

## 講座

プラズマ利用ミリ波・サブミリ波帯パルス電磁波放射入門

## 3. プラズマ利用パルス電磁波発生基礎(2)

湯上 登, 鎌田 啓一<sup>1)</sup>(宇都宮大学大学院工学研究科, <sup>1)</sup>金沢大学大学院自然科学研究科)

## Pulse Electromagnetic Wave Generation Using Plasma (2)

YUGAMI Noboru and KAMADA Keiichi<sup>1)</sup>*Graduate School of Engineering, Utsunomiya University, Utsunomia, 321-8585, Japan*<sup>1)</sup>*Graduate School of Natural Science and Technology, Kanazawa University, Kanazawa 920-1192, Japan*

(Received 11 December 2003)

## Abstract

Two nobel radiation process are reviewed. One is a DARC (Dc to Ac Radiation Converter) and the other is a superradiance process. DARC can emit the radiation from a static electric field via the interaction between the field and a laser created ionization front. The frequency of the radiation mainly depends on the geometry of the DARC structure. The superradiance is the stimulated emission from spatially localized ensembles of electrons and is promising method of generating powerful ultrashort electromagnetic pulses. Here, radiation from a thin electron layer is reviewed as a simple model of superradiance.

## Keywords:

electromagnetic wave, ionization front, DARC, superradiance, pulsed electron beam, cyclotron radiation

## 3.1 はじめに

この章では、近年提案された新しい放射源である DARC と超放射について述べる。

前章では、対向して伝搬する電磁波と相対論的電離面との相互作用によって周波数上昇した短パルス電磁波が観測されることを示した。この理論では、電離面の系から見て電磁波が対向してくれば、周波数上昇した電磁波が観測される。つまり、実験室系では伝搬する電磁波でなくても、電離面の系から見た場合、電磁波であればよいことを示している。Mori 等は、周期的な静電場は電離面から見て対向する電磁波として観測されることから、同様のパルス電磁波の発生を予測した。直流の電場から電磁波（交流）が発生することから、DARC (DC to AC Radiation Converter) と名づけられ、その原理実証実験

author's e-mail: yugami@cc.utsunomiya-u.ac.jp, kkamada@plasma.s.kanazawa-u.ac.jp

が行われた。本章では、最初にこの原理の紹介をする [1, 2].

一方、電子ビームからのパルス電磁波発生機構としては、近年、超放射 (superradiance) と名づけられた現象が提案された [3-6]. 超放射では、空間的に孤立できるくらいの超短パルス電子ビームを用いる。超短パルス電子塊内に自発的に集群が起こり、電子数の 2 乗に比例する強度の超短パルスの電磁波を放射し放射効率が高いのが特徴である。超放射という名は、この機構が、量子エレクトロニクス分野で知られている Dicke の超放射 [7] と類似していることに由来する。超放射機構は様々な装置で実現されるが、ここで取り上げる、発生周波数がミリ波、マイクロ波から遠赤外領域付近の超放射では、おおまかに装置長より短い電子ビームが必要である。実際に

はビーム長 30 cm 以下, パルス幅にして 1 ns 以下の電子ビームが必要となる。加速器を用いた自由電子レーザーにおいても超放射は研究されているが, こちらの周波数は遠赤外より高い周波数で, パルス幅は ps の長さになる。ここでは, 短いビームからの超放射の最も簡単なモデルとして, 静磁場内に置かれた薄いシート状の電子からの電磁波放射を考える。

### 3.2 DARC の原理

Fig. 1 のように  $x$  軸上に直線状に並べた平板極板間を構成する。この周期的電極に交互に正負の電圧を印加し, 電極間に周期静電場を励起する。周期的な静電場は,

$$E_y(x) = E_0 \sin k_0 x$$

と表される。ここで,  $k_0$  は静電場の波数で,  $k_0 = 2\pi/\lambda_0$  である。

この構造物に, ガスを封入し,  $x$  方向に進行するレーザーによって電離面を走らせる。電離面に乗った系からこの周期静電場を観測すると, 向かってくる電磁波として観測される。いま, 速度  $v$  で走る電離面から見たこの周期電場の波数  $k'_i$  は,

$$k'_i = \gamma k_0$$

であり, 振動数  $\omega'_i$  は,

$$\omega'_i = k'_i v = \gamma k_0 v$$

である。ここで,  $\gamma$  は,  $\gamma = 1/\sqrt{1-(v/c)^2}$ ,  $c$  は光速, で定義される相対論的因子である。つまり, 電離面から見たこの周期静電場は, 向かってくる周波数  $\omega'_i$  波数  $k'_i$  の電磁波として観測される。

