

種々の繰返し非比例負荷に適用できるひずみ速度依存型構成式

A Constitutive Equation Considering Strain Rate Dependency
For Various Cyclic Non Proportional Loading

○申 建汎 (金沢大・大学院) 放生 明廣 (金沢大・工) 茶谷 明義 (金沢大・工)
立矢 宏 (金沢大・工) 王 艶輝 (金沢大・大学院)

Jianxun SHEN, Kanazawa University, 40-20, Kodatuno 2-chome, Kanazawa
Akihiro HOJO, Akiyoshi CHATANI, Hiroshi TACHIYA, Yanhui WANG

FAX: 076-234-4690 E-mail: hojo@t.kanazawa-u.ac.jp

Key Words: Constitutive equation, Combined stress, Cyclic load, Nonproportional,
Inner-state variables

1. はじめに

本研究では、従来から用いられているひずみ速度依存型の構成式に内部状態変数を導入し、種々の非比例繰返し負荷に適用できる、新しい構成式を提案し、SUS304 ステンレス鋼の円形経路、階段経路、十字形経路などの複雑な繰返し負荷実験値と比較し、本構成式が比較的単純な形式であるにもかかわらず、実験値と良く一致することを示す。

2. 構成式について

塑性ひずみ速度 $\dot{\epsilon}_{ij}^p$ は Perzyna 型の構成式に従うものと考え、移動硬化を考慮し

$$\dot{\epsilon}_{ij}^p = \frac{3}{2} \frac{g(\bar{\sigma})}{\bar{\sigma}} O_{ij} \quad (1)$$

と表わせるものとする。ここで、 O_{ij} は過応力 (偏差応力と内部状態変数の差)、 $\bar{\sigma}$ はミーゼスの条件による相当過応力、 (\cdot) は時間による微分を表す。

内部状態変数 α_{ij} は移動硬化を表すものであり、その増分は塑性ひずみ増分に比例し次式が成立するものとする。

$$\dot{\alpha}_{ij} = K \dot{\epsilon}_{ij}^p \quad (2)$$

また、その大きさは相当過応力と同様に次式で与える。

$$\bar{\alpha} = \sqrt{\frac{3}{2}} \alpha_{ij} \alpha_{ij} \quad (3)$$

本研究では式(2)中の比例係数 K がいろいろ変化することによって、加工硬化曲線およびバウジンガ効果等の繰返し負荷時の様々な挙動が決まると考える。

式(1)中の関数 $g(\cdot)$ は塑性ひずみ速度依存性を表す関数であり、その関数形は一軸の衝撃引張あるいは圧縮試験から決定できる。本研究では 1/sec 以下の低ひずみ速度域で多くの金属材料に適用できる次式の指数則を用いる。

$$g(x) = \exp(C_1 + x/C_2) \quad (4)$$

ここで、係数 C_1 は主として見かけの降伏応力値に影響を与え、 C_2 はひずみ依存性の大きさに影響を与えられられる。

なお、式(1)と(2)によれば、特に降伏応力などは定義していない。また、 $g(\cdot)$ は過応力が 0 でないかぎり変形を生じ、特に弾性域、塑性域を区別していない。

構成式中の K に

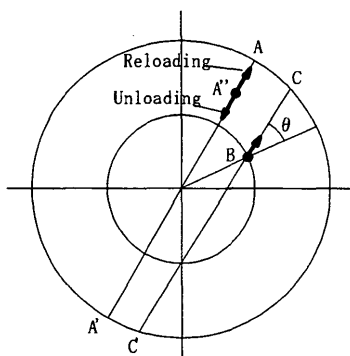


Fig. 1 The loading condition

ついて以下のような考察を行いその決定式を決めた。

(I). 図1は負荷の状態を模式的に表したものであるが、比例負荷では、 α_{ij} の経路は原点から始まる直線となり、等方性を考慮すれば、同じ変形量 (すなわち、 α_{ij} が同じ) に対して負荷が続く場合、すなわち、 $\dot{\alpha}_{ij}$ と α_{ij} の方向が同じ場合は K は円上のどの位置でも同じ値である。そこで、このときの K の値を $K = K_{sat}(\bar{\alpha})$ とおく。

関数 $K_{sat}(\bar{\alpha})$ は単純引張り負荷曲線から求める。

(II). 次に、比例負荷において除荷及び再負荷時を考えると、除荷は図中 OA 上の A' 点から原点へ向かう状態、すなわち、 $\bar{\alpha} \leq \bar{\alpha}_{max}$ の状態から、 $\dot{\alpha}_{ij}$ と α_{ij} が逆方向となる状態であり、再負荷は A' 点から再び A 点へ向かう状態、すなわち、 $\bar{\alpha} < \bar{\alpha}_{max}$ の状態から、 $\dot{\alpha}_{ij}$ と α_{ij} が同一方向となる状態と考えられる。ここで、 $\bar{\alpha}_{max}$ は $\bar{\alpha}$ が過去に取った最大値である。そして、実験によれば、除荷直後の変形はほぼ弾性的であり、その後、逆方向の変形が進むにつれて再びもとの加工硬化率に近づいていくから、この状態での K は $K_1 = K_{sat}(\bar{\alpha}_{max})$ と $K_0 = K_{sat}(0)$ の間になると考えられる。この考え方を発展させて一般的な負荷状態すなわち、過去に $\bar{\alpha} = \bar{\alpha}_{max}$ まで負荷された後、現在の負荷点が B 点にあり、そこから BC 方向に負荷される場合 $\dot{\alpha}_{ij}$ の発展式の係数は次式で表せるものとする。

