

圧縮荷重下にある地盤材料内の亀裂進展開始に対する 最大摩擦せん断応力破壊規準の検討

A study of maximum frictional shear fracture criterion
for a crack extension in geomaterials under the compressive loads

鱸 洋一*・大熊俊明**・矢富盟祥***

Yoichi Suzuki, Toshiaki Ohkuma and Chicayoshi Yatomi

*博士(工) 五大開発株式会社 技術研究所 (〒921-8041 石川県金沢市黒田 1 丁目)

**博士(理) 五大開発株式会社 技術研究所 (〒921-8041 石川県金沢市黒田 1 丁目)

*** Ph.D. 金沢大学大学院 自然科学研究科教授 (〒920-8667 石川県金沢市角間町)

In this paper, we propose maximum frictional shear fracture criterion, which explains mode II type crack extension in geomaterials under the compressive loads. It is important to elucidate the fracture criterions under compressive loads such as the explanation of the existence and the creation of long faults, landslide in slope ground and so on. We examine an implicit soil/water coupling elastic-plastic calculation algorithm with contact conditions on the crack surfaces in order to obtain stress fields near a crack tip under the biaxial compressive loads. We find that the maximum frictional shear stress causes a crack extension with the same direction of an initial crack in any condition and the tensile cracks never extend from the upper side of a crack near the tip.

Key Words: *contact condition, criterion, implicit soil/water coupling elastic-plastic calculation algorism, mode II type crack extension.*

1. はじめに

土木工学の分野においては、鋼、コンクリート構造物の破壊はもとより、地すべり、地震の活断層といった自然を相手にした破壊現象の把握という意味においても、ますます破壊力学の土木工学への応用は重要であると考えられる。破壊力学は、亀裂が“どのような条件下で”、“どの方向に”進展するかという破壊現象を解明することを目的とした、力学分野においては比較的新しい学問であるが、コンピュータの進歩により計算力学や非線形破壊力学として近年急速に進歩している。それにより破壊メカニズムの解明という意味で様々な問題、特に地球規模での大規模な問題やミクロなメカニズムまで含めた問題などが解くことが可能となっているが、未だ圧縮荷重下の破壊規準、3次元の破壊規準という難問などが山積している。

特に地盤材料に対しては、基礎などを設置する際の支持力問題、切土・盛土などに伴う地すべり、斜面安定問題など、その破壊メカニズムの重要度は高いにも関わらず、その複雑さ・不確定さから先人の知恵として、問題を単純化し、線形弾性や完全塑性

などの構成モデルを仮定し、時に幅のないすべり面を仮定し主に重量、最終強度を用いて検討・設計を行っているのが現状である。しかし、実際の地盤の破壊は進行的であり、その強度発現過程には、どのようにすべり面が形成され、それがどのように経時的に変化・進展するのかが密接に関連している。砂質土の実験等からすべり面の回転量が大きいほど、粒径/すべり面量の比が小さいほど、圧縮性が高いほど破壊は進行的であるとも言われている¹⁾。また今後、より適切な地盤の強度、破壊に対する設計へと移行するためにも、その破壊メカニズムを把握し、それを評価する規準、手法を整備することが重要である。

地盤材料、岩盤、コンクリートにおける一軸圧縮荷重下の(ないし多軸圧縮荷重下においても)破壊面は図-1のように供試体側面から見ると、ほとんどの場合、直線的ないし曲線的になめらかにモードIIの変形様式のままで進展している。一方、モルタルやアクリルライト板などの材料にあらかじめ斜め初期亀裂を挿入しておくと、図-2のように、亀裂面

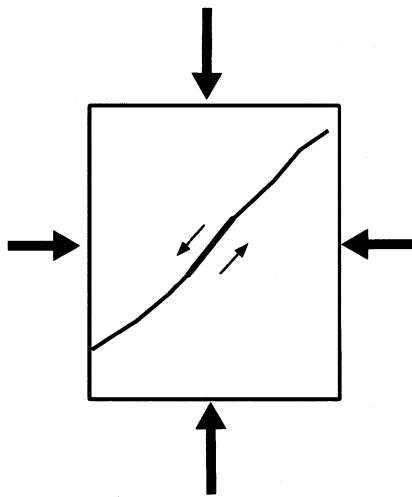


図-1 モードⅡ型亀裂進展

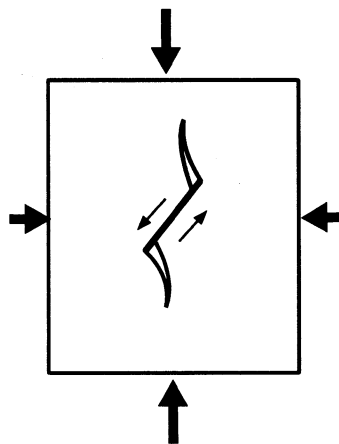


図-2 ウイングクラック型亀裂進展

は圧縮荷重が負荷されている方向に折れ曲がってなめらかに進展するウイングクラック型進展をする。

したがって圧縮荷重下で、どのような条件のもとで上記のようなモードⅡ型のまま、亀裂が進展するかを定量的に把握することは非常に興味ある、かつ、重要な問題となる。

ここで本論文で対象としている「亀裂」とは対象とする破壊現象を連続体力学的立場から考察しようとする際に、幅がゼロの変位不連続面と近似的に見ても本質的に問題ないとみなされるミクロ・マクロとは無関係な用語であり、斜面崩壊時の実際には数十cmの幅を持つ「すべり面」や、カルフォルニア西部にある幅数mのサンアンドレス「活断層」も筆者らは「亀裂」とみなせると考えている。したがって、たとえ供試体内のすべり面であっても材料の構成物質である砂粒子や粘土粒子の運動とどのような関係があるかの考察にはあえて踏み込まないこととする。

断層の生成メカニズム解明への破壊力学の応用や、コンクリートのせん断破壊メカニズム解明などの問題に対して破壊力学的手法を用いる際にモードⅡ型

亀裂進展という言葉がしばしば用いられている。それらの中には応力状態がモードⅡのみの場合である亀裂進展開始の限界値という意味合いから、進展開始後は元の亀裂と同方向に進む場合と折れ曲がって進む場合のいずれの場合もモードⅡ型亀裂進展という言葉で混在して用いられている。本論文では混乱を避けるためモードⅡ型亀裂進展という言葉は初期亀裂先端がモードⅡの変形様式であり、進展開始後に元の亀裂と同方向に進み、後続の亀裂先端近傍でもモードⅡの変形様式である場合に限定することに注意したい。

地震の活断層生成メカニズム解明を意図して Melin はモードⅡの条件下でいつ亀裂は進展開始するのか?と題した論文²⁾ (1986)を報告しており、その中で亀裂面に対して等方圧縮応力とせん断応力の比によりモードⅡ型亀裂進展が起こる条件を議論している。

また、Scholz らは長い直線的な断層(亀裂)の生成メカニズムに対して実験的な論文を報告³⁾

(1988)しており、せん断応力下では一般的に、亀裂は折れ曲がり進展することより、長いせん断的な不連続面の存在は矛盾であり、単一亀裂では説明できず、複数の亀裂が連結する干渉により説明できるとしている。

また、近年でも圧縮荷重下にある亀裂が直線的に進展する説明として折れ曲がり亀裂先端の応力拡大係数 k_2 が最大となる方向へ進展するとして実験結果と比較している Isaksson らの報告⁴⁾ (2002)があるが、進展亀裂、折れ曲がり亀裂面上で亀裂は閉じているという強い仮定をしている。

このように長いせん断的な不連続面の生成されるメカニズムに対して様々な検討が行われているが、それが明らかになったとは言い難い。

筆者らは既報^{5), 6)}において、無限板内に存在する直線的初期亀裂に多軸荷重が載荷されるという簡単な問題設定をし、理論解析および数値解析を行う事により、その亀裂に対する応力状態を主応力で考えると最小圧縮主応力と最大圧縮主応力の比が大きくなると、元の亀裂と同方向にモードⅡのままで、亀裂が進展する可能性を示唆する結果を得た。また、それらモードⅡ型亀裂進展は圧縮荷重下でなければ起こらないと考えられることや、亀裂に平行な T-Stress がモードⅡ型亀裂進展に寄与している事を明らかにした。

しかしそれらの報告でも述べたが、一般に主応力比の大きい圧縮多軸荷重下では亀裂周辺での塑性域が大きく、小規模降伏の仮定が成立していないことも予想されるので、土の構成モデルとしては比較的

