

# 繰返し順変換による多関節型ロボットの逆運動学問題の解\*

宋 禄波\*\* 神谷好承\*\*\* 関 啓明\*\*\* 疋津正利\*\*\* 張 勤\*\*

Solutions of Inverse Kinematics of Articulated Robot by Using Repeatedly Direct Kinematics

Lubo SONG, Yoshitsugu KAMIYA, Hiroaki SEKI, Masatoshi HIKIZU and Qin ZHANG

In this paper, a method of repeatedly direct kinematics is introduced. By using this method, a flowchart serving for the solution of inverse kinematical problem of an articulated robot arm is investigated. The performance of the flowchart is analyzed in a robot arm whose inverse kinematical answers cannot be directly obtained in formula because of the existence of an offset in its wrist. In the flowchart, because the position error and the posture error are evaluated separately, the computing efficiency becomes very high. In addition, another flowchart dealing with the plural answers of a robot hand with the same position and posture is put forward. The solution of the plural answers makes it possible for a robot arm to avoid the angular limitations of its joints or to bypass the obstacles while working.

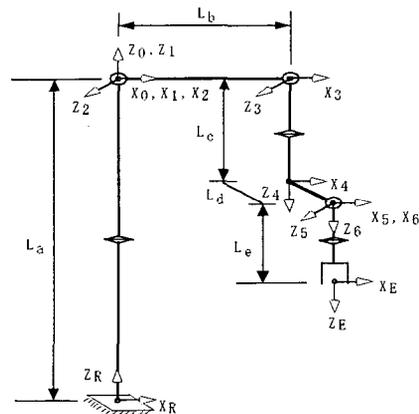
**Key words:** repeatedly direct kinematics, inverse kinematics, articulated robot, offset

## 1. はじめに

PUMA 型ロボットのアーム構造とは異なり手首部にオフセットを有する構造の多関節型ロボットアームはその逆運動学問題を陽に解くことが一般に困難であるといわれている<sup>2)</sup>。このため、こうした構造のロボットに対してこれまではニュートン・ラフソン法や逆ヤコビ行列あるいはヤコビ行列の転置を用いた数値計算<sup>3)~5)</sup>により逆運動学であるロボットの各関節角度を求めていた。他方、多関節構造のロボットにおいてはロボットハンドの目標とする同一の位置・姿勢に対してそれを実現するアームの各関節角度が複数存在している<sup>2)</sup>ことはよく知られていることであるが、ニュートン・ラフソン法を用いた収束計算や逆ヤコビ行列等を用いた数値解法においては同一のロボットハンドの位置・姿勢に対して可能なすべてのアーム関節角度をその解として見出すことは容易ではない。これより本研究では順運動学の繰返し<sup>5)</sup>を用いて逆運動学問題の解を得る手法を提案すると同時に、同一のロボットハンドの位置・姿勢に対してそれを満足する複数のアーム姿勢を見出す手法を提案する。

## 2. 手首部にオフセットを有する多関節型ロボットアーム

PUMA 型ロボットのような手首構造を採ることができればその逆運動学問題は陽に解くことができるため本研究で提案する手法の意味はあまりないが、ロボットにおける設計の強度的観点から手首部にオフセットを持たせなければならず<sup>1)</sup>、結果として PUMA 型とは異なるアーム構造を採用しなければならない場合も存在する。本研究で対象とする多関節型ロボットとそのロボットに定義したリンク座標系およびそのときに



i	a <sub>i-1</sub>	α <sub>i-1</sub>	d <sub>i-1</sub>	θ <sub>i</sub>	
R	0	0°	L <sub>a</sub>	0°	L <sub>a</sub> = 800 mm
1	0	0°	0	θ <sub>1</sub>	L <sub>b</sub> = 400 mm
2	0	90°	0	θ <sub>2</sub>	L <sub>c</sub> = 400 mm
3	L <sub>b</sub>	0°	0	θ <sub>3</sub>	L <sub>d</sub> = 250 mm
4	0	90°	L <sub>c</sub>	θ <sub>4</sub>	L <sub>e</sub> = 165 mm
5	0	-90°	L <sub>d</sub>	θ <sub>5</sub>	
6	0	90°	0	θ <sub>6</sub>	
E	0	0°	L <sub>e</sub>	0°	

