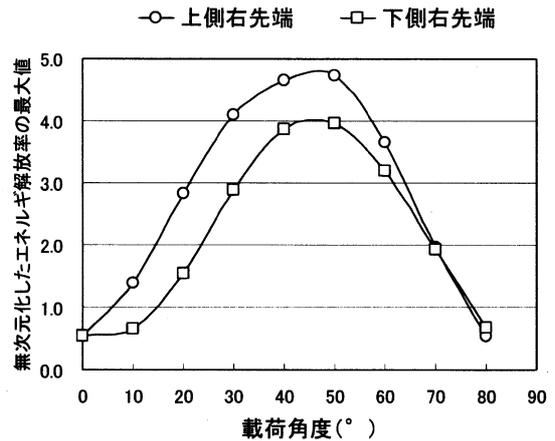


図-10 荷重角度ごとのエネルギー解放率の最大値  
( $d=1\text{cm}$ ,  $\Delta a=0$ ,  $\mu=0.0$ )

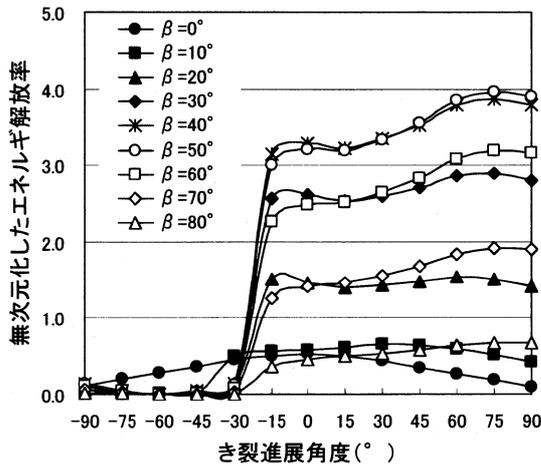


図-9 下側右先端のエネルギー解放率  
( $d=1\text{cm}$ ,  $\Delta a=0$ ,  $\mu=0.0$ )

表-1 上側き裂右先端と荷重点との位置関係  
および破壊開始角度

荷重角度 $\beta$	き裂先端と荷重点を結ぶ線分の角度 ( $^\circ$ )	き裂先端と荷重点との距離(cm)	破壊開始角度 ( $^\circ$ )
0	-7.1	4.03	0
10	5.4	3.94	30
20	18.1	3.89	60
30	31.0	3.88	60
40	43.8	3.92	75
50	56.4	4.00	75
60	68.6	4.11	75
70	80.4	4.26	75
80	91.7	4.43	90

角度においてもほとんど0になる。したがって、上側き裂右先端はほとんど下向きに進展しないことになる。図-9においても図-8と同様な傾向がうかがえる。

このように、エネルギー解放率による破壊規準では荷重角度ごとのエネルギー解放率の最大値と最大値となるときにき裂進展角度が重要となる。そこで、図-10に荷重角度ごとのエネルギー解放率の最大値を示す。また、表-1に上側き裂右先端と荷重点との位置関係およびエネルギー解放率が最大となったき裂進展角度を示す。なお、これ以降エネルギー解放率が最大となったき裂進展角度を破壊開始角度と呼ぶことにする。

図-10から荷重角度  $10^\circ \sim 70^\circ$  までは、上側き裂右先端のエネルギー解放率が大きい。荷重角度が  $0^\circ$  のときはき裂配置および荷重作用方向の対称性から上側と下側の値は

等しい。荷重角度が大きくなるに従って、エネルギー解放率は増大し、荷重角度が  $40^\circ$  あるいは  $50^\circ$  のときには荷重角度  $0^\circ$  のときの約9倍の値となっており、き裂面に摩擦がなければ、き裂進展の可能性が非常に大きくなることがわかる。また、上側き裂の右先端が進展しやすいという解析結果は、図-3の差画像から得られた、最初に生じるき裂は初期き裂の荷重点に近い先端から荷重点に向かうき裂であるという実験結果と一致する。

破壊開始角度を見てみると、表-1から、破壊開始角度とき裂先端と荷重点を結ぶ線分の角度との間に明瞭な関係がなく、破壊開始角度のほうがかなり大きいことがわかる。荷重角度が  $20^\circ$  で  $60^\circ$  の折れ曲がり進展をすることになる。したがってき裂の進展にはき裂先端と荷重点の位置関係だけではなく、混合モード下のき裂進展におけるモ