$$K = K_0 \beta(\xi) + K_1 \{1 - \beta(\xi)\} \quad (5)$$

$$\text{ただし、} \quad 0 \leq \beta(\xi) \leq 1$$

ただし、

$$\xi = \frac{BC}{CC'} = \frac{\sqrt{1-s^2+s^2 \cos^2 \theta} - s \cos \theta}{2\sqrt{1-s^2+s^2 \cos^2 \theta}} \quad (6)$$

$$s = \bar{\alpha} / \bar{\alpha}_{max}, K_0 = K_{sat}(0), K_1 = K_{sat}(\bar{\alpha}_{max})$$

ここで、

$$\cos \theta = \frac{\alpha_{ij} \dot{\alpha}_{ij}}{\sqrt{\alpha_{ij} \alpha_{ij}} \sqrt{\dot{\alpha}_{ij} \dot{\alpha}_{ij}}} \quad (7)$$

とおいた。式(7)において $-1 \leq \cos \theta \leq 1$ であり、もし、 $\dot{\alpha}_{ij}$ と α_{ij} が同一方向であれば、 $\cos \theta = 1$; 逆方向であれば、 $\cos \theta = -1$ となる。また、式(7)の右辺は座標変換以外に不変である。そこで、この θ をテンソルのなす角度と考えてもよいので、これをテンソルのなす角度と見なす。

$\dot{\alpha}_{ij}$ は $\dot{\epsilon}_{ij}^p$ すなわち O_{ij} に比例するから、現在の負荷点すなわち α_{ij} 、 O_{ij} が決まれば、式(5)~(7)から K の値が決まることになる。

3. 実験値と計算値の比較

前節で提案した構成式の妥当性を検討するため、SUS304 ステンレス鋼を用い、図2に示したような円形経路、階段

経路，十字形経路などの複雑な繰返し非比例負荷実験を行った．いずれも実験時の平均相当ひずみ速度は $10^{-4} \sim 10^{-3}$ であった．さらに相当ひずみ振幅は0.5%で統一した．詳細はここで省略する．

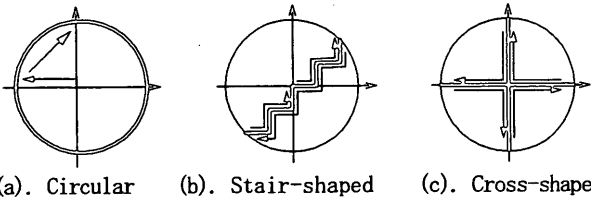


Fig. 2 Strain paths for comparison of experimental value and calculated value.

計算に用いるパラメータは比例負荷経路，すなわち一軸引張圧縮繰返し実験による応力-ひずみ関係と計算結果が一致するように最適と思われる次の値を用いた．

$$\begin{aligned}
 C_1 &= -92, C_2 = 2.35 \text{ Mpa} \\
 K_{sat}(x) &= E \{ \kappa_1 + \kappa_2 \exp(x/\kappa_3) \} \\
 \beta(x) &= x^\beta \\
 \kappa_1 &= 0.01, \kappa_2 = 0.9, \kappa_3 = 43 \text{ Mpa}, \beta_1 = 1.65 \\
 E &= 180 \text{ Gpa}, \nu = 0.33
 \end{aligned}
 \tag{8}$$

さらに，円形や十字経路などの実験値を見れば，比例負荷時に較べて繰返し回数に対する応力の飽和は遅くなり，加工硬化も大きい．一方，本構成式によれば比例負荷時では式(7)の θ は 0° または 180° に限られるのに対して，これらの経路では， θ はそれ以外の値に近い値もとりうる．そこで，加工硬化率は θ の影響を受けるものと考え，次の C_1 の発展式を用いた．

$$\begin{aligned}
 \dot{C}_1 &= \phi_1 \sin \theta \cdot \left\{ 1 + \log^{\phi_2} \left(1 + \phi_2 \varepsilon^p \right) \right\}^{-1} \cdot \varepsilon^p \\
 \phi_1 &= 500 \text{ Mpa}, \phi_2 = 450, \phi_3 = 3.3
 \end{aligned}
 \tag{9}$$

なお，上式によれば比例負荷では $\dot{C}_1 = 0$ である．ここで， ε^p は相当塑性ひずみである．非比例経路負荷では， θ が 90° に近いほど C_1 の増加は大きくなるものとしている．また， ε^p が十分大きくなればその増分は0に近づくものとしている．このように C_1 の発展式を導入することによって，非比例負荷時の挙動は各負荷経路の形状によってさまざまな値を示すことになる．

