

曲面パラメータに基づいた高精度高効率工具経路生成*

—一般曲線への適用—

高杉敬吾** 浅川直紀*** 森本喜隆** 浜松央弥****

A Surface Parameter-based Method for Accurate and Efficient Tool Path Generation
- Application to General Curve on Free Surface-

Keigo TAKASUGI, Naoki ASAKAWA, Yoshitaka MORIMOTO and Naoya HAMAMATSU

This study deals with a novel generation method of tool paths in a main-processor of a CAM. Currently, some tool path generation methods such as contouring path, scanning path, spiral path and constant scallop height path are installed in several CAM applications. However, since these tool paths are generated by differential operations and convergence calculations, complex branches on conditions are required, and the operation is unstable behavior at extremum neighborhood. It still threatens to cause clash of the operation. Therefore, two parameters (u, v) composing a machined surface are the focus of this study. In our proposed method, machining points are calculated on a plane constructed by the parameters. Then, since the calculation is executed in response to the real space, a homogeneous tool path is obtained. By using our proposed method, it is possible to generate tool paths quickly and effectively without the extremum problem and complex branches on conditions. This paper explains the particulars of our proposed method and the implementation method for two spiral paths. Finally, the effectiveness of our method is confirmed with machined workpieces.

Key words: CAM, main-processor, NURBS, surface parameter, tool path generation

1. 緒 言

現在, CAMのメインプロセッサにおいて生成される工具経路(以下,パスと呼ぶ)には,等高線,走査線パスを基本として,それらを複合したパスや,スキヤロップ高さ一定パスなどがあり,CAMオペレータは工作物の特徴に応じて種々のパスを選択することが出来る。これらパスの生成は曲面同士の交線問題¹⁾として様々な方法が提案されている。例えば, B-Spline 曲面や NURBS 曲面などに代表されるパラメトリック表現された加工面 $S(u, v)$ と, ある平面 P との交線は, 次のように求めることが出来る。すなわち, P の法線ベクトルを n_p , 原点からの距離を d とすれば, S と P の交線は次式によって求められる。

$$S(u, v) \cdot n_p = d \quad (1)$$

(1)式の全微分に対し, 適当な初期値を与え, 数値解法により交点を追跡していくことで加工点群が逐次求まり²⁾⁴⁾, n_p の方向によって等高線と走査線に分けることが出来る。この方法は曲面の干渉問題を微分方程式として表現することにより, Runge-Kutta 法などの数値解法によって高速に解を追跡できる一方, 数値演算誤差の蓄積や特異点の扱い, 微分方程式の初期点探索問題など, 微分演算手法の諸問題に対する注意が必要である。また, 交線ループが複数ある場合や, トリム面が存在する場合も考慮して, 初期点の探索漏れの防止や, 複雑な交点追跡の終了判定が要求され, 総じて演算コストは大きい。