ードIIの影響が大きく関係しているといえる。ここで図-1のき裂進展状況を見てみると、き裂先端から折れ曲って進展し、その後荷点へ伸びていることから、進展き裂先端の位置および進展方向について解析結果と実験結果とがほぼ一致していることがわかる。また、き裂面に対してある程度の角度をもって荷重が作用した場合のほうがき裂進展の可能性が非常に大きくなる。このことはき裂1本の場合でも同様のことが報告されている<sup>8)</sup>。

#### 4.2 き裂面における摩擦およびき裂間隔の影響

次に、き裂面における摩擦の影響を考察する。図-1 1、図-1 2および図-1 3に上側と下側のき裂長さが等しい場合 ( $\Delta a=0$ ) で、き裂間隔をそれぞれ  $d=1\text{cm}$ ,  $2\text{cm}$ ,  $3\text{cm}$  としたときの上側き裂右先端のエネルギー解放率の解析値をき裂面における摩擦係数をパラメータとして示す。なお、図-1 0における上側右先端の値は、図-1 1における  $\mu=0.0$  の値に相当する。これらの図より、き裂間隔が小さい  $d=1\text{cm}$  では荷角度が  $30^\circ$  で値に差が見られるが、荷角度がほぼ  $30^\circ$  まではどの場合でも、エネルギー解放率の値が等しく、き裂面における摩擦の影響がなく、モードIによってき裂が進展していることがわかる。荷角度が  $30^\circ$  を越えるとエネルギー解放率に摩擦係数による差が出てきて、上下き裂面が接触しモードIIの影響が大きくなる。また、き裂面に摩擦がない場合には荷角度が約  $50^\circ$  で最もき裂進展の可能性が大きい。摩擦係数が大きくなるにつれて、エネルギー解放率が最大となる荷角度は小さくなり、 $\mu=0.9$  の場合には  $d=1\text{cm}$  および  $d=2\text{cm}$  では荷角度  $30^\circ$  のとき、き裂間隔が大きく互いのき裂の存在の影響が小さくなる  $d=3\text{cm}$  では、 $40^\circ$  となる。

図-1におけるセメントペースト硬化体における静止摩擦係数を簡易的な方法で測定したところ、約0.8であった。この値はセメントペースト硬化体表面における値であるが、き裂面でもこの値を用いることができる仮定すれば、摩擦係数が0.6および0.9における解析値から、荷角度が  $30^\circ$  から  $40^\circ$  のとき最もき裂進展が生じやすいき裂配置であるといえる。また、摩擦係数が0.6より大きい場合には荷角度が  $70^\circ$  以上ではエネルギー解放率がほとんど0であり、き裂は進展しないことになる。ただし、本解析ではき裂面はすべて完全に閉じた状態を仮定している。実際のき裂で閉じた状態でない場合が想定される。その場合には、たとえ荷角度が大きくとも摩擦係数が小さい場合と同様な結果となりき裂進展の可能性が大きくなる。

き裂間隔の違いによる進展挙動を考察するために、図-1 4および図-1 5にき裂間隔をパラメータとして、解析値を表した結果を示す。図-1 4がき裂面に摩擦がない場合、図-1 5が摩擦係数  $\mu=0.6$  の場合である。これらの図より、モードIによる進展が主となる荷角度  $30^\circ$  まではき裂間隔が小さいほうが、エネルギー解放率が大きくなりき裂が進展しやすい。しかし、ピークを過ぎてモードIIが支配的になると順序は逆転する。

ここで、き裂間隔ごとの荷点と上側き裂右先端との距離を表-2に示す。表-2ではその荷角度で距離が最も

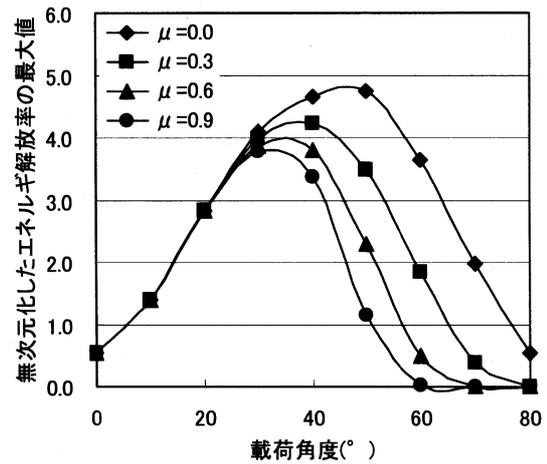


図-1 1 摩擦係数の影響 ( $d=1\text{cm}$ ,  $\Delta a=0$ )

