

直列接続リアクトル回路を用いた△結線形 3 倍周波数通倍器

正員 別所 一夫 (金沢大)

正員 山田 外史 (金沢大)

1. まえがき

鉄心の非線形特性を利用した磁気式 3 倍周波数通倍器は実用化されて久しく、その特性や動作解析についてはこれまでも度々報告されている⁽¹⁾⁽²⁾。この装置は簡単な構造でかつ堅ろうであり、信頼性にも富み、大容量用に適していることから金属溶解炉用電源などに使用されている。

金属溶解炉用電源として高周波発電機 (500~1,000 Hz) や、近年はサイリスタインバータ (300 Hz~10 kHz) なども使用されている。しかし、周波数により炉の電流浸透深さが変わり、炉の大きさ (内径) が制限されるなどのため、大容量炉では商用周波数が使われることもあるが、多くの場合、高速溶解とかく拌力に優れた中周波数 (150~300 Hz) が有利であり、その結果、最近には特に静止形の磁気式 3 倍周波数通倍器が注目されている。

今度筆者らが試作した三相電源用 3 倍周波数通倍器は、3 組の直列接続リアクトル回路⁽³⁾⁻⁽⁷⁾で構成したものでその 3 組の回路の一次側は△結線、二次側はオープンデルタ結線になっている。そして従来の 3 組の飽和リアクトルの一次側を Y 結線、二次側をオープンデルタ結線した通倍器⁽¹⁾と比較すると、一次側△結線により電源に第 3 調波電流の流入することを防ぐことができ、入力電圧の変動に対して入力電流の変化を少なくし、安定な動作を得ることができた。

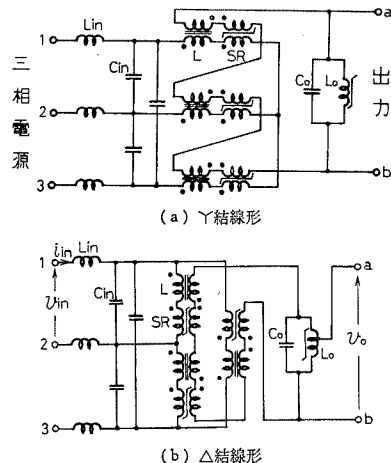
本文にはこの通倍器について、直列接続リアクトル回路で構成した周波数通倍器の二次側開放時および短絡時の特性を波形解析により明らかにし、各回路定数と周波数変換特性の定量的関係について詳細に述べてある。

2. 3 倍周波数通倍器の回路構成

〈2.1〉回路構成 近年、鉄心の非線形特性を用いた新しい回路として立体磁心、直交磁心に関する多くの報告がある。それらは特異な動作を示し、定電圧回路ならびに通倍器、分周器として優れた特徴を持っているが、電力用としては効率、力率の面で問題があり、小容量用または信号生としての利用が考えられている。著者らは、それらと等価なブリッジ結合リアクトル回路、ならびに単純化した直列接続リアクトル回路を提案した。これらは複数個のリアクトルにより構成したものであり電力用装置に適した回路である。

このブリッジ結合リアクトル回路や直列接続リアクトル回路を用いた単相電源用の 3 倍周波数通倍器についてはすでに報告した⁽⁴⁾⁻⁽⁶⁾。その通倍動作は極めて安定しており、良好な結果が得られている。

今回、第 1 図に示すように三相電源より単相の 3 倍周波数電流を得る回路を提案する。3 組の直列接続リ



第 1 図 直列接続リアクトル回路による
3 倍周波数通倍器

Fig. 1. Magnetic frequency triplers using series-connected reactor circuits.

Delta-connection Type Frequency Tripler using Series-connected Reactor Circuit. Kazuo Bessho, Member & Sotoshi Yamada, Member (Faculty of Technology, Kanazawa University)
別所一夫: 正員, 金沢大学工学部
山田外史: 正員, 金沢大学工学部

アクトル回路は、それぞれ二次側を逆極性に接続してある。この回路を三相電源用に構成するためには第1図(a), (b)に示すY結線方式と△結線方式の2種類がある。Y結線方式において、線形リアクトルを取り除き $L=0$ にすると、従来の飽和リアクトルを3組用いた通倍器になる。この線形リアクトル L を直列に接続することにより通倍器の動作を著しく安定化することができる。

