# 海底地盤の波浪応答に対する地盤の異方性の影響

矢 富 盟 祥\*・由 比 政 年\*\*・石 田 啓\*\*\*・廣 部 英 ー\*\*\*\*

# 1. 序 論

変動波圧を受ける海底地盤内の動的応答においては, 残留間隙水圧,変動間隙水圧という2つの異なるメカニ ズムを通して地盤内に過剰間隙水圧が発生し,海底地盤 の不安定現象が生じる.これに関して近年精力的に研究 が進められている(例えば海岸工学委員会(1994)を参 照)が,依然不明な点も多く残されている.

本報では変動過剰間隙水圧による地盤の不安定化を扱 うが、変動過剰間隙水圧は、海底地盤中の間隙水圧変動 の伝達に減衰と位相差が生じることから発生するもので あり、その特性を知るためには、地盤内の間隙水圧の伝 達特性を正確に把握することが必須となる.

地盤内での間隙水圧伝達の減衰や位相差については, 多くの要因が考えられるが,一般には地盤内の気泡の存 在を考慮し,間隙水に見かけ上の圧縮性を持たせること で説明されることが多い.間隙水の圧縮性が間隙水圧伝 達の減衰や位相差に対して大きな影響を持つことは既に 多くの研究で報告されている.(例えば Yamamoto ら, 1978)

一方,地盤に関しては,従来の研究の多くが等方的な 性質を仮定しており,異方性地盤について論じたものは 少ない.しかし,海底地盤はその生成の過程や自重によ る影響を受け,異方的な性質を持つと考える方が一般的 である.Madsen (1978)は,透水係数の異方性の影響に ついて検討を行い,粗い砂粒子からなる地盤の場合には 透水係数の異方性の影響が無視できないことを示してい る.また,地盤の力学的な異方性については,Gatmiri (1992)が有限要素法による数値解析を行い,異方性の完 全飽和地盤に対する計算結果を報告しているが,間隙水 圧伝達の位相特性に関する考察は含まれておらず,減衰 についても簡単に触れられているにすぎない.そこで, 本研究では,解析的な手法に基づき,地盤の力学的バラ メータの異方性が間隙水圧の伝達特性に及ぼす影響につ いて,減衰と位相差の2点に着目して検討を行う.

*	正会員	Ph.D.	金沢大学教授	工学部土木建設工学科
**	正会員	工修	金沢大学助手	工学部土木建設工学科
***	正会員	工博	金沢大学教授	工学部土木建設工学科
****	正会員	工修	福井高専助教授	受 環境都市工学科

#### **2. 解析の手法**

## 2.1 基礎方程式

Yamamotoら(1978)の手法に従い,海底地盤を多孔 質の弾性体である土粒子骨格と間隙水の混合体と考え, Biot(1941)の理論に基づいて定式化を行う.以下では, 平面ひずみ状態を考え,水平方向に*x*軸,鉛直上向きに *z*軸を取る.また,土粒子は非圧縮性とし,土粒子骨格 は圧縮性とみなす.さらに,間隙水は気泡の混入を考慮 して圧縮性として扱う.なお,間隙水の流れにはダルシ ー則を仮定する.静的平衡状態からの変動量に対する基 礎方程式を求めることとし,微小量(変動量)の2次以 上の項は無視する.さらに,重力項および(準静的過程 を仮定して)慣性項を無視すると次の形の貯留式および 釣り合い式を得る.

$$\frac{k}{\gamma} \left( \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \right) = \frac{n}{\beta} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \\ \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial z} = \frac{\partial p}{\partial x}, \quad \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} = \frac{\partial p}{\partial z} \right) \cdots (1)$$

ここで、 $\sigma_{xx}$ 等は有効応力(引っ張りが正)、pは間隙水 圧であり、静的平衡状態からの変動量を表す。また、 $\beta$ 、 yは間隙水の体積弾性係数と単位体積重量、k、nは地盤 の透水係数と間隙率をそれぞれ表す。

異方性の土粒子骨格の最も簡単な例として、横等方性 (水平面内では等方性となる直交異方性)の一様な線形弾 性体を考える.微小ひずみを仮定した場合の構成関係式 は、ひずみの各成分 ε<sub>xx</sub>等を用いて次のように表される. (Lekhnitskii, 1963)

$$\begin{cases} \sigma_{xx} = \alpha_{xx} \varepsilon_{xx} + \alpha_{zx} \varepsilon_{zz} \\ \sigma_{zz} = \alpha_{zx} \varepsilon_{xx} + \alpha_{zz} \varepsilon_{zz} \\ \sigma_{zx} = G_{zx} \varepsilon_{zx} \end{cases} \end{cases} \dots \dots (2)$$