単純な Drucker - Prager モデルを用いて亀裂先端近傍の応力分布等を求めた⁷⁾。その際、近年、弾塑性計算の精度が向上すると注目され国内外問わず研究・開発されている陰解法弾塑性計算アルゴリズムを亀裂面上での接触・摩擦条件を考慮した解析手法を導入した。その結果、内部摩擦角が小さい場合は弾性体で予想されるような亀裂先端近傍での引張破壊が生じにくく、モードⅡ型亀裂進展は亀裂先端周りの塑性効果によって説明できることを見出した。また、軟化状態になると亀裂先端から元の亀裂と同方向に偏差ひずみの局所化領域がせん断帯のように進展する結果も得られた。

本論文ではその解析手法を用いてさらに様々な条件下で検討を行い、それらの結果より弾塑性体内での亀裂先端近傍応力分布から圧縮荷重下でのモードⅡ型亀裂進展を説明するために適切な破壊規準の提案を行う。

2. 圧縮荷重下での破壊規準の検討

圧縮荷重下にある岩石や過圧密土、コンクリート、モルタルのような脆性材料内での最大圧縮主応力 σ_1 からの破壊面の角度は図-3のように 45° 以下になる。これをせん断破壊と呼び、しばしば地震の断層の生成や進展はこのせん断破壊として説明される。この最終的な破壊面を表す破壊規準として Coulomb の破壊規準が汎用される。

$$S = |\tau| - \hat{\mu}\sigma, \quad (1)$$

ここで、 τ は破壊の原因となるせん断応力、 σ は破壊面を横切る法線圧縮応力（圧縮正）である。このマクロな破壊規準として汎用される Coulomb の破壊規準に用いられる摩擦の項は、実際には亀裂を考えていない「架空の摩擦的なもの」であるため、

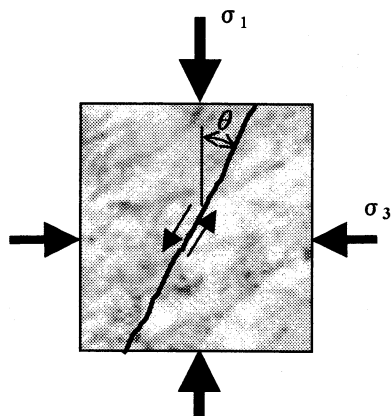


図-3 せん断破壊

「内部」摩擦 (Internal Friction) と呼ばれ、 $\hat{\mu}$ は内部摩擦係数という。左辺の S を土質力学では、粘性力 (cohesion)、岩石力学では、固有せん断強度 (inherent shear strength) などと呼んでいる。また、亀裂先端近傍の応力解析を行う研究者は、このような量を有効せん断応力 (effective shear stress) と呼んでいる。

また、Coulomb の破壊規準では、せん断破壊の起こる角度は $|\tau| - \hat{\mu}\sigma$ が最大となる方向と仮定され

$$\theta = \frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2}, \quad (2)$$

が得られる。ここで、 ϕ は $\hat{\mu} = \tan \phi$ で定義される内部摩擦角である。

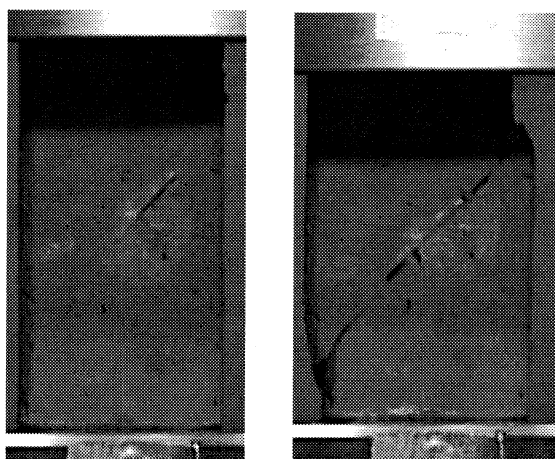
この規準が予測する破壊角度は最終的な破壊面の角度を良く表現しているが、実際に破壊は進行的であり、この規準ではどんな亀裂進展過程も考慮されていない。実際、花崗岩や石膏などの脆性材料内に傾いた初期亀裂を挿入すると、亀裂上下面のすべりにより亀裂先端付近に引張力が起こり、亀裂面は最大圧縮主応力方向へと折れ曲がって進展開始する。すなわち、亀裂はなめらかに曲線を描いて進展し、最終的な破壊形態はせん断破壊とならず、図-2のようなウィングクラック型の亀裂形状となる。

破壊力学では亀裂がどの方向に進展開始するかを議論する破壊規準として代表的なものに

1. 最大周応力破壊規準
(Maximum Stress Criterion)
2. 最小ひずみエネルギー密度破壊規準
(Minimum Strain Energy Density Criterion)
3. 局所対称破壊規準
(Criterion of Local Symmetry) [$k_{II} = 0$ 説]
4. 最大エネルギー解放率破壊規準
(Maximum Energy Release Rate Criterion)

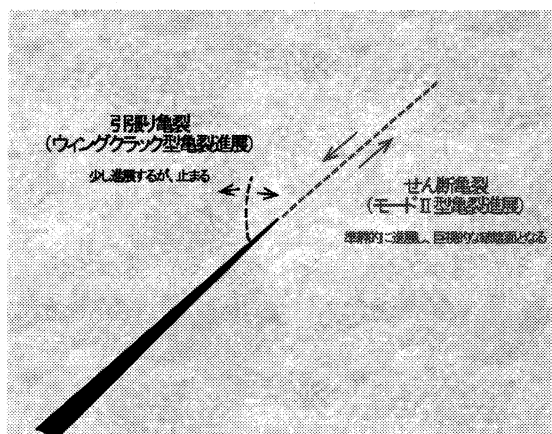
などが挙げられ、これらによるとこのウィングクラック型進展は亀裂先端近傍の引張破壊として、最大周応力破壊規準や最大エネルギー解放率破壊規準などで説明される。しかし、圧縮荷重下で長いせん断亀裂が、どのような条件でどのように生成されるかは、非常に基本的な問題であるが、破壊力学的な観点から見ると未解決問題である。

さらに地盤材料としては脆性材料だけでなく、粘性土など延性材料の破壊現象の解明も重要である。しかし、初期亀裂を挿入した粘性土の破壊実験はそれほど報告されておらず、その中でも、モードⅡ型亀裂進展のメカニズムを考察する破壊力学的な観点からの試験は筆者らの知る限り報告されていないので簡易な試験を試みた。



(a) 初期亀裂挿入時

(b) 最終亀裂貫通時



(c) 亀裂先端近傍の亀裂進展状況模式図

図-4 初期亀裂を挿入した粘性土供試体の一軸圧縮試験と亀裂進展状況

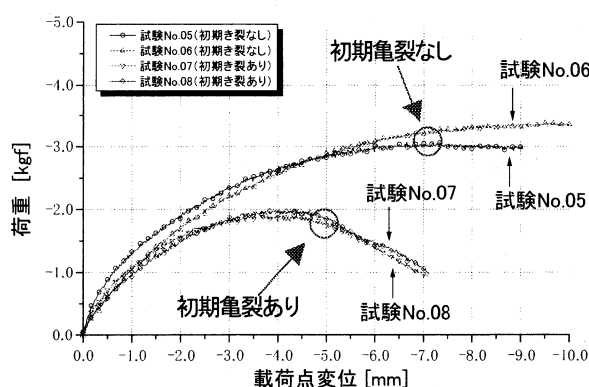


図-5 一軸圧縮試験の荷重-載荷点変位関係

亀裂の進展挙動を確認し易くするため、角柱供試体 (35×35×70mm) の一軸圧縮試験を行った。供試体はベントナイト (粘土鉱物モンモリロナイトを主成分とする) を用いて作成した。その際、初期亀裂を荷重軸から 45° 傾けて 20mm の長さで挿入したケースと初期亀裂を挿入しないケース、含水比を変化させた 2 ケース (39%および 71%) の計 4 ケース