前章で述べたように,  $\omega'_i > \omega_p$  ならば, 電磁波は透過できる。プラズマ中を伝播するから, 当然この電磁波はプラズマの分散式  $\omega_i'^2 = \omega_p^2 + c^2 k_i'^2$  を満足しなければならない。よって, プラズマ中の電磁波の波数  $k'_i$  は,

$$k'_i = \sqrt{\frac{\gamma^2 k_0^2 v^2 - \omega_p^2}{c^2}}$$

となる。

これらを実験室系に戻すことによって, 観測できる電磁波の振動数が求まる。前章で用いたローレンツ変換

$$\omega_i = \gamma(\omega'_i - vk'_i)$$

を用いると, 観測される電磁波の周波数  $\omega'_i$  は,

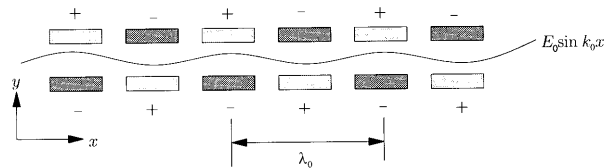


Fig. 1 Schematic view of DARC structure.

$$\begin{aligned} \omega_i &= \gamma \left( \gamma k_0 v - v \sqrt{\frac{\gamma^2 k_0^2 v^2 - \omega_p^2}{c^2}} \right), \\ &= \gamma^2 k_0 v \left( 1 - \frac{v}{c} \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{v^2 \gamma^2 k_0^2}} \right), \end{aligned}$$

となる。よって, 周期的な電場の中を伝播する電離面によって電磁波が発生することがわかる。

いま電離に用いるレーザーの周波数を  $\omega_L$  とする。このとき, 電離面の進む速度  $v$  は,

$$v = c \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega_L^2}}$$

であり, 不足密度では,  $v \sim c$  である。また,  $\gamma$  は, レーザーの周波数  $\omega_L$  を用いて,

$$\gamma = \left( 1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{-1/2} = \frac{\omega_L}{\omega_p}$$

と書くことができる。つまり,  $\gamma$  は, 入射レーザーの周波数とプラズマ密度に依存する。

$\omega'_i \gg \omega_p$  のとき, すなわち,  $\omega_L \gg \omega_p^2/k_0 v$  のとき, 上の式は以下のように簡単にできる。

$$\omega_i = \frac{k_0 v}{2} + \frac{\omega_p^2}{2k_0 v} \tag{1}$$

この式は, 相加相乗平均の式より,

$$\omega_i = \frac{1}{2} \left( k_0 v + \frac{\omega_p^2}{k_0 v} \right) \geq \sqrt{k_0 v \cdot \frac{\omega_p^2}{k_0 v}} = \omega_p$$

より,  $k_0 = \omega_p/v$  で, 最小値  $\omega_p$  をとる。この様子を図に示すと Fig. 2 のようになる。

式(1)を実験に使いやすいように, 規格化してグラフ化することを行う (Fig. 3)。規格化は, 入射レーザーの波数  $k_L$  と周波数  $\omega_L$  を用い, 横軸を  $K = K_0/K_L$ , 縦軸を  $\Omega = \omega_i/\omega_L$  とした。図中の 3 本の線は, プラズマ密度を変化させたときの様子で, 下から  $\gamma = 1000, 100, 10$  のときで

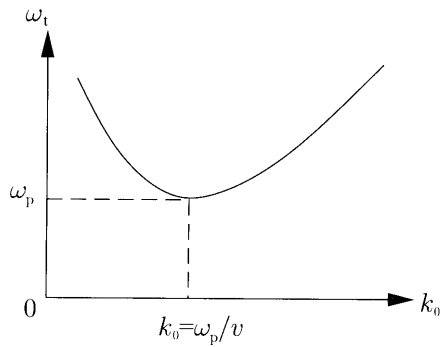


Fig. 2 Relationship between the wavenumber of the electrostatic field  $k_0$  and the frequency of the emitted radiation  $\omega_t$ .

