

ベクトル量子化を用いた画像のウェーブレット変換符号化

Wavelet Image Coding using Vector Quantization

*江尻 悟
Satoru Ejiri

**武部 幹
Tsuyoshi Takebe

***橋本 秀雄
Hideo Hashimoto

**加藤 道明
Michiaki Kato

*日本電気
NEC Corporation

**金沢工業大学
Kanazawa Inst. of Technology

***金沢大学
Kanazawa University

Abstract

In this paper, biorthogonal wavelet transform of an image is realized by a 2-D octave splitting, separable multirate filter bank. Then vectors are constructed by samples picking up from the same positions in each subband and quantized. This coding is compared with the uniform splitting subband coding with vector quantization. The result is that the former gives the same level quality of an image as the latter with reduced computation complexity.

1. まえがき

初期の画像のサブバンド符号化においては、各サブバンドごとに独立にスカラー量子化を行っていて、サブバンド間に存在する線形依存性(相関)や非線形依存性の冗長性を利用してはいなかった。この冗長性を取り除く手法として、周波数スペクトルを、水平、垂直周波数方向にそれぞれM等分割して得られる $M \times M$ 個のサブバンド出力を $M \times M$ 次元ベクトル出力として、それをベクトル量子化する方法が考えられた(P. H. Westerinkらの方式)[1]。また、周波数スペクトルの一様等分割よりオクターブ分割の方が効率的であることが良く知られている。

そこで、本研究ではオクターブ分割マルチレートフィルタバンクにより双直交ウェーブレット変換を構成し、各サブバンド出力信号により対応する位置の信号サンプルを集めてベクトルを構成し、ベクトル量子化を行った。この方式と先の等分割の方式との比較を行った。

2. サブバンドフィルタリング

サブバンド符号化は、周波数分解という見地から、画像信号の周波数スペクトルの偏りを利用して、情報圧縮を実現するものである。符号器側では、画像信号をフィルタバンクにより周波数分解し、サンプリング定理に従って狭くなった周波数帯域幅に応じてサブサンプリングする。生成された各サブバンド信号(画面)は、その情報量に応じたビット配分に基づいて符号化されることにより、情報圧縮が達成される。復号器側では、各サブバンド信号をアップサンプリングしたのちフィルタバンクにより内挿し、それら加算して信号を再構成する。このさい符号器側と復号器側のフィルタバンク対は完全再構成(PR)条件を満足するのが望ましい。

本研究では、ウェーブレット変換との比較に用いるためのフィルタバンクとして、PR条件を満たす一次元のポリフェーズ型M等分割フィルタバンクを、図1に示すように、画像の水平方向と垂直方向の周波数分割に使用した、分離形の2

次元 $M \times M$ 等分割フィルバンクを用いた[2]。

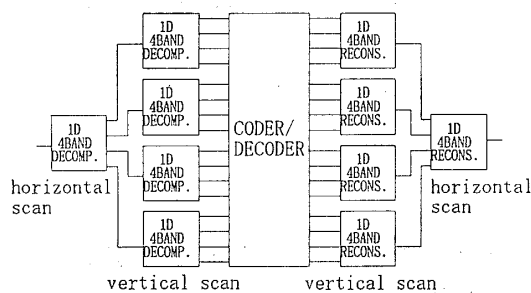


Fig.1 4×4 band decomposition/coding/decoding
/reconstruction

3. ベクトル量子化を用いた

サブバンド等分割符号化

図2に、P.H.Westerinkらが考えたベクトル量子化を用いたサブバンド符号化法を示す。これは、次のような操作をしている。符号器では、画像の $M \times M$ サブバンド等分割後のサブバンド出力を $M \times M$ 次元ベクトル出力として考え、それをベクトル量子化する。これにより、各サブバンド間に存在する相関を取り除くことができる。復号器では、その量子化出力を逆ベクトル量子化（これは、符号器と同じコードブックを持っている）することにより、 $M \times M$ 個のサブバンド出力を再生し、それらを $M \times M$ サブバンド合成している。

