

X線侵入深さを考慮した三軸応力解析:その2.一部の 応力勾配を無視できる場合への積分法の適用

メタデータ	言語: jpn 出版者: 公開日: 2017-10-02 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: メールアドレス: 所属:
URL	http://hdl.handle.net/2297/43391

X線侵入深さを考慮した三軸応力解析*

(その2. 一部の応力勾配を無視できる場合への積分法の適用)

吉岡靖夫** 佐々木敏彦*** 倉元真実***

Multiaxial Stress Analysis taking Account of the Penetration Depth of X-Rays

(Part 2. An Application to the Determination of
Stress Components with Non-Stress Gradients)

by Yasuo YOSHIOKA, Toshihiko SASAKI and Masami KURAMOTO

In Part 1, the general solution for the X-ray multiaxial stress analysis by the integral method was proposed with considering the X-ray penetration depth to the specimen. This paper treats on an application of the method mentioned in Part 1. No stress gradients are assumed in the stress components σ_{11} , σ_{22} and σ_{12} , respectively but stress components σ_{13} , σ_{23} and σ_{33} are all zero in the outer surface and have stress gradients within the X-ray penetration depth. The main advantage of this method is that the stress components can be completely determined without the use of the precise value of the interplaner spacing d_0 or Bragg's angle $2\theta_0$ in the stress free state.

1. ま え が き

著者らは前報(「その1」)¹⁾において積分法によるX線三軸応力解析の一般解法について述べ、従来の $\sin^2\psi$ 法や、それを発展したDölleらの方法²⁾で解き得ないケースについても、解が得られることを明らかにした。この積分法では、応力成分(σ_{110} , σ_{120} , σ_{220})と応力勾配成分(A_{11} , A_{12} , A_{13} , A_{22} , A_{23} , A_{33})の計9個の値を求めるために8個の方程式を作り、さらに無応力時の格子面間隔 d_0 又は回折角 $2\theta_0$ を用いて計9個の方程式を連立させる。

ところで「その1」でも述べたことであるが、DölleらのX線三軸応力解析法は、1)X線の侵入領域内で三軸応力状態にあること、2)応力勾配が存在しないの2点が前提である。しかし、2)は実際には成立しないことは明らか

かで、それを無視した解析を行っている。したがって得られた解もあくまで近似解として取り扱う必要があらう。また、もし2)の前提は容認しても、実際の測定では d_0 または $2\theta_0$ の正確な値を必要とすることは、それが特に垂直応力成分 σ_{11} , σ_{22} , σ_{33} の精度を決定するだけに、重要な問題である。そのためDölleらの方法を実施するために、 d_0 または $2\theta_0$ の測定法が提案されているが³⁾、用いた値及びそれによって求めた応力値が妥当なものであるか否かをチェックすることは困難である。

この点は「その1」¹⁾の一般解も事情は全く同じであり、9個の成分をすべて未知数とするときは、同様に $2\theta_0$ の正確な値が必要となる。

そこでここでは、垂直応力 σ_{11} , σ_{22} 及びせん断応力 σ_{12} には応力勾配は存在しないとの仮定をもうけて、 $2\theta_0$ の正確な値を用いずに応力を求める方法を提案する。この仮定をもうけても、 σ_{13} , σ_{23} , σ_{33} 成分が最表面では0であるとの前提は保たれているため、仮定としてはDölleらのものより合理的であると考ええる。

* 昭和58年1月7日原稿受付 第15回SSM講演会で講演

** 武蔵工業大学(世田谷区玉堤)
Musashi Institute of Technology

*** 職業訓練大学校(相模原市相原)
The Institute of Vocational training

2. 基本的仮定

2.1 応力状態

「その1」¹⁾では、図1のように試料表面に座標系を設定した場合、応力成分 $\sigma_{ij}(z)$ を次式のように設定した。

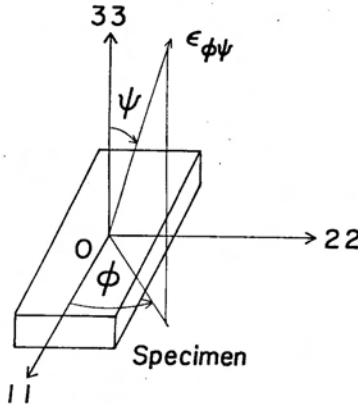


図1 座標系と ϕ , ψ 角の定義

但し、 z は表面からの深さである。

$$\begin{aligned} \sigma_{ij}(z) &= \begin{bmatrix} \sigma_{11}(z) & \sigma_{12}(z) & \sigma_{13}(z) \\ \sigma_{12}(z) & \sigma_{22}(z) & \sigma_{23}(z) \\ \sigma_{13}(z) & \sigma_{23}(z) & \sigma_{33}(z) \end{bmatrix} \\ &= \sigma_{ij0} + A_{ij} \cdot z \\ &= \begin{bmatrix} \sigma_{110} & \sigma_{120} & 0 \\ \sigma_{120} & \sigma_{220} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{12} & A_{22} & A_{23} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{bmatrix} \cdot z \end{aligned} \quad \dots\dots(1)$$