 $\alpha_{xx} = E_z N(1 - N\nu_{xx}^2)/\Delta, \ \alpha_{xx} = E_z N\nu_{xx}(1 + \nu_{xx})/\Delta$  $\alpha_{zz} = E_z (1 - \nu_{xx}^2)/\Delta$  $N = E_x/E_z, \ \Delta = (1 + \nu_{xx})(1 - \nu_{xx} - 2N\nu_{xx}^2)$ 

である.なお, $E_x, E_z, G_{zz}$ はx, z方向のヤング係数およ  $U_{z-x}$ 面内のせん断弾性係数をそれぞれ表す.また,  $v_{zx}, v_{zz}$ は,水平-水平方向および鉛直-水平方向のポアソ (2)式を(1)式に代入すると、横等方性地盤の波浪 応答に対する基礎方程式として次式を得る。

$$\frac{k}{\gamma} \left( \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \right) = \frac{n}{\beta} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} \right)$$

$$a_{xx} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + G_{zx} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + (a_{zx} + G_{zx}) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} = \frac{\partial p}{\partial x}$$

$$G_{zx} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + a_{zz} \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + (a_{zx} + G_{zx}) \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial z} = \frac{\partial p}{\partial z}$$
...(3)

ここで, *u*, *w*は地盤の水平および鉛直方向変位で静的 平衡状態からの変動量を表す.

2.2 境界条件

地盤の厚さが半無限大の場合を考え,地盤の表面および無限下方で次のような境界条件を課す.

$$\sigma_{zz} = 0, \, \sigma_{zx} = 0, \, p = p_0 \exp[i(\lambda x + \omega t)] \quad \text{at } z = 0$$
  
$$u = 0, \, w = 0, \, p = 0 \qquad \text{at } z = -\infty$$

なお,地盤表面での間隙水圧の変動振幅 po は微小振幅波 理論を用いて求める.

2.3 解の導出

境界条件が時間および空間(x方向)に関して周期的 であるので,任意点での解も調和振動的な形を仮定し, この実数部を解とみなす.

これを(3)式に代入し,得られた式が非自明な解を持つという条件から,次の特性方程式が導かれる.

$$d_1D^6 + d_2D^4 + d_3D^2 + d_4 = 0$$
 .....(6)

ここで, dから dは以下の通りである.

$$d_1 = (k/\gamma)G_{zx}\alpha_{zz}$$

$$d_2 = (k/\gamma)\lambda^2(a_{zx}^2 - a_{xx}\alpha_{zz} + 2a_{zx}G_{zx} - a_{zz}G_{zx})$$

$$-i\omega G_{zx}[1 + (n/\beta)a_{zz}]$$

$$d_3 = (k/\gamma)\lambda^4(a_{xx}a_{zz} - a_{zx}^2 + a_{xx}G_{zx} - 2a_{zx}G_{zx})$$

$$+ i\lambda^2\omega[a_{xx} + a_{zz} - 2a_{zx} - 2G_{zx}$$

$$- (n/\beta)(a_{zx}^2 - a_{xx}a_{zz} + 2a_{zx}G_{zx})]$$

$$d_4 = G_{zx}\lambda^4 [-(k/\gamma)\lambda^2 \alpha_{xx} - i\omega(1 + (n/\beta)\alpha_{xx})]$$

(6) 式は  $D^2$  に関する 3 次方程式とみることができ, カ ルダノの方法を用いて 3 組の複素解  $\pm \lambda_i, \pm \lambda_2, \pm \lambda_3$  を解 析的に求めることができる ( $\lambda_i, i=1, 2, 3$  は実数部が正の ものを選ぶ). 横等方性海底地盤に対しては, (6) 式は 一般に相異なる 3 組の複素解を持つので, 無限下方での 境界条件を考慮すると, この場合の U(z), W(z), P(z) は 次のように表される.  $U(z) = a_1 \exp(\lambda_1 z) + a_2 \exp(\lambda_2 z) + a_3 \exp(\lambda_3 z)$   $W(z) = b_1 \exp(\lambda_1 z) + b_2 \exp(\lambda_2 z) + b_3 \exp(\lambda_3 z)$   $P(z) = c_1 \exp(\lambda_1 z) + c_2 \exp(\lambda_2 z) + c_3 \exp(\lambda_3 z)$ .....(7)

次に, $a_i, b_i, c_i$ (i=1, 2, 3)は独立ではなく,(3)式を満た すという条件から,次の関係式が導かれる.