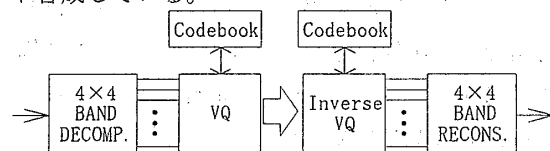


Fig.2 Equally spaced subband coding using vector
quantization

ベクトル量子化には全探索型のものが使用される。コードブックは、数枚のテスト画像をサブバンド分割し、その結果のサブバンド信号から構成されるベクトルをテストベクトルとして、LBGアルゴリズム[3]により作成した。この際、初期ベクトルは、splittingアルゴリズム[3]により生成した。

P.H.Westerinksらは、この方式と各サブバンド信号を独立にスカラー量子化する方式との

Asymptotic Coding Gain を計算し、理論上、この方式の優位性を示した。また、実際に符号化を行ったときの特性の改善も示した。

4. ベクトル量子化を用いた

双直交ウェーブレット変換符号化

4.1 ウェーブレット変換

変換操作とは信号を基底関数に分解することである。変換における分析処理では対象信号と基底関数の積を積分して変換係数を得る。元の信号を合成するには変換係数で重み付けた基底関数の線形加算を行えば良い。

今、1次元の場合、特に時間に対して振幅が変化する信号（例えば、音声）を変換する場合を考えよう。

よく知られているフーリエ変換は、複素正弦信号を基底関数に用いた変換であり、その基底関数は時間軸上に単振動しており、局所的な性質を持たない。したがって、信号の時間局所的な情報は、周波数軸上に引き伸ばされてしまう。信号が定常信号であるならばそれでも良いが、非定常信号であるならば時間局所的な性質をもつ基底関数を用いなければならない。

時間局所的な性質をもつ基底関数として、図3(a)のような窓化された複素正弦波を用いたのが短時間フーリエ変換(STFT)である。実際は次のような操作をする。注目すべき時刻 T_0 を中心にして窓を設定し、窓関数で重み付けられた信号に対してフーリエ変換する。注目する時刻をシフトしながらこの操作を繰り返すと、順次窓の位置に応じた局所フーリエ変換が得られる。このように時刻に応じた変換では時間と周波数の分解能が問題となる。不確定性原理によると、時間と周波数の分解能の積には下限が存在する。また時間分解能は基底関数の長さに逆比例し、周波数分解能は基底関数の長さに比例する。よって、STFTの場合、窓関数は常に一定であるので時間分解能、周波数分解能は一定である。時間周波数平面では図3(b)の分解能となる。

ウェーブレット変換では分解能の問題を次のように扱う。高周波数域を分析するには短い基底でより時間分解能を上げ、低周波数域で

は長い基底でより周波数分解能を上げる。これらの基底関数は、一つの基底関数の伸長と移動操作で得られる。数式で表現すると、基底関数（ウェーブレット関数） $\psi(t)$ が与えられると、その基底関数は次式(1)で与えられる。ここで、 a は正実数の伸長パラメータ（スケールと呼ぶ）、 b は実数の移動パラメータである。 a が大きいと基底が長く、小さいと短くなる。つまり、大きい a が低周波数に、小さい a が高周波数に対応する。図4(a)に基底関数を、図4(b)に時間周波数平面での各基底関数が表現する範囲を示す。

$$\psi_{a,b}(t) = (\sqrt{a})^{-1} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (1)$$

フーリエ級数に対応する離散的なウェーブレット基底関数列で、よく用いられているのが、 a, b を2進グリッド上に設定したものである。つまり、 $a=2^m$, $b=2^m \cdot n$ (m : 正整数, n : 整数)としたものである。このとき、基底関数は式(2)で表せる。この場合、低周波数域に行くにしたがって周波数分解能は2の指数乗で増加して行き、高周波数域に行くにしたがって時間分解能は2の指数乗で増加していく。

$$\psi_{m,n}(t) = \frac{1}{2^{m/2}} \psi(2^{-m}t - n) \quad (2)$$

式(2)の形式で2乗可積分関数空間の直交基底又は双直交基底を構成することができる。次の節で説明するが、サブバンド符号化で使用されてきたフィルタバンクからこれらは構成できるのである。