を 2 回づつ行った。含水比が高いケースの供試体の写真および亀裂先端近傍の亀裂進展状況の模式図を図-4 に、荷重-載荷点変位関係を図-5 に示す。

載荷は変位制御で行い、1.0mm/min と比較的遅い速度で載荷したため、亀裂は初期亀裂から準静的に進展した。最初、図-4 (c) のように、亀裂先端近傍から引張亀裂が載荷軸に向くように現れたが、それが継続して進展することなく、しばらくして初期亀裂面と同方向にせん断亀裂が一気に供試体端まで現れ、それが卓越していった。その間、マクロな荷重は図-5 のように減少していったが、亀裂上側供試体がずり落ちるような急激な変化は無く、順静的に亀裂に沿ったせん断変形が卓越し、供試体端まで進展したせん断亀裂が最終的なマクロな破壊面となる現象であった。

このように圧縮場の亀裂はその進展挙動の観察が非常に困難となる。例えば花崗岩などの岩質材料の靱性試験として初期亀裂を挿入した 3 点曲げ載荷試験を行った場合、荷重がある程度上昇すると炸裂音と共に荷重が低下するが、試験後の供試体を観察しても亀裂はほとんど目視出来ない場合が多い。すなわち、肉眼で観測される変位の不連続である亀裂は、すでに供試体内に亀裂が進展開始・進行し、その後の変形に連れて変位の不連続が卓越した時点でのものであり、荷重の低下などに関連する亀裂の進展自体はそれより以前に起こっている可能性が大きいことに注意が必要である。

3. 圧縮荷重下にある弾塑性体内の亀裂先端近傍応力場

圧縮荷重を受ける無限板内に存在する亀裂先端近傍での 2 次元応力場を土/水連成 FE 解析によって求める。圧縮荷重下での亀裂面は閉じて接触し、応力状態によっては亀裂面上で摩擦力を受けながらすべる。そのような圧縮荷重下では亀裂面上で何らかの考慮を行わないと亀裂上下面がお互いの物体内に食い込んでしまい、非現実的な解となってしまう。そこで亀裂面上の節点で接触・摩擦条件を全体剛性方程式に導入する方法⁵⁾を用いて解析を行った。また本論文で扱う荷重はすべて比例負荷とし、すなわち所定の荷重状態まで 1 パラメータで表せるような荷重状態を徐々に増加させた。具体的には最終荷重状態までを等分割した荷重をステップごとに与え、まず間隙水圧を連成しない全応力解析を行い陰解法弾塑性計算の特徴である、ステップ数に依存しない解が得られることを確認した。また、土/水連成解析の場合、陰解法弾塑性計算であってもダルシー則の時間微分を差分近似したことによる時間依存性があるため、ステップ数に依存するが、陽解法弾塑性

計算のステップ依存性の程度に比べたら実用的には問題ない程度のステップ依存性であることを確認してある⁸⁾。

陰解法弾塑性計算アルゴリズムは 1990 年代に Simo ら^{9), 10)} によって精力的に研究された弾塑性計算手法であり, Newton - Raphson 法に整合した Consistent 弾塑性構成テンソルと陰解法リターンマップの 2 つの特徴を持つ。Newton - Raphson 法に整合していることにより, 理論的には解の近傍での

表-1 土質定数

弾性係数 E	28,000kN/m ²
ポアソン比 ν	0.4
硬化係数	0.0 (完全塑性)
単位体積重量 γ_s	18.0 kN/m ³
水の単位体積重量 γ_w	9.8 kN/m ³
透水係数 k	10.0 ⁻⁸ cm/sec

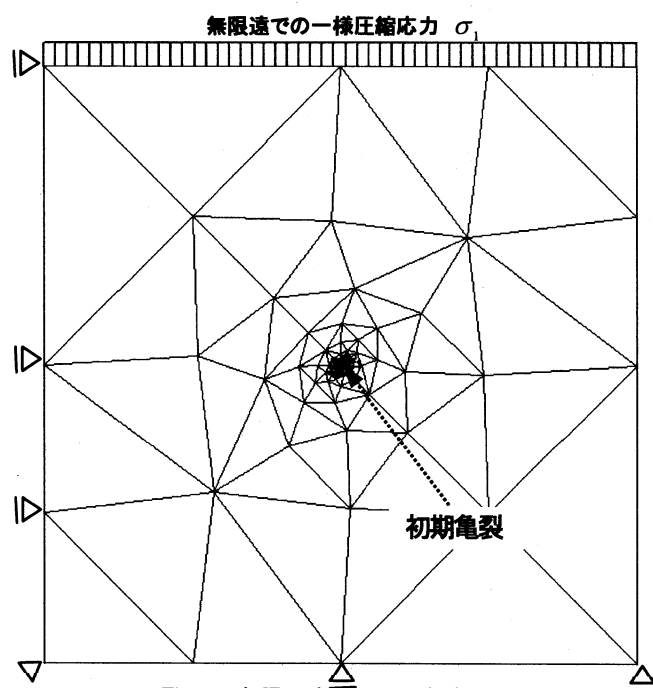


図-6 有限要素メッシュ(全体)

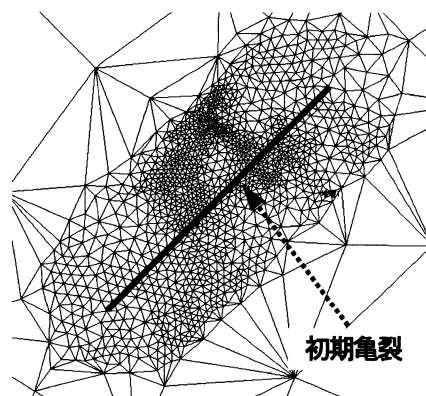


図-7 有限要素メッシュ(初期亀裂周辺)

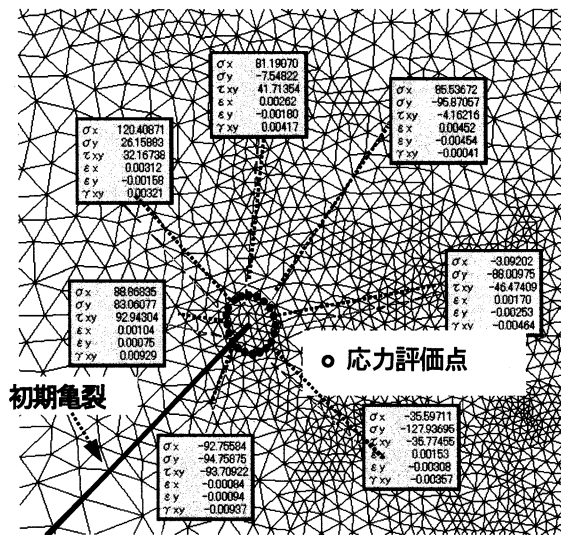


図-8 亀裂先端近傍の応力を評価する点

2 次収束が保証されており, 安定的に解が求まる。また, 陰解法リターンマップにより降伏関数を正確に満足する応力が求まり, ステップ幅に依存しない結果が得られる。これまで汎用されている陽解法弾塑性計算よりこのような多くの利点を持つこの手法を筆者らは国内の地盤解析で汎用されている土/水連成解析に適用した。詳細は既報¹¹⁾を参照して頂くこととし, ここでは割愛する。

用いた有限要素メッシュは図-6 に示したものであり, 要素数 2,576 節点数 5,228 である。要素は 2 次の 6 節点三角形アイソパラメトリック要素を用いて要素分割を行った。亀裂はモデル中央に 45° 傾斜させて設定し, 破壊力学の FE 解析で汎用される亀裂に沿って二重節点を配置することによりモデル化した。

亀裂長さ 20 [mm] に対して縦横それぞれ 1000[mm] で無限板を近似した。なお筆者らは過去の報告^{5), 6)} で応力場やエネルギー解放率の理論解を用いて亀裂長さに対する有限幅の比 0.05 (=40mm/800mm) で無限板を近似しても問題ないことを確認しており, 本論文ではさらに小さい比 0.02 (=20mm/1000mm) を用いた。

材料は粘土材料を対象とした低い剛性を想定し, 表-1 のように設定した。構成モデルとしては線形等方弾性体および Drucker - Prager 弾塑性体を用いた。Drucker - Prager 弾塑性体の場合は c 材として $c = 30.0\text{kN/m}^2$, $\phi = 0.0^\circ$ とし, ϕ 材として $c = 0.0\text{kN/m}^2$, $\phi = 30.0^\circ$ として粘着力 c および内部摩擦角 ϕ を設定した。