第1図(b)に示す△結線方式は直列接続リアクトル回路を用いることにより可能であり、その結果、電源側には3倍周波数高調波電流は流れず、入力電流中の他の高調波成分を少なくすることができた。

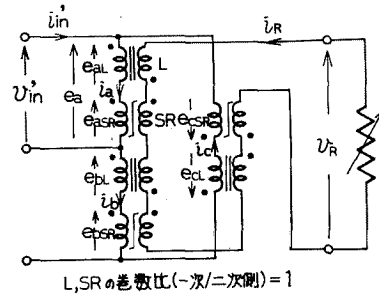
△結線の二次側には定電圧特性を得るために並列共振回路を接続した。この共振回路用飽和リアクトル L_0 にはギャップが設けてある。これは、3組の直列接続リアクトル回路の不均衡により二次側出力端子間に現われる基本波に対して低インピーダンス回路として作用し、3倍周波数電圧に対してのみ共振回路として動作するように選択する。

直列接続リアクトル回路の入力側には L_{in} と C_{in} が接続されている。直列接続リアクトル回路の入力インピーダンスは飽和特性を示し、 C_{in} を並列に接続することにより並列共振回路となるため、 L_{in} を直列に接続すると入力側には基本周波数電圧に対する定電圧回路が構成される。この回路は、主に電源側に対する力率改善や高調波電流の流入を防ぐなど特性改善用のものであり、通倍動作とは直接には関係がない。

(2.2) 等価回路 本通倍器の周波数変換動作は3組の直列接続リアクトル回路において生ずる。この回路の一次側、および二次側におけるそれぞれの動作と、その等価回路により本通倍器の特徴が明らかになる。

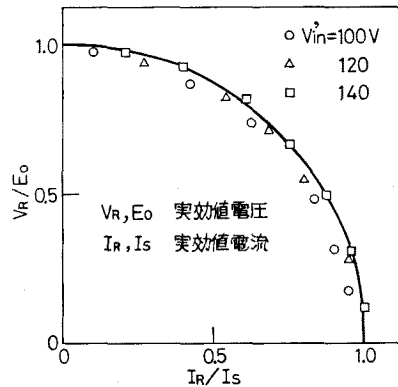
周波数通倍部の3組の直列接続リアクトル回路は一次側△結線、二次側オープンデルタ結線となっており、飽和リアクトルに発生する高調波電流のうち零相分は△結線で循環電流として流れる。三相電源側の線電流には、基本波に第5、第7……の正相、逆相の高調波電流が流れる。二次側のオープンデルタ結線には零相分の第3、第9……の高調波電流が流れる。ここで、等価回路を考えるうえで一次側は基本波、二次側は3倍周波数が主な成分とする。

二次側のオープンデルタ回路の出力端子に第2図のように抵抗を接続したときの負荷特性を調べると、第3図に示すような結果が得られた。これは、各入力電圧に対する負荷特性において電圧、電流を二次開放時出力電圧 E_0 および二次短絡電流 I_s で標準化したも



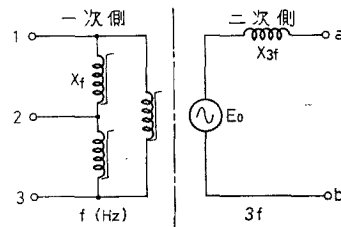
第2図 直列接続リアクトル回路を用いた周波数変換回路

Fig. 2. Multiplier using series-conducted reactor circuit.



第3図 周波数変換部の負荷特性

Fig. 3. Load characteristics of multiplier.



第4図 周波数変換部の等価回路

Fig. 4. Equivalent circuit.

のである。この実験結果から、標準化電圧 (V_R/E_0)、電流 (I_R/I_s) の関係は、

$$\left(\frac{V_R}{E_0}\right)^2 + \left(\frac{I_R}{I_s}\right)^2 = 1 \dots\dots\dots (1)$$

のように表わすことができ、従って、二次側の等価回路を第4図に示すような3倍周波数電圧源と線形リアクトルの直列回路と見なすことができる。

すなわち、第1図(b)に示した本通倍器はその周波数変換部を第4図のような等価回路で表わされ、その主な特徴は次のようになる。

(1) 従来の回路と異り周波数変換部が△結線になっているため、3 倍周波数電流は△結線内部で循環電流として流れ電源側線電流には流れない。また、基本波と 3 倍周波数成分は周波数変換部においてカップリングし、周波数変換部の入力端、出力端ではお互いの周波数成分は含まれない。