本研究では, 実空間における交線問題を解くことによってパスを生成するのではなく, 図1に示すように, NURBS 曲面とし

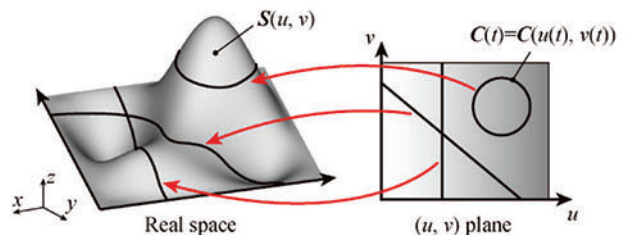


Fig.1 Mapping of free curves from (u, v) plane to real space

て定義された加工面 $S(u, v)$ のパラメータ u, v によって構成される (u, v) 平面上で, パス $C(t) = C(u(t), v(t))$ を生成する手法を提案してきた⁵⁾。本提案手法を用いることによって, 上述の諸問題を大幅に軽減でき, かつ微分方程式による交線追跡の高速性を損なわない安定したパス生成が可能となる。さらに, 等高線や走査線パスを用いた場合, S の法線ベクトルの分布が大きくばらつく面ではパスに粗密が生じてしまうことから, CAM オペレータが加工面の特徴に応じて適切にパス生成ルーチンを選択する必要があったが, 本手法では曲面の特徴にあまり左右されない均質なパスを生成できる特徴を持つ。既報⁵⁾では, (u, v) 平面上でのパス生成を直線と円の2種類に限定し, 実空間上の加工点の生成間隔をほぼ一定に保ちながら, 加工点を追跡していく手法について言及したが, 加工面の特徴に応じてより柔軟なパス定義が求められる。よって本報では, (u, v) 平面上で定義する曲線を一般のパラメトリック曲線へと拡張する。さらに本報ではその応用として, (u, v) 平面上にスパイラル曲線を定義し, 本手法を適用することによって, 既存の CAM には無い新しいパス生成法を提案する。

2. (u, v) 平面上でのパス生成法

図2に示すように, (u, v) 平面上のパスを表わすパラメトリック

* 原稿受付 平成 27 年 4 月 14 日

掲載決定 平成 27 年 7 月 13 日

** 正 会 員 金沢工業大学 (石川県白山市八東穂 3-1)

*** 正 会 員 金沢大学大学院 (石川県金沢市角間)

**** 学生会員 金沢工業大学大学院 (石川県白山市八東穂 3-1)

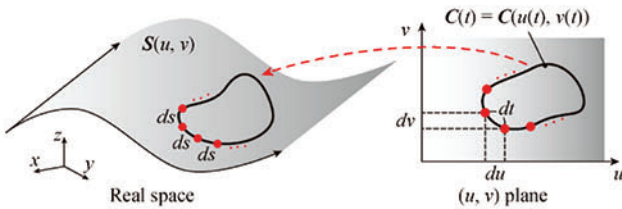


Fig.2 Equivalent of finite elements between (u, v) plane and real space

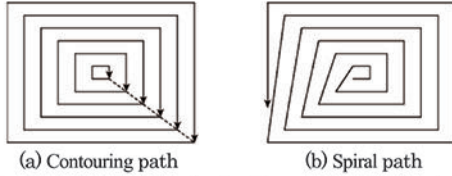


Fig.3 Comparison of discontinuity of contouring path and spiral path

曲線を $C(t)$, 加工点間隔を s とすると, s が微小であれば, 次式が成り立つ.

$$\|S_u du + S_v dv\| = ds \quad (2)$$

ここで, S_u, S_v はそれぞれ S の u 方向, v 方向の 1 階微分を表す. また, C_{tu}, C_{tv} をそれぞれ C の t による 1 階微分の u 方向, v 方向成分とすれば,

$$\frac{dv}{du} = \frac{dv}{dt} \bigg/ \frac{du}{dt} = \frac{C_{tv}}{C_{tu}} \quad (3)$$

と表わすことができる. (3)式を(2)式に代入することにより次の 2 式を得る.

$$\frac{du}{ds} = \frac{C_{tu}}{\|C_{tu}S_u + C_{tv}S_v\|} \quad (4)$$

$$\frac{dv}{ds} = \frac{C_{tv}}{\|C_{tu}S_u + C_{tv}S_v\|} \quad (5)$$

(4), (5)式は 1 階の常微分方程式であるから, Runge-Kutta 法などの数値計算手法を適用することが出来る. ただし, C_{tu}, C_{tv} はパラメータ t に依存しているため, 次式に示す du, dv, dt の関係式を用いて, (u, v) と同様に t を更新していく必要がある.

$$dt = \frac{\sqrt{du^2 + dv^2}}{\|C_t\|} \quad (6)$$

ここで, 実用上は(4)式の右辺を g , (5)式の右辺を h とおいた,

$$dt = \frac{\sqrt{g^2 + h^2}}{\|C_t\|} \quad (7)$$

によって t を更新する.

以上の操作によって, (u, v) 平面上に定義された曲線は高速に実空間上で等間隔な加工点群へと変換され, パスを生成することができる.

