波浪による海底地盤内の有効応力の分布特性および地盤の破壊領域

廣部英一*・石田 啓**・矢富盟祥***・由比政年****

1. 緒　　言

波浪によって生じる海底地盤の不安定現象には，残留過剰間隙水圧によるものと変動過剰間隙水圧によるものがある．本研究は後者について検討を行うが，これは波の水面変動によって海底地盤面に作用する変動波圧が，海底地盤内に伝達減衰するのに加えて位相差を生じることから，せん断応力や引張り応力により地盤の破壊が発生する現象である．波浪による海底地盤の応答解析は，Yamamotoら(1978)，Madsen(1978)，Meiら(1981)，Okusa(1985)らによって，土粒子骨格の変位と間隙水圧を未知量とした線形弾性モデルによってなされた研究がある．また，実験や現地観測も精力的に行われている．これらの応答解析あるいは実験や現地観測は，間隙水圧の変動の計算や測定を主な目的としており，地盤内の有効応力や破壊領域を直接の解析目的にしたものは少ない(例えば海岸工学委員会(1994)を参照)．これまで，波浪による海底地盤の不安定性の判定は，有効鉛直応力が負となる1次元的な条件が主として用いられてきた．本研究では波浪応答解析により2次元・3次元の有効応力を求め，間隙水圧の変動に加えて応力や歪みの分布を解析し，海底地盤の有効鉛直応力が負となる条件に加え，引張りとせん断による破壊領域について検討を行う．

2. 海底地盤の応答解析法

2.1 基礎方程式

海底地盤を多孔質の線形弾性体である土粒子骨格と間隙水からなる2相混合体とし，Biotの理論(1941)に基づいて解析を行った．波の進行方向にx軸を，鉛直上向きにz軸を取り，平面歪み状態($\varepsilon_y=0$)を考え，静的平衡状態からの変動量に対する基礎方程式を求める．変動量は微小量であるとして2次以上の項を無視し，さらに，重力項および慣性項を無視する．間隙水は気泡の混入を考慮して圧縮性とし，間隙水の流れはDarcy則を仮定する．土粒子は非圧縮性とするが，土粒子骨格は圧縮性の線形弾性体とし，平面歪み状態における土粒子骨格の応力-歪みの構成関係式に，Hookeの法則を仮定する．このとき，連続方程式およびx軸方向とz軸方向の釣り合い方程式は，次式で表される．

$$\frac{k}{\gamma_w}\nabla^2 p=\frac{n_w}{\beta}\frac{\partial p}{\partial t}+\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \quad \cdots\cdots(1)$$

$$G\nabla^2 u+\frac{G}{1-2\nu}\frac{\partial \varepsilon}{\partial x}+\frac{\partial p}{\partial x}=0 \quad \cdots\cdots(2)$$

$$G\nabla^2 w+\frac{G}{1-2\nu}\frac{\partial \varepsilon}{\partial z}+\frac{\partial p}{\partial z}=0 \quad \cdots\cdots(3)$$

ここに，uとwは地盤のx軸とz軸方向の変位，pは静水圧状態からの変動間隙水圧（圧縮が正）である．$\varepsilon=\partial u/\partial x+\partial w/\partial z$は体積歪みである．$k$と$n_w$はそれぞれ地盤の透水係数と間隙率であり，$\gamma_w$と$\beta$はそれぞれ間隙水の単位体積重量と体積弾性係数であり，$G=E/2(1+\nu)$，E,νは，それぞれ土粒子骨格のせん断弾性係数，縦弾性係数，ポアソン比である．

2.2 境界条件

海底地盤は半無限に一様な構造を設定する．境界条件は，海底地盤面と海底地盤内の無限下方で，それぞれ，

$$\sigma_z=0,\quad \tau_{xz}=0,\quad p=p_0\exp[i(\lambda x-\omega t)] \quad \text{at } z=0 \quad \cdots\cdots(4)$$

$$u=0,\quad w=0,\quad p=0 \quad \text{at } z=-\infty \quad \cdots\cdots(5)$$

と与える．ここに，σ_zは鉛直方向の有効応力の変動成分，τ_{xz}はせん断応力，$p_0=\gamma_w H/(2\cosh\lambda h)$は海底地盤面での変動波圧振幅，$i$は虚数，$\lambda$は波数，$\omega$は角周波数，$H$は波高，$h$は水深である．