(2) 線形リアクトル L が接続されているため、入力電流に対する飽和リアクトルの飽和後のリアクタンスの影響は少なく、入力電圧が高くなっても過大な入力電流は流れない。

(3) 三相電源に対しては、完全な平衡負荷として働く。

(4) 等価回路から明らかなように、オープンデルタの出力端子間に並列鉄共振回路を接続すると定電圧回路となり、定電圧特性と垂下特性をもった 3 倍周波電圧が得られる。

上記のように、本通倍器は大容量化に伴う電源対策の面で特に優れており、基本波、3 倍周波数成分が分離しているため安定な動作を得ることができる。

3. 直列接続リアクトル回路の解析

本通倍器の周波数変換の基本動作は 3 組の直列接続リアクトル回路に生ずる。第 4 図に示す周波数変換部の等価回路における各値は、その出力端の開放時、および、短絡時の特性により決定される。この二つの状態での波形を飽和リアクトルを折れ線近似することにより求め、その特性を調べた。

〈3・1〉開放特性 第 2 図に示した 3 組の直列接続リアクトル回路で構成した周波数変換部の開放特性は、各直列接続リアクトル回路の開放特性の和と考えられ、最初に 1 組の直列接続リアクトル回路について考える。

直列接続リアクトル回路の各素子の特性を第 5 図のように直線近似する。特に、飽和リアクトルの未飽和時の励磁電流を無視し、 λ_k を knee point における磁束鎖交数とする。飽和後のインダクタンス L_{SR} は、

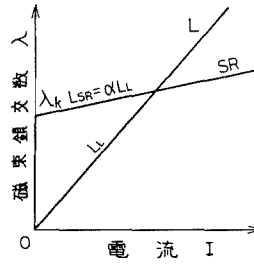
$$L_{SR} = \alpha L_L \dots\dots\dots (2)$$

とする。1 組の直列接続リアクトル回路の出力電圧および入力電流は、第 6 図に示す波形となる。ここで、電流は位相 $\pi - \theta_s$ で SR が飽和した後、 $(\pi - \theta_s < \theta < \pi + \theta_s)$

$$i_{in} = \frac{1}{\omega(\alpha+1)L_L} \int_{\pi-\theta_s}^{\theta} V_{in}' \sin \theta d\theta$$

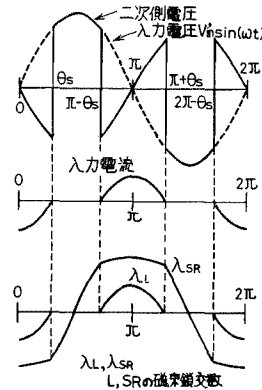
$$= -\frac{V_{in}'}{\omega(\alpha+1)L_L} (\cos \theta + \cos \theta_s) \dots\dots (3)$$

ω : 角周波数



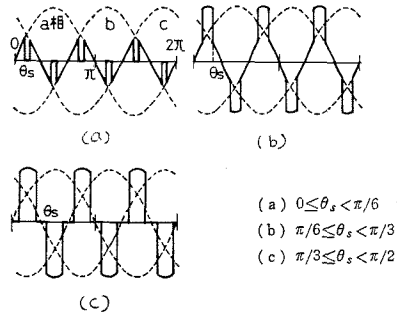
第 5 図 L, SR の近似

Fig. 5. Approximation of volt-ampere characteristics of L and SR .



第 6 図 直列接続リアクトル回路の各波形

Fig. 6. Waveforms on series-connected reactor circuit.



第 7 図 周波数変換部の出力電圧波形

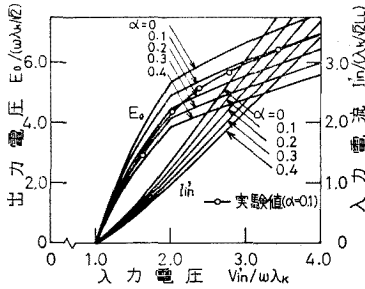
Fig. 7. Waveforms of an output voltage on multiplier.