なお, 材料定数を取得する通常の 3 軸試験などの要素試験は, 载荷中, 供試体内にすでに亀裂が生じ

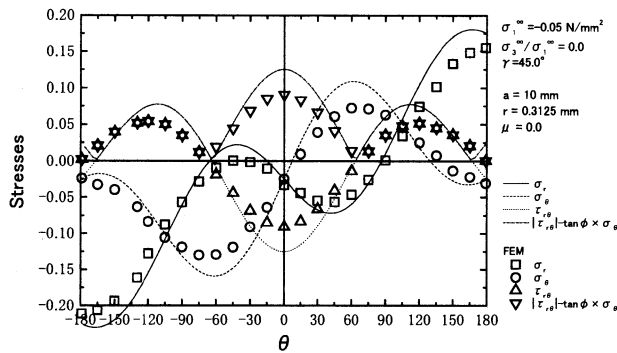


図-9 亀裂先端周辺の応力分布(弾性理論解との比較):
亀裂面上の摩擦係数 $\mu=0.0$, 主応力比 $\sigma_3/\sigma_1=0.0$

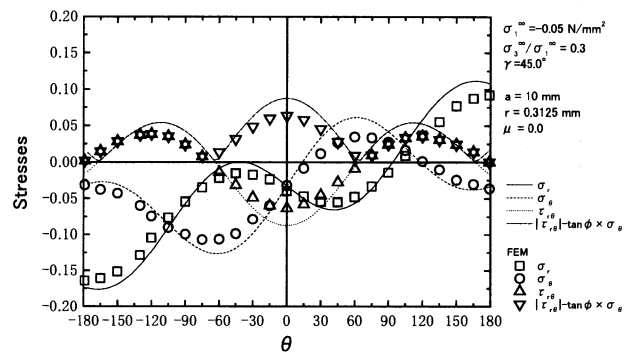


図-11 亀裂先端周辺の応力分布(弾性理論解との比較):
亀裂面上の摩擦係数 $\mu=0.0$, 主応力比 $\sigma_3/\sigma_1=0.3$

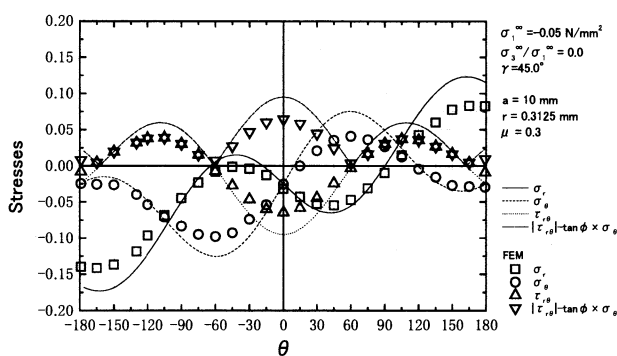


図-10 亀裂先端周辺の応力分布(弾性理論解との比較):
亀裂面上の摩擦係数 $\mu=0.3$, 主応力比 $\sigma_3/\sigma_1=0.0$

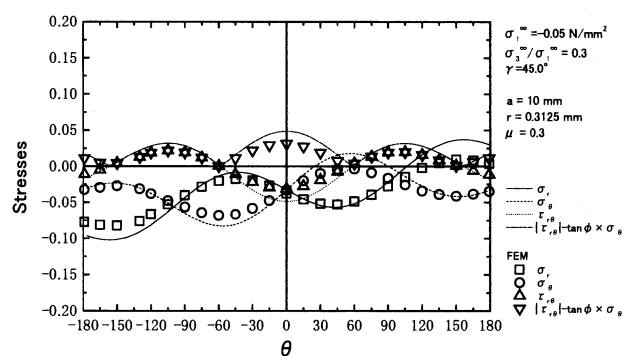


図-12 亀裂先端周辺の応力分布(弾性理論解との比較):
亀裂面上の摩擦係数 $\mu=0.3$, 主応力比 $\sigma_3/\sigma_1=0.3$

ている場合がほとんどであるので、本解析のように亀裂を陽に扱うために必要となる亀裂以外の母材の物性は一般には不明である。また、その物性を亀裂が発生する以前の試験値などから推測することは可能であるが、精度良く取得する試験法等は今後の課題である。とりあえず本論文では、マクロな荷重低下（軟化挙動）は変位不連続の発生に付随するものであるとし、亀裂以外の部分の物体は上記のように弾性体および Drucker - Prager 弾塑性体（完全塑性）を仮定した。

亀裂面上の摩擦係数 μ は 0.0, 0.3 とし、粘着力は考慮しなかった。なお、ここでの摩擦係数 μ は式(1)の Coulomb の破壊規準で用いられる内部摩擦係数とは異なり、亀裂面上に実際に働く摩擦力の係数であることに注意する。

荷重は一軸荷重および二軸荷重を想定し、一軸荷重を最大圧縮主応力 σ_1 とし、二軸荷重はそれと直交する方向の最小圧縮主応力 σ_3 を、比 σ_3/σ_1 が 0.0 および 0.3 となる場合を想定した。この最大圧縮主応力 σ_1 と最小圧縮主応力 σ_3 の比 σ_3/σ_1 を、以後単に主応力比と呼ぶ。

変位境界条件は図-6 のように左側面では左右固定、下面では上下固定とし、流量・水圧境界条件は全境界（亀裂面上も含む）で流量ゼロの境界非排水条件とした。

図-8 は亀裂先端近傍の要素分割図であり、以下の検討では、亀裂先端から距離 $r = 0.3125[\text{mm}]$ の箇所にある丸印を付けた位置での応力を評価した。この距離 r は幾つか変化させ、FE 解析による応力分布が理論解に近く、かつ特異性の効果が現れている距離を検討し決定した。また、その距離の変化による影響は後述する。

3.1 直線初期亀裂の先端近傍応力分布

まず、本研究での圧縮荷重下にある亀裂先端近傍応力場の評価手法の精度を検証するため、理論解⁶⁾が求まる線形等方弾性体中にある初期亀裂が直線である場合を解析した。図-9, 11 は亀裂面上の摩擦係数 μ が 0.0 の場合（摩擦なし）、図-10, 12 は摩擦係数 μ が 0.3 の場合（摩擦あり）である。また、図-9, 10 は主応力比 σ_3/σ_1 が 0.0 の場合、すなわ

ち一軸圧縮荷重下であり、図-11, 12 は主応力比 σ_3/σ_1 が 0.3, すなわち二軸圧縮荷重下の場合である。検討は全応力解析と有効応力解析（土/水連成解析）の両方で行い、今回検討した荷重速度および粘性土程度の小さな透水係数であると、間隙水の流動の影響は小さく、全応力解析の全応力分布と有効応力解析での全応力（有効応力+間隙水圧）分布の差異はほとんどなかったため、本論文では有効応力解析の結果のみを示す。

図の横軸は亀裂先端近傍での極座標における角度であり、縦軸は極座標に変換した全応力（引張正）である。なお、この横軸の角度は元の亀裂と同方向を 0° とし、反時計回りを正としている。図中、亀裂先端近傍の極座標で表された全応力の分布を示しており、 \square が σ_r , \circ が σ_θ , \triangle が $\tau_{r\theta}$ である。また、本論文では、 ∇ を摩擦せん断応力と言い、次式で定義したものである：

$$\tau_f = \begin{cases} |\tau_{r\theta}| + \hat{\mu}\sigma_\theta, & \text{if } \sigma_\theta < 0, \\ |\tau_{r\theta}|, & \text{if } \sigma_\theta \geq 0. \end{cases} \quad (3)$$

本論文では、この摩擦せん断応力がある値になった時、亀裂の進展が生じ、それが最大となる方向に亀裂は進展するとした新しい破壊規準を考案したので、考察する。一見、式(1)の Coulomb の破壊規準と同様に見えるが、物体内の架空の亀裂を考慮するのではなく、実在する亀裂を考慮した破壊規準として異なっており、地盤材料や他の材料においても、この摩擦せん断応力を亀裂の破壊規準として使用された例は筆者らが知る限り皆無である。

初期亀裂先端近傍（すなわち初期亀裂先端周辺の未だ亀裂が無い部分）に上式を適用するのであるから、今まで使用されていた用語で書けば「亀裂先端近傍に固有せん断強度を適用した亀裂進展破壊規準」となる。しかし名称が長くなるので、以後「最大摩擦せん断応力破壊規準」と呼ぶこととする。