2.3 解析方法

a) 変位と間隙水圧の算出

境界条件が時間tと水平方向xに関して周期的であることから，Yamamotoらの手法(1978)に従い，解u,w,pを，次のように変数分離形の周期解と仮定した．

$$\left.\begin{aligned} u&=U(z)\exp[i(\lambda x-\omega t)]\\ w&=W(z)\exp[i(\lambda x-\omega t)]\\ p&=P(z)\exp[i(\lambda x-\omega t)]\end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots(6)$$

U,W,Pは鉛直軸zのみの関数であり，式(6)を式(1)～(3)に代入すると定数係数線形連立常微分方程式となるが，これから得られた特性方程式を解くと，6個

* 正会員　工修　福井高専助教授　環境都市工学科
** 正会員　工博　金沢大学教授　工学部土木建設工学科
*** 正会員　Ph.D.　金沢大学教授　工学部土木建設工学科
**** 正会員　工修　金沢大学助手　工学部土木建設工学科

の解$\pm\lambda$（2重根），$\pm\lambda'$を得る．λは波数，λ'は複素解であり次のようである．

$$\lambda'^2=\lambda^2+i\frac{\gamma_w}{k}\omega\left[\frac{n_w}{\beta}+\frac{(1-2\nu)}{2(1-\nu)G}\right] \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(7)$$

これより，U, W, Pの一般解は，次のようになる．

$$\left.\begin{aligned}U=&a_1\exp(\lambda z)+a_2\exp(-\lambda z)\\&+a_3z\exp(\lambda z)+a_4z\exp(-\lambda z)\\&+a_5\exp(\lambda' z)+a_6\exp(-\lambda' z)\\W=&b_1\exp(\lambda z)+b_2\exp(-\lambda z)\\&+b_3z\exp(\lambda z)+b_4z\exp(-\lambda z)\\&+b_5\exp(\lambda' z)+b_6\exp(-\lambda' z)\\P=&c_1\exp(\lambda z)+c_2\exp(-\lambda z)\\&+c_3z\exp(\lambda z)+c_4z\exp(-\lambda z)\\&+c_5\exp(\lambda' z)+c_6\exp(-\lambda' z)\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots\cdots(8)$$

一般解の各項の係数($a_1\sim a_6, b_1\sim b_6, c_1\sim c_6$)は独立ではなく，基礎方程式と境界条件を満たすことから，係数を解析的に誘導することができる．

b)　有効応力の変動成分と有効応力の算出

解u, wをHookeの法則に代入して，z軸とx軸方向の有効応力の変動成分σ_zとσ_x（圧縮が正）を求めると，地盤面下zの位置におけるz軸とx軸方向の有効応力σ_{z0}とσ_{x0}は，土被り圧$\sigma_{v0}=-(\gamma_s-\gamma_w)z$を加えて，次式で求められる．

$$\sigma_{z0}=\sigma_z+\sigma_{v0},\quad \sigma_{x0}=\sigma_x+K_0\sigma_{v0}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(9)$$

ここに，γ_sは地盤の単位体積重量，$K_0=\nu/(1-\nu)$は静止土圧係数である．

平面歪み状態($\varepsilon_y=0$)の場合，y軸方向の応力-歪み関係からy軸方向の有効応力σ_{y0}は次式で求められ，これを用いて有効応力の変動成分σ_yも求められる．

$$\sigma_{y0}=\nu(\sigma_{x0}+\sigma_{z0}),\quad \sigma_y=\sigma_{y0}-K_0\sigma_{v0}\cdots\cdots\cdots\cdots(10)$$

3.　海底地盤の破壊の判定方法

3.1　有効鉛直応力による1次元的な判定方法

Meiら（1981）やOkusa（1985）らは，2次元の連成系線形弾性解析により地盤内の応力を求め，有効鉛直応力がゼロになる破壊基準を用いている．

$$\sigma_{z0}=\sigma_z+\sigma_{v0}\leqq 0\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(11)$$

