

Yarn Path in Friction False Twisting

Part 1: Analysis of Yarn Path and Tension on Twisting Disk

Sukenori Shintaku*, Tetsuhiko Endo*, Toshiyasu Kinari*, Ryo Tamamura*

Abstract

Although the false-twisting by means of a friction disk unit is an efficient technique widely applied to manufacture the synthetic fiber yarns conventionally called 'textured yarns', the fundamental mechanics operating in the processing, especially the relationship between frictional and extensional forces and paths which a yarn experiences when twisted, is not sufficiently investigated to date. This series of reports aims to establish a theory that describes the mechanical behaviors of a yarn in the false-twisting process using a friction disk unit, and to obtain basic information about the yarn path and the frictional forces acting on the yarn. In the theoretical part of this article, the forces balance equations, which determined a yarn path contacting with the toric surface of a single false-twisting-disk unit, were developed on the basis of differential geometry of curved surfaces. In the experimental part, the path shape of a yarn contacting with the toric surface of twisting disk was photographed and simultaneously the yarn tension was measured under several combinations of processing conditions: the yarn entrance direction and feed velocity, the rotational speed of the twisting disk, etc. The data obtained coincided fairly with analytical estimations and the presented scheme was confirmed to be valid for predicting the behaviors of a yarn in the false-twisting processing using a friction disk unit.

Key Words: textured yarn, friction twisting, toric surface of single disk, yarn path analysis, yarn tension

(Received February 10, 1999)

(Accepted for Publication July 16, 1999)

ディスク型フリクション仮撚における糸の走行経路

(第1報) ディスク上を走行する糸の経路と張力の解析

新宅 救徳*, 遠藤 哲彦**, 喜成 年泰*, 玉村 亮*

1. 緒言

フリクション式仮撚は合成繊維に伸縮性やかさ高性を与える仮撚加工法のひとつとして工業的に広く用いられている。特に、走行する糸を回転する複数の円板(ディスク)に順次圧接させ、摩擦力によって糸に加撚と解撚を加える方法が古くから用いられ

ている。この場合、ディスクの配列によっては、ディスクの回転によって糸に回転力とともに糸送り力が与えられるので、糸張力が過大にならず、適正張力で高速加工が可能である。このように工業的に広く用いられているシステムであるが、ディスクの寸法・形状、配列の仕方、運転条件等は経験的に決められていることが多く、糸とディスクの接触状態

* 会員, Member, 金沢大学工学部, Faculty of Engineering, Kanazawa University, 金沢市小立野, Kodatsuno, Kanazawa

** 会員, Member, 東レエンジニアリング(株), Toray Engineering Co., Ltd., 大津市園山, Sonoyama, Otsu

(走行経路, 作用力) について工学的な解明はほとんどなされてこなかった。

本研究ではディスクユニット内での糸走行経路とディスクが糸に与える摩擦力の解明をめざし, ここでは1枚のディスクにだけ糸が接している場合を想定し, 条件の変化による糸経路や張力への影響を理論的に解明するとともに, 実験的に検証した。

2. 曲面上を動く糸の理論式

2.1 糸の平衡

完全にたわむことができ, 伸びない糸に力が働いている状態を考える。このとき糸の描く空間曲線を線長 s の関数として $\vec{P}(s)$ で与え, 曲線の接線方向単位ベクトルを ξ_1 , 法線方向単位ベクトルを ξ_2 , 従法線方向単位ベクトルを ξ_3 で表す。また糸にかかる張力 T は接線方向にだけ働くので $T\xi_1$ で与えられる。糸の微小部分 ds に作用する外力を $\vec{F}ds$ とすると線素 ds に関する力の平衡は,