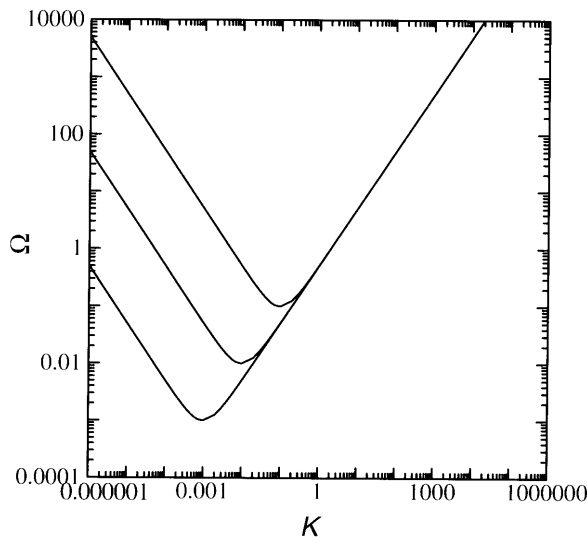


Fig. 3 Relationship between the normalized wavenumber  $K$  and  $\Omega$ .

ある。これは、プラズマ周波数が、入射レーザーの周波数の1,000分の1, 100分の1, 10分の1に対応する。

DARCの原理からわかるように発生する電磁波のパルス幅は、初期に励起した静電場の波の個数に依存する。静電場の周期数が  $N$  のとき、つまり、コンデンサの数が、 $2N+1$  のとき、パルス幅  $\tau$  は、

$$\tau = \frac{2\pi N}{\omega}$$

で与えられる。パルス幅が静電場の周期に依存するので、発生電磁波のパルス幅をコンデンサ列の数で制御できる。また、有限の時間幅を持つ正弦振動の周波数幅  $\Delta\omega$  は、

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} = \frac{1}{N}$$

で与えられる。

DARCで出力される電磁波の電場は、原理より、励起静電場の電場に等しいことより、発生する出力電力  $P$  は、

$$P = \frac{1}{2} \epsilon_0 E_0^2 v_g A$$

で与えられる。ここで、 $v_g$ ,  $A$  は、それぞれ電離面の群速度およびその面積である。つまり、出力電力は、コンデンサの印加電圧の2乗に比例する。

DARCに関する実験結果等の紹介は、第5章にゆずることとする。

### 3.3 超放射—薄いシートからの電磁波放射—

電子ビームをエネルギー源とした大強度電磁波源の代表的なものにジャイロトロンがある。その出力は数メガワットに達し、用いられている電子ビームは、ビームエネルギーが数100 keV、電流数10 Aで一回の運転時間は数秒程度で定常とっていい。このクラスの電磁波源はすでに実用段階に入っている。これに対して出力がギガワット級の装置では、ビームエネルギー1 MeV、電流数kA、パルス幅数10 nsの大強度相対論的電子ビームが使用される。高繰り返し運転可能なものも出てきたが、普通は数分に1回の運転となる。1回の運転時間が短いこれらの電磁波源でも、例外はあるが、定常的なビームによる現象、言い換えれば、装置に比して十分長いビームによる電磁波発生として現象を取り扱う。この場合、ビームの初めや終わりの過渡的な現象は取り扱わずに、定常状態での現象を考える。ところが、ギガワット級の大強度電磁波源では、ブレイクダウンが起り、長いパルス出力を得ることが難しい。これに対処するには、導波管や共鳴管の表面物性を改良して定常発生をめざすか、短パルスビームによる電磁波放射が考えられる。ビームを短パルス化しても、その程度によって、電磁波放射機構の取り扱いは定常のままですむ場合もある。

超放射は、電磁波発生機構自身がパルス的である。今、厚さ  $b$  の薄い平面上に電子が一様に分布している状況を考える[8,9]。平面を  $xy$  平面に平行にとる。 $z$  方向に磁場  $\vec{B} = B\vec{e}_z$  がかかっている、電子は平面上でサイクロトロン運動している。電子の  $z$  方向の速度はないものとする。電子の平面上での運動だけを考える。この時、電子の運動量  $p_L = p_x + ip_y$  には少しだけバラつきがあるとす

る。これによって、時間的に変化する磁場や電場ができ、電子の方位角方向の運動を変化させ、これが電場磁場を成長させ、平面波として  $z$  方向に伝搬するという筋書きである。