4.2 オクターブ分割フィルタバンク

とウェーブレット変換

サブバンド符号化に使用されているマルチレートフィルタバンクは、例えば図5に示した低域フィルタと高域フィルタの対を用いたもっとも簡単な2チャンネルの場合、1系列信号を入力すると入力系列の標本化レートの半分のレートになった2チャンネルの系列を出力する。サブバンド符号化はこの2系列信号を符号化/復

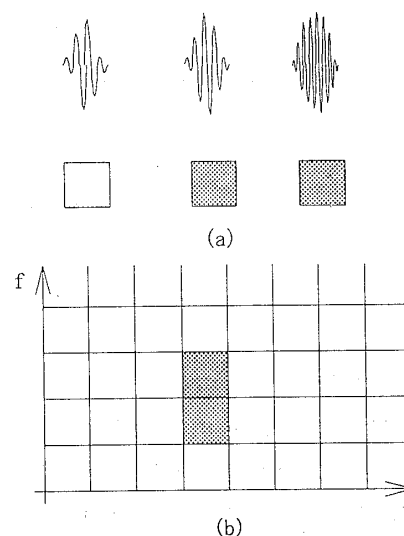


Fig.3 Short-time Fourier transform

(a) Low, medium and high frequency basis functions

(b) Time frequency resolution

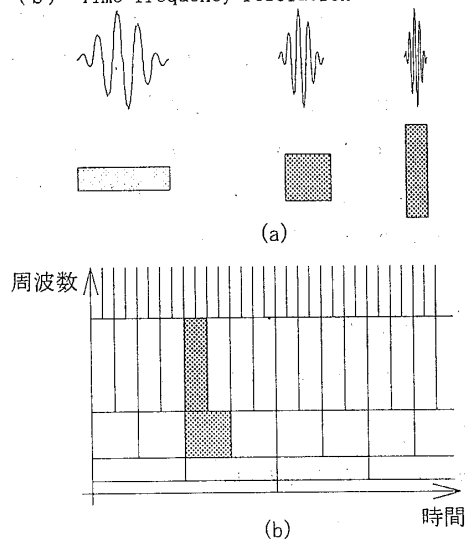


Fig.4 Wavelet transform

(a) Low, medium and high frequency basis functions

(b) Time frequency resolution

号化する（図では省略してある）。復号化された2チャンネル系列は標本化レートを2倍に上げてフィルタを通すことで元の信号を再構成できる。フィルタのインパルス応答は変換の定義を参照すれば基底関数として見ることもできるので、このようなフィルタバンクは入力信号を基底関数によって分解していると考えられる。

図6(a)に示すように低域フィルタの信号に繰り返しフィルタバンクを用いるオクターブ分割

フィルタバンクを考える。このとき、低域に行くにしたがって周波数分解能は2の指数乗で増加していくが、時間分解能は2の指数乗で減っていく。これは、図4(b)に示した時間周波数分解能(式(2))と一致している。つまり、離散時間信号に対するウェーブレット変換が得られたことになる。また、その逆変換は図6(b)で得られる。

この離散時間信号に対するウェーブレット変換と連続時間信号に対する離散パラメータウェーブレット変換の関係が文献[4]に詳しく論じられている。それによると、式(3a), (4a)で与えられる連続時間関数 $\phi(t)$ と $\check{\phi}(t)$ を、式(3b), (4b)のようにそれぞれ h_1, g_1 でフィルタリングして連続時間関数 $\psi(t)$ と $\check{\psi}(t)$ を得る。その連続時間関数の間には、式(5)のPR条件を満たせば、式(6)のような関係がある。即ち、連続時間信号に対する双直交ウェーブレット変換を得る。ここで、 $H_0(z)$ は $h_0(n)$ をZ変換したもの、 $h_0^{(i)}(n)$ は $H_0^{(i)}(z)$ を逆Z変換したものである。また、 $G_0(z)$ は $g_0(n)$ をZ変換したもの、 $g_0^{(i)}(n)$ は $G_0^{(i)}(z)$ を逆Z変換したものである。