$$(T\xi_1)_{s+ds} - (T\xi_1)_s + \vec{F}ds = 0 \quad (1)$$

となる。ここで, $(T\xi_1)_{s+ds}$ の定義は

$$(T\xi_1)_{s+ds} = (T\xi_1)_s + \frac{d}{ds}(T\xi_1)ds \quad (2)$$

であるから,

$$\frac{dT}{ds}\xi_1 + T\frac{d\xi_1}{ds} + \vec{F} = 0 \quad (3)$$

を得る。

(3)式の第1項は接線方向, 第2項は主法線方向であるから, 外力 F は従法線方向には成分を持たず, 糸の作る曲線の接触平面内にあることを示している。

2.2 曲面上に張った糸

滑らかですべての点において凸である曲面に糸が密接している場合を想定する。図1の斜線の部分を曲面とし, 糸は紙面に垂直に奥から手前に向いている曲線と考えると単位接ベクトル ξ_1 は糸と同じ向きである。 e を曲面の単位法線ベクトル, 曲線の主法線方向ベクトルを ξ_2 , 従法線方向ベクトルを ξ_3 , η は $e \times \xi_1$ のベクトルである。

いま, 糸と曲面の双方が静止していると仮定すると, 曲面と糸の間に摩擦力は発生しないから, 糸に働く束縛力または抗力 S の方向は曲面に垂直であり, e の方向となる。糸が曲面を圧する方向は ξ_2 の方向であるから, 糸に長さ方向以外から力が働かない場合, ξ_2 と e は一直線上にのり, 糸は曲面上を最

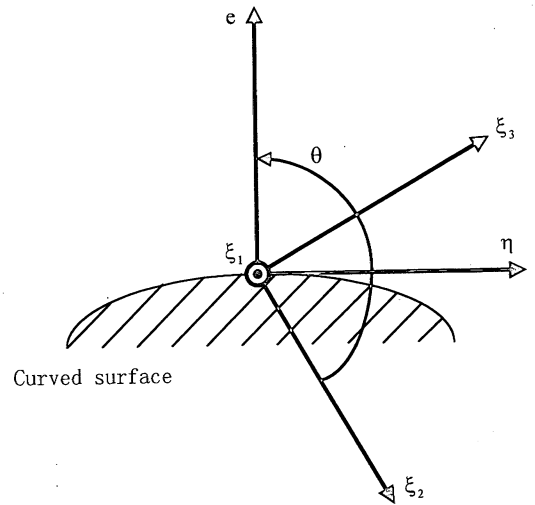


Fig. 1 Vectors on the curved surface.

短距離となる経路をとる。このとき糸が描く曲線は測地線といわれる。糸と曲面の間に糸の長さ方向以外の摩擦力が働くと(3)式より, 接平面方向にも作用力が働き, ベクトル ξ_1 と η で表される。

前節と同様に, 糸の描く曲線を線長 s の関数 $\vec{P}(s)$ と考え, その曲率を計算する。 $\vec{P}(s)$ の曲率は $\vec{P}''(s)$ であり, 曲面の接平面方向 η と法線方向 e とに分解することができるので, (4)式のように表すことができる。

$$\vec{P}''(s) = \frac{d\xi_1}{ds} = \vec{k}_g + \vec{k}_n = k_g\eta + k_n e \quad (4)$$

k_g は曲面上の曲線 $\vec{P}(s)$ の測地的曲率, k_n は法曲率である。

糸に作用する外力 \vec{F} は曲面が糸に及ぼす法線方向の抗力 F_e と接平面内で糸と曲面の相対移動方向に作用する摩擦力 $\mu F_e s$ である。 (e_s は接平面方向の単位ベクトル)