3. スパイラルパスの生成

3.1 工具経路と加工面品位の関係

一般に, 等高線パスや輪郭線パスでは, 図 3(a)に示すように, 隣り合うパス同士が独立しているため, 次の加工点に移る際に工具位置決めが不連続となり加工面品位を損ねる. そこで, 同図 (b)に示すように, 1 つの加工面に対して一筆書きとなるようにスパイラル状にパスが生成されることが望ましい. 本章では, 本提案手法を応用することによって, 一様なスパイラルパスが容易に生成可能であることを示す.

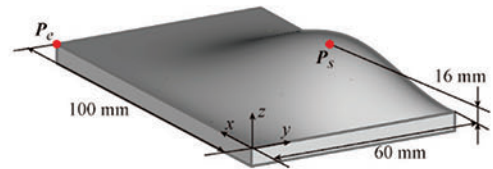


Fig.4 Defined workpiece for generating spiral path

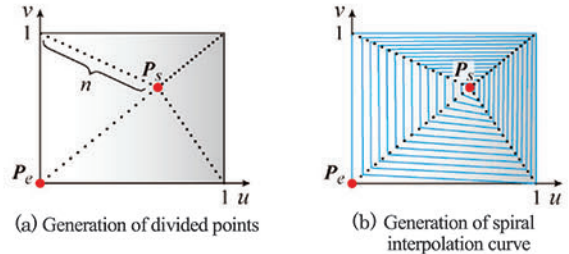


Fig.5 Generation process of spiral interpolation curve

3.2 一般曲面におけるスパイラルパスの生成

図 4 に示す自由曲面に対してスパイラルパスを生成する方法を示す. まず, スパイラルパスの始点および終点を決定する必要がある. そこで本報では, 同図に示すように, 外周上の 1 点を終点 P_e , z 方向の極点を始点 P_s とする. P_s は, 極値探索線²⁾を追跡することによって得ることが出来る. すなわち, z 方向への単位ベクトルを $n_f = [0, 0, 1]^T$ とし,

$$\phi(u, v) = n_f \cdot S(u, v) \quad (8)$$

とおけば, 極値探索線は,

$$\begin{cases} \phi_u du + \phi_v dv = 0 \\ \phi_u du + \phi_v dv = 0 \end{cases} \quad (9)$$

の 2 式によって与えられ, 両式によって得られる 2 本の曲線の交点が P_s となる. ただし, 交点が複数個得られる曲面の場合は, 選択的に 1 点を得ることとする.

P_s, P_e を得た後, 図 5(a)に示すように, P_s から S のパラメータ定義域である矩形領域の四隅に伸びる線分を仮定し, 各線分を工具径と加工精度に基づいた分割数 n で分割した補間点を生成する. このとき, n はスパイラルパスの巻き数を意味する. 次に, 同図(b)に示すように, これら全ての補間点をスパイラル状にくまなく通るように, P_s から P_e に向けて補間曲線 C を生成する. 最後に, C に対して前章で示した本手法を適用することにより, 実空間における加工面上において等ピッチな加工点を持つスパイラルパスが生成される. ここで本報では, C に NURBS 曲線を用いた. これは, 加工面 S を NURBS 曲面として扱っていることに対して, 演算モジュールを共有化できるというシステム上の利点に加え, 曲線次数を 1 とした折れ線に対しても 1 つの式で表現することが可能であるという利点を持つためである.

図 6 に, $n=30$ で分割した補間点群を次数 1 の NURBS 曲線で補間して得られたスパイラルパスを, (u, v) 平面上及び実空間上で表示したものを示す. 加工点間隔 s は 0.2mm とした. なお本報では, S の定義域は $0 \leq u \leq 1, 0 \leq v \leq 1$ と正規化されたものを扱う. 同図より, 次数 1 としたことにより不連続点近傍において生じる, パスの接ベクトルの急変がそのまま実空間上にも反映され, 不連続なスパイラルパスとなっていることが分かる. また図 7 は, 本手法によって実際に生成された加工点の実空間上の間隔を P_s から 120 点表示したものを示している. $s = 0.2\text{mm}$ の設定値に対して大幅に離れた値が随所で見られ, パスの一様