図3～5はそれぞれ円形，階段および十字形経路の比較結果であり，図中(a)及び(c)は実験によるひずみ-応力曲線と応力経路であり，(b)及び(d)は本構成式により得られたひずみ-応力曲線と応力経路である．同図を見れば，各負荷経路とも，本構成式により得られた応力振幅が実験値とよく一致しており，数回の繰返しで応力-ひずみ曲線は実験値と同様に飽和している．

4. 結言

非比例繰返し負荷に適用できる新しい構成式を提案した．本構成式を用いれば，降伏応力を定義する必要なく，また，弾性域，塑性域を区別することなく，変形挙動を表わすことができる．

本構成式では，内部変数とその増分がなす角度を導入することにより，除荷，負荷状態を記述している．これによれば，

構成式中のパラメータの増分にこの角度が影響すると考えることにより，円形，階段と十字などさまざまな非比例負荷時には加工硬化が大きくなることなど，比例負荷時に見られない挙動を統一的に表現することが可能になった．
文献：省略

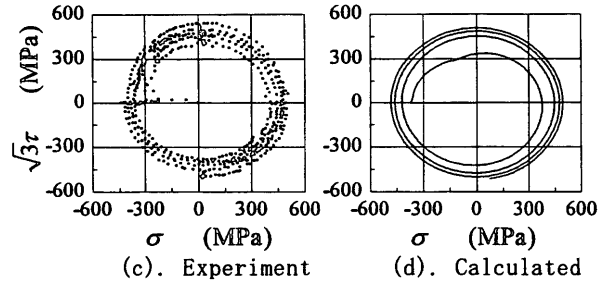
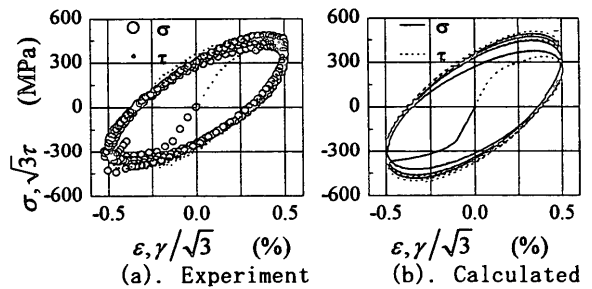


Fig. 3 Results for circular strain path

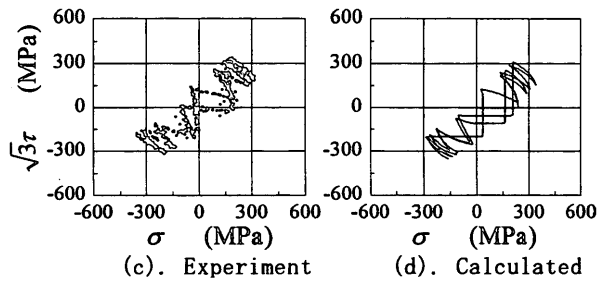
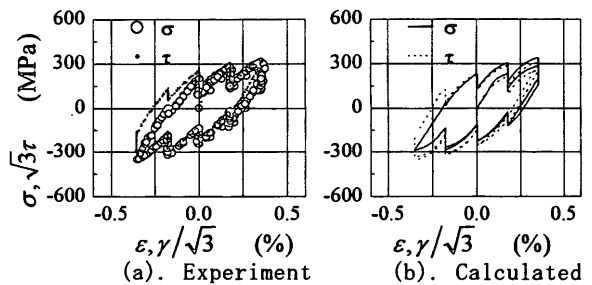


Fig. 4 Results for stair-shaped strain path

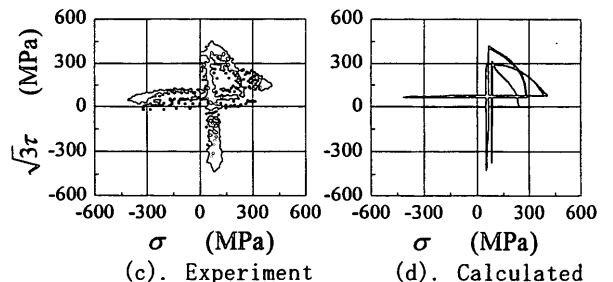
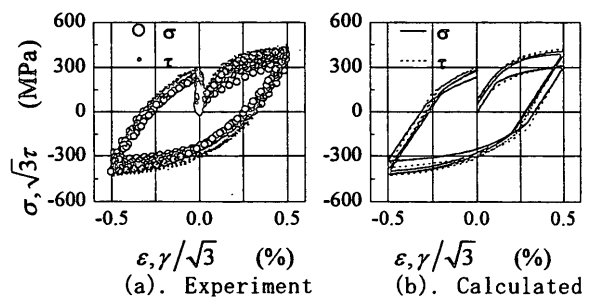


Fig. 5 Results for cross-shaped strain path