$$H_0^{(i)}(z) = \prod_{l=0}^{i-1} H_0(z^{2^l}) \quad (3a)$$

$$f^{(i)}(t) = 2^{i/2} \cdot h_0^{(i)}(n) \quad (n/2^i \leq t \leq (n+1)/2^i) \\ \phi(t) = \lim_{i \rightarrow \infty} f^{(i)}(t) \quad (3b)$$

$$\psi(t) = 2^{l/2} \cdot \sum_{n=0}^{L-1} h_l(n) \phi(2t-n) \quad (3b)$$

$$G_0^{(i)}(z) = \prod_{l=0}^{i-1} G_0(z^{2^l}) \quad (4a)$$

$$f^{(i)}(t) = 2^{i/2} \cdot g_0^{(i)}(n) \quad (n/2^i \leq t \leq (n+1)/2^i) \\ \check{\phi}(t) = \lim_{i \rightarrow \infty} f^{(i)}(t) \quad (4b)$$

$$\check{\psi}(t) = 2^{l/2} \cdot \sum_{n=0}^{L-1} g_l(n) \check{\phi}(2t-n) \quad (4b)$$

$$\left. \begin{aligned} \sum_n g_0(n-2k) \cdot h_l(n-2l) &= 0 \\ \sum_n g_l(n-2k) \cdot h_0(n-2l) &= 0 \\ \sum_n g_i(n-2l) \cdot h_i(n) &= \delta_l \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned} c_{m,n} &= \int 2^{-m/2} \psi(2^m t - n) f(t) dt \\ f(t) &= \sum_m \sum_n c_{m,n} 2^{-m/2} \check{\psi}(2^m t - n) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

ここで、

$$\int 2^{-j/2} \psi(2^j t - l) \cdot 2^{-i/2} \check{\psi}(2^i t - k) dt = \delta_{ij} \delta_{kl}, \quad f(t) \in L^2(\mathbb{R})$$

式(5)は、2チャンネルフィルタバンクが完全再構成になるための条件を与えている。

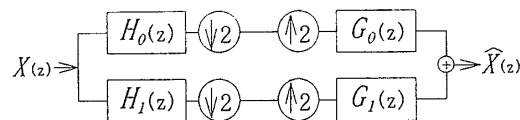
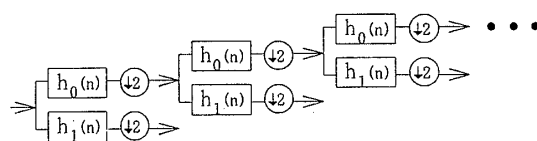
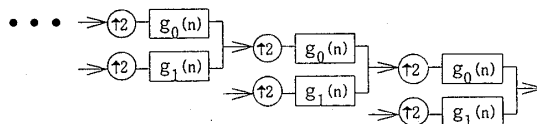


Fig. 5 Two channel analysis/synthesis filter bank



(a) Wavelet transforming circuit



(b) Inverse wavelet transforming circuit

Fig. 6 Filter bank realization of wavelet

transform

4.3 ベクトル量子化の適用

本研究では、式(5)を満たすフィルタバンクとして、文献[5]のTABLE IIIに相当する表1で示されるものを使用して、3節のようなベクトル量子化法を試みる。

まず、1次元2チャンネルフィルタバンクを図7に示すように、画像の水平方向と垂直方向の周波数分割に使用した、分離形の2次元 2×2 等分割フィルタバンクを構成し、それを図9(a)のように低域信号に繰り返し適用していくオクターブ分割、つまり双直交ウェーブレット変換を行う。逆変換は、図8に示す分離形の2次元 2×2 合成フィルタバンクを図9(b)のように構成してやれば実現できる。便宜上、このオクターブ分割で生成される各サブバンド(ウェーブレット変換係数)に、図9で示すように、(階層番号、周波数平面上で占めるバンド位置が原点から見てどの方向にあるか(水平方向h, 垂直方向v, 対角方向d))というラベル((1, h), (1, v), (1, d), ..., lp_lp)をつける。ここで、lp_lp