この9個の成分を全部解くためには、「その1」で述べたように、 d_0 または $2\theta_0$ が必要である。そこで、 $2\theta_0$ は用いず、かつ三軸応力状態は保つということより、 $\sigma_{11}(z)$, $\sigma_{12}(z)$ 及び $\sigma_{22}(z)$ 成分の応力勾配はないものと仮定した。すなわち、(1)式で

$$A_{11} = A_{12} = A_{22} = 0 \quad \dots\dots(2)$$

とすると、 $\sigma_{ij}(z)$ は次のように簡単になる。

$$\sigma_{ij}(z) = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & 0 \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & A_{13} \\ 0 & 0 & A_{23} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{bmatrix} \cdot z \quad \dots\dots(3)$$

この場合は、6個の成分を求めることになる。なお、

$$\begin{bmatrix} B_0(\phi) \\ B_2(\phi) \\ B_4(\phi) \\ A_2(\phi) \\ A_4(\phi) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}(\phi) & a_{12}(\phi) & a_{13}(\phi) & a_{14}(\phi) & a_{15}(\phi) & a_{16}(\phi) \\ a_{21}(\phi) & a_{22}(\phi) & & & & \\ a_{31}(\phi) & & & & & \\ a_{41}(\phi) & & & & & \\ a_{51}(\phi) & & & & & a_{56}(\phi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{22} \\ A_{13} \\ A_{23} \\ A_{33} \end{bmatrix} \quad \dots\dots(8)$$

σ_{110} , σ_{120} , σ_{220} をそれぞれ σ_{11} , σ_{12} , σ_{22} と今後表示する。

2.2 X線侵入深さ

「その1」と同様に有効X線侵入深さ T は次式で表わす。

$$T = \frac{\sin^2\theta - \sin^2\psi}{2\mu \cdot \sin\theta \cdot \cos\psi} \approx T_0 - T' \cdot \sin^2\psi \quad \dots\dots(4)$$

ここで μ は線吸収係数であり、第二項の $\sin^2\psi$ に対する一次近似式の成立する範囲は、 $50^\circ > \psi > 0^\circ$ とする。また T_0 は $\psi = 0^\circ$ におけるX線侵入深さ、 T' は勾配である。

3. 基本式

X線侵入領域内の重みつき格子ひずみ $\langle \epsilon_{\psi\psi} \rangle$ を次のように表わす。

$$\begin{aligned} \langle \epsilon_{\psi\psi} \rangle &= \frac{\int_0^T \epsilon_{\psi\psi}(z) \cdot I(z) \cdot dz}{\int_0^T I(z) \cdot dz} \\ &= \frac{\int_0^T \epsilon_{\psi\psi}(z) \cdot \exp(-z/T) dz}{\int_0^T \exp(-z/T) \cdot dz} \\ &= \frac{1+\nu}{E} \left\{ (\sigma_{11} \cdot \cos^2\phi + \sigma_{12} \cdot \sin 2\phi \right. \\ &\quad \left. + \sigma_{22} \sin^2\phi) \sin^2\psi \right\} - \frac{\nu}{E} (\sigma_{11} + \sigma_{22}) \\ &\quad + W \cdot T \left\{ \frac{1+\nu}{E} \left[A_{33} \cdot \cos^2\phi \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + (A_{13} \cos\phi + A_{23} \sin\phi) \cdot \sin 2\phi \right] \right. \\ &\quad \left. - \frac{\nu}{E} A_{33} \right\} \quad \dots\dots(5) \end{aligned}$$

ここで

$$W = \frac{\exp(-z/T)(1+z/T) - 1}{\exp(-z/T) - 1} \quad \dots\dots(6)$$

は重みつき係数である。 $z = T$ としたとき $W = 0.42$, $z = \infty$ で $W = 1$ となる。

4. 積分法⁴⁾⁵⁾による σ_{ij} , A_{ij} の決定

(5)式の ψ 項を $\cos 2\psi$, $\cos 4\psi$, $\sin 2\psi$, $\sin 4\psi$ の倍角に変換して整理する。

$$\langle \epsilon_{\psi\psi} \rangle = B_0 + B_2 \cos 2\psi + B_4 \cos 4\psi + A_2 \sin 2\psi + A_4 \sin 4\psi \quad \dots\dots(7)$$

係数 B_0 , B_2 ……は、 σ_{ij} , A_{ij} , E , ν , W , T 及び ϕ を含むが、 ϕ の関数としてマトリクス表示を行う。

係数 $a_{ij}(\phi)$ は E, ν, W, T_0, T' により決定される。
 さて $B_0(\phi)$ 等の係数は、前報と全く同じ積分操作によって求める。すなわち、両辺にそれぞれ $1, \cos 4\phi, \sin 2\phi, \sin 4\phi$ を掛けて、 $+45^\circ$ より -45° 迄の間の定積分を行う。

$$C_0(\phi) = \int_{-45}^{45} \langle \varepsilon_{\phi\phi} \rangle \cdot d\psi = \frac{\pi}{2} B_0(\phi) + B_2(\phi)$$