また、地盤表面での境界条件から以下の式が得られる.  $i\lambda a_{zx}(a_1+a_2+a_3)+a_{zz}(\lambda_1b_1+\lambda_2b_2+\lambda_3b_3)=0$   $(\lambda_1a_1+\lambda_2a_2+\lambda_3a_3)+i\lambda(b_1+b_2+b_3)=0$  $c_1+c_2+c_3=p_0$ (9)

本研究ではこの連立方程式を数値的に解いて海底地盤の 波浪応答を解析した。

## 3. 解析結果および考察

#### 3.1 解析の条件

解析に際しては、緩い砂地盤と設計波規模の波浪を想定し、表-1、2 に示す地盤の特性および波浪条件を用いた。なお、横等方性の弾性体の独立な弾性パラメータは $E_x, E_z, G_{zx}, \nu_{xx}, \nu_{zx}$ の5つであるが、これらの値に関してはひずみエネルギーが正となる条件から次の3つの関係式が導かれる。(Pickering, 1970)

$E_x, E_z, G_{zx} > 0$	)
$-1 < \nu_{xx} < 1$	{(10)
$1 - \nu_{xx} - 2(E_x/E_z)\nu_{zx}^2 > 0$	

この条件を満たす範囲内で異方性の影響を検討する が、今回の解析では、 $E_x$ 、 $\nu_{xx}$ の値はすべて表-1の値に固 定した。そして、まず、地盤の異方性の影響のみを抽出 するために間隙水は非圧縮性であるとし、 $E_z/E_x$ 、 $\nu_{zx}$ 、 $G_{zx}/G_{xx}$ をそれぞれ単独に変化させた場合、およびそれ

表	―1 地盤の特性	表一	表一2 波浪条件		
$E_x$	$1.02 \times 10^8 (N/m^2)$	周期	13.0(s)		
ν <sub>xx</sub>	0.30	波高	10.0(m)		
п	0.454	水深	20.0(m)		
k	$1.0 \times 10^{-4} (m/s)$				





図-3 せん断弾性係数の異方性の影響(間隙水は非圧縮性)

らをすべて異方的に変化させた場合について解析を行った(*G*<sub>xx</sub> は水平面内でのせん断弾性係数を表す).次に,より一般的な場合として,間隙水が圧縮性の場合を考え,同様の検討を行った.

なお,間隙水が圧縮性の場合の飽和度は 99.28 %とし, その時の体積弾性係数  $\beta$  の値は, Verruijt (1969)の式か ら算出し,  $\beta$ =4.15×10<sup>7</sup> (N/m<sup>2</sup>)とした.また,  $\gamma$  の値は, 間隙水が非圧縮性の場合および圧縮性の場合, それぞれ 9.80665×10<sup>3</sup>, 9.7360×10<sup>3</sup> (N/m<sup>3</sup>) とした.

#### 3.2 間隙水が非圧縮性の場合の地盤の異方性の影響

# a) ヤング係数の異方性の影響

 $\nu_{zx} = \nu_{xx}, G_{zx} = G_{xx}$ と固定し,Gatmiri (1992)に従って 砂地盤の $E_z/E_x$ の取りうる範囲を $1.0 \le E_z/E_x \le 2.5$ と して, $E_z/E_x \ge 1.0$ , 1.5, 2.0, 2.5 の4通りに変化させ てヤング係数のみの異方性の影響を検討した。その時の 間隙水圧の振幅と位相差(マイナス側が位相遅れ)の*z* 方向分布を図—1(a),(b)に示す。

 $E_z/E_x$ の値が大きくなるほど振幅の減衰が速く, z=-10 mでは,  $E_z/E_x=2.5$ の場合の振幅の大きさは等方 性 ( $E_z/E_x=1.0$ )の場合と比較して約 2/3 程度になって いる.位相差に関しては、等方性の場合には、全領域で 完全にゼロとなるが、異方性の場合には、地盤表面の付 近で若干の位相遅れが見られ、 $z=-5\sim6 \text{ m}$ 付近で極値 を取る.ただし、位相遅れの大きさ自体は間隙水の圧縮 性を考慮した場合に比べてかなり小さく、約1°程度の値 となる.

b) ポアソン比の異方性の影響



図-2 ポアソン比の異方性の影響(間隙水は非圧縮性)



 $E_z = E_x, G_{zx} = G_{xx}$ と固定し、 $\nu_{zx}$ を4通り(0.2, 0.3, 0.4, 0.5)に変化させた場合の解析結果を図一2(a),(b)に示す.