また，善ら（1987）は，1次元の非連成系線形弾性解析により求めた間隙水圧を用いて，有効鉛直応力がゼロになる破壊基準を用いている．

$$\sigma_{z0}=(p_b-p_z)+\sigma_{v0}\leqq 0\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(12)$$

ここに，p_bとp_zは海底地盤面と地盤面下zにおける変動水圧である．上の2式は，表現形式は異なるが同じ判定方法である．

3.2　2次元・3次元的な判定方法

a)　引張り破壊による判定方法

地盤の引張り破壊は，主応力（圧縮が正）の最小値が負となる領域で発生する．なお，主応力$\sigma_i(i=1,2,3)$は，次式を解いて求める．

$$\sigma^3-J_1\sigma^2+J_2\sigma-J_3=0\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(13)$$

ここに，J_1, J_2, J_3は，それぞれ1次，2次，3次の応力の不変量であり，次のように求められる．なお，平面歪み状態($\varepsilon_y=0$)では，y軸方向のせん断歪みは生じないとしてよいから，$\tau_{xy}=\tau_{yz}=0$としてある．

$$\left.\begin{aligned}J_1&=\sigma_{x0}+\sigma_{y0}+\sigma_{z0}\\J_2&=\sigma_{x0}\sigma_{y0}+\sigma_{y0}\sigma_{z0}+\sigma_{z0}\sigma_{x0}-\tau_{xz}^2\\J_3&=\sigma_{x0}\sigma_{y0}\sigma_{z0}-\sigma_{y0}\tau_{xz}^2\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(14)$$

式（13）は因数分解され，土粒子骨格に作用する主応力$\sigma_i(i=1,2,3)$は，次のように表される．

$$\left.\begin{aligned}\sigma_i&=\frac{\sigma_{z0}+\sigma_{x0}}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{\sigma_{z0}-\sigma_{x0}}{2}\right)^2+\tau_{xz}^2}\\\sigma_i&=\sigma_{y0}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots(15)$$

求まった主応力を値の大きい順に$\sigma_1\geqq\sigma_2\geqq\sigma_3$とする．なお，$\sigma_{y0}$自体が主応力の1つとなっている．

b)　せん断破壊による判定方法

地盤のせん断面に作用するせん断応力は，

$$\tau=c+\sigma\tan\phi\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(16)$$

と表される．ここに，τは地盤のせん断応力，σは破壊面に垂直な有効応力，cは粘着力，ϕは応力円の接線がσ軸となす角（以下，応力角と呼ぶ）である．

Coulombの式（16）において，砂地盤のような摩擦性材料($c=0, \phi\neq 0$の場合)がせん断破壊されると判断されるのは，応力角ϕが地盤の内部摩擦角ϕ_dを超える場合($\phi\geqq\phi_d$)である．海底地盤の波浪応答解析では，Yamamato（1981）や名合ら（1985）により，2次元空間で2主応力下のMohr-Coulomb規準を用いた検討が行われている．本研究では，3次元空間で空間滑動面を考慮した3主応力下の松岡-中井規準（Matsuoka・Nakai, 1974）も用いて検討を行った．各々の破壊規準は次のようである．

(Mohr-Coulomb規準)

$$\tan\phi=\frac{\sigma_1-\sigma_3}{2\sqrt{\sigma_1\sigma_3}}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(17)$$

(松岡-中井規準)

$$\tan\phi=\sqrt{\frac{J_1J_2-9J_3}{9J_3}}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(18)$$

4.　解析結果および考察

4.1　波浪条件と海底地盤の物性値の設定

波浪条件と海底地盤の物性値は，海岸工学委員会で設定されたもの（1994）を参考にした．波浪条件は設計波規模の波である波高10 m，水深20 m，周期13秒，（波長約167.5 m）を用いた．海底地盤の主な物性値を**表―1**に

表—1　海底地盤の主な物性値

	緩い砂	密な砂	シルト
E (N/m²)	1.02×10^{8}	3.06×10^{8}	0.765×10^{8}
ν	0.30	0.30	0.30
n_w	0.454	0.394	0.515
k (m/s)	1.0×10^{-4}	1.0×10^{-5}	1.0×10^{-6}
β (N/m²)	4.155×10^{7}	3.786×10^{8}	2.123×10^{8}