$$C_2(\phi) = \int_{-45}^{45} \langle \varepsilon_{\phi\phi} \rangle \cdot \cos 2\psi \cdot d\psi \\ = B_0(\phi) + \frac{\pi}{4} B_2(\phi) + \frac{1}{3} B_4(\phi)$$

$$C_4(\phi) = \int_{-45}^{45} \langle \varepsilon_{\phi\phi} \rangle \cdot \cos 4\psi \cdot d\psi \quad *$$

$$B_4(\phi) = \frac{2/3\pi \cdot C_0(\phi) - 1/3 \cdot C_2(\phi) + (\pi/4 - 2/\pi) \cdot C_4(\phi)}{\pi^2/16 - 11/18} \quad \dots\dots\dots(10)$$

$$C_2(\phi) = \frac{\pi/4 \cdot S_2(\phi) - 2/3 \cdot S_4(\phi)}{\pi^2/16 - 4/9}$$

$$C_4(\phi) = \frac{\pi/4 \cdot S_4(\phi) - 2/3 \cdot S_2(\phi)}{\pi^2/16 - 4/9}$$

ところで実際の応力測定では、 $\langle \varepsilon_{\phi\phi} \rangle$ が直接測定されるのではなく、ブラッグ角 2θ の重みつき値 $\langle 2\theta_{\phi\phi} \rangle$ が測定されるので、(5)(7)式を次のように変換する。

$$\langle 2\theta_{\phi\phi} \rangle = (-2 \tan \theta_0) \langle \varepsilon_{\phi\phi} \rangle + 2\theta_0 \\ = C \cdot \langle \varepsilon_{\phi\phi} \rangle + 2\theta_0 \quad \dots\dots\dots(11)$$

ただし $C = -2 \tan \theta_0$ と表示する。すると係数 $B_0(\phi)$ 等は、次のようになる。

$$B_0'(\phi) = C \cdot B_0(\phi) + 2\theta_0, \quad B_2'(\phi) = C \cdot B_2(\phi),$$

$$= \frac{1}{3} B_2(\phi) + \frac{\pi}{4} B_4(\phi) \quad \dots\dots\dots(9)$$

$$S_2(\phi) = \int_{-45}^{45} \langle \varepsilon_{\phi\phi} \rangle \cdot \sin 2\psi \cdot d\psi \\ = \frac{\pi}{4} A_2(\phi) + \frac{2}{3} A_4(\phi)$$

$$S_4(\phi) = \int_{-45}^{45} \langle \varepsilon_{\phi\phi} \rangle \cdot \sin 4\psi \cdot d\psi \\ = \frac{2}{3} A_2(\phi) + \frac{\pi}{4} A_4(\phi)$$

$B_0(\phi), B_2(\phi) \dots\dots$ は、次のようになる。

$$B_0(\phi) = 2/\pi \{ C_0(\phi) - B_2(\phi) \}$$

$$B_2(\phi) = \frac{\pi/4 \cdot C_2(\phi) - 1/2 \cdot C_0(\phi) - 1/3 \cdot C_4(\phi)}{\pi^2/16 - 11/18}$$

$$B_4'(\phi) = C B_4(\phi) \quad \dots\dots\dots(12)$$

$$A_2'(\phi) = C \cdot A_2(\phi), \quad A_4'(\phi) = C \cdot A_4(\phi)$$

したがって $C_0(\phi) \dots\dots S_4(\phi)$ はすべて $\langle 2\theta_{\phi\phi} \rangle$ についての定積分に置き換えればよく、この操作によって求められる係数 $B_0'(\phi) \dots\dots A_4'(\phi)$ をあらためて $B_0(\phi) \dots\dots A_4(\phi)$ で表わすことにする。そうして(8)式のマトリクスに、さらに $2\theta_0$ の項も加えて、5行7列のマトリクス表示をする。しかし、その際、 $a_{ij}(\phi)$ には0であるものも多く、また、 $\phi=0^\circ$ と 90° では重複するものも多いので、必要のもののみを記す。

$$\phi=0^\circ \begin{bmatrix} B_0(0) \\ B_2(0) \\ B_4(0) \\ A_2(0) \\ A_4(0) \end{bmatrix} = C \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & a_{13} & 0 & 0 & a_{16} & a_{17} \\ a_{21} & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{26} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{36} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{44} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{54} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{22} \\ A_{13} \\ A_{23} \\ A_{33} \\ 2\theta_0 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots(13)$$

$$\phi=90^\circ \begin{bmatrix} B_0(90) \\ B_2(90) \\ B_4(90) \\ A_2(90) \\ A_4(90) \end{bmatrix} = C \begin{bmatrix} a_{13} & 0 & a_{11} & 0 & 0 & a_{16} & a_{17} \\ 0 & 0 & a_{21} & 0 & 0 & a_{26} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{36} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{54} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{22} \\ A_{13} \\ A_{23} \\ A_{33} \\ 2\theta_0 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots(14)$$

a_{11} 等の係数は次のようになる。

$$a_{11} = \frac{1-\nu}{2E}, \quad a_{13} = -\frac{\nu}{E}, \\ a_{16} = W \left[\frac{1-\nu}{2E} T_0 - \frac{1-3\nu}{8E} T' \right], \quad a_{17} = \frac{1}{C} \\ a_{21} = -\frac{1+\nu}{2E}, \quad a_{26} = W \left(\frac{1+\nu}{2E} T_0 - \frac{\nu}{2E} T' \right)$$

$$a_{36} = \frac{1+\nu}{8E} W \cdot T', \\ a_{44} = W \left(\frac{1+\nu}{E} T_0 - \frac{1+\nu}{2E} T' \right), \\ a_{54} = \frac{1+\nu}{4E} W \cdot T' \quad \dots\dots\dots(15)$$