となる。ここで、 θ_s の値は

$$\theta_s = \cos^{-1}(\omega \lambda_k / V_{in}') \dots\dots\dots (4)$$

により決定される。

3 組の直列接続リアクトル回路に対しては、その合成したものとなる。この場合、位相角 θ_s の値により 3 種類の波形に分類され、その波形を第 7 図に示す。この波形で (b) 図は 2 個の SR (例えば a, b 相) が



第 8 図 二次側開放時の特性

Fig. 8. Characteristics on open-circuit condition.

飽和する期間が重なり、(c)図の場合には 3 個の SR が同時に飽和して出力電圧が零となる期間がある。

第 7 図に示す二次側出力電圧の実効値、ならびに一次側線電流 i_{in}' の実効値を第 8 図に示す。線電流は第 6 図に示す一次側相電流より求められる。出力電圧値が $V_{in}'/\omega \lambda_k=2.0$ で屈曲するのは、 $\theta_s=\pi/3$ で第 7 図 (b) から (c) の状態に変化するためである。飽和リアクトル SR の飽和後の傾きを表わす α の値が小さくなくても線電流は急激に増加せず、例えば $\alpha=0$ の場合でも増加は小さい。出力電圧は飽和リアクトルの knee point の電圧 $\omega \lambda_k$ 、入力電流は線形リアクトル L のインピーダンスによりその大きさが決まる。実験結果では、厳密には磁化特性が折れ線で近似できないことにより、 $V_{in}'/\omega \lambda_k=2$ 近傍での折れ曲り点は明確には現われないがほぼ一致した結果を得た。

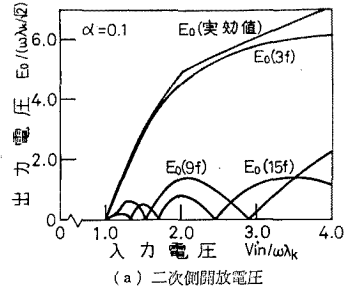
出力電圧、入力電流の周波数成分の計算値を第 9 図に示す。出力電圧には零相成分の電圧のみが含まれる。3 倍周波数以外の高調波成分の割合は、 $\alpha=0.1$ 、 $V_{in}'/\omega \lambda_k=2.6$ の場合にひずみ率 27% である。入力電流の第 5 次以上の高調波電流は、第 9 図 (b) のように約 10% のひずみ率を示す。

〈3.2〉 短絡特性 第 2 図の出力端を短絡したときの二次短絡電流 I_s は、前節と同様に SR を折れ線近似することにより波形解析から求めることができる。短絡状態は、入力電圧の値により三つの場合に分けられる。

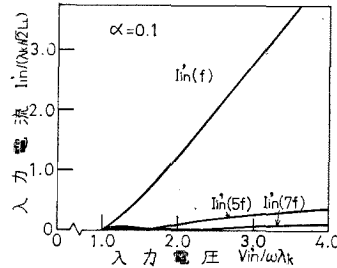
- (1) SR が飽和しない状態。 $I_s=0$
- (2) 1 相の SR のみが順次飽和する場合。
- (3) 二つの相の SR の飽和が重なる期間がある場合。

一つの相のみが飽和する場合、例えば a 相の SR が飽和し、 b 、 c 相の SR は不飽和とする。こゝの状態における一次側相電流 i_a 、 i_b 、 i_c 、および二次側短絡電流 i_s は、

$$i_s = -i_b = -i_c \dots \dots \dots (5)$$



(a) 二次側開放電圧



(b) 一次側入力電流

第 9 図 周波数成分

Fig. 9. Components for each frequency.

$$i_s = i_a/5 \dots \dots \dots (6)$$

$$\frac{d i_a}{d t} = \frac{5 v_a}{4 \left(1 + \frac{3}{2} \alpha\right) L_L} \dots \dots \dots (7)$$

となる。(付録参照)

二相の SR が同時に飽和する期間においては、例えば a 、 c 相の SR が飽和すると、

$$i_s = -i_b \dots \dots \dots (8)$$

$$i_a + i_b + i_c = 3 i_s \dots \dots \dots (9)$$

$$\frac{d i_b}{d t} = \frac{v_b}{2(1+3\alpha)L_L} \dots \dots \dots (10)$$

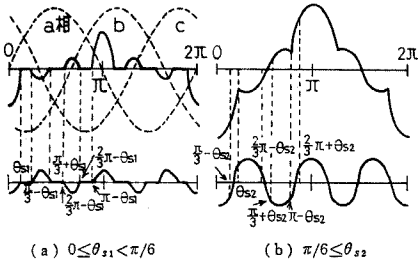
$$\frac{d i_a}{d t} = \frac{v_a}{(1+\alpha)L_L} + \frac{(\alpha-1)v_b}{2(1+\alpha)(1+3\alpha)L_L} \dots \dots \dots (11)$$