$${}^R T_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & L_a \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad {}^0 T_1 = \begin{bmatrix} C_1 & -S_1 & 0 & 0 \\ S_1 & C_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad {}^1 T_2 = \begin{bmatrix} C_2 & -S_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ S_2 & C_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^2 T_3 = \begin{bmatrix} C_3 & -S_3 & 0 & L_b \\ S_3 & C_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad {}^3 T_4 = \begin{bmatrix} C_4 & -S_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -L_c \\ S_4 & C_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^4 T_5 = \begin{bmatrix} C_5 & -S_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & L_d \\ -S_5 & -C_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad {}^5 T_6 = \begin{bmatrix} C_6 & -S_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ S_6 & C_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad {}^6 T_E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & L_e \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Fig.1 The robot arm with an offset in its wrist

用いるリンクパラメータを図1に示す。図1中のL<sub>d</sub>が手首の持つオフセットである。図1に示す多関節型ロボットは手首部にオフセットを持つことと肩部にオフセットを持たない点を除けば PUMA 型と基本的には同じ構造のロボットである。

\* 原稿受付 平成 12 年 9 月 18 日  
 \*\* 学生会員 金沢大学大学院(金沢市小立野 2-40-20)  
 \*\*\* 正 会 員 金沢大学工学部

### 3. 繰返し順変換を用いた多関節型ロボットの逆運動学問題の解

#### 3.1 繰返し順変換

本研究で提案する求解のためのアルゴリズムは非常に単純なものであり、基本的には6つの各関節をそれぞれ独立に微動させその結果として得られるロボットハンドの多数の位置とその姿勢を評価し、その中から目標とするロボットハンドの位置と姿勢に最も近い各関節の微動値を逐次決定していく手法である。各関節には  $\{+\Delta\phi, 0, -\Delta\phi\}$  の3通りの微動をそれぞれ独立に与えることになる。このため、この微動量  $\Delta\phi$  の大きさが解の精度を決定することになる。なお、本研究で提案する繰返し順変換の手法は、ロボットにおける順運動学が計算できればその結果として逆運動学問題の解が得られることになるため、各種のアーム構造をもつロボットに対してその逆運動学問題の解を求めることができる。本研究で提案する繰返し順変換を用いたロボットの逆運動学問題に対する求解のアルゴリズムを図2に示す。

#### 3.2 ロボットハンドの位置と姿勢の評価

目標とするロボットハンドおよび収束途中のロボットハンドの位置と姿勢をロボットベース座標系 ( $\Sigma_B$ ) を基準として式(1)、(2)に示すような同次変換行列で表すこととする。

$$O = \begin{bmatrix} O_{11} & O_{12} & O_{13} & X_O \\ O_{21} & O_{22} & O_{23} & Y_O \\ O_{31} & O_{32} & O_{33} & Z_O \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$H = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & H_{13} & X_H \\ H_{21} & H_{22} & H_{23} & Y_H \\ H_{31} & H_{32} & H_{33} & Z_H \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

このときロボットハンドの位置および姿勢の評価は式(3)、(4)に示すような評価関数により評価できる。

$$\varepsilon = (X_H - X_O)^2 + (Y_H - Y_O)^2 + (Z_H - Z_O)^2 \quad (3)$$

$$\xi = (H_{11} - O_{11})^2 + (H_{21} - O_{21})^2 + (H_{31} - O_{31})^2 + (H_{12} - O_{12})^2 + (H_{22} - O_{22})^2 + (H_{32} - O_{32})^2 \quad (4)$$

ハンド姿勢の評価関数  $\xi$  においては、3つの座標軸のうち2軸が決定すれば残り1軸は一意的に決定されるため、2つの軸方向に関する評価のみを用いている。

#### 3.3 計算の効率化

単に繰返し順変換を用いた求解のアルゴリズムを構築したとすると、ロボットの自由度数が大きくなるにつれ順運動学の繰返し計算回数が指数関数的に増大してくる。このため実用性の観点からは何らかの工夫により求解のための繰返し計算の回数を減少させることが求められる。図2に示す本研究で提案するアルゴリズムでは、基本的にロボットの4~6軸でハンド姿勢を、また1~3軸でハンド位置を探索し、ロボットハンドの位置と姿勢の評価を別々に行うことにより計算の効率化を図ることを基本としている。他方、本アルゴリズムにおいてはハンド姿勢を制御したその直後のハンド位置と繰返しの中で得られている前回のハンド位置とを比較し、もし違ってしまった場合にはハンド姿勢を前回に戻し、ハンド位置の制御を優先させるアルゴリズムを加えている。このような本研究で提案する図2に示す繰返し順変換のアルゴリズムではロボットハンドの位置と姿勢の評価を別々に行う