図-9～12により、数値解析結果は、亀裂面上の摩擦の有無、主応力比の有無によらず、どの応力もピーク値が若干小さいものの分布形状はかなり良く表現されている。実際、亀裂先端近傍をより細かく分割する検討も行ったが、さほど改善は見られず、線形等方弾性体の理論解は亀裂先端で無限大の応力となるので精度向上には特異要素^{12), 13)}を用いることが必要となる。しかし既報⁷⁾でも検討したが、弾塑性体の場合の特異応力場は特異性のオーダーが構成式によって変化し、また完全塑性の場合、亀裂先端で特異性は無くなり有限な応力となるため、特異要素の使用は困難となるので、今回は亀裂先端周辺には2次の三角形要素を用いて以後の検討を行っ

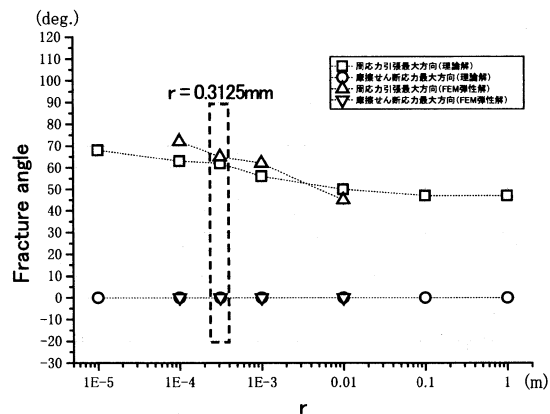


図-13 亀裂先端からの距離 r の検討

た。

図-13には亀裂先端からの距離 r と破壊角度（最大周応力破壊規準と最大摩擦せん断応力破壊規準で予測される亀裂進展開始角度）の関係を示す。図中、 \square と \circ は理論解を用いた応力分布による破壊角度であり、 \triangle と ∇ は FE 解析を用いた弾性体の場合の応力分布による破壊角度である。また、それぞれ \square と \triangle は最大周応力破壊規準、 \circ と ∇ は最大摩擦せん断応力破壊規準による破壊角度である。亀裂面上の摩擦係数は 0.0、主応力 $\sigma_1^* = -0.05 \text{ N/mm}^2$ 、主応力比 $\sigma_3/\sigma_1^* = 0.0$ の場合である。最大周応力破壊規準はこのような亀裂先端からの距離 r によって予測される破壊角度が変化してしまう欠点を持つが、上記のような条件下では $r = 10^{-5} \sim 10^0 \text{ m}$ の範囲で破壊角度は約 $50^\circ \sim 70^\circ$ の範囲であることが分かる。それに対し、最大摩擦せん断応力破壊規準であると理論解、FE 解析共に亀裂先端からの距離に拠らない破壊角度を与え、元の亀裂と同方向の破壊角度を得ることを確認できる。

図-14～17に同荷重条件下での構成式として Drucker - Prager 弾塑性体（完全塑性）を用いた場合の亀裂先端近傍の応力分布を示す。図-14, 15 が c 材 ($c = 30.0 \text{ kN/m}^2$, $\phi = 0.0^\circ$) の場合であり、図-16, 17 が ϕ 材 ($c = 0.0 \text{ kN/m}^2$, $\phi = 30.0^\circ$) の場合である。 c 材の場合、図-14 は亀裂面上の摩擦係数が 0.0、図-15 は摩擦係数が 0.3 の場合の応力分布であるが、さほど亀裂面上の摩擦は亀裂先端周辺の応力に影響しないことが分かる。弾性体の場合、約 60° 方向の σ_θ が引張最大であり、それよりも元の亀裂と同方向の摩擦せん断応力が大きくなっているが、 c 材の場合、それらがほぼ同程度の大きさとなっていることが分かる。

この引張応力により亀裂が進展開始するか、摩擦せん断応力により亀裂が進展開始するかは物質固有

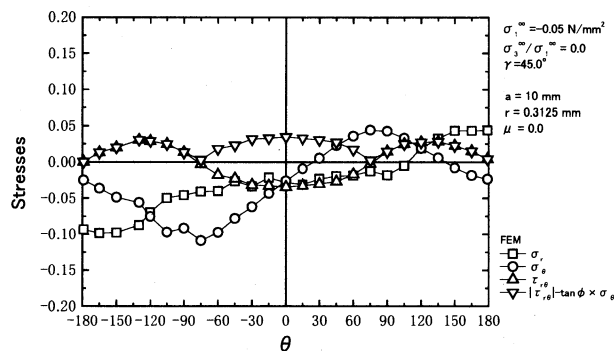


図-14 亀裂先端周辺の応力分布(c材):
Drucker-Prager 弾塑性体, $c = 30.0 \text{ kN/m}^2$, $\phi = 0.0^\circ$,
亀裂面上の摩擦係数 $\mu = 0.0$, 主応力比 $\sigma_3/\sigma_1 = 0.0$.

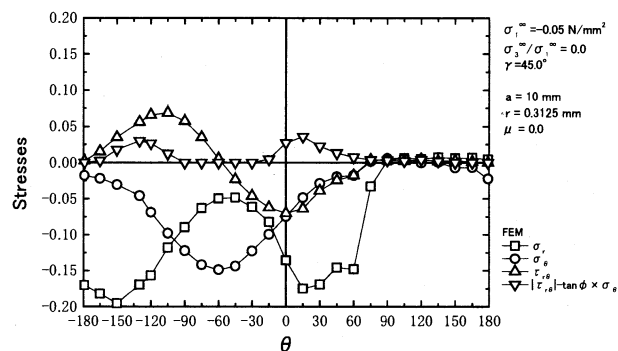


図-16 亀裂先端周辺の応力分布(φ材):
Drucker-Prager 弾塑性体, $c = 0.0 \text{ kN/m}^2$, $\phi = 30.0^\circ$,
亀裂面上の摩擦係数 $\mu = 0.0$, 主応力比 $\sigma_3/\sigma_1 = 0.0$.

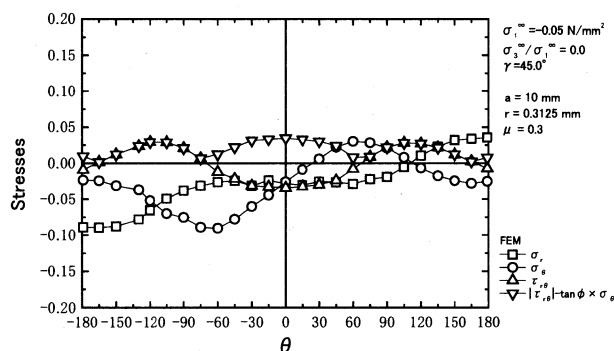


図-15 亀裂先端周辺の応力分布(c材):
Drucker-Prager 弾塑性体, $c = 30.0 \text{ kN/m}^2$, $\phi = 0.0^\circ$,
亀裂面上の摩擦係数 $\mu = 0.3$, 主応力比 $\sigma_3/\sigma_1 = 0.0$.

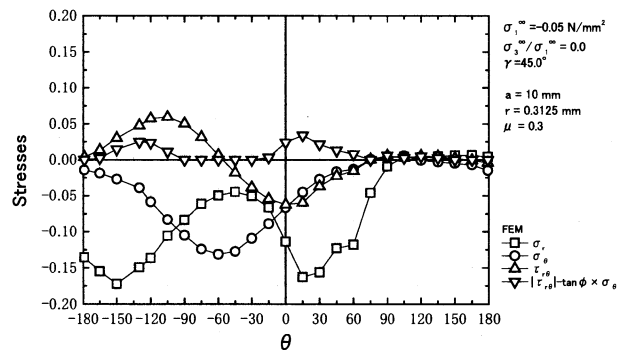


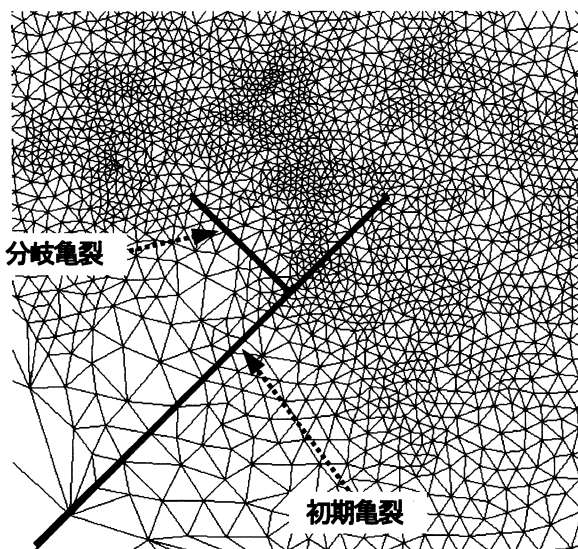
図-17 亀裂先端周辺の応力分布(φ材):
Drucker-Prager 弾塑性体, $c = 0.0 \text{ kN/m}^2$, $\phi = 30.0^\circ$,
亀裂面上の摩擦係数 $\mu = 0.3$, 主応力比 $\sigma_3/\sigma_1 = 0.0$.