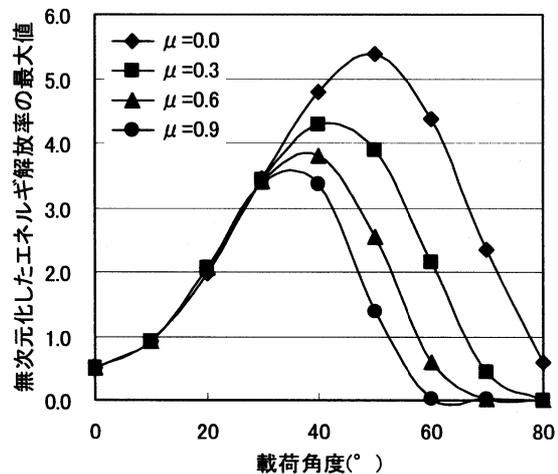


図-1 2 摩擦係数の影響 ( $d=2\text{cm}$ ,  $\Delta a=0$ )

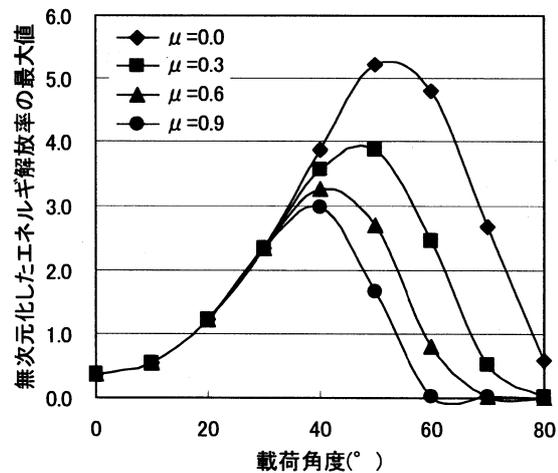


図-1 3 摩擦係数の影響 ( $d=3\text{cm}$ ,  $\Delta a=0$ )

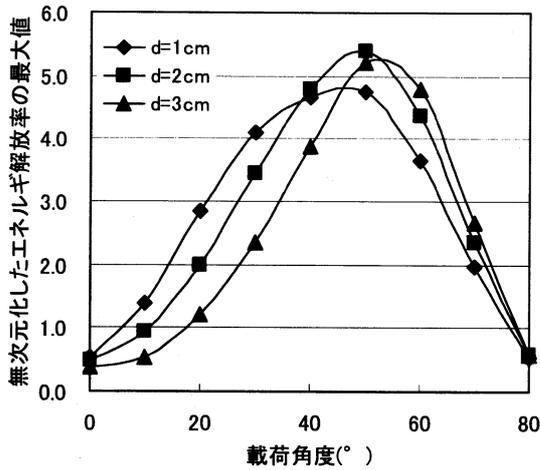


図-1 4 き裂間隔の影響 ( $\mu=0.0, \Delta a=0$ )

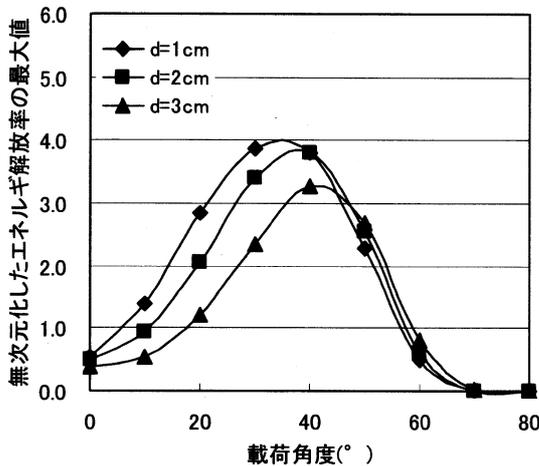


図-1 5 き裂間隔の影響 ( $\mu=0.6, \Delta a=0$ )