まず A_{33} が $B_4(0)$ 及び $B_4(90)$ より求めまり、順次 σ_{11}, σ_{22} ,

$2\theta_0$ 及び A_{13} , A_{23} が求まる。 σ_{12} は $\phi=45^\circ$ における $B_0(45)$ より次式で求められる。

$$B_0(45) = C\{(\sigma_{11} + \sigma_{22}) \cdot b_{11} - \sigma_{12} \cdot a_{21} + A_{33} \cdot b_{16}\} + 2\theta_0 \dots\dots\dots(16)$$

ここで

$$b_{11} = \frac{1-3\nu}{4E},$$

$$b_{16} = \left(\frac{1+\nu}{2E} T_0 - \frac{1-3\nu}{8E} T'\right) \cdot W \dots\dots\dots(17)$$

この方法では、 $2\theta_0$ の正確な値を用いる必要がない。

5. 理論の検証

5.1 数値的シミュレーション

本研究での数値的シミュレーションは、実験がCrK α 線による $\alpha\text{Fe}(211)$ 面の残留応力を測定しているの、それと合わせた条件で行った。まず応力成分及び応力勾配成分は次式のように設定した。

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij0} + A_{ij} \cdot z$$

$$= \begin{bmatrix} 400 & 0 & 0 \\ 0 & 200 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 66 \\ 0 & 0 & 0 \\ 66 & 0 & 22 \end{bmatrix} \cdot z \dots\dots(18)$$

この各成分を(5)式に代入して $\langle \epsilon_{\psi} \rangle$ を計算、さらに(11)式によって $\langle 2\theta_{\psi} \rangle$ に変換して原データとした。計算に用いた諸数値は表1に示す。 ϕ 角は 0° , 45° 及び 90° の3とお

表1 数値的シミュレーション用のX線条件, 弾性定数, 諸係数等

Characteristic X-ray	Cr-K α ($\lambda=0.2291\text{nm}$)
Diffraction plane	$\alpha\text{Fe}(211)$ ($a=0.28664\text{nm}$) ($d=0.11702\text{nm}$)
Diffraction angle	$2\theta_0=156.41^\circ$
Elastic constants	$E=206\text{GPa}$, $\nu=0.28$
Linear absorption coefficient	$\mu=9.505 \times 10^{-4} \mu\text{m}^{-1}$
T_0 , T'	$5.4079 \mu\text{m}$, $3.3595 \mu\text{m}$
Weighting factor, W	0.42
ϕ angles	0° , 45° , 90°
ψ angles	-45° , $-40^\circ \dots 0^\circ \dots 40^\circ$, 45°

り、X線入射角 ϕ は -45° より 5° ステップで 45° まで19点、積分はシンプソンの1/3公式を適用した。まず、X線侵入深さを(4)式第2項の $\sin^2\psi$ に対する一次式に近似した場合のシミュレーションの結果を記す。また $\sin^2\psi$ 線図を図2に示す。

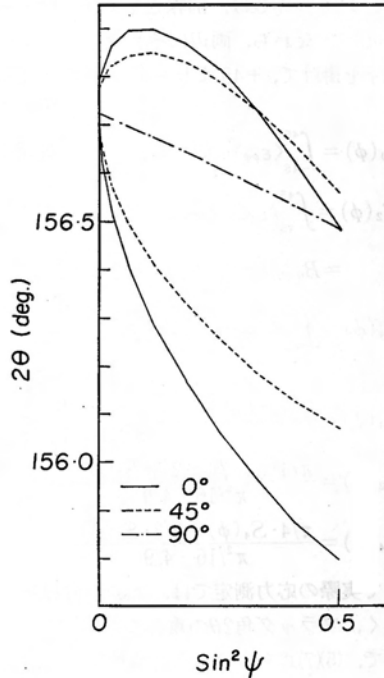


図2 数値的シミュレーションにおける $\langle 2\theta_{\psi} \rangle - \sin^2\psi$ 線図

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} 404 & 0 & 0 \\ 0 & 203 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 66 \\ 0 & 0 & 0 \\ 66 & 0 & 23 \end{bmatrix} \cdot z \dots\dots(19)$$

入力値がよく再現されている。僅かな誤差は、積分過程におけるものである。

次にX線侵入深さを(4)式の第1項の原式とした場合に、同じ計算を行ったところ、次のように(19)式よりはやや誤差の多い結果となった。

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} 392 & 0 & 0 \\ 0 & 191 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 68 \\ 0 & 0 & 0 \\ 68 & 0 & 19 \end{bmatrix} \cdot z \dots\dots(20)$$