これらを(3)式に代入すると,

$$\frac{dT}{ds}\xi_1 + T(k_n e + k_g\eta) + F_e + \mu F_e s = 0 \quad (5)$$

となる。よって単位法線ベクトル e 方向への力の釣り合いより, 次式が成り立つ。

$$Tk_n + F = 0 \quad (6)$$

2.3 輪環面上に張った糸

フリクション式仮燃において, 糸はディスクの輪環面の端面にだけ接していると仮定できる。いま, ディスクの幾何学的形状を図2(a)に示す輪環面で

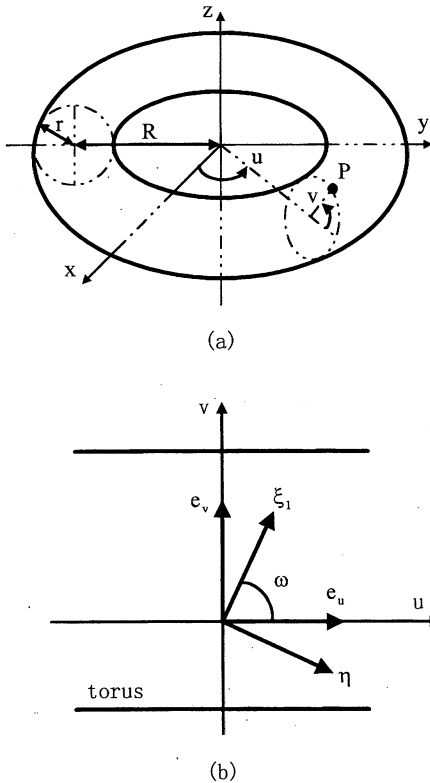


Fig. 2 The space which yarn makes.
 (a) The geometry of a torus
 (b) Vectors of the yarn put on torus's surface

表すことにする。

輪環の中心までの距離を R 、環の半径を r とし、端面の子午線方向の角度を v 、輪環の緯線方向の角度を u と置くと、輪環面上の曲面座標は次式のようになる。

$$\begin{aligned} \vec{P}(x, y, z) &= \vec{P}(u, v) \\ &= ((R + r \cos v) \cos u, (R + r \cos v) \sin u, r \sin v) \end{aligned} \quad (7)$$

上式より、この曲面の単位法ベクトル e 、緯線方向 (u 方向) 単位接ベクトル e_u 、子午線方向 (v 方向) 単位接ベクトル e_v が得られる。

ここで、輪環面上に張った糸が図 2 (b) のように、緯線方向に対して角度 ω 傾いているとすると、糸の描く曲線の単位接ベクトル ξ_1 は

$$\begin{aligned} \xi_1 &= e_u \cos \omega + e_v \sin \omega \\ &= (-\sin u \cos \omega - \sin v \cos u \sin \omega, \cos u \cos \omega - \sin v \sin u \sin \omega, \cos v \sin \omega) \end{aligned} \quad (8)$$

となり、単位接ベクトル ξ_1 と垂直でかつ曲面に接

している単位接ベクトル η は

$$\begin{aligned} \eta &= e \times \xi_1 = -e_u \sin \omega + e_v \cos \omega \\ &= (\sin u \sin \omega - \sin v \cos u \cos \omega, -\cos u \sin \omega - \sin v \sin u \cos \omega, \cos v \cos \omega) \end{aligned} \quad (9)$$

となる。

また、 $\frac{du}{ds} = \frac{\cos \omega}{R + r \cos v}$, $\frac{dv}{ds} = \frac{\sin \omega}{r}$ より、

$$\frac{du}{dv} = \frac{1}{(\rho + \cos v) \tan \omega} \quad (10)$$

(ただし $\rho = R/r$)

となる。

(4)式より、曲線の曲率は ξ_1 を線長 s で微分すると得られ、接平面方向 η と法線方向 e とに分解することができた。よって輪環面上に張った糸の測地的曲率 k_g は

$$k_g = \eta \cdot \frac{d\xi_1}{ds} = \frac{d\omega}{ds} + \frac{\sin v}{R + r \cos v} \cos \omega \quad (11)$$

法曲率 k_n は

$$k_n = e \cdot \frac{d\xi_1}{ds} = -\frac{\cos v}{R + r \cos v} \cos^2 \omega - \frac{1}{r} \sin^2 \omega \quad (12)$$

となる。(11)式は G. Monge の公式、(12)式は L. Euler の公式と呼ばれるもの¹⁾を、輪環面の緯線方向と ω の角をなす曲線に対して適用した結果と一致する。