表-2 上側き裂右先端と載荷点との距離

載荷角度 $\beta$	距離 (cm)		
	d=1cm	d=2cm	d=3cm
0	4.03	4.12	4.27
10	3.94	3.93	3.97
20	3.89	3.77	3.70
30	3.88	3.65	3.48
40	3.92	3.59	3.31
50	4.00	3.59	3.21
60	4.11	3.65	3.20
70	4.26	4.76	4.27
80	4.43	5.90	5.40

短い箇所を太く囲ってある。き裂進展の可能性がき裂先端と載荷点の距離に関係するとすれば、エネルギー解放率の大きさの順が距離の短さの順になるはずであるが、その順になっているのは、載荷角度が  $20^\circ$ 、 $30^\circ$  および  $60^\circ$  の場合だけである。したがって、き裂進展の可能性がき裂先端と載荷点の距離だけに関係するのではないことがわかる。

き裂間隔が小さい場合には 2 本のき裂の相互作用によって開きのモードが大きくなり、き裂間隔が大きい場合には相互作用により滑りのモードが大きくなるといえる。しかしながら、図-1 4 でエネルギー解放率が最も大きい場合は、き裂間隔  $d=2\text{cm}$ 、載荷角度  $\beta=50^\circ$  のときであり、き裂間隔だけでもき裂の進展挙動は単純には説明できない。なお、き裂面に摩擦がない場合には、上記の場合が最もき裂が進展しやすい。摩擦係数が  $0.6$  である図-1 5 でも図-1 4 と同様なことがいえるがモード I が支配的な載荷角度  $30^\circ$  を過ぎて、モード II が支配的になるとエネルギー解放率にそれほど差が出てこない。言い換えれば、き裂面にある程度の摩擦があればき裂間隔の影響は非常に小さくなるといえる。

#### 4.3 2本のき裂長さの違いの影響

図-1 6、図-1 7および図-1 8に上側き裂の右先端を伸張して 2 本のき裂に長さの違いをつけた場合の解析結果を示す。2 本のき裂長さの差は  $\Delta a=1\text{mm}$  および  $3\text{mm}$  とした。図-1 6がき裂間隔  $d=1\text{cm}$ 、図-1 7が  $d=2\text{cm}$  および図-1 8が  $d=3\text{cm}$  の場合である。また、すべてき裂面では摩擦がないもの ( $\mu=0.0$ ) として解析した結果である。したがって、図-1 0における上側き裂右先端の結果が、図-1 6における  $\Delta a=0\text{mm}$  に対応する。

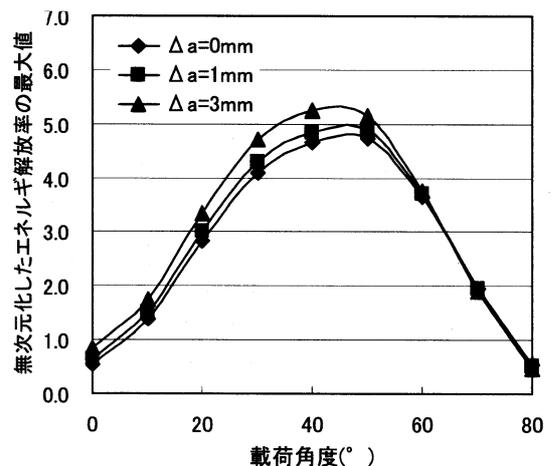


図-1 6 き裂長さの差の影響 ( $d=1\text{cm}, \mu=0.0$ )

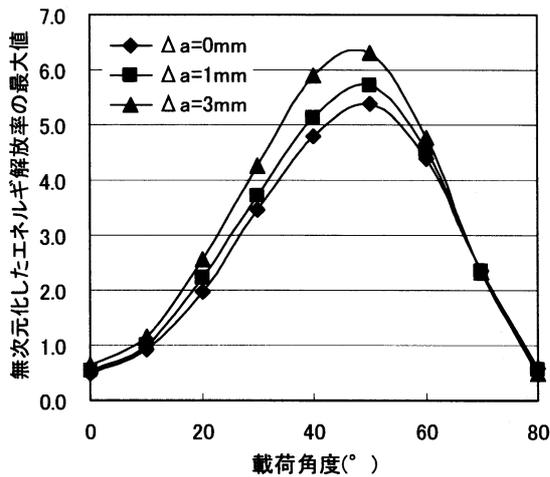


図-17 き裂長さの差の影響 ( $d=2\text{cm}$ ,  $\mu=0.0$ )