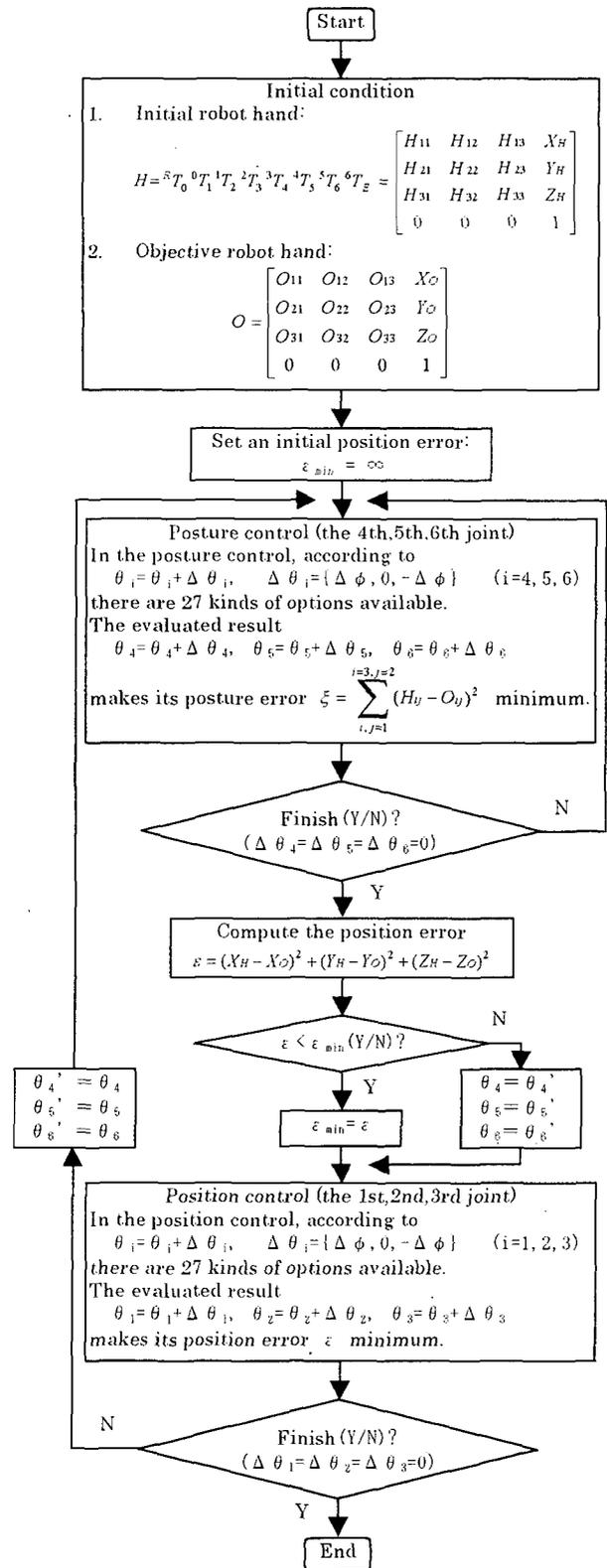


Fig.2 The flowchart of repeatedly direct kinematics

ことにより求解のための繰返し計算の回数を減少させながらもそれらの位置および姿勢の評価を融合させている。ロボットハンドにおける位置と姿勢の評価を融合しない場合には、ロボットハンドの位置を制御した時にはハンドの姿勢が崩れ、またハンド姿勢を制御した時にはハンドの位置が崩れるといった無限ループを形成してしまい解が収束しなくなってしまう、あるいは解が発散してしまう場合もあった。これに対してハンドの位置と姿勢の評価を図2に示すアルゴリズムのよ