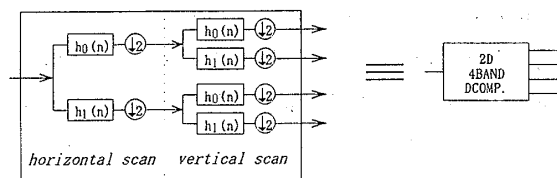
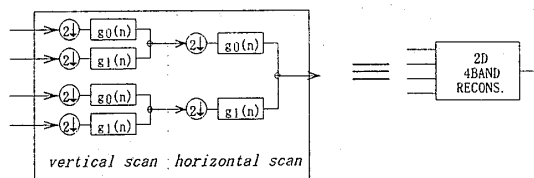
は、 2×2 バンドフィルタバンクの縦続構成における最終段の水平方向、垂直方向にも低域のバンドを示す。

本研究では、 2×2 フィルタバンクを低域信号に2回だけ繰り返し適用するオクターブ分割を構成する。そのとき、生成されるサブバンド(i, h or v or d)から $2^{(2-i)} \times 2^{(2-i)}$ 個(i :階層番号)、サブバンド lp_lp から1個のサンプルを取り出し、合計 4×4 次元ベクトルを作る(図10)。そして、それをベクトル量子化する。

復号器側では、逆ベクトル量子化を行い各サブバンド信号を再生した後、サブバンド合成を行い画像を復元する。

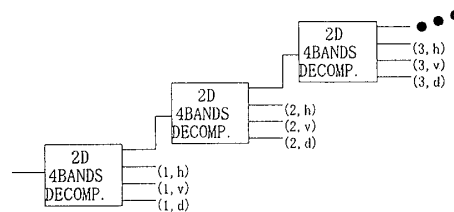
表1 各フィルタのインパルス応答

n	$h_0(n) \times 2^{-1/2}$	$h_1(n) \times 2^{-1/2}$	$g_0(n) \times 2^{-1/2}$	$g_1(n) \times 2^{-1/2}$
-3	0	0	$-3/280$	0.05
-2	-0.05	$-3/280$	$-3/56$	0.25
-1	0.25	$3/56$	$73/280$	-0.6
0	0.6	$73/280$	$17/28$	0.25
+1	0.25	$-17/28$	$73/280$	0.05
+2	-0.05	$73/280$	$-3/56$	0
+3	0	$3/56$	$-3/280$	0
+4	0	$-3/280$	0	0

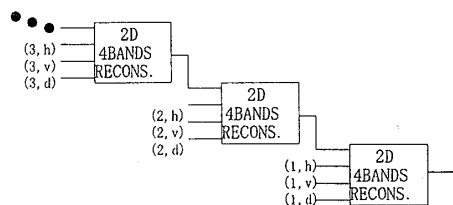
Fig. 7 Separable 2D 2×2 subband decompositionFig. 8 Separable 2D 2×2 subband synthesis

5. 符号化例

符号化例として、SIDBAのGIRLを符号化した。ベクトル量子化器を設計する際の学習ベクトルは、対象画像のGIRLのサブバンド信号そのもの



(a) Transforming circuit



(b) Inverse transforming circuit

Fig. 9 2D wavelet transforming · inverse transforming circuit

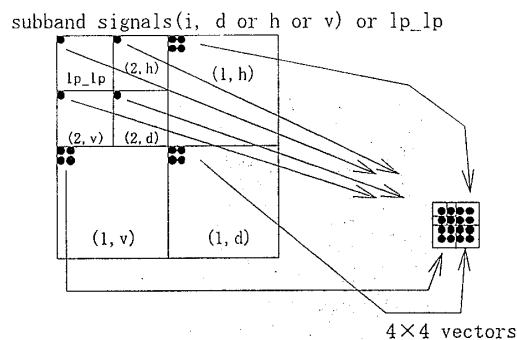


Fig. 10 Vector generation

から抽出して生成したベクトルを用いた。その符号化特性を図11に示す。この図より、3節の方式と4節の方式は同程度の符号化特性を示していることがわかる。

サブバンド分割数が少ないのに同程度の符号化特性を示しているので、効率の良いサブバンド分割ができたと考えられる。また、用いているフィルタの種類が異なるので一概には言えないが、サブバンド分割・合成にかかる計算量は明らかに後者の方式の方が少ない(なぜなら、分割数も少なくフィルタ自身の次数も低いから)。