この結果はX線侵入深さの近似法にやや問題があることを示しているが、 A_{33} 以外は10%以内の誤差であり、残留応力測定の精度としては充分なものと考えられる。ここで重みつき応力値 $\langle \sigma_{ij} \rangle = \sigma_{ij0} + A_{ij} \cdot W \cdot T_0$ を計算し、Dölleの方法と比較する。

入力データ	シミュレーション	Dölle法
$\begin{bmatrix} 400 & 0 & 150 \\ 0 & 200 & 0 \\ 150 & 0 & 50 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 392 & 0 & 156 \\ 0 & 191 & 0 \\ 156 & 0 & 43 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 380 & 0 & 109 \\ 0 & 180 & 0 \\ 109 & 0 & 39 \end{bmatrix}$

原データに対して Dölle の方法による値は、相当の開きがある。実験で求められるデータは、表面では $\sigma_{13} = \sigma_{23} = \sigma_{33} = 0$ であるから、 σ_{11} 、 σ_{22} の応力成分には勾配がないと仮定し得たととしても、Dölle らの提示したような $\sin^2\phi$ 線図がだ円分布にはなり得ない。したがって、たとえ $2\theta_0$ の値が正確に求め得たととしても、あくまで近似値として取扱うべきであろう。

5.2 残留応力の測定例

ワイヤピーニング及びグラインダ加工を行った試験片の残留応力を測定した。試験材料は S55C 中炭素鋼で $60 \times 15 \times 5 \text{mm}^3$ の板上に仕上げたのち、 600°C 4 時間の真空焼なましを行い、そのあとでそれぞれの加工を行った。表 2 に加工条件を示す。

X 線応力測定は、著者の一人らによって作られた位置検出型比例計数管 PSPC を用いた汎用 X 線応力測定装置⁹⁾によった。主な条件を表 3 に示す。X 線入射角は数値

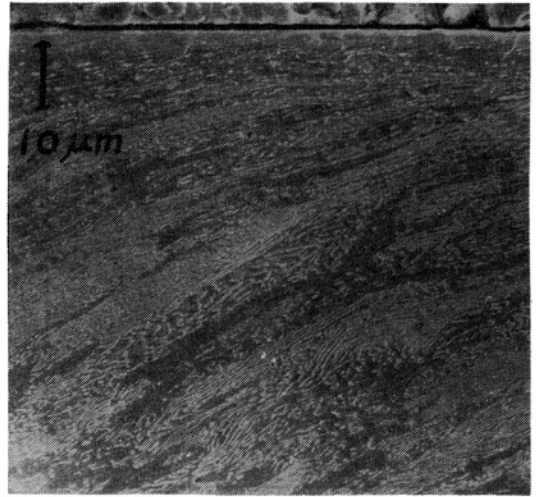


図 3 ワイヤピーニング材断面図

表 2 ワイヤピーニングおよび研削加工条件

Wire peening	
Wire stroke	14 mm
Air pressure	0.5 N
Peening angle	75°
Peening time	40 sec.
Grinding	
Grinding wheel	WA46 K
Working method	Down cut, Wet
Wheel speed	1777 m/min.
Down-feed rate	0.01 mm/pass
Feed speed	15 m/min.
Number of pass	5 times

表 3 応力測定 X 線条件

Characteristic X-ray	Cr-K α
Diffraction plane	$\alpha\text{Fe}(211)$
Detector	PSPC
Peak counts	2048
Measurement method of peak position	Half-value breadth method
Irradiated area of X-ray beam on specimen	$2 \times 4 \text{mm}^2$

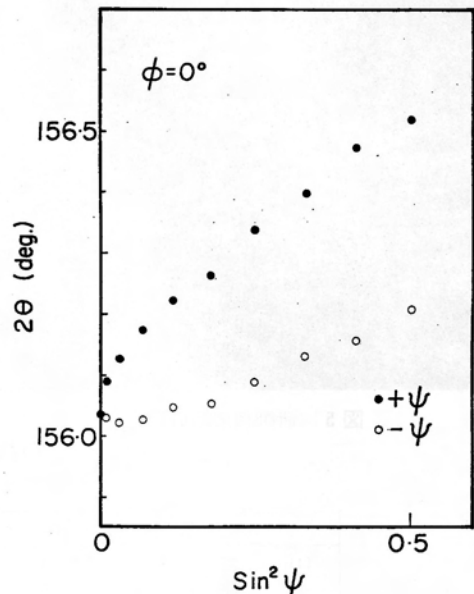
的シミュレーションの場合と同じく、一つの ϕ につき -45° から 45° まで、 5° ステップで計 19 点の角度で $\langle 2\theta_\phi \rangle$ を測定した。また 11 軸は、ワイヤピーニング加工ではピーニング角の方向へ、グラインダ加工では送り方向と一致させた。

まず、ワイヤピーニングを行った試験片の断面写真を図 3 に示す。加工変質層が非常に深く 2 mm 以上に及んでいる。したがって、X 線侵入深さが高々 $5 \mu\text{m}$ 程度の $\text{Cr-K}\alpha$ 線による応力測定では、その範囲内での応力勾配