2.4 静止している糸の回転するディスク上での理論経路

実際に回転しているディスクに糸が接触すると糸は回転するが、現象を簡単にするため、以下では糸自体の回転および撚りを無視して考察を進める。回転しているディスクに静止している糸が接している場合、接面上での摩擦力 $\mu F e_s$ はディスクの回転方向にだけ働くので、方向ベクトル e_s は緯線方向 (u 方向) 単位接ベクトル e_u となる。このとき摩擦力 $\mu F e_u$ は、図 3 (a) のように糸の接面上における接線方向 ξ_1 と垂直方向 η とに分解でき、これを (5)式に代入して各方向成分ごとに求めると、以下の式が得られる。

$$T k_g - \mu F \sin \omega = 0 \quad (13)$$

$$\frac{dT}{ds} + \mu F \cos \omega = 0 \quad (14)$$

よって、接面上での釣り合いは(6), (11), (12), (13)式より

$$\begin{aligned} \frac{d\omega}{dv} &= \mu \left(\frac{\cos v \cos^2 \omega}{\rho + \cos v} + \sin^2 \omega \right) \\ &\quad - \frac{\sin v}{(\rho + \cos v) \tan \omega} \end{aligned} \quad (15)$$

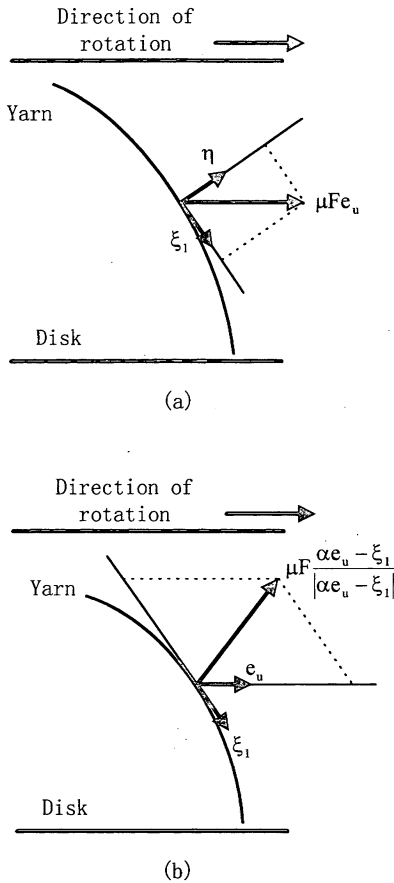


Fig. 3 Friction force which acts on the yarn.
 (a) A case in which the yarn is not running
 (b) A case in which the yarn is running

となる。また、(6)、(12)、(14)式より、

$$\frac{dT}{dv} = -\frac{\mu T}{\tan \omega} \left(\frac{\cos v}{\rho + \cos v} \cos^2 \omega + \sin^2 \omega \right) \quad (16)$$

となる。

以上から(10)、(15)式を解くとディスク上の糸の曲線が得られ、また(15)、(16)式を解くとディスク上の糸の張力が得られる。しかしこれら2つの連立微分方程式を解析的に解くことはできない。そこで数値解法のひとつであるルンゲクッタ法を用いて、糸の近似曲線と張力を求めた。

2.5 動いている糸の回転するディスク上での理論経路

順次送られている糸が回転しているディスクに接触している場合、糸は曲面に対して ξ_1 方向に動い

ており、また曲面は e_u 方向に回転している。このときディスクの周速を v_D 、糸の送り速度を v_Y とすると糸に作用する摩擦力の方向ベクトル e_s は図3(b)

より、 $v_D/v_Y = \alpha$ として $e_s = \frac{\alpha e_u - \xi_1}{|\alpha e_u - \xi_1|}$ で表される。これを(5)式に代入して、接線方向 ξ_1 、垂直方向 η 、それぞれの力の釣り合いを求めると、(17)、(18)式が得られる。

$$Tk_g - \mu F \frac{\alpha \sin \omega}{\sqrt{\alpha^2 - 2\alpha \cos \omega + 1}} = 0 \quad (17)$$

$$\frac{dT}{ds} + \mu F \frac{\alpha \cos \omega - 1}{\sqrt{\alpha^2 - 2\alpha \cos \omega + 1}} = 0 \quad (18)$$