Initial robot hand:				Objective robot hand:			
1.00	0.00	0.00	400.00	-0.37	-0.87	0.32	560.00
0.00	-1.00	0.00	-250.00	-0.48	0.47	0.73	290.20
0.00	0.00	-1.00	235.00	-0.79	0.11	-0.59	558.37
0.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00	1.00

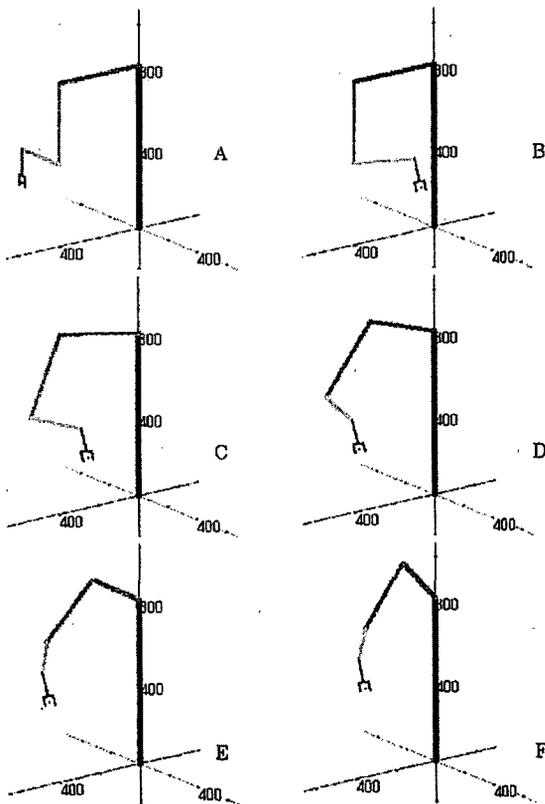
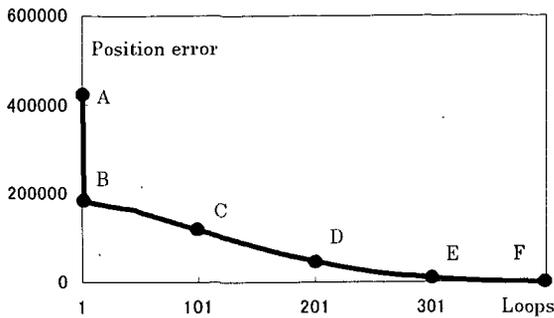
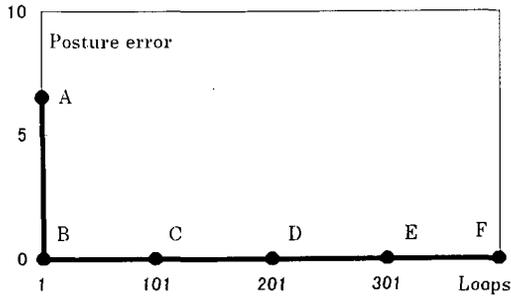


Fig.3 The example of an convergence in an answer

うに融合することにより安定した収束解が得られるようになった。またこのことはロボットハンドの位置と姿勢をさまざまに変化させ非常に多くの計算例を用いて確認した。図2のアルゴリズムを用いて得た解の一収束例を図3に示す。A点がロボットの初期位置・姿勢であり、F点が目標とするハンドの位置・姿勢である。A点からスタートし、B点においてまずロボットハンドの姿勢がほぼ目標とする姿勢に収束できている。

これ以降は目標とするハンド姿勢を保ちつつハンドが目標とする位置に近づいていく様子を示している。図3の計算例において、単純な繰返し順変換だけを用いた場合にはその計算回数はおよそ $3^6$ 通りであるのに対し、図2に示すアルゴリズムを用いた場合にはその計算回数は約 $2 \times 3^3$ 通りにまで減少させることができる。

ロボットアームの各関節を微動させたとき、ある方向においてハンドの運動が得られない、すなわちロボットの持つ特異姿勢においてはハンドの位置および姿勢の評価を行うことが困難である<sup>4)</sup>ことは本アルゴリズムにおいても当然考えられることである。従って多関節型ロボットにおける特異姿勢近傍では本研究で提案する繰返し順変換の手法であっても解が求まりにくくなったり、また解を特定することができない場合もあり得るので注意が必要である。なお、この点に関しては順運動学の繰返しの中で作成できるヤコビ行列式の値により判断することができる。