この平面内の電場を  $E_{\perp} = E_x + iE_y$  とすると、電子の運動方程式は、

$$\frac{d\hat{p}_{\perp}}{dt} - i\omega_B \hat{p}_{\perp} = -eE_{\perp} \quad (2)$$

と書ける。ここで、 $\omega_B = eB/m\gamma$ 、速度があまり速くないとき、 $\gamma = 1 + |\hat{p}_{\perp}|^2/2m^2c^2$  で、 $e$ 、 $m$  は電子の電荷と静止質量である。

今、電子の初期条件を

$$\hat{p}_{\perp}|_{t=0} = \hat{p}_{\perp 0} \exp(i\theta_0) \quad (3)$$

と置く。式(2)の解を求めるのに、 $\omega_{B0} = eB/m$  を使って、

$$\hat{p}_{\perp} = \frac{\hat{p}_{\perp 0}}{\hat{p}_{\perp 0}} \exp(i\omega_{B0}t)$$

と置き、 $\tau = \omega_{B0}t\beta_0^2$  とおいて、速度があまり速くないことを考えて、以下の式を得る。ただし、 $\beta_0 = v_{\perp 0}/c$  で、 $v_{\perp 0}$  は電子の初速度である。

$$\left( \frac{d\hat{p}_{\perp}}{d\tau} + \frac{i}{2} |\hat{p}_{\perp}|^2 \hat{p}_{\perp} \right) \exp(-i\omega_{B0}t) = -\frac{eE_{\perp}}{\hat{p}_{\perp 0} \omega_{B0} \beta_0^2} \quad (4)$$

全体の電子の  $\hat{p}_{\perp 0}$  が一定で  $\theta_0$  が一様に分布している時には表面電流密度  $j_{\perp}$  はない。少しだけ  $j_{\perp}$  があるとしてみる。厚さ  $b$  の薄い平面上に電流  $j_{\perp}$  がある場合、これによって表面の近傍に磁場

$$B_{\perp} = \frac{-i\mu_0 j_{\perp} b}{2}$$

ができる。平面波での電場と磁場の関係は、例えば電場が  $x$  方向なら  $E\hat{e}_x = cB\hat{e}_y$  の関係があるので、 $\vec{E}_{\perp} = ic\vec{B}_{\perp}$  と書ける。したがって、電流と電場の関係は、

$$E_{\perp} = \frac{\mu_0 c j_{\perp} b}{2}$$

で与えられる。電場の接線成分は連続なので、これが平面内での電場である。こうして、表面電流がわかれば、電場が求まる。

個々の電子は  $t=0$  で式(3)の状態にある時、 $n$  を電子密度として、表面電流密度  $j_{\perp}$  は、

$$j_{\perp} = en \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\hat{p}_{\perp}}{m\gamma} d\theta_0 \quad (5)$$

と表せる。

式(4)にこれらの結果を入れると、

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{p}_{\perp}}{d\tau} + \frac{i}{2} |\hat{p}_{\perp}|^2 \hat{p}_{\perp} &= -\frac{eE_{\perp}}{\hat{p}_{\perp 0} \omega_{B0} \beta_0^2} \exp(i\omega t) \\ &= -\frac{b}{2\gamma\beta_0^2 c} \frac{\omega_p^2}{\omega_{B0}} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \hat{p}_{\perp} d\theta_0 \\ &\equiv -\frac{I}{2\pi} \int_0^{2\pi} \hat{p}_{\perp} d\theta_0 \\ &\equiv -a_{\perp} \end{aligned} \quad (6)$$

を得る。左辺第二項はサイクロトロン周波数近傍での運動で、これが右辺の表面電流の小さなバラつきによってできた電場によって、それが電子の方位角方向の運動を変えてゆくという式である。ここには外部共鳴器のようなものはない。ジャイロトロンで用いられる式と異なるのは、空間的变化ではなく、時間的变化を取り扱っている点である。

ここから、小さなバラつきを使って、上の式を線形化していく。まず、 $\hat{p}_{\perp} = P \exp(i\theta)$  とおいて、以下のようにバラつきをとり、

$$\begin{aligned} P &= 1 - u, & u &\ll 1 \\ \theta &= \theta_0 + \vartheta & \vartheta &\ll \theta \end{aligned}$$

式(6)を実部と虚部分け、以下の量を導入すると、

$$\begin{aligned} \bar{u} &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u \exp(i\theta_0) d\theta_0 \\ \bar{\vartheta} &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \vartheta \exp(i\theta_0) d\theta_0 \end{aligned}$$