よって、接平面上での釣り合いは(6)、(11)、(12)、(17)式より、

$$\frac{d\omega}{dv} = \frac{\mu \alpha}{\sqrt{\alpha^2 - 2\alpha \cos \omega + 1}} \times \left(\frac{\cos v \cos^2 \omega}{\rho + \cos v} + \sin^2 \omega \right) - \frac{\sin v}{(\rho + \cos v) \tan \omega} \quad (19)$$

となる。また(18)式に(6)、(12)式を代入して

$$\frac{dT}{dv} = -\frac{\mu T (\alpha \cos \omega - 1)}{\sin \omega \sqrt{\alpha^2 - 2\alpha \cos \omega + 1}} \times \left(\frac{\cos v \cos^2 \omega}{\rho + \cos v} + \sin^2 \omega \right) \quad (20)$$

が得られる。以下、2.4節と同様にして(19)、(20)、(10)式をルンゲクッタ法で解くと、糸が送られているときの走行経路と張力が求められる。

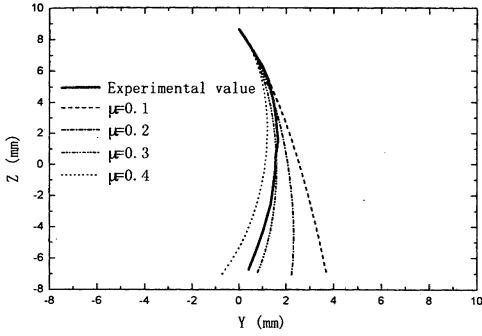
3. 実験による理論式の検討

実際に回転しているディスクに糸を接触させ糸経路と張力の測定を行った。実験結果と糸の回転はないものと仮定して導出した理論式との比較検討を行う。また、実際の仮燃加工と同様にして糸を送りながらの実験においては、種々の糸送り速度やディスク回転数に対する糸の経路および張力を測定した。

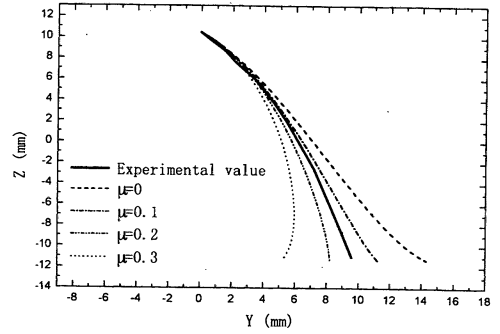
3.1 実験方法

回転数を調節できるモーターに1枚のディスクを取り付け、いろいろな角度で糸を押し当てる。また同様のモーターで糸を順次巻き取り、糸の送り速度 v_Y を変えながら実験を行った。

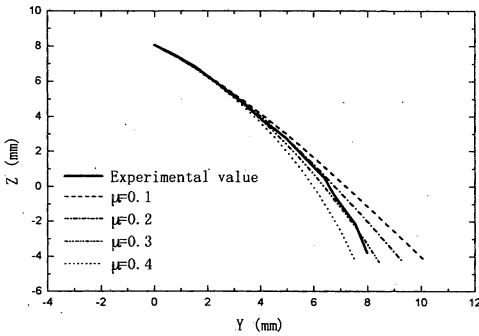
使用したディスクはアルミ製とクロムコーティングを施したものの2種類で寸法はともに $R=90$



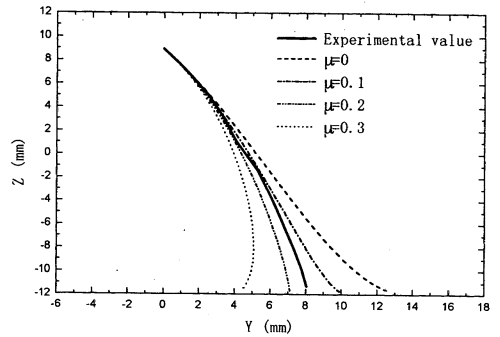
(a)