となる。これらの式より各状態での波形を求めると第 10 図に示すような波形が得られる。ここで、位相角 θ_{s1} 、 θ_{s2} は SR の飽和から次式によって求まる。

$$\theta_{s1} = \cos^{-1} \left(\frac{\omega \lambda k}{V_{in}'} \right) \dots \dots \dots (12)$$

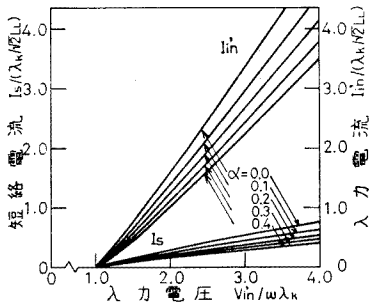
$$\frac{\omega \lambda k}{V_{in}'} = -\sqrt{3} \sin \left(\theta_{s2} - \frac{\pi}{3} \right) - \frac{3\alpha}{1+3\alpha} \cos \left(\theta_{s2} + \frac{\pi}{3} \right) \dots \dots \dots (13)$$

この波形より、短絡電流、入力電流の実効値を求めた結果を第 11 図に示す。この結果からも飽和リアク



第 10 図 二次側短絡時の電流波形 (上: 相電流, 下: 二次側短絡電流)

Fig. 10. Waveforms of currents on short-circuit condition (upper; phase current, lower; secondary short-circuit current).



第 11 図 短絡時の特性

Fig. 11. Characteristics on short-circuit condition.

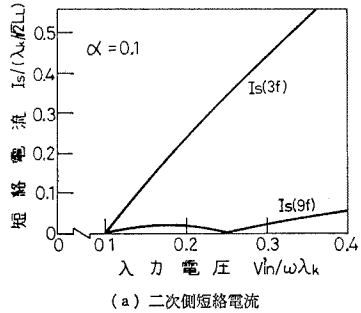
トルの飽和後のリアクタンスが小さくなり、例えば $\alpha = 0$ の場合でも入力電流はあまり大きくはならないことがわかる。また、入力電流は開放時とほぼ同じ値を示す。短絡電流に含まれる高調波電流について第 12 図 (a) に示す。短絡電流の高調波成分は第 3, 第 9, ……次の値を含む、第 9 次調波以上の成分は比較的少ない。また、第 13 図 (b) に示す入力側線電流に含まれる第 5 次調波以上の成分も少ない。

〈3・3〉 一次、二次等価リアクタンス 第 4 図の等価回路における二次側の等価リアクタンス X_{3f} を前記の 3 倍周波数成分により求めると第 13 図のようになる。

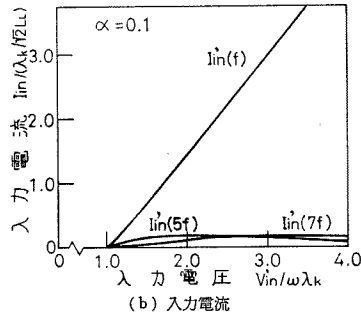
第 9 図, および第 12 図より入力電圧 (基本波) に対する一次側の等価リアクタンス X_f は、二次開放, 並びに二次短絡の場合にもあまり変わらない。

4. 3 倍周波数通倍器の特性

第 1 図 (b) の 3 倍周波数通倍器の特性を検討するため、周波数変換部の出力端子間に 3 倍周波数共振回路を接続したときの特性、ならびに入力側の L_{in}, C_{in} の最適値を調べる。また、本通倍器の特性について電圧、負荷特性を示してその評価を行なう。



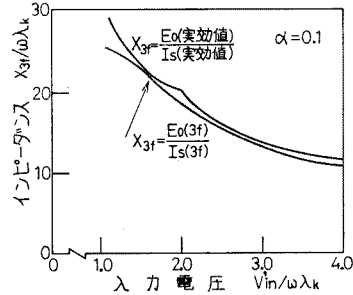
(a) 二次側短絡電流



(b) 入力電流

第 12 図 周波数成分

Fig. 12. Components for each frequency.