結局、式(6)は  $\bar{u}$ 、 $\bar{\vartheta}$  の式になる。

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{u}}{d\tau} &= -\frac{\bar{a}}{2} \\ \frac{d\bar{\vartheta}}{d\tau} - \bar{u} &= -i\frac{\bar{a}}{2} \\ \bar{a} &= I(i\bar{\vartheta} - \bar{u}) \end{aligned}$$

ここで、 $\bar{u}$ 、 $\bar{\vartheta}$ 、 $\bar{a}$  が  $\exp(i\Omega\tau)$  で変化するとすれば、 $2\Omega^2 + 2iI\Omega - iI = 0$  を得る。さらに、密度が小さい ( $I \ll 1$ ) の時の解を求めると、時間的成長率は、

$$\text{Im}(\omega) = \beta_0 \omega_p \sqrt{\frac{b\omega_{B0}}{4\gamma c}} \quad (7)$$

と求まる。これが、薄いシート状電子から両法線方向に放射される電磁波の成長率で、周波数はサイクロトロン周波数より少し高い。成長率はしきい値を持たず、ここまで使った近似が成り立つかぎり電磁波の放射が続く。実際には $\text{Im}(\Omega)^{-1}$ が時間の目安となり、これをかなり大きく超えない時間内でこの状況は保たれ、パルス電磁波が放射される。電場の密度依存性から見るように電磁波の強度は密度の2乗に比例する。こうした放射を引き起こすシートの厚さ(ビームの長さ)は、 $c \times \text{Im}(\Omega)^{-1}$ より小さいことが目安となる。この長さを correlation length と呼ぶ。実際の長さの取り扱いはもっと複雑であるが、よく使われる指標である。短いビームからの放射過程もこれにドップラーシフトの効果を加えて同様に考える。さらに、初めの電子のバラつきを電磁波発生条件に適するよう誘導するような共鳴器を用いる。

ここでは解析的に解ける場合を扱ってきたが、式(6)を数値的に解いた例を Fig. 4 に示す。ここでは、パルスの電磁波放射が見られ、 $I$ つまり密度が2倍になると電磁波出力の最大値はほぼ4倍になることがわかる。

一般の準定常または定常のサイクロトロンメーザー機構からの電磁波放射と超放射の違いは電子の相互作用の時間である。定常または準定常ビームを用いた電磁波発生機構では、共鳴領域があって、そこで電磁波が発生し

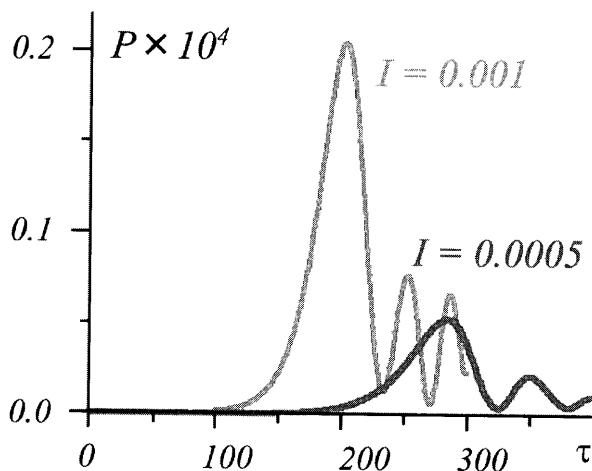


Fig. 4 Dependence of normalized radiation power  $P = |a|^2$  on time for different total number of electrons defined by parameter  $I$ . When the parameter  $I \propto n$  increases in 2 times, the peak power increase in 4 times. (By courtesy of Prof. N.S. Ginzburg).