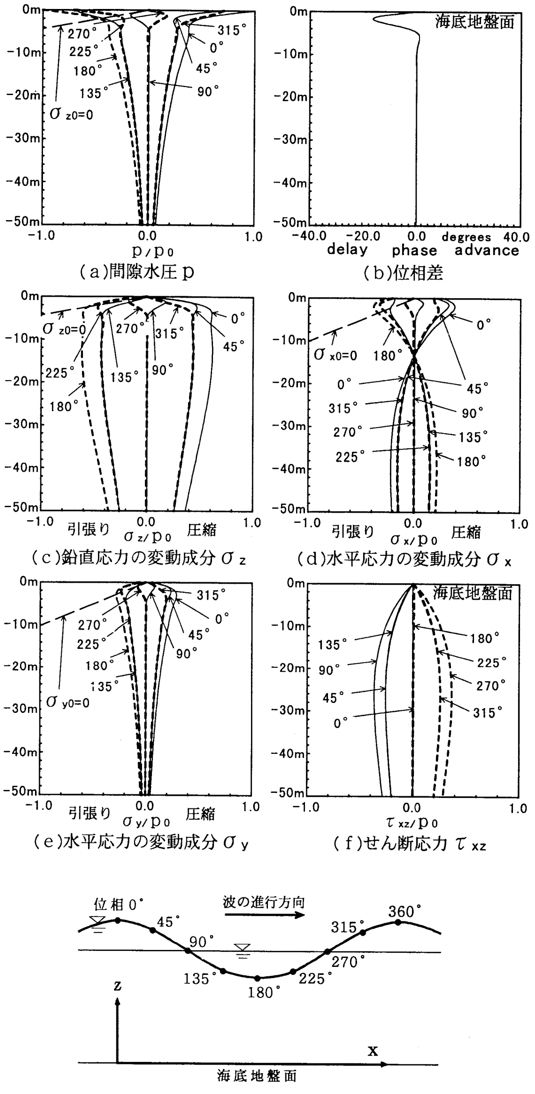
示す．

4.2　間隙水圧・応力の周期変化

図—1 に，設計波が作用した緩い砂地盤の間隙水圧 p，位相差，z, x, y 軸方向の有効応力の変動成分 $\sigma_z, \sigma_x, \sigma_y$ およびせん断応力 τ_{xz} の周期変化を，海底地盤面から海底地盤面下 50 m まで示す．応力は地盤面に作用する変動波圧振幅 p_0 で無次元表示されており，図中の数字は波の位相である．図中には z, x, y 軸方向の有効応力が $\sigma_{z0}=0$, $\sigma_{x0}=0$, $\sigma_{y0}=0$ となる範囲が示されているが，これより上側の領域でそれぞれ z, x, y 軸方向に引張り破壊が発生する．なお，図 (a) の $\sigma_{z0}=0$ は式 (12) の判定方法を，同図 (c) の $\sigma_{z0}=0$ は式 (11) の判定方法を図示したものに相当する．間隙水は圧縮性であるので，同図 (b) には地盤表面付近で大きな位相差が表れているが，この位相差によって，同図 (a) では p の地盤内への伝達減衰が急激となっており，同図 (c) では σ_z が地盤面の直下で急激に大きくなっている．同図 (d) では σ_x の鉛直方向分布が地盤面下約 15 m で交差して正負が逆転していることに注意を要する．すなわち，地盤深部では σ_z と σ_x は逆位相であるが，地盤表面付近では正負が同じ位相となっている．例えば，波谷の位相付近 (180°) では，地盤の深部で σ_x は正 (圧縮) であるが，地盤の表面付近で σ_z と同じく σ_x も負 (引張り) となる．**4.3** で説明するが，この事により応力状態が非常に不安定になる．なお，間隙水が非圧縮性とした解析では，σ_z と σ_x は完全に逆位相で，鉛直方向の分布形状は全く同じになる．σ_y は間隙水が非圧縮性では全ての場所でゼロであるが，間隙水が圧縮性では同図 (e) のような鉛直分布となり，地盤面近くでは $\sigma_{y0}\leqq0$ の領域が存在する．