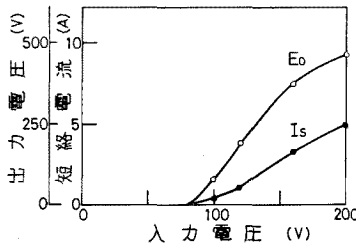


第 13 図 二次側の等価リアクタンス X_{3f}

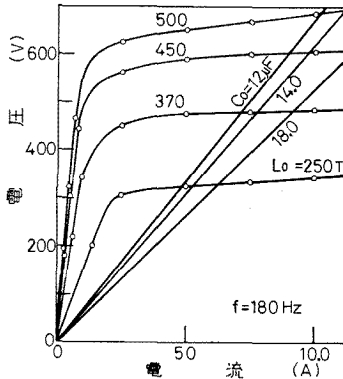
Fig. 13. Equivalent reactance X_{3f} .

〈4・1〉 回路定数の検討 本通倍器の回路定数の検討の簡単化のため、周波数変換部を第 4 図の等価回路を用いて考える。周波数変換部の出力端子間に共振回路を接続した回路は、通倍動作の基本的動作をすべて含んでいるためその基本回路とする。この周波数変換部の二次短絡電流、および開放時出力電圧の特性を第 14 図 (a) に示す。なお、この特性は実効値で測定した結果であるが、前章で検討したようにほぼ 3 倍周波数成分であるとして取り扱った。また、出力共振回路は第 14 図 (b) に示す特性である。但し、この特性は 180 Hz における値である。

この回路定数での電圧、負荷特性についての測定結果を第 15 図 (a) ~ (d) に示す。(a), (b) 図は共



(a) 周波数変換部の出力電圧，短絡電流特性



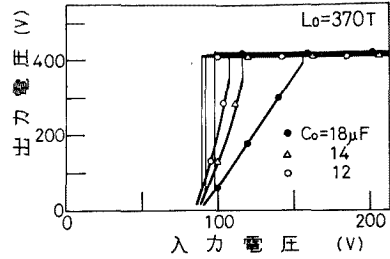
(b) 共振回路の特性

第 14 図 特性

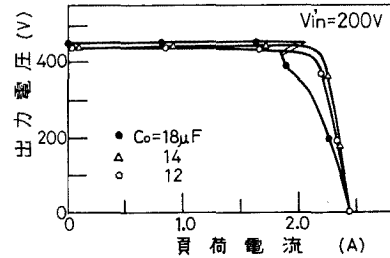
Fig. 14. Characteristics.

共振回路のコンデンサを変えた場合である。電圧特性において，コンデンサを大きくすると確立電圧が高くなる。負荷特性においては， C_o の増加と共に最大負荷時に跳躍現象が現われる。負荷特性においては，最大負荷を考慮すると跳躍現象の現われない状態が望ましく，その状態は第 4 図の等価回路において，等価リアクタンス X_{ar} と共振回路の入力インピーダンスが直列共振状態になる場合である。

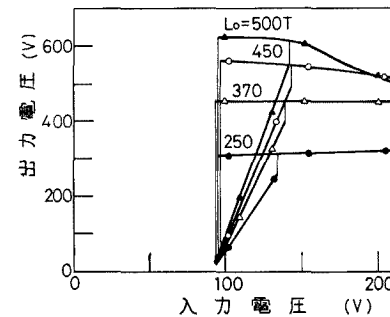
第 15 図 (c)，(d) は L_o を変化させてその共振電圧，従って出力電圧を変化させた場合である。なお， L_o の変化とともに確立電圧が変化しないように共振用コンデンサ C_o の値を変えている。電圧特性において共振電圧を高くすると最大出力が増すが，共振電圧をあまり高くすると定電圧特性が劣化する。従って，定電圧特性が良く，最大出力電圧を増すための共振電圧の限界ならびに最適値は，(d) 図の負荷特性より決定される。(d) 図の負荷特性において，点線で示す曲線は，周波数変換部の出力端子間の短絡，開放特性より得られる各入力電圧に対する最大出力曲線であり，図の場合は $V_{in}=200\text{V}$ における開放電圧 E_o ，短絡電流 I_s の積より得られる電力一定曲線を表わす。この曲線と負荷特性を比較すると，共振電圧が低いとき