は無視しても差支えないものとする。次に $\phi = 0^\circ, 45^\circ$ 及び 90° における $\sin^2\phi$ 線図を図 4 に示す。全体に圧縮残留応力の存在が示されている。 ϕ スプリットは $\phi = 90^\circ$ では見られず、 σ_{23} 成分は 0 である。

さて、積分法で求めた σ_{ij0} 、 A_{ij} 及びこれより求めた重みつき応力値 $\langle \sigma_{ij} \rangle$ 、Dölle 法による応力値 σ_{ij} をまとめて表 4 に示す。 $\langle \sigma_{ij} \rangle$ と σ_{ij} の比較において σ_{22} は全く同じ値であるほか、全体的に同程度の値が得られている。

次に、グラインダ加工材の結果を示す。図 5 は、断面写真で前例と異なり、加工層は非常に薄く約 $10 \mu\text{m}$ 程度



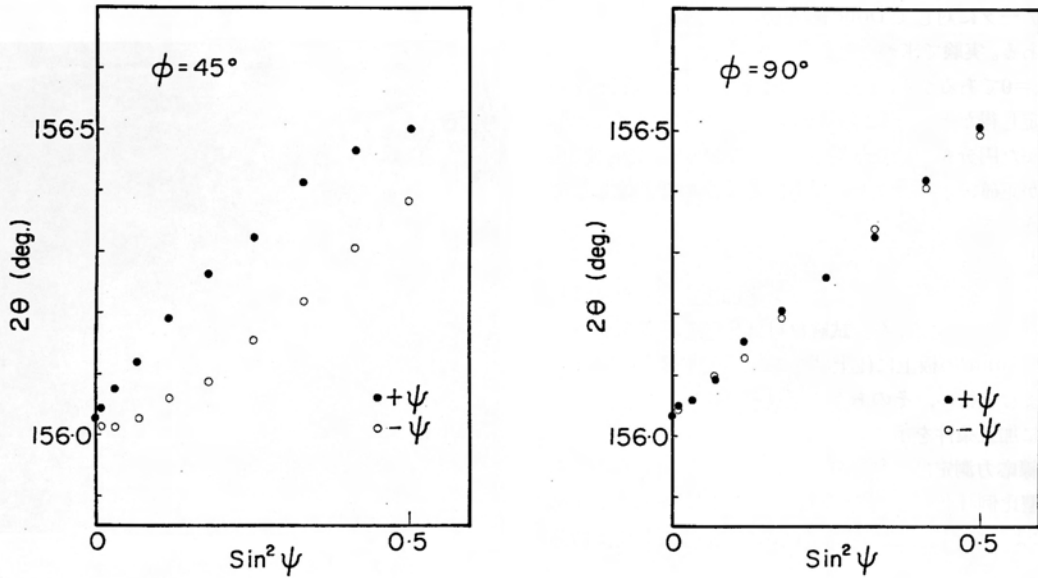


図4 ワイヤピーニング材の $\langle 2\theta_{\psi} \rangle - \sin^2\psi$ 線図

表4 ワイヤピーニング材の応力テンソル計算結果

$\langle \sigma_{ij} \rangle$: 重みつき応力値, σ_{ij} : Dölle 法による応力値

σ_{i30}			A_{ij}			$\langle \sigma_{ij} \rangle$			σ_{ij}		
-197	-17	0	0	0	-9	-197	-17	-20	-229	-90	-30
-17	-308	0	0	0	0	-17	-308	0	-19	-308	0
0	0	0	-0	0	-9	-20	0	-20	-30	0	-36

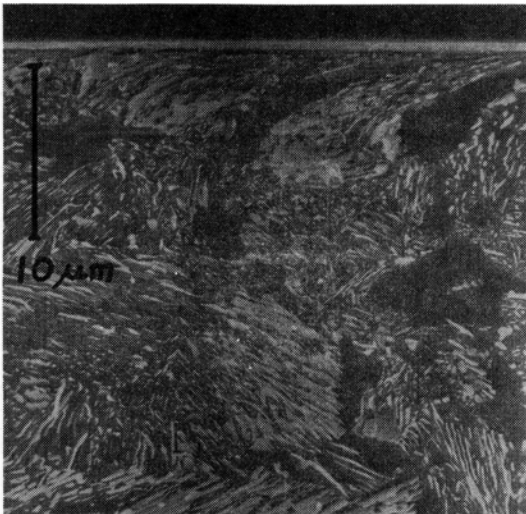


図5 研削材の断面図

である。図6の $\sin^2\psi$ 線図は全体に引張りの傾向が見られるが、 $\phi = 90^\circ$ の線図は下に凸の曲線となっており、 σ_{33} 成分が大きな圧縮残留応力を有することが予測される。その計算結果を表5に示す。予測どおり A_{33} が圧縮側に大きく、したがって $\langle \sigma_{33} \rangle$ も大きい。Dölle法の σ_{33} も、ほぼ同じ程度の値である。しかし、 σ_{33} 成分が表層より僅か5 μ m位の部分までの間で、このように大きな値であり得るかは疑問である。