視覚評価のために、図12に、3節の方式と4節の方式においてビットレート $0.5[\text{bits/pixel}]$ としたときの復元画像を示す。この評価においても、甚だしい差は見られない。

6. まとめ

本研究では、画像のサブバンド符号化において、P.H.Westerinkらのサブバンド間に存在する冗長さをベクトル量子化を用いて取り除く方式を、双直交ウェーブレット変換符号化に適用し、両方式の比較を行った。

その結果、符号化特性、視覚評価において、甚だしい差を確認することができなかった。このとき、後者の方式の方がフィルタリングに要する演算量が少ないことを考慮すると、後者の方式の方が効率的であると結論づけられる。

本研究の一部は文部省科学研究費一般研究(c)0650406の補助による。

著者の1人江尻が日頃御指導頂く日本電気(株)川谷内登氏に感謝する。



(a) coding by sect. 3's method



(b) coding by sect. 4's method

Fig. 12 Coding results

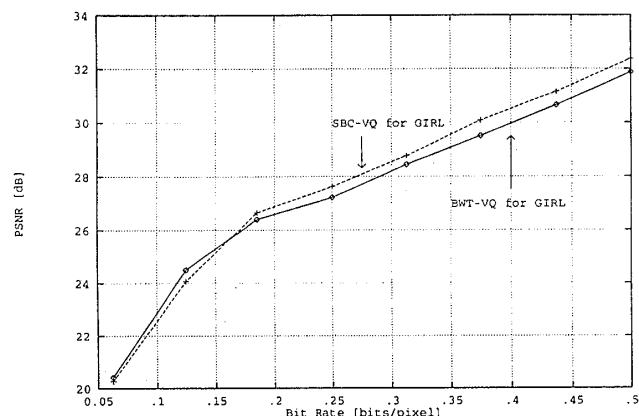


Fig. 11 SNR versus bit rate

SBC-VQ: coding by sect. 3's method

BWT-VQ: coding by sect. 4's method

参考文献

- [1] P.H.Westerink, D.E.Boekee, J.Biemon and J.W.Wood: "Subband coding of images using vector quantization", IEEE Trans. Commun., Vol.36, No.6, pp.713-719 (Jun. 1988).
- [2] 江尻、武部: "余弦変調型二次元分離形完全再構成フィルバンクの実現における演算量" 第7回デジタル信号処理シンポジウム講演論文集、B-3-4, (Nov. 1992).
- [3] Y.Linde, A.Buzo and R.M.Gray: "An algorithm for vector quantization design", IEEE Trans. Commun., Vol.COM-28, No.1, pp.84-95 (Jan. 1980).
- [4] M.Vetterli and C.Herley: "Wavelet and filter banks: theory and design", IEEE Trans. Signal Process. Vol.40, No.9, pp.2207-2232 (Sep. 1992).
- [5] M.Antonini, M.Barlaud, P.Mathieu and I.Daubechies: "Images coding using wavelet transform", IEEE Trans. Image Process. Vol.1, No.2, pp.205-220 (apr. 1992).

本研究の一部は、鐘紡(株)より研究費の補助を受けて行った。ご討論頂いた同社電子技術研究所田中正文氏に感謝する。

* 日本電気(株)第2伝送通信事業部

〒211川崎市中原区下沼部1753 Tel. 044-435-5540

** 金沢工業大学情報工学科

〒921石川県野々市町扇が丘7-1 Tel. 0762-48-1100

***金沢大学工学部電気・情報工学科

〒920金沢市小立野2-40-20 Tel. 0762-34-4893