電子はそこから出ていく。したがって電子が電磁波発生に関与する時間は領域通過時間だけになる。そのかわり、電子は次から次に共鳴器に入射され、後から来る電子はより強い揺動を受けて電磁波が成長する。電磁波発生部には常に電子があり、条件によりエネルギーは電子に再吸収される。これに対して、超放射過程では電子が電場と相互作用し、それに伴ってある周波数の電磁波を発生する。電子の運動は電場が時間的に成長するような解を持ち、それとともに電磁波が強くなっていく。その間、ずっと同じ電子が関与している。発生した電磁波はすぐに電子から離れていく。したがって発生した電磁波は再び電子と相互作用することはなく、エネルギーを再吸収されることもない。

### 3.4 まとめ

新しい放射源として、DARCと超放射について述べた。DARCに関しては、その物理的機構が今までの放射源とは異なり、静電場からの直接放射であり、非常に興味がある。今後は、この原理の詳細の解明と高周波化、および高出力化が望まれるところであろう。

超放射に関しては、短いビームの最も単純な系を考えて、そこからの電磁波放射機構を考えた。その結果、出力が電子数の2乗に比例する短いパルス電磁波放射が予想された。ここでは、短いビームのサイクロトロン機構による超放射を考えてきたが、チェレンコフ放射、後進波管、制動放射等の場合もやはり短いビームからの超放射は起こり、いずれの場合にも数10 GHz帯における動作が実験的に確認されている[10-13]。今後、大強度電子ビームでの動作検証実験、発生周波数領域の拡大とパルス電子ビーム列を用いた超放射の繰り返し検証が期待される。

### 参考文献

- [1] V.I. Semanova, Sov. Radiophys. Quantum Electron. 10, 599 (1967).
- [2] W.B. Mori, Phys. Rev. A 44, 5118 (1991).
- [3] R. Bonifacio, C. Maroli and N. Piovela, Opt. Comm. 68, 364 (1988).
- [4] R. Bonifacio, B.W.J. McNeil and P. Pierimi, Phys. Rev. A40, 4467 (1989).
- [5] N.S. Ginzburg, Pis'ma ZhTF 14, 440 (1988).
- [6] N.S. Ginzburg, I.V. Zotova and A.S. Sergeev, JETP Lett. 60, 513 (1994).
- [7] R.H. Dicke, Phys. Rev. 99, 131 (1954).
- [8] N.S. Ginzburg and I.V. Zotova, Sov. Tech. Phys. Lett.

- 15, 573 (1989).
- [9] N.S. Ginzburg and A.S. Sergeev, Opt. Comm. **91**, 140 (1992).
- [10] N.S. Ginzburg, I.V. Zotova, I.V. Konoplev, A.S. Sergeev, V.G. Shpak, S.A. Shunailov, M.R. Ulmaskulov and M.I. Yalandin, JETP lett. **63**, 331 (1996).
- [11] A.S. Sergeev, I.V. Konoplev, A.D.R. Phelps, A.W. Cross, S.J. Cooke V.G. Shpak, M.I. Yalandin, S.A. Shunailov, N.S. Ginzburg, I.V. Zotova and M.R. Ulmaskulov, Phys. Rev. Lett. **78**, 2365 (1997).
- [12] N.S. Ginzburg, N.Y. Novozhilova, I.V. Zotova, A.S. Sergeev, N.Y. Peskov, A.D.R. Phelps, S.M. Wiggins, A.W. Cross, K. Ronald, W. He, V.G. Shpak, M.I. Yalandin, S. A. Shunailov, M.R. Ulmaskulov, V.P. Tarakanov, Phys. Rev. E **60**, 3297 (1999).
- [13] S.M. Wiggins, S.M. Jaroszynski, B.W.J. McNeil, G.R.M. Robb, P. Aitken, A.D.R. Phelps, A.W. Cross, K. Ronald, V.G. Shpak, M.I. Yalandin, S.A. Shunailov, M.R. Ulmaskulov, N.S. Ginzburg, Phys. Rev. Lett. **84**, 2393 (2000).



ゆがみのぼる  
湯上登

石川県出身。1989年大阪大学大学院工学研究科博士課程単位取得退学。工学博士。現在、宇都宮大学大学院工学研究科助教授。主な研究分野：レーザーとプラズマとの相互作用による短パルス電磁波発生。最近は、休日に二人の息子と遊ぶことと猫の額ほどの庭を西洋芝で、冬でも緑にすることに格闘中。現状は、夏は枯れて、冬はまだら模様。



かまだけいいち  
鎌田啓一

金沢大学自然科学研究科助教授。80年筑波大学大学院物理学研究科博士課程修了。主な研究分野：大強度電子ビームと同軸空洞やプラズマとの相互作用、大強度電磁波発生機構の実験研究。近頃は、小中高校生や一般の方を対象に、手を動かして物理に親しむ機会を作る仕事が増えました。学生さんの協力を仰いでいますが、彼等の演示のセンスの良さには驚かされます。