本積分法は、応力勾配が σ_{11} , σ_{12} , σ_{22} では存在しないとの仮定のため、 A_{33} がすべての勾配成分を受けもつこととなり、大きな圧縮残留応力となったものと考えられる。したがって、このような場合には、全応力勾配を考慮することが必要であろう。

表5 研削材の応力テンソル計算結果

$\langle \sigma_{ij} \rangle$: 重みつき応力値, σ_{ij} : Dölle 法による応力値

σ_{i30}			A_{ij}			$\langle \sigma_{ij} \rangle$			σ_{ij}		
141	22	0	0	0	-12	141	22	-28	126	0	-30
22	-31	0	0	0	0	22	-31	0	0	35	0
0	0	0	-12	0	-141	-28	0	-336	-30	0	-376

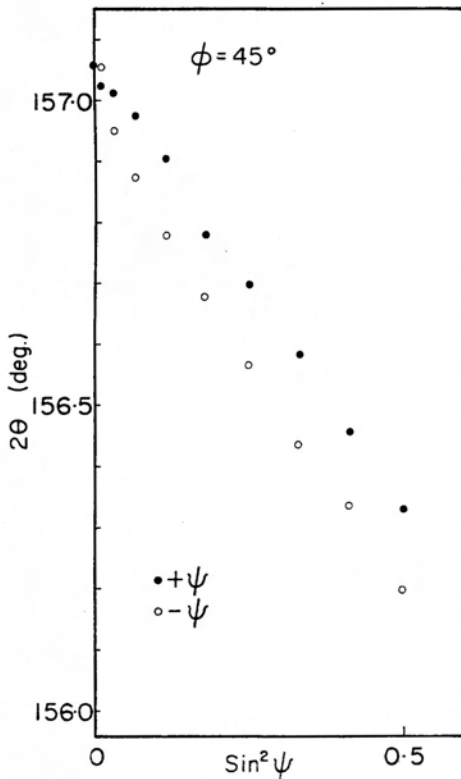
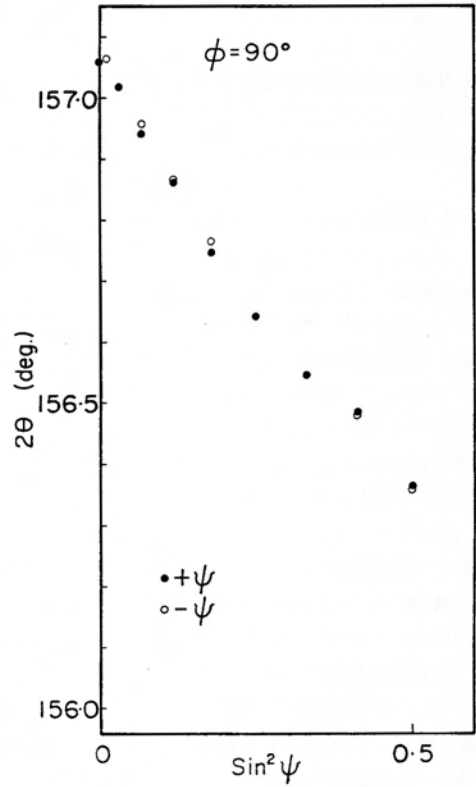
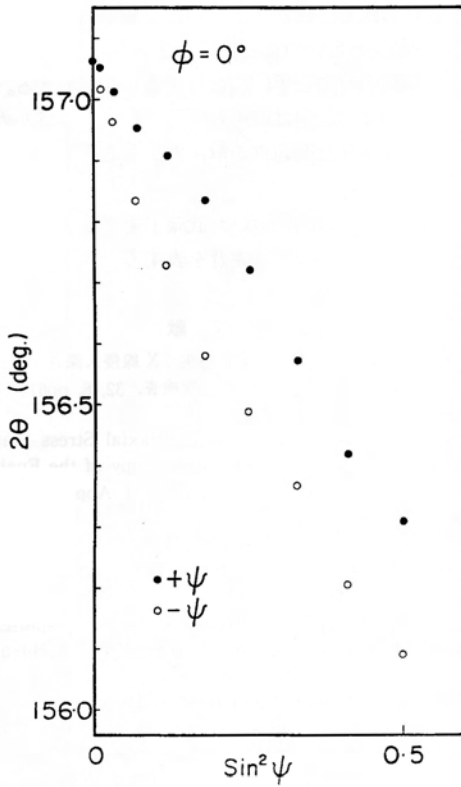


図6 研削材の $\langle 2\theta_{\phi\psi} \rangle - \sin^2\psi$ 線図

6. 考 察

一部の応力勾配を無視できる場合の積分法による X 線三軸応力解析法と数値的シミュレーション、実測例を述べてきた。この方法の特長は、現在最も多く用いられている Dölle の三軸応力解析法の矛盾点である σ_{13} , σ_{23} , σ_{33} 成分の応力勾配を無視している点を改め、表面で 0、内部に直線勾配をもつような応力分布を仮定したことである。その結果 Dölle 法では $\sin^2\psi$ 線図は実測と異った円分布となるのに対して、本法はより実測に近い分布が得られる。したがって、数値的シミュレーションで示したように、Dölle の方法はあくまで実測に対しては近似的の値と考えるべきであるのに対して、本解析法ではより正しい値が得られる。また、正確な $2\theta_0$ の値を必要としない点は、大きな特長である。