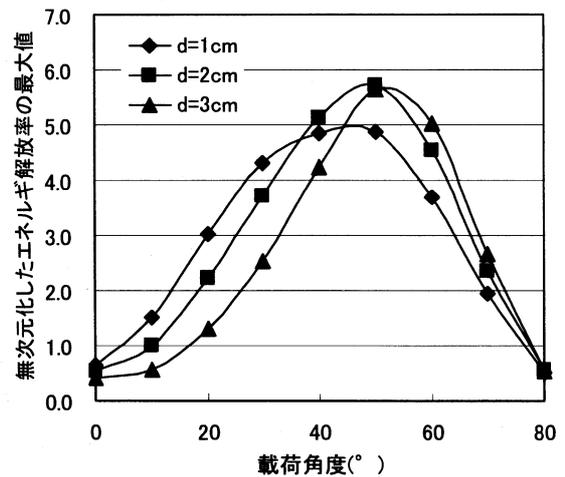


図-19 き裂長さの差の影響 ( $\Delta a=1\text{mm}$ ,  $\mu=0.0$ )

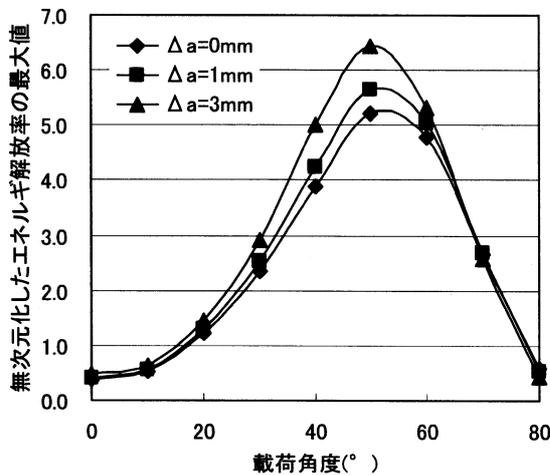


図-18 き裂長さの差の影響 ( $d=3\text{cm}$ ,  $\mu=0.0$ )

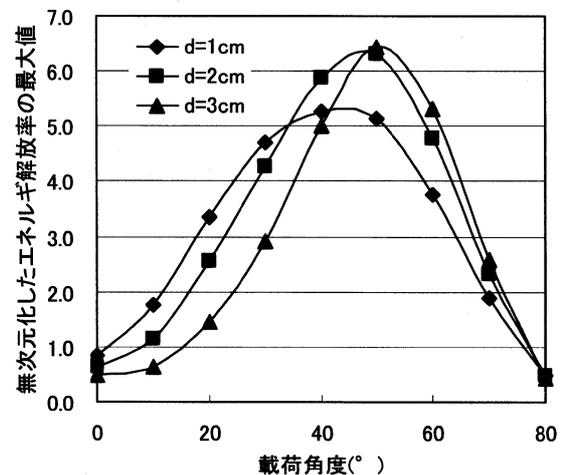


図-20 き裂長さの差の影響 ( $\Delta a=3\text{mm}$ ,  $\mu=0.0$ )

これらの図からき裂長さが長いほどエネルギー解放率が大きくき裂が進展しやすいという自明の結果が示されている。しかし、荷重角度が約  $60^\circ$  まではき裂長さの差によるエネルギー解放率の大きさに明確な差があるが、荷重角度が  $60^\circ$  を越えるとほとんどエネルギー解放率に差はない。荷重角度が大きくモードIIが支配的な場合には、今回の解析における多少のき裂長さの差では、き裂長さの差は影響がほとんどないといえる。逆に言えば、荷重角度が  $30^\circ$  から  $50^\circ$  で、き裂面での摩擦が小さい状況では、き裂長さのわずかな差がき裂進展に大きく影響することになる。