(a)



(b)



(b)

Fig. 4 Yarn path on a disk made of aluminum.
 (a) Rotational speed of the disk : 150rpm
 Entrance angle of the yarn : $\omega = 4.99$ rad
 (b) Rotational speed of the disk : 350rpm
 Entrance angle of the yarn : $\omega = 5.46$ rad

Fig. 5 Yarn path on a disk which is chromium coated.
 (a) Rotational speed of the disk : 150rpm
 Entrance angle of the yarn : $\omega = 5.24$ rad
 (b) Rotational speed of the disk : 350rpm
 Entrance angle of the yarn : $\omega = 5.20$ rad

mm, $r=12$ mmである。糸経路をデジタルカメラで真正面から撮影し、その画像をパソコンに取り込む。ディスクの回転速度 v_D や糸の送り速度 v_Y を変えて同じ実験を数回繰り返す。使用した糸はポリエステルフィラメント糸150D/48F (16.7tex)である。取り込んだ画像から理論式を解くために必要な初期値を求め、実際の糸経路と理論式とを比較し、摩擦係数 μ を推定した。

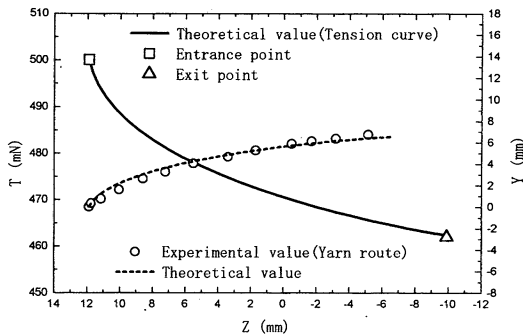
また、張力計を用いて糸の進入点と脱出点での張力を測定する。摩擦係数 μ と進入点での張力 T_1 を初期値として理論式に代入し、上述の数値計算によって得られた、脱出点における張力 T_2 の理論値を実験値と比較した。

3.2 糸経路と摩擦係数 μ

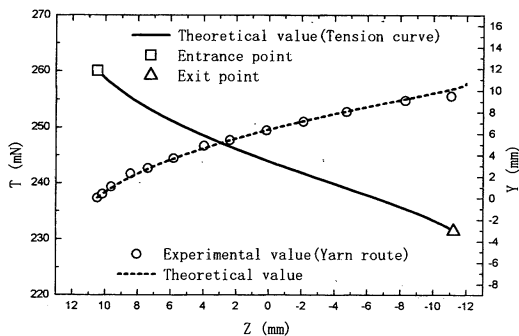
理論式の確認を目的とするため糸経路の特定が容易になるよう、糸の送り速度を $v_Y=0$ とし、種々のディスク回転数において糸経路を観察した。得られた画像を元にして、糸が最初にディスクと接触した地点でのパラメータ v, u, ω を求める。それらを初期値として理論式(10), (15)式に代入して理論糸経路を得る。実験によって得られた実際の糸経路と理論式から得られた糸経路の一例を図4 (アルミ製ディスク) および図5 (クロムコーティングディスク) に示す。2つの糸経路の形状を比較するとアルミ製のディスクは高回転になるほど実験値と理論値が異なる場合が多かった。これはアルミ製ディスクと糸の間の摩擦係数 μ が比較的大きく、ディスクが高回転に

Table 1 Result of tension measurement. (A case in which the yarn is not running)

	Entrance point		Exit point		
	ω (rad)	T_1 (mN)	Z (mm)	T_2 (mN) Experimental value	T_2 (mN) Theoretical value
Test1	5.43	700	-9.11	600	607.0
Test2	5.14	500	-9.90	450	462.0
Test3	5.01	420	-9.44	400	403.0
Test4	5.25	260	-11.23	230	231.5



(a)



(b)

Fig. 6 Comparison between the theoretical value and the experimental value.