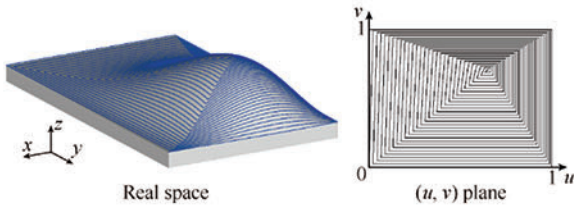


Fig.6 Result of spiral path with proposed method ($n=30$, order=1)

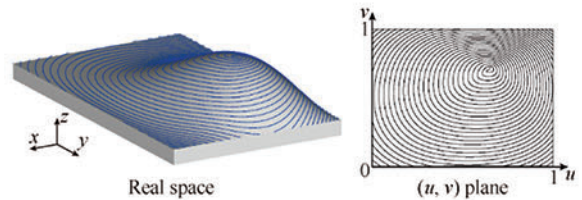


Fig.9 Result of spiral path using extraction method of border point

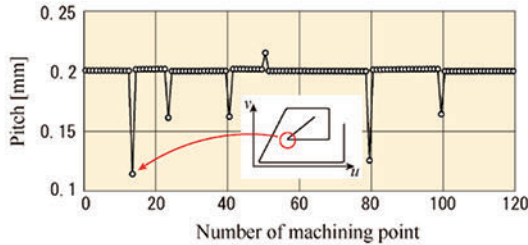


Fig.7 detail of pitch error at 1st order

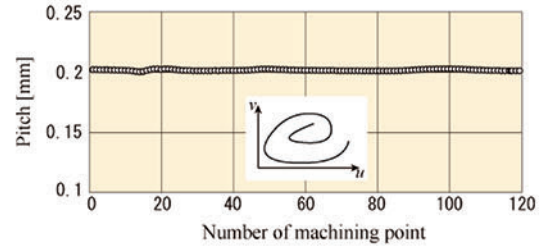


Fig.10 detail of pitch error at 2nd order

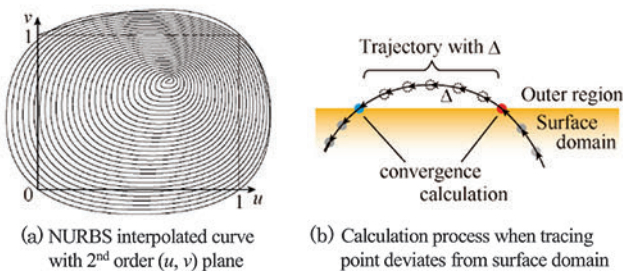


Fig.8 Appearance of deviation from surface domain for spiral path with proposed method ($n=30$, order=2)

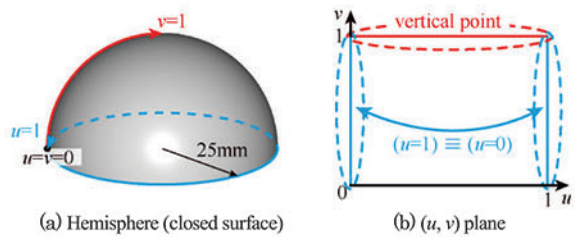


Fig.11 Example of (u, v) expression for closed surface

性に欠けていることが分かる。これらピッチが悪化している点は、パスの角部を横切る不連続な位置に当る。本手法では、折れ線を1本のNURBS曲線として表現し、(7)式に対してルンゲクッタ法を適用するプロセスを辿っており、不連続となる折れ点ではルンゲクッタ法による解追跡が不安定となっていると考えられる。

次に、 C の次数を2とした場合について言及する。図6と同様に $n=30$ とし、 (u, v) 平面上に C を生成した結果を図8(a)に示す。同図に示すように、次数2では S の定義域を超えた曲線が生成されてしまうため、このままでは実空間上のパスへと変換できない。この解決策としては以下の3つが考えられる。