#### 4. ロボットハンドの同一の位置・姿勢に対する複数のアーム姿勢とその解

本研究で対象としている手首部にオフセットを有する多関節型ロボットにおいても、PUMA型ロボットと基本的に同じリンク構造を有しているため、ロボットハンドの同一の位置・姿勢に対してそれを実現するアーム姿勢とその解は基本的に8組存在している<sup>2)</sup>。図4に8組の解を求めるためのアルゴリズムを示すと同時に図4のアルゴリズムを用いて求めた8組の解の一例を図5に示す。図4に示すアルゴリズムにおいては陽に逆運動学の解が求められるPUMA型ロボットの8組の解を基本として解の探索を行っている。すなわち、まず最初に手首部のオフセットを0として与え、陽に求められる逆運動学の解を初期値とする。これよりオフセット $L_d (\neq 0)$ を与えそれ以降は繰返し順変換である図2のアルゴリズムを用いてそれぞれの逆運動学における解を求めている。第2, 4, 6, 8番目の解については、手首部のオフセットを0として与えることによりハンドのもつ幾何学的関係を用いて $\theta_4, \theta_5, \theta_6$ に関するもう一つの解を求める。そしてその解を初期値として $L_d (\neq 0)$ を与え、繰返し順変換により収束させた解である。第3と第7番目の解は同じくアーム部の幾何学的関係より $\theta_2$ と $\theta_3$ に関するもう一つの解を求め、その解を初期値として繰返し順変換を用いて収束させた解である。第5番目の解は $\theta_1$ と $\theta_2$ に関するもう一つの解を初期値として繰返し順変換を用いて収束させた解である。

上述のようにロボットハンドの同一の位置・姿勢に対してそれを実現する別のアーム姿勢を求めることは、とりわけロボットの作業軌道の生成において、アームの各関節の可動範囲から受ける運動範囲の拘束を回避した作業計画、あるいはアーム部と障害物との間に干渉がある場合において障害物を避けた作業計画を与えられることになる。

#### 5. 繰返し順変換の中で得られるヤコビ行列の計算

繰返し順変換においてはロボットの各関節に微小移動量を与え、その結果として得られるロボットハンドの位置と姿勢を評価している。このため各関節の微動によってハンドの位置および姿勢がどのように変化したかを計算すればヤコビ行列が求まることになる。ヤコビ行列 $J$ 、を式(5)に示すようにロ