の亀裂に対する強度, つまり破壊靱性値に依存する。すなわち, モード I (引張) に対する靱性値 K_{Ic} とモード II (面内せん断) に対する K_{IIc} の大きさ, およびその比が重要となる。しかし混合モード下での試験法は確立されておらず, 物質ごとに様々な試みがなされているのが現状である。FCP (フライアッシュセメントペースト) では $K_{IIc}/K_{Ic} = 1.2$ と報告¹⁴⁾ されており, 引張に対する強度が相対的に小さいと考えられる。しかし, 試験法によっては $K_{IIc}/K_{Ic} < 1.0$ となるような結果¹⁵⁾ も得られており, さらなる物性の把握が重要となる。さらに粘性土などの地盤材料に対しては未だ破壊力学的な観点の試験法さえ提案されていないのが現状である。地盤材料の破壊メカニズムの把握, 強度の予測という目的のため, 地盤材料の靱性試験法に関する今後の精力的な研究報告が必要となる。

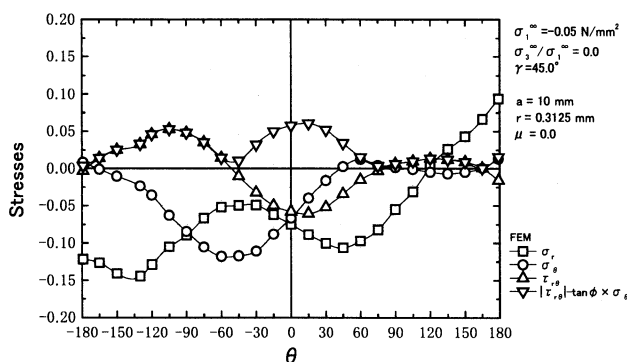
本論文においては物性として $K_{IIc}/K_{Ic} = 1.0$ のような破壊靱性値が等方的であると仮定し, 塑性体中の亀裂先端近傍応力分布により摩擦せん断応力によるせん断破壊が優勢となる場合を検討することとする。

φ材の場合, 図-16 は亀裂面上の摩擦係数が 0.0, 図-17 は摩擦係数が 0.3 の場合の応力分布であるが, これらからも亀裂面上の摩擦は亀裂先端近傍の応力分布に影響していないことが分かる。Drucker-Prager 弾塑性体を用いた場合の結果の特徴として, 亀裂上面 90° 方向から亀裂上面である 180° 方向の間で, どの応力成分もほぼゼロとなっていることや亀裂先端から全方向で σ_r と σ_θ の引張破壊の要因となる応力が負, すなわち圧縮状態となっており, 引張破壊は起こりえないと考えられることが挙げられる。

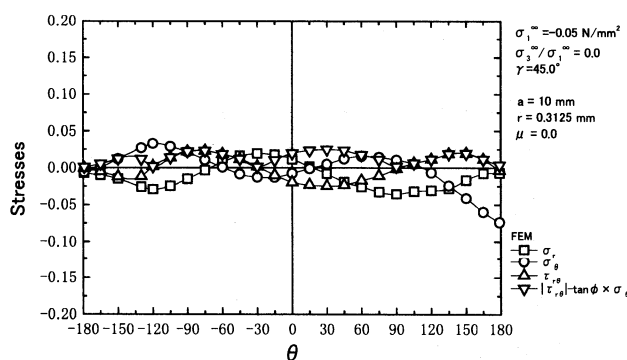
以上の解析結果より, 弾性, Drucker-Prager 弾塑性体 (完全塑性: c 材, φ材) の場合, 亀裂面上の摩擦, 主応力比に関わらず, 元の亀裂と同方向の摩擦せん断応力が卓越しており, 地盤材料等の亀裂に起因するモード II 型亀裂進展の説明として, 最大摩擦せん断応力破壊規準の有用性が確認できる。なお, 本論文での検討は初期応力をゼロと仮定しての結果であり, 一軸圧縮試験や地表面付近での適用には十分であるが, 等方応力を与える三軸圧縮試験や



図一18 有限要素メッシュ(初期亀裂および分岐亀裂周辺)

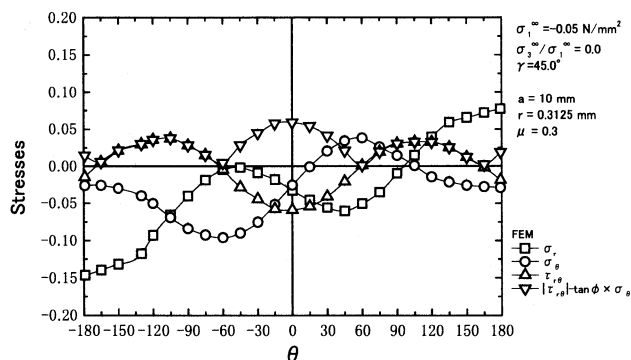


図一19 初期亀裂先端周辺の応力分布(弾性):
亀裂面上の摩擦係数 $\mu = 0.0$, 主応力比 $\sigma_3/\sigma_1 = 0.0$.

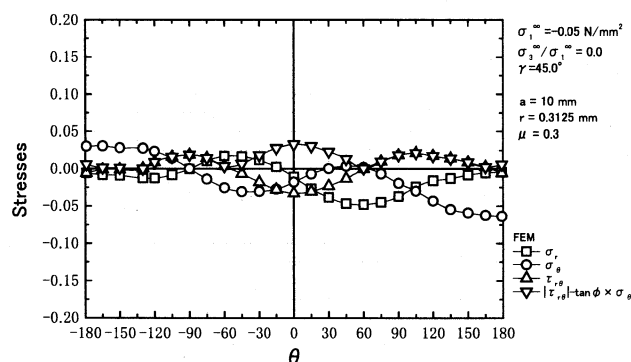


図一20 分岐亀裂先端周辺の応力分布(弾性):
亀裂面上の摩擦係数 $\mu = 0.0$, 主応力比 $\sigma_3/\sigma_1 = 0.0$.

地盤深部などの初期応力(等方圧縮応力)がある場合には、より σ_r と σ_θ の引張破壊の要因となる応力が圧縮側へ平行移動し、引張応力は小さくなるか、場合によっては無くなり亀裂先端からの全方向で圧縮領域となるので、ますます摩擦せん断応力に起因するせん断破壊が起こりうると推測できる。



図一21 初期亀裂先端周辺の応力分布(弾性):
亀裂面上の摩擦係数 $\mu = 0.3$, 主応力比 $\sigma_3/\sigma_1 = 0.0$.



図一22 分岐亀裂先端周辺の応力分布(弾性):
亀裂面上の摩擦係数 $\mu = 0.3$, 主応力比 $\sigma_3/\sigma_1 = 0.0$.

3.2 直線初期亀裂および分岐亀裂の亀裂先端近傍応力分布

前節で圧縮荷重下にある様々な条件下での亀裂先端近傍の応力分布を求め、亀裂進展の要因となり得るのは主に、従来から言われている約 60° 方向の最大引張周応力 σ_θ 、本研究で提案する元の亀裂と同方向の摩擦せん断応力 τ_r であることが分かった。しかし、もう一つの応力成分である σ_r も、弾性体の場合や c 材の性質を持つ Drucker - Prager 弾塑性体(完全塑性)で 180° 方向、すなわち亀裂の上面で引張最大となる。時にそれは他の応力をしのぐ大きさにもなっている。確かに FCP などの脆性材料で荷重軸と初期亀裂の間の角度が直角に近い場合^{16), 17)}や、今回の粘性土による一軸圧縮試験においても亀裂先端近傍の亀裂の上面と思われる箇所からほぼ直角に引張亀裂が現れている。そこで本研究で行った粘性土の実験において、はじめに確認された引張亀裂が進展を停止した後、モードⅡ型亀裂進展により最終的な破壊に至ったかを検証する目的で、分岐亀裂があるモデルを解析し、その初期亀裂先端と、分岐

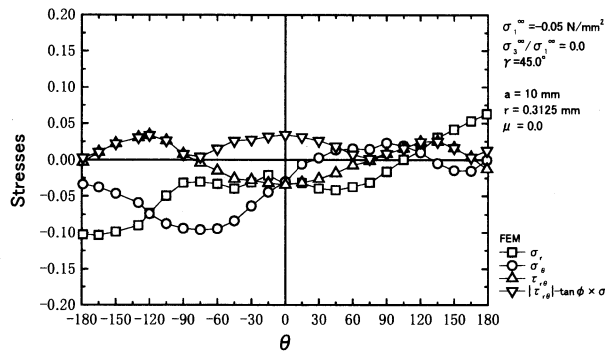


図-23 初期亀裂先端周辺の応力分布(c 材):
Drucker-Prager 弾塑性体, $c = 30.0 \text{ kN/m}^2$, $\phi = 0.0^\circ$,
亀裂面上の摩擦係数 $\mu = 0.0$, 主応力比 $\sigma_3/\sigma_1 = 0.0$.