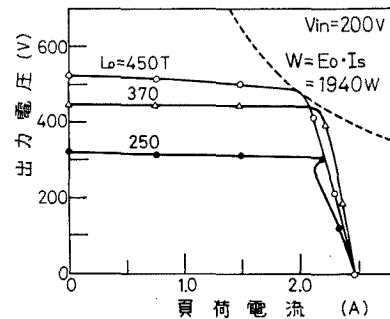
(a) C_o に対する電圧特性



(b) C_o に対する負荷特性



(c) L_o に対する電圧特性

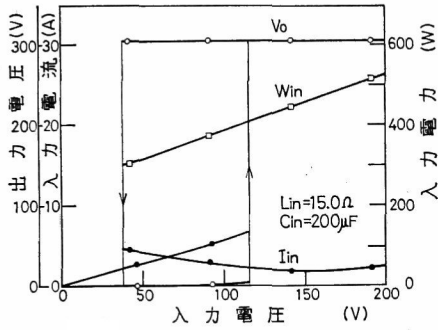


(d) L_o に対する負荷特性

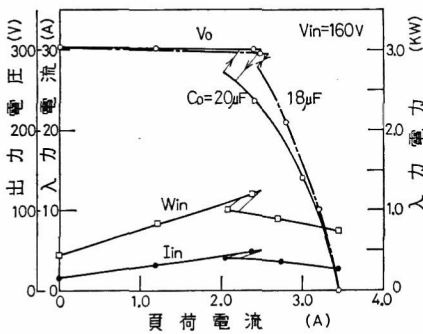
第 15 図 C_o ， L_o の変化に対する特性

Fig. 15. Characteristics for various values of C_o and L_o .

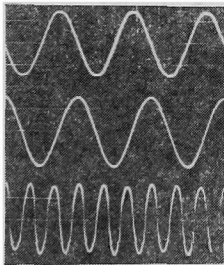
には最大負荷電流は短絡電流付近より垂下特性を示す。この状態での定電圧特性は良好である。それに対して，短絡電流以下で点線と交わるように共振電圧を高くすると，この曲線に達する以前から定電圧特性が



(a) 電圧特性



(b) 負荷特性



$V_{in}=160V$, 負荷電流 2.5A

(c) 波形 (上: 入力電圧, 中: 入力電流, 下: 出力電圧)

第 16 図 通倍器の特性

Fig. 16. Characteristics on the tripler.

劣化する。以上の点より、3倍周波数電源電圧（開放時電圧 E_0 ）と共振電圧を等しくすると良い。その状態では定電圧特性が良好であると共に最大出力電力を取り出すことができる。

最後に、入力側の L_{in} 、 C_{in} の値の選択について考える。この回路は入力電流の力率改善が主であり、その他に入力電流に含まれる第5調波以上の電流に対するフィルタとしての作用がある。 L_{in} 、 C_{in} の選択は、周波数変換部の入力リアクタンス X_f に基づく入力側定電圧回路を考慮することにより決定できる。すなわち、定格入力電圧において力率が1になるように C_{in}

を選び、 C_{in} と直列共振状態になるように L_{in} を選ばばよい。

〈4・2〉 通倍器の特性 第16図は3倍周波数通倍器の特性を示す。それぞれの回路定数は適当な値に定められている。定電圧特性、並びに過負荷時の垂下特性は共に良好である。入力電流は、 L_{in} 、 C_{in} のそう入により著しく改善されている。効率は最大負荷時で約71%であった。

各部の電圧、電流波形を(c)図に示す。図示のように入力線電流はほぼ正弦波であり、高調波電流によるひずみはほとんど見受けられない。出力電圧についてもほぼ正弦波に近い。この波形は、軽負荷状態でもほとんど変わらない。

5. まとめ

3組の直列接続リアクトル回路で構成した周波数変換部により新しい形式の3倍周波数通倍器を提案し、本通倍器の特徴を示すと同時に、必要な回路条件やその特性を明らかにした。

周波数変換部は、簡単な等価回路により表わすことができ、その回路定数は出力開放時および短絡時の波形に基づく特性計算により決定することができた。また、出力共振回路、入力側 L_{in} 、 C_{in} などの値は、その等価回路により適切な値を容易に選択することができた。