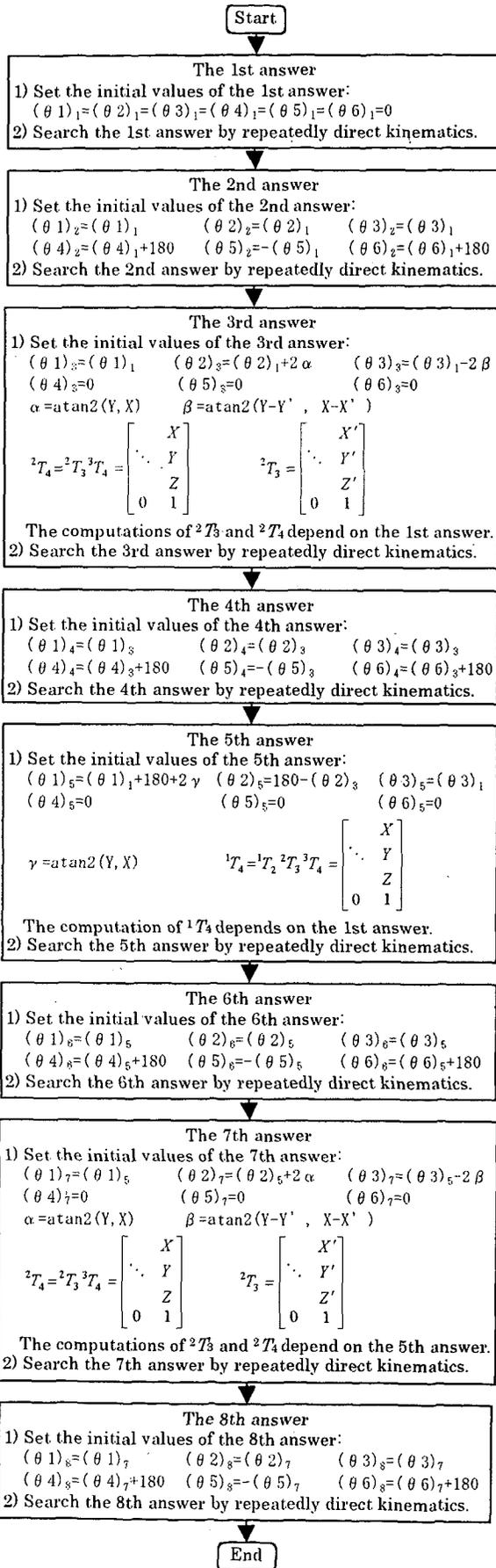


Fig. 4 The flowchart of searching 8 answers

ロボットの各関節の角速度ベクトル  $\dot{q}$  とベース座標系 ( $\Sigma_B$ ) に対するハンドの移動速度ベクトル  ${}^R\dot{P}_E$  および角速度ベクトル  ${}^R\omega_E$  との関係として表現することとする。

Objective robot hand:

0.66	-0.63	0.41	300.00
-0.73	-0.66	0.18	-11.16
0.16	-0.42	-0.90	493.93
0.00	0.00	0.00	1.00

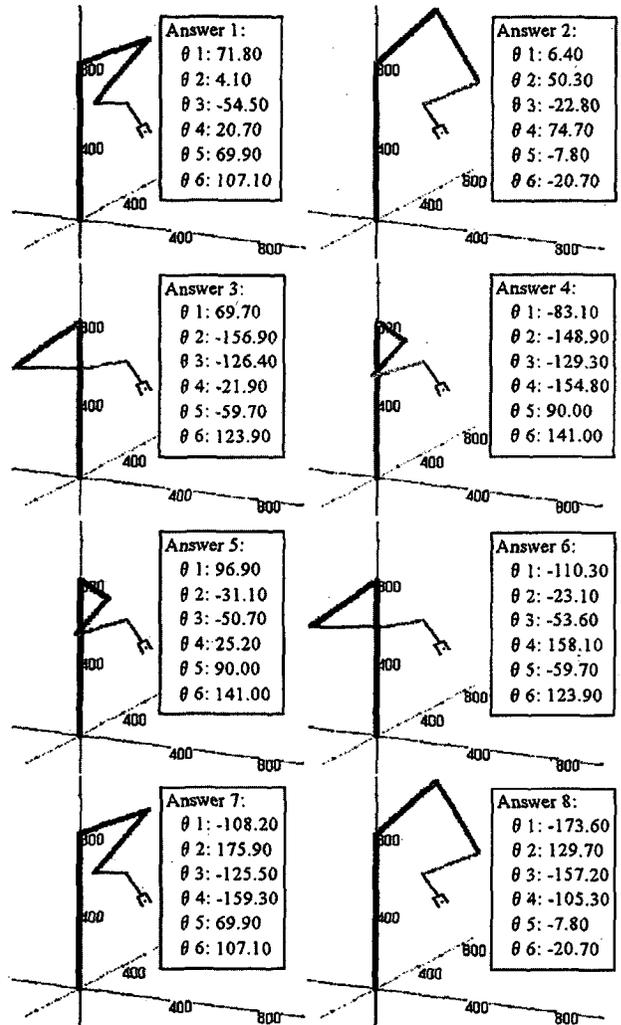


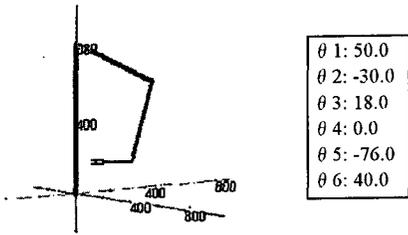
Fig. 5 An example of 8 answers ( $\Delta \phi = 0.1^\circ$ )

$$v = \begin{bmatrix} R \\ \dot{P}_E \\ \omega_E \end{bmatrix} = J_v \dot{q} = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} & J_{13} & J_{14} & J_{15} & J_{16} \\ J_{21} & J_{22} & J_{23} & J_{24} & J_{25} & J_{26} \\ J_{31} & J_{32} & J_{33} & J_{34} & J_{35} & J_{36} \\ J_{41} & J_{42} & J_{43} & J_{44} & J_{45} & J_{46} \\ J_{51} & J_{52} & J_{53} & J_{54} & J_{55} & J_{56} \\ J_{61} & J_{62} & J_{63} & J_{64} & J_{65} & J_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\theta_1/dt \\ d\theta_2/dt \\ d\theta_3/dt \\ d\theta_4/dt \\ d\theta_5/dt \\ d\theta_6/dt \end{bmatrix} \quad (5)$$