(Case in which the yarn is not running)

(a) Result of test 2 in Table 1

(b) Result of test 4 in Table 1

なるほど糸に振動が生じやすくなるためであると考えられる。そこで振動の生じない低回転での実験に注目すると、実際の糸経路と比較して理論式が描く糸経路はほぼ同様の曲線を描いていることがわかる。これらの実験結果より、アルミ製ディスクでは摩擦係数 μ が0.32の曲線と、クロムコーティングデ

ィスクでは摩擦係数 μ が0.15の曲線と一致しているといえる。

3.3 張力の測定

前節と同様に糸の送り速度を $v_Y=0$ にして、種々のディスク回転数において糸張力を測定した。理論式を解くために必要なパラメータ v , ω を画像から求め、実験で測定した進入点での張力 T_1 とともに初期値として(15), (16)式に代入する。また前節の実験により曲線とよく一致した摩擦係数 μ を使用する。使用したディスクは実際にフリクション式仮燃機で使用されているクロムコーティングディスクで、ディスク回転数は150rpmとした。

各実験における進入点での糸の傾き ω , 張力の実測値および理論値を表1に示す。図6に、理論式から得たディスク上の各地点における張力曲線を示す。また同時に、実験により得られた糸経路および理論式によって得られた糸経路も示す。

実験結果より、脱出点での張力 T_2 および糸経路の実験値を理論値と比較するとほぼ一致していることがわかる。このことから今回導出した理論式は適切であることが確認された。

3.4 条件の違いによる糸経路および張力への影響

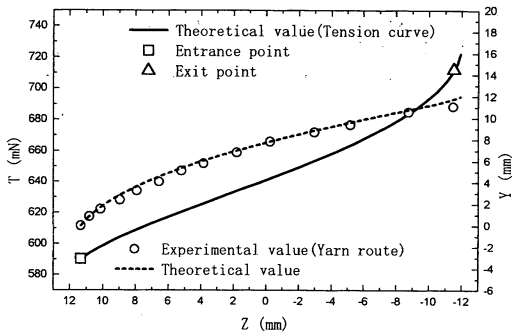
前節より、理論曲線と実験曲線が一致する、糸とディスクとの摩擦係数 μ がわかり、導出した理論式が適切であることが確認された。そこで実際の仮燃加工と同様にして糸を送りながら実験を行い、糸経路と張力の変化を条件を変えて測定する。

ディスクの周速度を v_D , 糸の送り速度 v_Y をとし、 $\alpha=v_D/v_Y=2.0, 1.5, 1.0$ でそれぞれ実験を行った。

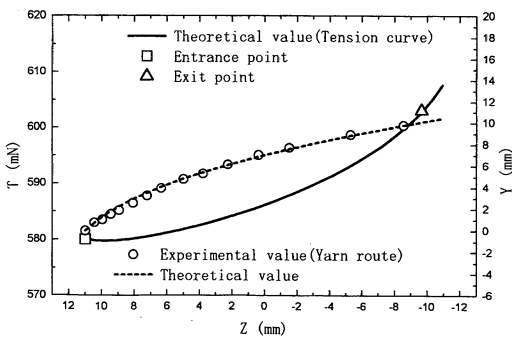
糸経路と張力曲線は理論式の(19), (10)式, または(19), (20)式から求める。使用するディスクはクロムコーテ

Table 2 Result of tension measurement. (A case in which the yarn is running)

	α	Entrance point		Exit point		
		ω (rad)	T_1 (mN)	Z (mm)	T_2 (mN) Experimental value	T_2 (mN) Theoretical value
Test1	1.0	5.36	590	-11.55	680	700.8
Test2	1.0	5.28	590	-11.52	700	711.8
Test3	1.5	5.35	540	-11.46	570	594.7
Test4	1.5	5.20	520	-10.40	590	586.5
Test5	2.0	5.35	540	-10.63	540	556.0
Test6	2.0	5.27	580	-9.67	580	603.0



(a)



(b)

Fig. 7 Comparison between the theoretical value and the experimental value.