4.3　応力円の変化

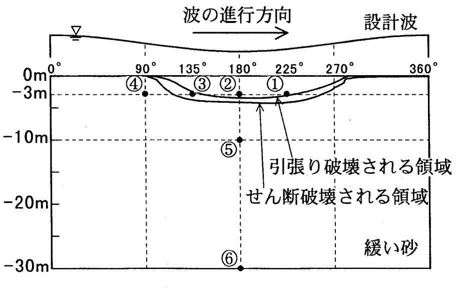
海底地盤の不安定性は，**図—1** の (a) と (c) に示す $\sigma_{z0}\leqq0$ の範囲，すなわち，**3.1** で示した 1 次元の破壊規準で主として判定されてきた．しかし，地盤内の応力を 2 次元・3 次元的に考察すると，同図 (d) に示す有効水平応力の変動成分 σ_x が地盤内の浅い領域で正負に交差して，σ_z と σ_x が同じ位相になることが重要な役割を持つことが分かった．ここでは，σ_{z0} に加え，**3.2** で説明した有効応力の他の成分 $\sigma_{x0}, \sigma_{y0}, \sigma_3$ および τ_{xz} を用いて地盤内の応



図—1　間隙水圧・応力の周期変化

力状態を検討する．但し，説明の容易さのため 2 次元の Mohr の応力円を利用するが，3 次元空間の場合も同様な説明が可能である．

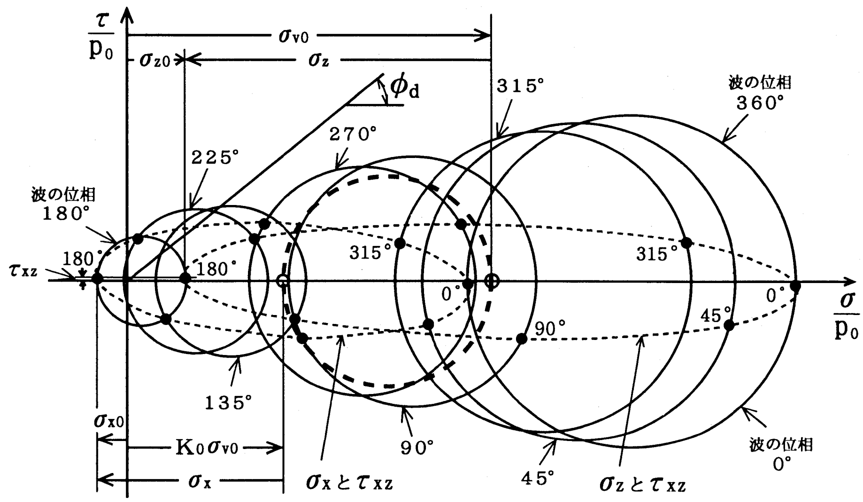
図—2 は，設計波が進行する緩い砂地盤で計算された $\sigma_3\leqq0$ の領域 (引張り破壊される領域) と $\phi\geqq\phi_d$ の領域 (せん断破壊される領域) を示す．**図—3** は，これに対する地盤面下 3 m における Mohr の応力円の変化を示す．太破線は静的平衡状態における土被り圧による応力円であり，楕円に似た形状の 2 個の点線は，変動波圧により発生する有効鉛直応力 σ_{v0} の変動成分 σ_z と τ_{xz} および有効水平応力 $K_0\sigma_{v0}$ の変動成分 σ_x と τ_{xz} を示す．波が進行すると変動波圧によって応力円が変化する様子を，波の位相が 45°毎に示してある．波が進行すると，位相 360°,



図—2　応力状態の代表的な位置①〜⑥（設計波・緩い砂）

表—2　代表的な位置①〜⑥の応力状態

	σ_z	σ_x	σ_{z0}	σ_{x0}	σ_3	応力角
位置①	負	負	正	正	負	$\phi \geqq \phi_d$
位置②	負	負	正	負	負	$\phi \geqq \phi_d$
位置③	負	負	正	正	正	$\phi \geqq \phi_d$
位置④	正	正	正	正	正	$\phi \leqq \phi_d$
位置⑤	負	負	正	正	正	$\phi \leqq \phi_d$
位置⑥	負	正	正	正	正	$\phi \leqq \phi_d$