ここである姿勢におけるロボットハンドの同次変換行列を式(6)とし、いわゆる繰返し順変換の中で得られる第1軸  $\theta_1$  のみ微動  $\Delta\theta_1$  を与えた ( $d\theta_1 = \Delta\theta_1$ ,  $d\theta_2 = d\theta_3 = d\theta_4 = d\theta_5 = d\theta_6 = 0$ ) とときのハンドの同次変換行列を式(7)とする。

$$\begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} & X' \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} & Y' \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} & Z' \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\begin{bmatrix} R'_{11} & R'_{12} & R'_{13} & X' \\ R'_{21} & R'_{22} & R'_{23} & Y' \\ R'_{31} & R'_{32} & R'_{33} & Z' \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

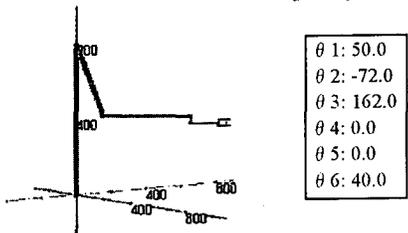


Jacobian:

$$J_v = \begin{bmatrix} 85.36 & 383.76 & 255.20 & -279.83 & 3.70 & 0.00 \\ 254.73 & 457.34 & 304.13 & -84.42 & 4.41 & 0.00 \\ 0.00 & 98.35 & -248.06 & 51.98 & -164.90 & 0.00 \\ 0.00 & 0.77 & 0.77 & -0.13 & 0.77 & -0.64 \\ 0.00 & -0.64 & -0.64 & -0.16 & -0.64 & 0.77 \\ 1.00 & 0.00 & 0.00 & -0.98 & 0.00 & -0.03 \end{bmatrix}$$

det(J<sub>v</sub>)=38867925.20

(a) Non-singular posture



Jacobian:

$$J_v = \begin{bmatrix} -366.81 & 244.53 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 634.14 & 291.42 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 688.61 & 565.00 & -250.00 & 165.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.77 & 0.77 & 0.64 & 0.77 & 0.64 \\ 0.00 & -0.64 & -0.64 & 0.77 & -0.64 & 0.77 \\ 1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \end{bmatrix}$$

det(J<sub>v</sub>)=0.00

(b) Singular posture

Fig.6 Examples of Jacobian

このとき式(6)と式(7)を用いてハンドの移動速度が

$${}^R \dot{P}_E = \begin{bmatrix} X'-X \\ Y'-Y \\ Z'-Z \end{bmatrix} / dt = \begin{bmatrix} J_{11} \\ J_{21} \\ J_{31} \end{bmatrix} \Delta\theta_1 / dt \quad (8)$$

のように、また、力学において一般に用いられる  $v = \omega \times r$  の関係より

$$\begin{cases} v_x = \omega_y z - \omega_z y \\ v_y = \omega_z x - \omega_x z \\ v_z = \omega_x y - \omega_y x \end{cases} \quad \text{すなわち} \quad \begin{cases} (R'_{11} - R_{11}) / dt = \omega_y R_{31} - \omega_z R_{21} \\ (R'_{22} - R_{22}) / dt = \omega_z R_{12} - \omega_x R_{32} \\ (R'_{33} - R_{33}) / dt = \omega_x R_{23} - \omega_y R_{13} \end{cases} \quad (9)$$