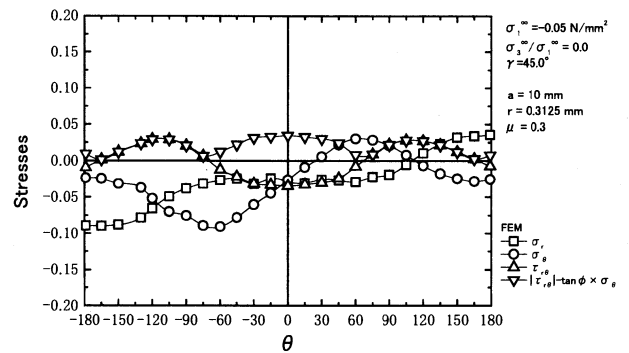


図-25 初期亀裂先端周辺の応力分布(c 材):
Drucker-Prager 弾塑性体, $c = 30.0 \text{ kN/m}^2$, $\phi = 0.0^\circ$,
亀裂面上の摩擦係数 $\mu = 0.3$, 主応力比 $\sigma_3/\sigma_1 = 0.0$.

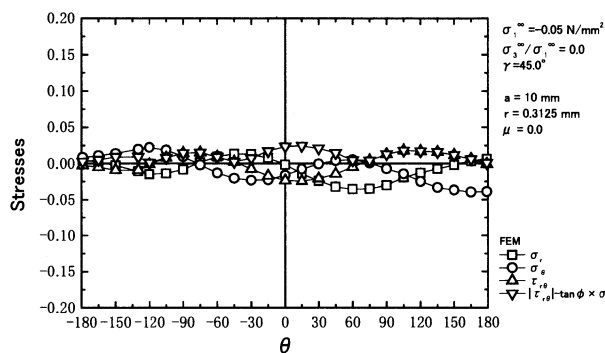


図-24 分岐亀裂先端周辺の応力分布(c 材):
Drucker-Prager 弾塑性体, $c = 30.0 \text{ kN/m}^2$, $\phi = 0.0^\circ$,
亀裂面上の摩擦係数 $\mu = 0.0$, 主応力比 $\sigma_3/\sigma_1 = 0.0$.

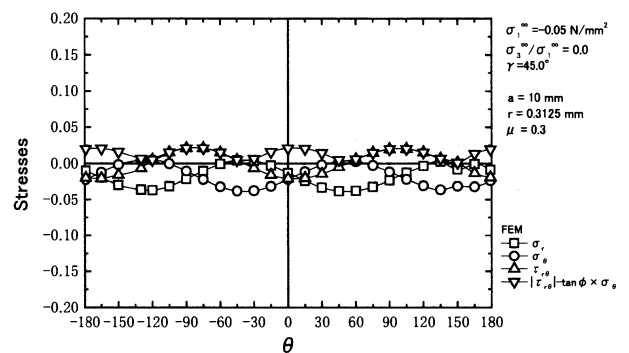


図-26 分岐亀裂先端周辺の応力分布(c 材):
Drucker-Prager 弾塑性体, $c = 30.0 \text{ kN/m}^2$, $\phi = 0.0^\circ$,
亀裂面上の摩擦係数 $\mu = 0.3$, 主応力比 $\sigma_3/\sigma_1 = 0.0$.

亀裂先端近傍の応力分布を求めた。

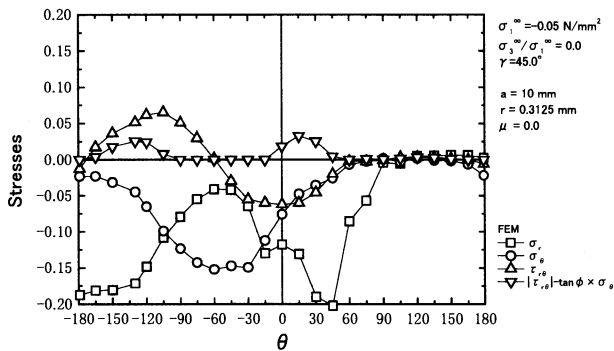
分岐亀裂は、初期亀裂先端から 2mm の位置の初期亀裂上面に垂直な長さ 2mm の亀裂を図-18 のようにモデル化した。前述したように圧縮荷重下での亀裂はかなり変形が進行しないと確認できないものであり、実験後の供試体ではせん断面ははっきり確認できなかった。よってこの分岐亀裂の寸法は詳細には分からないので、実験中に目視で確認できた直線初期亀裂のおよそ 1/10 程度の亀裂先端からの位置と 1/10 程度の長さという観察に基づいて設定した。

図-19～22 が弾性体、図-23～26 が c 材の Drucker - Prager 弾塑性体（完全塑性）、図-27～30 が ϕ 材の Drucker - Prager 弾塑性体（完全塑性）の初期亀裂先端と分岐亀裂先端近傍の応力分布である。载荷荷重としては主応力比 σ_3/σ_1 が 0.0 の一軸圧縮状態であり、亀裂面上の摩擦係数は 0.0, 0.3 の場合を示してある。

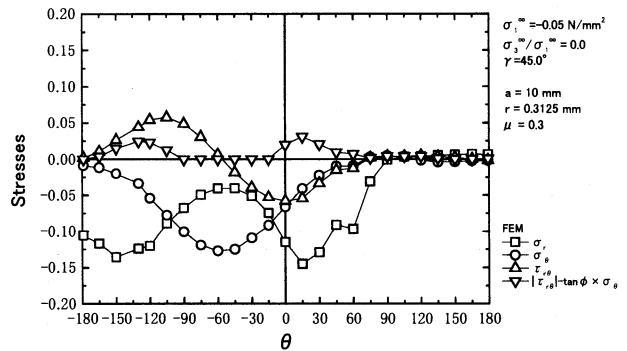
どのケースにおいても分岐亀裂先端の応力は初期亀裂先端の応力より全成分において小さくなっており、初期亀裂先端と比較して進展し難い、すなわち、初期亀裂上面に σ_1 による引張亀裂が発生したとしても、ある程度成長したところで引張応力が小さくなり、停止してしまうことが推測できる。特に母材として内部摩擦角が大きい ϕ 材のような物性であると、分岐亀裂先端近傍は非常に小さい応力となり、分岐亀裂は発生しないことも想定される。また、今回解析を行った分岐亀裂の形状に対しては初期亀裂先端の応力分布とはほぼ変わらず、物性（靱性値）にもよるが、 K_{IIC} が相対的に K_{IC} より小さい物質の場合、摩擦せん断応力によりモード II 型亀裂進展を引き起こすことの説明ができると考えられる。

4. 結論

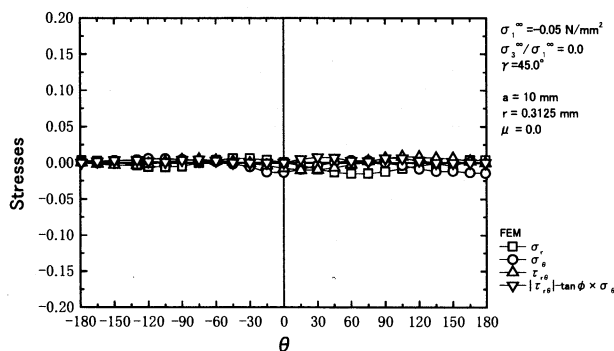
本研究では亀裂面上の接触・摩擦条件を考慮した



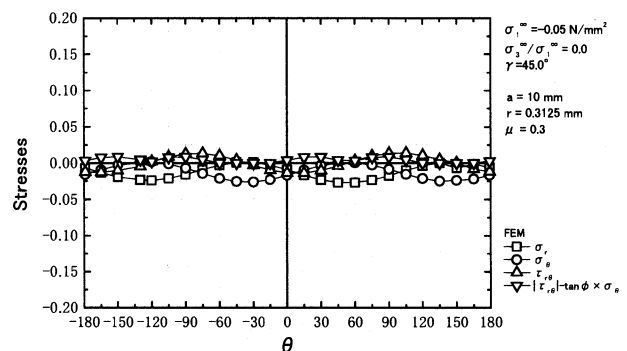
図一27 初期亀裂先端周辺の応力分布(φ材):
Drucker-Prager 弾塑性体, $c = 0.0 \text{ kN/m}^2$, $\phi = 30.0^\circ$,
亀裂面上の摩擦係数 $\mu = 0.0$, 主応力比 $\sigma_3/\sigma_1 = 0.0$.