図-19および図-20に、図-14と同様に、き裂間隔をパラメータとした結果を示す。どちらの図においても図-14と同様に荷重角度が小さい場合にはき裂間隔が小さいほうが、荷重角度が大きい場合にはき裂間隔が大きいほうが、エネルギー解放率が大きく、き裂が進展する可能性が大きい。

## 5. おわりに

本研究では、き裂の進展がエネルギー解放率による破壊規準に従うものとして、E積分を用いた有限要素解析で求めたエネルギー解放率の値から、円盤状の解析モデル中央に配置した2本の平行き裂におけるき裂進展挙動を考察した。き裂進展に及ぼす要因としては、荷重角度、き裂面における摩擦、2本のき裂間隔および2本のき裂長さの差である。本研究で明らかとなったことを以下に示す。

1. 図-1に示されるき裂の進展挙動はエネルギー解放率による破壊規準によって、進展き裂先端およびその方向が説明できる。
2. 荷重角度が約  $30^\circ$  まではき裂面における摩擦の影響はほとんどなく開きのモードでき裂が進展する。
3. き裂面における摩擦がない場合には荷重角度が約  $50^\circ$  のときに最もき裂が進展しやすく、摩擦係数が

- 大きくなると載荷角度が  $30^\circ$  から  $40^\circ$  のときになる。また、摩擦が大きいほどき裂は進展しにくい。
4. き裂面における摩擦係数が大きい場合には、き裂間隔の影響は小さくなる。
  5. 載荷角度が  $60^\circ$  を越えると2本のき裂長さの差の影響は小さくなる。また、載荷角度が  $30^\circ$  から  $50^\circ$  ではき裂長さの差の影響が大きい。
  6. 載荷角度が小さい場合にはき裂間隔が小さいほうが、載荷角度が大きい場合にはき裂間隔が大きいほうが、き裂が進展する可能性が大きい。

今後の課題としては、次のことが挙げられる。

1. 図-1に示した実験後の供試体のき裂進展状況との比較を行うことが挙げられる。本研究では最初に進展するき裂のき裂進展可能性を考察したが、図-1には他のき裂も生じている。二次的に発生するき裂進展挙動の把握を行う必要がある。
2. 混合モード下の複数き裂の進展挙動としては、本研究では2本のき裂を対象としたが、さらに本数が増加した場合などのき裂間の相互干渉の程度を解析する必要がある。
3. 最後に、初期き裂の挿入方法から、実験における初期き裂には幅があり、き裂先端が閉じていない可能性がある。それがどれほどエネルギー解放率に影響するかを把握する必要がある。

#### 参考文献

- 1) Griffith, A. A. : The phenomena of rupture and

flow in solids, Phil. Trans. Roy. Soc. of London, A221, pp.163-197, 1921.

- 2) Irwin, G. R. : Fracture dynamics, fracturing of metals, ASM, pp147-166, 1948.
- 3) Yatomi, C. :The energy release rate and the work done by the surface traction in quasi-static elastic crack growth, Int.J.Solids Structures, Vol.19, No.2, pp.183-187, 1983.
- 4) 矢富盟祥, エネルギー解放率の新公式とその応用: 材料, Vol.35, No.767, pp.57-61, 1986.
- 5) 矢富盟祥, 鱸 洋一: 圧縮荷重下にある進展き裂の  $E$ 積分によるエネルギー解放率の有限要素解析, 土木学会論文集, No.612, I-46, pp.251-263, 1999.
- 6) 橋本堅一, 矢富盟祥, 石田啓:  $E$ 積分による異方弾性体内のき裂折れ曲がり時におけるエネルギー解放率の数値解析, 土木学会論文集, No.513, I-31, pp.17-25, 1995.
- 7) 矢富盟祥, 鱸 洋一: 圧縮荷重下にある進展き裂の  $E$ 積分によるエネルギー解放率の有限要素解析, 土木学会論文集, No.612, I-46, pp.25-263, 1999.
- 8) 阿部孝弘, 矢富盟祥, 鱸洋一, 辻野和彦: 圧縮混合モード荷重下におけるぜい性材料のき裂進展挙動, 材料, Vol.51, No.6, pp.666-672, 2002.

(2007年4月12日 受付)