- (1) C を生成する際の補間点の数を増やす。
- (2) C の重みベクトルを調整する。
- (3) C が曲面定義域を逸脱した際は加工点算出を中断する。

(1)および(2)では、 S の定義域内に収まるよう C を最適化する補間点生成手法や、重みベクトルの生成手法が要求されることから、本報ではより簡便な方法として(3)を採用する。(3)の実装方法を以下に示す。図8(b)に示すように、定義域内では(4)式~(7)式を用いて解を追跡していくが、定義域を逸脱した時点で解の追跡を中断する。このとき、逸脱した時点での (u, v) を初期値としてニュートン法により境界上の点を得る。境界線は、 $u=0$, $v=0$, $u=1$, $v=1$ のいずれかであるから、これらをまとめた関数を $B(u, v)$ と定義すれば、ニュートン法における評価関数 $f(t)$ は、

$$f(t) = C(t) - B(u, v) \quad (10)$$

と定義される。追跡点が定義域を逸脱した後、再度定義域内へ戻るため、内外の遷移が判定可能なステップサイズ Δ で刻みながら領域外の C 上を移動していく。領域内へ進入した時点で、逸脱

時と同様に(10)式を用いて境界線上と C との交点を得、それを出発点として解の追跡を再開する。

以上の手法を実装し、スパイラルパスを生成した結果を図9および図10に示す。次数1のときに見られた不連続性は見られず、また $s=0.2\text{mm}$ の設定値に対して、ばらつきは最大でも約 0.0025mm に抑えられており、一様なスパイラルパスが生成できていることが分かる。

3.3 閉曲面におけるスパイラルパスの生成

円筒面や球面などの閉曲面に対してスパイラルパスを生成する場合、上述とは異なる方法が必要となる。ここでは、図11(a)に示す半球面を例にスパイラルパスの生成法を示す。まず、パラメトリック表現された半球面では、縮退と呼ばれる現象に注意しなければならない。同図に示したように、球面の緯度、経度を現す方向に u, v が定義された半球面の (u, v) 平面は、同図(b)に示すように、 $v=1$ ($0 \leq u \leq 1$)の境界線が全て球の天頂部の1点を表わすことになる。これは、北極と南極がメルカトル図法では大きく拡大されてしまうことと等しい。また、 (u, v) 平面上の $u=0$ および $u=1$ の線分は実空間上では同じ曲線となる。以上の縮退した閉曲面での (u, v) パラメータの取り扱いを考慮したスパイラルパスの生成法を以下に述べる。

まず、 (u, v) 平面上に α, β を定数とし、 t をパラメータとした適当な直線 $L(t)$ を、

$$L(t) = \begin{Bmatrix} u(t) \\ v(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} t \\ \alpha t + \beta \end{Bmatrix} \quad (11)$$

と定義すれば、実空間における球面上では一定の振角を持った螺旋として表現される。この性質を利用し、図12に示すように、傾き α が等しく、切片 β が各線分の終点の u と等しくなるような線分を S の定義域内にくまなく生成することにより、これらは実空間上では連続的に接続され、巻き数 n のスパイラル状の曲

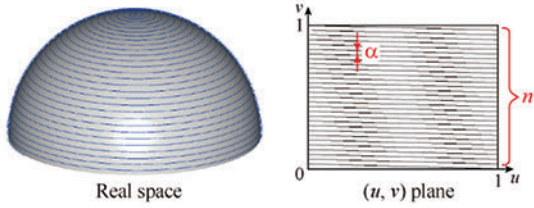


Fig.12 Result of spiral path in hemisphere

Table 1 Conditions of tool path generation and machining

Number of turns in spiral path	100
Order of interpolation curve	1, 2
Calculation pitch	0.2, 0.5, 1 mm
Feed	240 mm/min
Spindle speed	6000 min ⁻¹
Depth of cut	0.5 mm
Workpiece material	A5052
Tool	φ6 ball end mill

Table 2 Calculation results of spiral path in each order and pitch

Order	Pitch <i>s</i> [mm]	Calculation time <i>t</i> [sec.]	Number of machining point <i>m</i>	Calculation time per point <i>t/m</i> [msec.]
Free Surface				
1	0.2	50.13	81882	0.612
	0.5	20.10	32746	0.613
	1	10.12	16370	0.618
2	0.2	55.49	57657	0.962
	0.5	22.32	23064	0.968
	1	11.21	11522	0.973
Closed surface (hemisphere)				
1	0.2	2.60	38225	0.068