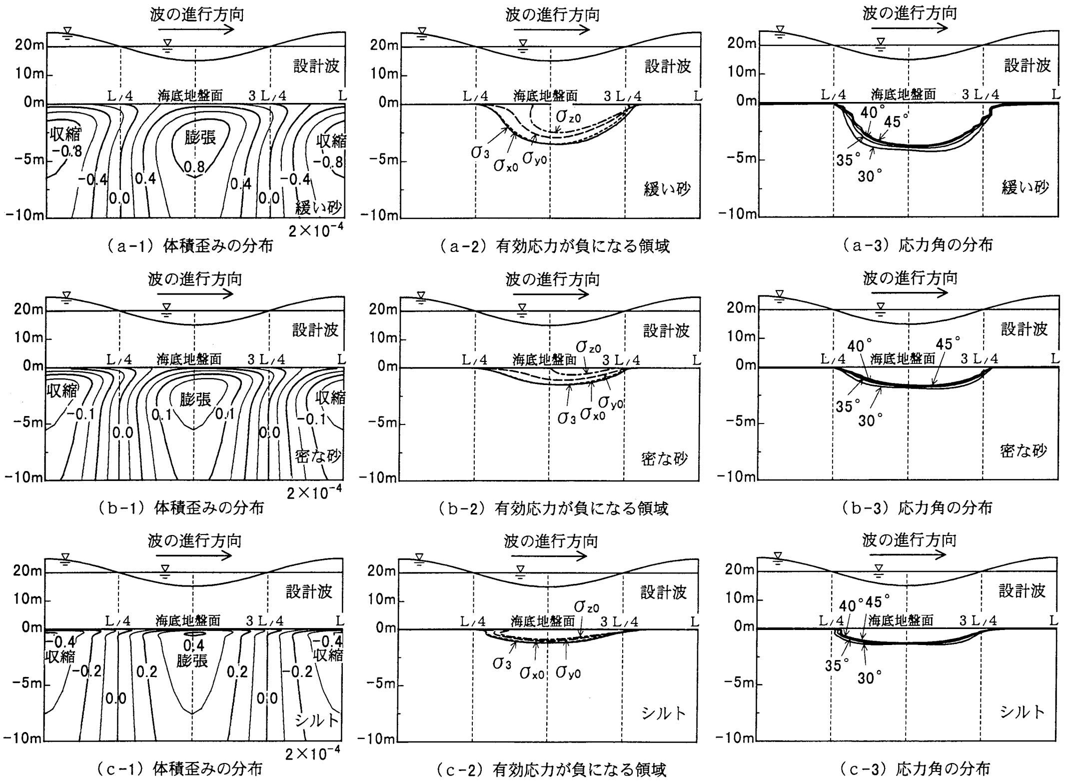
図—3　Mohrの応力円の変化（設計波・緩い砂・地盤面下3 m）

同315°，同270°では地盤は安定であるが，波谷近くの同225°（位置①）では$\phi \geqq \phi_d$, $\sigma_3 \leqq 0$となり，同180°（位置②）では$\phi \geqq \phi_d$, $\sigma_3 \leqq 0$, $\sigma_{x0} \leqq 0$となり，同135°（位置③）では$\phi \geqq \phi_d$となり，それぞれ，せん断破壊や引張り破壊の条件を満たす．これらの不安定性は，先に説明したように波谷の位相近くでσ_zに加えσ_xも負となることから，変動波圧が作用した状態の応力円が静的平衡状態の応力円よりも，図では左側に移動することが原因である．同90°（位置④）では$\phi \leqq \phi_d$, $\sigma_3 \geqq 0$となり再び安定となる．同45°，同0°でも同様な応力状態となり安定である．図中の応力の寸法線は，同180°での応力の関係を示した．なお，**図—1**(d)で分かるように，例えば地盤面下10 mでの応力円は**図—3**と同じく左側に移動するが，σ_{v0}と$K_0\sigma_{v0}$に比べてσ_zとσ_xの変動値が小さいため安定であり，地盤面下30 mでの応力円はσ_zとσ_xの位相が同じであるため，土被り圧による応力円の近傍で変化するのみで安定である．