 $\nu_{zx}$ の値が大きくなるほど振幅の減衰が速くなるが、  $\nu_{zx}=0.5$ の場合を除くとその違いはわずかである.また、 位相差は異方性の場合に見られるが、 $\nu_{zx}=0.5$ の場合を 除くと非常に小さい. $\nu_{zx}=0.5$ の場合には、位相遅れは 深さ方向に単調に増加しているが、z=-10mでの値は 0.5°程度であり、圧縮性の場合と比べるとやはり小さな 値となっている.

c) せん断弾性係数の異方性の影響

 $E_z = E_x, \nu_{zx} = \nu_{zx}$ と固定し, $G_{zx}/G_{xx}$ を4通り(0.7, 1.0, 1.3, 1.6)に変化させた場合の解析結果を図-3(a), (b)に示す. $G_{zx}$ に関しては多くの計算式が提案されてい るが(例えば Barden, 1963),ここでは、それらの結果を およそ網羅できる範囲を選んだ。

*G<sub>zx</sub>/G<sub>xx</sub>*の値が小さくなるほど振幅の減衰が速くなっ ているが,ヤング係数を変化させた場合に比べるとその 効果は小さい.また,異方性の場合には位相差が見られ, ヤング係数の異方性の場合と同様,地盤表面の付近でゆ るやかな極値を取るが,大きさは0.1°程度と小さな値と なる.

d) 一般的な異方性の影響

 $E_z/E_x, \nu_{zx}, G_{zx}/G_{xx}$ の値をすべて異方的に変化させた 場合を考える.表-3に示す4つの条件について行った 計算の結果を図-4(a),(b)に示す.

異方性が強くなるほど振幅の減衰が速く、z=-10m

海岸工学論文集 第42巻 (1995)





図-7 せん断弾性係数の異方性の影響(間隙水は圧縮性)

表—3	計算に用いた異方性パラメー	タの値
-----	---------------	-----

ケース番号	$E_z/E_x$	Vzx	Gzx/Gxx
Case-1(等方性)	1.0	0.3	1.0
Case-2(弱異方性1)	1.5	0.2	1.3
Case-3(弱異方性 2)	1.5	0.4	1.2
Case-4 (強異方性)	2.0	0.5	1.4

の地点では Case-1 と Case-4 で 30 %程度の違いが出て いる。また、位相遅れについても、値自身は1°程度と小 さいが、異方性が強くなるほどその値が大きくなってい る.

# 3.3 間隙水が圧縮性の場合の地盤の異方性の影響

## a) ヤング係数の異方性の影響

3.2 a)と同様にヤング係数を単独で変化させた場合の 計算結果を図-5(a),(b)に示す.間隙水の圧縮性の効 果により非圧縮性の場合よりもかなり減衰が大きいが, 異方性の影響によりそれがさらに強められている.異方 性が強くなるほど振幅の減衰が速く, z=-10 m の地点 では最大 30 %程度の違いが出ている.また,位相差につ いても,異方性の影響をかなり強く受けている.位相遅 れは等方性の場合でも間隙水の圧縮性の影響でかなり大 きな値を持つが(最大 15°程度),異方性の影響でその値 がさらに最大 1.5倍程度にまで拡大され,極値をとる位 置が少しずつ下方へと移動している.

b) ポアソン比の異方性の影響

3.2b)と同様にポアソン比を単独で変化させた場合の







図-8 一般の異方性の影響(間隙水は圧縮性)

計算結果を図-6(a),(b)に示す。

間隙水が圧縮性の場合は、非圧縮性の場合と異なり、 ポアソン比の異方性は振幅の減衰および位相差に大きな 影響を与える. $\nu_{zx}$ の値が大きくなるほど振幅の減衰が速 くなり、 $\nu_{zx}=0.5$ の場合z=-10mの地点では等方性の 場合と比べて2倍程度の差が生じている.なお、 $\nu_{zx}=0.2$ の場合には振幅の減衰は等方性の場合よりゆるやかになった。また、位相遅れは $\nu_{zx}$ が大きいほど大きくなり、極 値をとる位置が少しずつ下方へと移動する. $\nu_{zx}=0.5$ の 場合に位相遅れの最大値は等方性の場合の2.5倍程度ま で拡大されるが、 $\nu_{zx}=0.2$ の場合には位相遅れは等方性 の場合より小さな値となった。

c) せん断弾性係数の異方性の影響

3.2 c)と同様にせん断弾性係数を単独で変化させた場合の計算結果を図-7(a),(b)に示す.