が得られる。式(9)を整理し、下式(10)を計算することにより第1軸のみ微動させたときのロボットハンドのベース座標系に対する角速度が得られる。

$${}^R \omega_E = \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{23} & -R_{13} & 0 \\ 0 & R_{31} & -R_{21} \\ -R_{32} & 0 & R_{12} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} R'_{11} - R_{11} \\ R'_{22} - R_{22} \\ R'_{33} - R_{33} \end{bmatrix} / dt = \begin{bmatrix} J_{41} \\ J_{51} \\ J_{61} \end{bmatrix} \Delta\theta_1 / dt \quad (10)$$

式(8)と式(10)よりヤコビ行列中の第1列目の要素が求まったことになる。第2~6軸についてもそれぞれの関節について同様の微動を与えることによりヤコビ行列中のすべての要素が計算できることになる。以上の操作によって得られたヤコビ

行列の一例を図6に示す。det(J<sub>v</sub>)=0.00の方はロボットの特異姿勢におけるヤコビ行列の一例である。

## 6. 結 言

本研究では繰返し順変換の手法を用いて多関節型ロボットアームの逆運動学問題に対する求解のアルゴリズムを検討した。本研究を通して得られた結論をまとめ以下に述べる。

- (1) 手首部にオフセットを有し、逆運動学を陽に解くことができない構造の多関節型ロボットアームについて逆運動学問題であるロボットの各関節角度を求めるアルゴリズムを提案した。
- (2) ロボットハンドの位置と姿勢のそれぞれの誤差評価を別々に行うアルゴリズムとすることにより繰返し計算の高効率化を可能にした。
- (3) ロボットハンドの同一の位置・姿勢を満足する複数のアーム姿勢とその解を見出すアルゴリズムを提案した。
- (4) 繰返し順変換を計算している中でおのずとヤコビ行列が計算できることを示した。
- (5) ロボットハンドの同一の位置・姿勢に対してそれを実現する別のアーム姿勢を求めることは、アームの各関節がもつ可動範囲により与えられる拘束の回避、あるいはアーム部と障害物との干渉を避けた軌道生成において有益である。

## 謝 辞

最後に、本研究の遂行にご協力いただいた金沢大学工学部野村久直氏に感謝申し上げます。また本研究の一部はファナックFAロボット財団の助成によって行われたことを付記し感謝申し上げます。

## 参 考 文 献

- 1) (株)不二越：産業用ロボットカタログ，(1998)。
- 2) 吉川恒夫：ロボット制御基礎論，コロナ社，(1995)。
- 3) 多田政忠：力学概説，学術図書，(1970)。
- 4) 内山 勝：人工の手の運動制御に関する研究(第1報，特異点を考慮した協調運動の計算)，日本機械学会論文集，45,391,C(1979) 314。
- 5) 神谷好承，久保哲也，青柳誠司，岡部佐規一：繰返し順変換によるロボットの運動制御，日本機械論文集，59,564,C(1993) 2389。
- 6) W.A.Wolovich et al.：A Computational Technique for Inverse Kinematics, Proc. 23<sup>rd</sup> IEEE CDC, (1986) 1359。
- 7) 大須賀公一，川村貞夫，小野敏郎：マニピュレータの Inverse Kinematics について，第9回 Dynamical System Theory シンポジウム資料，(1986) 35。
- 8) 小金澤綱一：冗長な自由度を有するマニピュレータの逆運動学の高速かつ安定な解法，日本ロボット学会誌，16,51(1998) 721。
- 9) D.E. Whitney: Resolved Motion Rate Control of Manipulators and Human Prostheses, IEEE Trans. Man-Machine Systems, 10,47, (1969) 53。
- 10) C.W. Wampler: Manipulator Inverse Kinematics Solutions Based on Vector Formulations and Damped Least-squares Methods, IEEE Trans. System, Man and Cybern., SMC-16, 1, (1986) 93。
- 11) Y.Nakamura and H.Hanafusa: Inverse Kinematic Solutions with Singularity Robustness for Robot Manipulator Control, J. Dynamic System, Mes., and Contr., 108, (1986) 163。
- 12) R.V.Mayorga, N.Milano and A.K.C.Wong: A Fast Procedure for Manipulator Inverse Kinematics Computation and Singularity Prevention, J. Robotic Systems, 10,1, (1993) 45。
- 13) K.L.Doty, C.Melchiorri and C.Bonivento: A Theory of Generalized Inverse Applied to Robotics, Int. J. Robotics Res., 12,1, (1993) 1。