本通倍器は3組の直列接続リアクトル回路を用い、一次側を△結線することにより入力電流ひずみを減少し、その通倍動作を安定にすることができたが、その他、出力共振回路を調整することにより良好な定電圧特性を得ると共に最大出力を増加するための最適値を検討した。本通倍器は大容量化に対する電源対策の上で特に有利であり、今後は大形化に伴って重要性を増す損失、温度上昇など、実用上の諸問題の解決と最適設計法についての検討を行なはなければならない。

終わりに、本実験の遂行に際して熱心に協力して頂いた当時卒業研究の学生、宮崎 稔（現、中村留精密工業(株)、大山一浩（現、修士課程）の両君に厚く感謝の意を表します。なお、本研究は昭和53、54年度文部省科学研究費（試験研究）助成を受けたことを付記する。

(昭和54年5月24日受付)

文 献

- (1) P. P. Biringer & G. R. Slemon: "Harmonic analysis of the magnetic frequency tripler", *AIEE Trans. Commun. Electron*, **82**, 327 (1963)
- (2) 堀: 「磁気式周波数通信器の無負荷特性」電学誌, **86**, 938 (昭 41-11)
- (3) K. Bessho, F. Matsumura & M. Suzuki: "Some experiment and considerations on behavior of the power converter with bridge-connected reactor circuit", *IEEE Trans. Magnetics*, **MAG-10**, 3, 965 (1974)
- (4) K. Bessho, et al "Some experiments and consideration on behavior of a new magnetic frequency tripler with bridge-connected reactor circuit", *ibid.*, **MAG-12**, 4, 827 (1976)
- (5) K. Bessho, S. Yamada & F. Matsumura: "Improvement of characteristics and applications of the magnetic frequency tripler with bridge-connected reactor circuit", *ibid.*, **MAG-13**, 5, 1217, (1977)
- (6) K. Bessho, S. Yamada & T. Sudni: "Theory and analysis of a new magnetic frequency tripler using single core" *Proc. SMM-3*, 2-5 (1977)
- (7) 山田, 他: 「三相電源を用いた電力用磁気式3倍周波数通信器の動作解析」, 電気学会応用研資, AM-78-31 (昭 53)

付 録

第2図に示す3組の直列接続リアクトル回路を用いた通信器の基本回路において二次側を短絡した場合を考える。一次側, 二次側での電圧の関係式は, 各相で対称であるのでa相について考えると,

$$e_a = e_{aSR} + e_{aL} \dots\dots\dots (付1)$$

$$e_{a'} = e_{aSR} - e_{aL} \dots\dots\dots (付2)$$

となる。但し, 一次/二次巻数比は1とし, 二次側相電圧は「'」で示す。二次側を短絡した場合には,

$$e_a + e_b + e_c = 0 \dots\dots\dots (付3)$$

$$e_{a'} + e_{b'} + e_{c'} = 0 \dots\dots\dots (付4)$$

の関係式が成立することにより,

$$e_{aSR} + e_{bSR} + e_{cSR} = 0 \dots\dots\dots (付5)$$

$$e_{aL} + e_{bL} + e_{cL} = 0 \dots\dots\dots (付6)$$

となる。また, 飽和リアクトルが未飽和の状態にある相ではリアクトルの励磁電流が零となることにより, 一次側相電流と短絡電流の関係が求まり, 例えば b, c 相の飽和リアクトルが未飽和ならば(5)式が得られる。

(付6)式に(5)式を代入すると,

$$\begin{aligned}
 e_{aL} + e_{bL} + e_{cL} &= L \frac{d}{dt}(i_a - i_s) + L \frac{d}{dt}(i_b - i_s) \\
 &\quad + L \frac{d}{dt}(i_c - i_s) \\
 &= L \frac{d}{dt}(i_a - 5i_s) = 0 \dots (付7)
 \end{aligned}$$

となり, (6)式が得られる。また, (付1)式に(6)式を代入すると,

$$\begin{aligned}
 e_a &= e_{aSR} + e_{aL} \\
 &= L \frac{d}{dt}(i_a - i_s) = \alpha L \frac{d}{dt}(i_a + i_s) \\
 &= \frac{4}{5} \left(1 + \frac{3}{2} \alpha\right) L \frac{d i_a}{dt} \dots\dots\dots (付8)
 \end{aligned}$$

となり(7)式を得る。

二相の飽和リアクトルが飽和する場合も同様に行なうことにより(8)~(11)が得られる。