ここでは,振幅,位相差ともに異方性の与える影響は 極めて小さい.

d) 一般的な異方性の影響

**3.2** d) と同様に  $E_z/E_x$ ,  $\nu_{zx}$ ,  $G_{zx}/G_{xx}$ の値をすべて変化 させた場合を考える。その計算結果を図-8(a), (b) に 示す。また, 波谷での間隙水圧の分布を図-8(c)に示す。

ここでは、3.3 a) ~3.3 c) で見た影響を組み合わせた形 の影響が見られる. Case-2 では、ポアソン比の減少とヤ ング係数の増加の影響が互いに打ち消し合い、等方性の 場合とほぼ同じ減衰、位相特性を示している. 逆に、ヤ ング係数、ポアソン比をともに増大させる組み合わせ (Case-3, Case-4)では、両者の影響が重ね合わされ、異 方性の影響が相乗的に大きくなる.この組み合わせでは、 異方性が大きくなるほど振幅の減衰が大きく、位相遅れ の値も大きくなっている. その結果、波谷での間隙水圧 の分布において、異方性が強くなるほど過剰間隙水圧の 値が大きく,不安定性が強まる傾向が見られる. この例 では、過剰間隙水圧の値に等方性の場合と比較して最大 30%程度の差が出ており、異方性の影響は無視できな い.

## 4. 結 論

海底地盤の力学パラメータ(ヤング係数,ポアソン比, せん断弾性係数)を異方的に変化させた時の,間隙水圧 の伝達特性の変化を調べ,緩い砂からなる横等方性地盤 と設計波規模の波浪に対して,次の結果を得た.

まず、間隙水を非圧縮性とした場合

1) 力学パラメータを単独で変化させた場合, $E_z/E_x$ ,  $\nu_{zx}$ の値が大きいあるいは $G_{zx}/G_{xx}$ の値が小さいほど振 幅の減衰が速い。この3者の中では $E_z/E_x$ が振幅減衰に 与える影響が大きい。

2) 地盤を等方弾性体,間隙水を非圧縮性と仮定する と,間隙水圧伝達の位相差が完全にゼロとなることから, 間隙水に圧縮性を持たせることが通常想定されている が,地盤の力学的な異方性の効果により,間隙水が空気 を含まない非圧縮性であっても,(今回の例では若干であ るが) 位相差が発生する. 3) 力学パラメータを単独で変化させた場合,振幅減 衰および位相差へのヤング係数,ポアソン比の異方性の 影響は大きく, $E_z/E_x$ , $\nu_{zx}$ の値が大きいほど振幅の減衰 が速く,位相差も大きい.なお,せん断弾性係数の異方 性の影響はどちらも小さい.

4) 複数の力学パラメータを同時に変化させた場合, 個々の異方性の影響は、場合により、互いに強め合うか あるいは打ち消し合うかして相乗効果を生み出す。相乗 効果により異方性の影響が強まった場合には、間隙水圧 の分布に与える変化は特に大きく、異方性の影響を無視 できない。

なお,以上の結論は,海底地盤の異方特性を線形横等 方弾性体の特別な場合に限定した場合の結論でしかな く,今後,透水係数を含めた異方性や弾塑性的挙動をす る非線形異方性など,より現実的な地盤異方特性を考慮 した研究が必要であると考える.

# 参考文献

- 土木学会海岸工学委員会編(1994): 海岸波動,土木学会,第V 編, pp. 431-510.
- Barden, L. (1963): Stresses and displacements in a cross anisotropic soils, Geotech., No. 13, Vol. 3, pp. 198–210.
- Biot, M. A. (1941): General theory of three dimensional consolidation, J. Appl. Phys., Vol. 12, Feb., pp. 155–164.
- Gatmiri, B. (1992): Response of cross-anisotropic seabed to ocean waves, J. Geotech. Eng., Vol. 118, No. 9, pp. 1295– 1314.
- Lekhnitskii, S. G. (1963): Theory of Elasticity of an Anisotropic Elastic Body, Holden-Day, Inc., 404 p.
- Madsen, O. S. (1978): Wave-induced pore pressures and effective stresses in a porous bed, Geotech. 28, No. 4, pp. 377–393.
- Pickering D. J. (1970): Anisotropic elastic parameters for soil, Geotech., Vol. 20, No. 3, pp. 271-276.
- Verruijt, A. (1969): Elastic storage of aquifers, Flow Through Porous Media, chap. 8, Academic Press
- Yamamoto, T., H. L. Koning, H. Sellmeijer, E. V. Hijum (1978): On the response of a poro-elastic bed to water waves, J. Fluid Mec., Vol. 87, No. 1, pp. 193–206.

次に間隙水を圧縮性とした場合,