線が表現される。(u, v) 平面上曲線 *C* が(8)式のように直線で表現される場合、(11)式の *t* による 1 階微分を(4)式に代入することにより、

$$\frac{du}{ds} = \frac{1}{\|S_u + \alpha S_v\|} \quad (12)$$

が得られ、曲線パラメータ *t* を考慮する必要の無い、簡便なアルゴリズムで等ピッチ点を追跡できる。なお直線の場合、(11)式にて *u* と *v* の関係は明らかであるから、(5)で示した *dv/ds* に関する式は不要となる。

4. 検証実験

4.1 実験条件

以上の提案手法の有効性を確認するための検証実験として、スパイラルパスの生成と、生成されたパスを用いた実加工実験を行った。定義形状は、図4で示した自由曲面および、閉曲面として直径 40mm の半球を対象とした。パス生成条件および加工条件を表1に示す。

パス生成の検証では、Windows7 (64bit)を搭載したワークステーション(CPU : Xeon3.60GHz, 8 Cores, Memory : 16GB)を用い、次数 1 および 2 の 2 種類のスパイラルパスについて、加工点生成ピッチ *s* が 0.2, 0.5, 1 の 3 種類に対して検証を行った。この

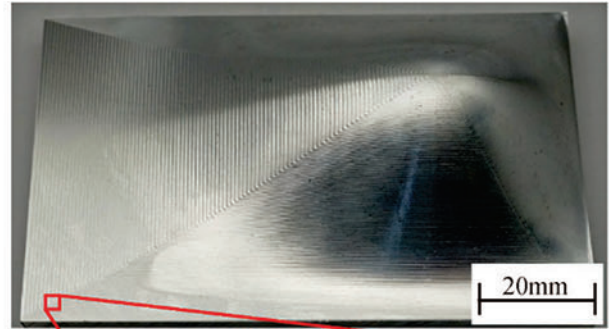


Fig.13 Machining result of free surface (order = 1, pitch = 0.2mm)

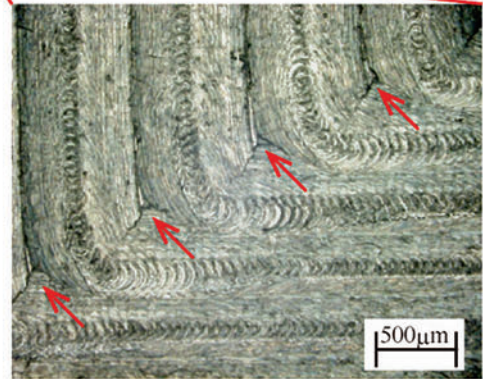


Fig.14 Machining result of free surface (order = 2, pitch = 0.2mm)

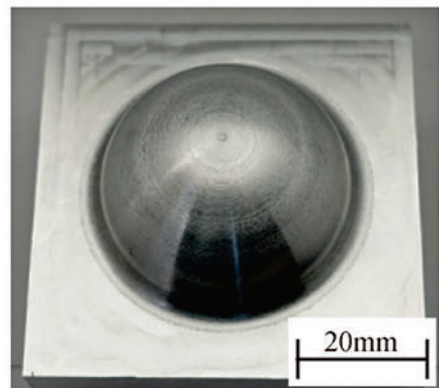


Fig.15 Machining result of hemisphere (order = 1, pitch = 0.2mm)

とき、パスの巻き数 *n* はいずれも 100 とした。なお、計算に使用した CPU コア数は 1 つである。

加工には、3 軸マシニングセンタを利用し、加工後の表面性状に対する曲面次数の影響を調べるとともに、本手法の有効性を検証した。工作物の材質は A5052、工具はφ6 のボールエンドミルを使用し、*s* = 0.2mm における次数 1 および 2 でのパスを用いた加工を行った。