図一29 初期亀裂先端周辺の応力分布(φ材):
Drucker-Prager 弾塑性体, $c = 0.0 \text{ kN/m}^2$, $\phi = 30.0^\circ$,
亀裂面上の摩擦係数 $\mu = 0.3$, 主応力比 $\sigma_3/\sigma_1 = 0.0$.



図一28 分岐亀裂先端周辺の応力分布(φ材):
Drucker-Prager 弾塑性体, $c = 0.0 \text{ kN/m}^2$, $\phi = 30.0^\circ$,
亀裂面上の摩擦係数 $\mu = 0.0$, 主応力比 $\sigma_3/\sigma_1 = 0.0$.



図一30 分岐亀裂先端周辺の応力分布(φ材):
Drucker-Prager 弾塑性体, $c = 0.0 \text{ kN/m}^2$, $\phi = 30.0^\circ$,
亀裂面上の摩擦係数 $\mu = 0.3$, 主応力比 $\sigma_3/\sigma_1 = 0.0$.

有限要素法解析手法に陰解法弾塑性計算アルゴリズムを導入し、主に亀裂面上の摩擦係数、母材の構成式、主応力比を様々変化させた場合の圧縮荷重下での亀裂先端近傍での応力分布を求めた。それらにより以下に列挙する知見を得た。

1. 巨視的なせん断亀裂(モードⅡ型亀裂進展)は、元の亀裂と同方向の摩擦せん断応力によるものと考えられ、最大摩擦せん断応力破壊規準は今後、地盤材料の破壊メカニズム解明に有用な破壊規準となり得ると考える。
2. 亀裂片面に発生する引張亀裂が巨視的な破壊へと成長しない理由を、初期亀裂先端近傍の摩擦せん断応力と分岐亀裂先端の引張応力により説明した。

以上のように、土木工学・地盤工学分野で重要な圧縮荷重下での延性的なモードⅡ型亀裂進展性状の説明に最大摩擦せん断応力破壊規準が有効であることが分かった。本研究では、亀裂面上の摩擦力という非線形性のみならず、母材も Drucker - Prager 弾

塑性モデルという地盤材料の構成モデルとして汎用されている弾塑性モデルを考慮しての議論であるので、本研究の方法によれば脆性的な不安定破壊現象の予測への応用だけでなく、延性的な破壊まで統一的に解明できる可能性を示唆している。

今後の課題としては、以下に挙げる項目について順次検討を進める。

- より高度な地盤材料モデル(Cam - Clay モデルや異方性・粘塑性を考慮した関口・太田モデル、下負荷面モデル、上負荷面モデルなど)を用いた際の影響
 - 圧縮荷重下にある弾塑性体中の亀裂先端でのエネルギー解放率を用いた破壊規準との比較
 - 3次元応力場での破壊規準の検討
 - X-FEM などの亀裂進展解析
 - 地盤材料の破壊靱性値試験法の確立
- などの検討を進め、地盤材料内における圧縮荷重下での破壊現象を解明することを目的とする。

またそれが、地震の起こるメカニズムの解明¹⁸⁾

や地すべり現象の予測・克服へ応用されることを強く望む。

謝辞

本研究にあたり、五大開発㈱技術本部長 小島義孝博士には原稿に目を通していただき、有用なご意見を頂きました。また、福井工業高等専門学校阿部孝弘教授、五大開発㈱川島正樹氏には実験を通し、ご協力と有用なご意見を頂きました。徳山工業高等専門学校橋本堅一教授には破壊靱性値に関する貴重なご意見と資料をご提供頂きました。金沢大学土木建設工学科相澤栄治君には解析やデータ整理でご協力を頂きました。ここに、深く感謝致します。

参考文献

- 1) 龍岡文夫：地盤工学における今日の課題，古典理論・設計法・土の物性，土木学会第 92 回通常総会特別講演資料，2006。
- 2) Melin, S. : When does a crack grow under mode II conditions?, *Int. J. Fract.*, Vol.30, pp. 103-114, 1986.
- 3) Cox, S.J.D. and Scholz, C.H. : On the formation and growth of faults : an experimental study, *J. Struct. Geology*, Vol.10, No.4, pp.413-430, 1988.
- 4) Isaksson, P. Stahle, P. : Prediction of shear crack growth direction under compressive loading and plane strain conditions, *Int. J. Fract.*, Vol.113, No.2, 175-194, 2002.
- 5) 矢富盟祥，鱸 洋一：圧縮荷重下にある進展き裂のE積分によるエネルギー解放率の有限要素解析，土木学会論文集，No.612, I-46, pp.251-263, 1999.
- 6) 鱸 洋一，矢富盟祥：圧縮荷重下におけるモードII型き裂進展に関する破壊力学的考察，土木学会応用力学論文集，Vol.3, pp.25-35, 2000.
- 7) 鱸 洋一，矢富盟祥：陰解法弾塑性計算アルゴリズムを用いた圧縮荷重下に存在するき裂先端近傍応力場の有限要素解析，土木学会応用力学論文集，Vol.7, pp.597-606, 2004.
- 8) 鱸 洋一，大熊俊明，小西満，小島義孝，矢富盟祥：陰解法弾塑性計算土／水連成有限要素法を用いた土留め工の解析，土木構造・材料論文集，第

18号，pp.143-152, 2002.

- 9) Simo, J.C., Kennedy, J.G. and Govindjee, S. : Non-smooth multisurface plasticity and viscoplasticity. Loading/ unloading conditions and numerical algorithms, *Int. J. Numer. Methods Eng.*, Vol.26, pp.2161-2185, 1988.
- 10) 例えば Simo, J.C., Hughes, T.J.R. : *Computational Inelasticity*, Springer-Verlag, New York, 1998.
- 11) 矢富盟祥，鱸 洋一：陰解法弾塑性計算アルゴリズムを用いた微小変形土／水連成有限要素法解析，土木学会応用力学論文集，Vol.4, pp.345-356, 2001.
- 12) Barsoum, R. S. : On the use of isoparametric finite elements in linear fracture mechanics, *Int. J. Numer. Methods Eng.*, Vol.10, pp. 25-37, 1976.
- 13) Barsoum, R. S. : Triangular quarter-point elements as elastic and perfectly-plastic crack tip elements, *Int. J. Numer. Methods Eng.*, Vol.11, pp. 85-98, 1977.
- 14) 矢富盟祥，藤井清司，菊池正，中川浩二：複合応力仮説による岩質材料の混合モード破壊条件とその実験的検証，土木学会論文集，第382号／III-7, pp.193-199, 1987.
- 15) 村木陽二，橋本堅一，島袋淳：脆性材料内のき裂の破壊クライテリオンに関する検討，徳山工業高等専門学校，研究紀要，第25号，pp.59-64, 2001.12.
- 16) 小林昭一：岩質材料ならびにそれよりなる系のぜい性破壊規準に関する基礎的研究，京都大学学位論文，1972.
- 17) Nemat-Nasser, S. and Horii, H.: Compression induced nonplanar crack extension with application to splitting, exfoliation, and rockburst, *J. Geophys. Res.*, Vol.87, pp.6805-6821, 1982.
- 18) 例えば，KAME, N. and YAMASHITA, T. : Simulation of the spontaneous growth of a dynamic crack without constraints on the crack tip path, *Geophys. J. Int.*, Vol.139, pp.345-358, 1999.

(2007年4月12日 受付)