(Case in which the yarn is running)

(a) Result of test 2 in Table 2

(b) Result of test 6 in Table 2

イングディスクである。

表 2 は $\alpha=1.0$ ($v_D=471\text{mm/s}$, $v_Y=448\text{mm/s}$), $\alpha=1.5$ ($v_D=565\text{mm/s}$, $v_Y=377\text{mm/s}$), $\alpha=2.0$ ($v_D=565\text{mm/s}$, $v_Y=281\text{mm/s}$) でそれぞれ実験した結果であり, 進入点での糸の傾き ω , 張力の実測

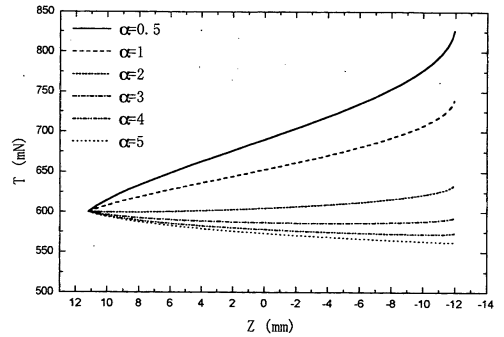


Fig. 8 Theoretical value of the yarn tension from the entrance to the exit of the disk with a fixed entrance angle. ($\omega=5.3\text{rad}$)

値と理論値を示している。図 7 に理論式から得た、ディスク上の各地点における張力曲線を示す。また同時に、実験により得られた糸経路および理論式によって得られた糸経路も図 7 に示す。

これらの結果より糸の理論式が描く糸経路と張力曲線は実際とはほぼ同じであることが分かり、糸が送られている場合においても、理論式は正しいということが確認された。また α の値が小さいほど張力 T_1 , T_2 の差が大きくなることがわかった。

図 8 に糸の傾き $\omega=5.3\text{rad}$ のときの種々の α に対する張力曲線の変化を理論式によって示した (初期値 $v=1.2\text{rad}$, $T_1=60\text{gf}$)。図 8 より、 α が小さいと脱出点の張力が高くなり、 α が増加する (v_Y に対して v_D が大きい) と脱出点の張力が下がっていくという経験則が確認できる。また、 $\alpha=2.0$ 付近が最も張力の変化が少ないことも確認された。これは実際のフリクション式仮撚加工が $\omega=5.4\text{rad}$, $\alpha=2.0$ 付近で行われていることもほぼ一致する。

Guang-Wu Du ら²⁾ はディスク表面を有限個の要素に分割して糸のトルクを含んだ解析を行っている

が、曲線の経路については曖昧である。これに対して本報の結果は、糸の経路を数学的に明解に説明するものである。

4. 結 言

本研究ではフリクション式仮撚におけるディスクユニット内での糸の挙動を理論的に解明することを目的とし、今回は1枚のディスクに接している場合だけに注目した。

ディスクと接する糸が作る曲面を輪環面と考え、ディスク上の各点を座標式で表した。この座標式と糸に働く力の平衡関係から理論式(10), (19), (20)式を導出した。

ディスクに接している糸の経路および進入点、脱出点における糸張力を実際に測定することによって

理論式の描く糸経路や張力変化が適切であることが証明された。

以上より糸の進入条件や送り速度、ディスクの回転速度の違いによる糸経路や張力の変化を理論的に知ることができるようになった。

今後、複数枚のディスクに接している場合においてディスクの大きさやディスク間距離など、各条件の違いによる糸の挙動変化を理論的に解明したい。

本研究を進めるに際し、実験装置製作にご協力いただいた金沢大学工学部工作センターに感謝する。

参考文献

- 1) Tominosuke Otsuki; "Bibunkikagaku", P69, P116, Asakura Shoten(1961)
- 2) W. D. Guang, W. S. Hearl; Text. Res. J., 61, 341(1991)