4.2 パス生成結果

上記条件において、本手法を用いてスパイラルパスを生成した結果を表 2 に示す。なお、表中に示された計算時間には、スパイラルパスの開始点となる極点を得るために費やした時間は含まれていない。まず自由曲面に対する結果を見ると、生成時間 t や生成される加工点数 m は、当然計算ピッチ s が細かいほど多くなっているが、 m を t で割った、1 点当りの生成時間は s にほとんど影響されず、補間曲線の次数のみに影響を受けている。しかし、 m は次数の影響も受け、次数 1 よりも 2 の方が m は少ない。これは、曲面定義域を逸脱した領域において加工点をトリムしたことによるものである。以上のことから、本手法では加工点 1 点を生成するための演算コストは (u, v) 平面上で定義した曲線の次数が高いほど大きくなるものの、加工点数は減少するため、演算時間自体は次数の影響をあまり受けず、加工点ピッチのみに大きく影響を受けることが分かった。よって、より加工面性状が良好となると考えられる次数 2 の加工パスの生成においても、十分実用的な演算コストであると言える。

次に半球面に対するパス生成結果では、 (u, v) 平面上に定義されるパスは直線となることから、次数は 1 次、曲線定義に必要な制御点数も 2 点でよく、一般曲線と比べ大幅に演算コストが少なくなることが分かる。CPU コアを複数個用いれば、その演算時間は更に分割され高速化することから、条件によってはリアルタイムにパス生成や修正が可能となると考えられる。

4.3 加工結果

実加工結果を図 13, 14, 15 に示す。図 13 は自由曲面に対する (u, v) 平面上補間曲線の次数を 1 としたときに生成されたスパイラルパスによる加工結果である。図 6 で示したとおり、次数が 1 の場合、加工パスは不連続であることから、加工面に工具移動方向の急変による跡が確認できる。図 14 は次数が 2 の場合の加工結果を表わしている。加工面には、スティックモーションによる跡がわずかに確認されるが、加工パスの不連続性に起因する表面性状の悪化は無く、良好な面が創成できていることが確認できる。同様に、半球の加工結果（図 15）においても良好な加工面が得られており、極めて粗密むらの少ない加工パスが

生成できていることが確認できる。

以上の結果より、本提案手法では高速かつ高精度にパスを生成可能であることが検証された。

5. 結 言

本研究で得られた結論は次の通りである。

- (1) パラメトリック曲面で定義された加工面における工具経路生成法として、 (u, v) 平面上でパスを定義する新たな手法を開発した。
- (2) 開発した手法に基づき、自由曲面および閉曲面に対して、加工面の特徴に依存しない様なスパイラルパスを生成する手法を提案した。
- (3) 提案したスパイラルパス生成法を用いて NC データの作成および実加工実験を行ったところ、実用的な計算時間で加工パスを生成でき、良好な加工面性状を得ることができた。また、 (u, v) 平面上に定義するパスの曲面式によっては、高速にパス生成が可能であり、従来手法には無い高速化を実現できる可能性を示した。
- (4) 本手法を用いることで、非切削時間の削減や、加工痕の低減が期待できる高精度、高効率なパスを比較的容易に設計でき、パス生成の自由度が高いことを確認した。

参 考 文 献

- 1) N. M. Patrikalakis and T. Maekawa: Shape Interrogation for Computer Aided Design and Manufacturing, Springer-Verlag, Heidelberg, 2001
- 2) T. Kushimoto, M. Hosaka: Methods of Automatic Detection of Points on All Separate Intersection Curves of Two Surfaces, Journal of JSPE, 57, 9 (1991) 1667
- 3) M. Higashi, T. Mori and M. Hosaka: High-Quality Intersection Calculation of Surfaces by Geometrical Tracing of Intersections, Journal of JSPE, 56, 1 (1990) 92
- 4) V. Chandru and B. S. Kochar: Analytic Techniques for Geometric Intersection Problems, Geometric Modeling: Algorithms and New Trends, 1987
- 5) K. Takasugi, N. Asakawa and Y. Morimoto: A Surface Parameter-Based Method for Accurate and Efficient Tool Path Generation, International Journal of Automation Technology, 8, 3 (2014) 428