表—2に，代表的な位置①〜⑥における応力状態を示す．

4.4　体積歪み・有効応力・応力角の分布

図—4は，設計波が進行する(a)緩い砂地盤(b)密な砂地盤(c)シルト地盤における，それぞれ体積歪みの分布・有効応力が負になる領域・応力角の分布を示す．体積歪みは波谷で膨張，波峰で収縮となり，膨張と収縮の中心は，波谷と波峰が通過する少し前にある．引張り破壊の領域は，有効応力により$\sigma_{z0} \leqq 0$, $\sigma_{x0} \leqq 0$, $\sigma_{y0} \leqq 0$, $\sigma_3 \leqq 0$で判定される．当然，主応力の最小値で判定した$\sigma_3 \leqq 0$の領域が最も大きい．次に大きいのは$\sigma_{x0} \leqq 0$の領域である．$\sigma_{z0} \leqq 0$の領域が一番小さく，波谷が通過する少し前に，あるいは，波峰通過後に$\sigma_{z0} \leqq 0$の領域が発生するといえる．緩い砂地盤の破壊領域は一番大きく，密な砂地盤とシルト地盤の引張り破壊の領域は，1次元の破壊規準である$\sigma_{z0} \leqq 0$で判定すると，かなり異なるが，$\sigma_3 \leqq 0$で判定すると余り変わらない．応力角は，松岡-中井規準による値を示した．松岡-中井規準は，3次元空間でせん断破壊面を定義しているので，2次元空間でせん断破壊面を定義しているMohr-Coulomb規準に比べ，応力角が少し小さい値となる．図では，応力角の等値線の分布は松



図—4　体積歪みの分布・有効応力が負になる領域・応力角の分布

岡-中井規準の方が少し狭くなるので，せん断破壊の領域は少し小さくなる．なお，海底地盤の内部摩擦角は40°前後と思われるので，40°前後の応力角の分布がせん断破壊の領域となる．また，Mohrの応力円で示したように，常に引張り破壊の領域 $\sigma_3 \leqq 0$ の外側にせん断破壊の領域 $\phi \geqq \phi_d$ がある．

5. 結　　語

（1）　2次元・3次元的に応力分布を解析した結果，有効鉛直応力が負 ($\sigma_{z0} \leqq 0$) になる領域で海底地盤の不安定性を判定するのみでなく，鉛直方向以外の引張り破壊の発生およびせん断破壊が発生する判定条件も検討しなければならないことが分かった．

（2）　波の位相に対して変化する応力状態を検討すると，海底地盤の破壊には波の進行方向に作用する有効水平応力の変動成分 σ_x が重要な役割をすることが分かった．

参　考　文　献

土木学会海岸工学委員会 (1994)：海岸波動，第V編　波浪と海底地盤の相互干渉，土木学会，pp. 430-510.

善　功企・山崎浩之・渡辺　篤 (1987)：海底地盤の波浪による液状化および高密度化，港研報告，第26巻，第4号，pp. 125-180.

名合宏之・前野詩朗 (1985)：変動水圧作用下における構造物周辺地盤内の応力分布特性，第32回海岸工学講演会論文集，pp. 609-612.

Biot, M. A. (1941): General Theory of Three-Dimensional Consolidation, J. Appl. Phys., Vol. 12, Feb., pp. 155-164.

Madsen, O. S. (1978): Wave-induced pore pressures and effective stresses in a porous bed, Geotech. 28, No. 4, pp. 377-393.

Matsuoka, H. and T. Nakai (1974): Stress-deformation and strength characteristics of soil under three different principal stresses, Proc. JSCE, No. 232, pp. 59-70.

Mei, C. C. and M. A, Foda (1981): Wave-induced responses in a fluid-filled poro-elastic solid with a free surface -a boundary layer theory, Geophys. J. R. astr. Soc., Vol. 66, pp. 597-631.

Okusa, S. (1985): Wave-induced stresses in unsaturated submarine sediments, Geotech. 35, No. 4, pp. 517-532.

Yamamoto, T., H. L. Koning, H. Sellmeijer, E. V. Hijum (1978): On the response of a poro-elastic bed to water waves, J. Fluid Mech., Vol. 87, part 1, pp. 193-206.

Yamamoto, T. (1981): Wave-induced pore pressures and effective stresses in inhomogeneous seabed foundations, Ocean Eng. Vol. 8, pp. 1-16.