しかし、今後解決すべき問題点も多い。まず X 線侵入深さの決定である。この解析では(4)式の第1項のように侵入深さを決めている。この式は、X 線強度が $1/e$ となる深さを有効侵入深さとして誘導されている。この定義が妥当であるかは実測の場合は問題で、今後異なった波長の X 線により実験よりその妥当性の検討が必要である。

さらに、この深さが正しいものとしても、(4)式第2項のように $\sin^2\psi$ に対して一次近似にすることにより、多少の誤差が生ずる点も解決を要する問題である。とくに A_{33} 成分が大きいときには無視できなくなるので、たとえば $\sin^2\psi$ に対して二次近似を行うなどの改良が必要であろう。

また、本研究では σ_{13} 、 σ_{23} 及び σ_{33} の応力分布を $\sigma_{i3} = A_{i3}z$ とした。このことにより前述のように、より実際に近い $\sin^2\psi$ に対する $\langle\varepsilon_{pp}\rangle$ の分布が得られるようになったのは事実であるが、さらに進めて考えると、はたしてこの直線分布が実際の応力状態をよく表わすかは疑問である。すなわち、本質的にこれらの応力成分は加工層ではある深さで0になるべきものであり、この深さが、X線侵入深さ内であれば、当然仮定そのものが成立しなくなる。 ψ スプリットが生ずる原因は種々報告されているが、英ら⁷⁾はスプリットがパーライト組織で最も大きく、これは転位の炭化物粒子への集積によるとしている。すなわち、残留応力のせん断成分は、微視的な問題としてとらえている。したがって、巨視的な応力の平衡条件を考えること自体も問題であろう。

しかし この問題は単に積分法による応力測定の場合だけでなく、 ψ スプリットを有する場合の応力測定全般で解決すべき問題と考える。

7. 結 論

積分法を用いて、三軸応力解析を行う方法の一つとして、一部の応力勾配を無視できる場合の解法について述

べた。この方法では無ひずみ時の格子面間隔 d_0 または回折角 $2\theta_0$ を必要としないため実用的であり、加工変質層の残留応力解析の有力な手段になり得るものと考えられる。

今後は、種々の測定に応用してその有効性を確かめるとともに、残された問題点の解決をはかることが必要と考える。

終りに、本研究に協力頂いた武蔵工業大学学生（現牧野フライス）藪本知巳氏に謝意を表す。

参 考 文 献

- 1) 佐々木敏彦, 吉岡靖夫, 倉元真実: X線侵入深さを考慮した三軸応力解析(その1), 非破壊検査, 32, 8, pp614-622 (1983)
- 2) H. Dölle; The Influence of Multiaxial Stress States, Stress Gradients and Elastic Anisotropy of the Evaluation of Residual Stresses by X-Rays, J. Appl. Cryst. 12, 489-501 (1979)
- 3) 伴 典則, 吉岡靖夫, 寺澤正男: X線による三軸応力解析(無ひずみ状態の回折角と研削加工層残留応力), 非破壊検査, 31, 8, pp547-553 (1982)
- 4) W. Lode und A. Peiter; Numerik röntgenographischer Eigenspannungsanalysen oberflächennaher Schichten, 1. Teil; HTM, 32, 5, pp235-240 (1977)
- 5) ibcd, 2. Teil; HTM, 32, 6, pp308-313 (1977)
- 6) Y. Yoshioka, K. Hasegawa and K. Mochiki; A Versatile X-Ray Stress Analyser using a Position Sensitive Detector, Adv. X-Ray Anal., 24, pp149-153 (1981)
- 7) 英 崇夫, 藤原晴夫: 有向性加工層のX線の応力測定における ψ スプリットと微視的残留応力について, 材料, 31, 342, pp227-233 (1982)

Determination of Stress Intensity Factor by Surface
Reflected Caustics*

By Heihachi SHIMADA** and Toshihiko SASAKI***

The purpose of this investigation is to verify the theory of the surface reflected Caustics, which is one of the optical method for stress analysis, and then to establish how to determine the stress intensity factor exactly. The experiment was performed using plates of acrylic resin to examine the influences of the condition of measurement on an accuracy of the measured value such as the location of the optical system, the shape of crack tip, the thickness of plate and a loading step.

As a result, the relationship was found between the measured value and the condition of measurement. It was also found that there existed an invalid range in the previous theory. However, we could determine the theoretical value from the measured one using the procedure which was developed in this investigation.

KEY WORDS : Experimental stress analysis, Caustics, Stress intensity factor, Surface reflection.

1. Introduction

The method of Caustics is suitable for stress analysis at the stress concentrated area, especially for the determination of the parameters used in the field of fracture mechanics. At present, the most typical utilization of the method is to determine the stress intensity factor. The principle in this case was firstly proposed by Manogg in 1964¹, who treated about the transparent method. After that, Theocaris developed the theory into a reflected method².

Many investigations have been made since then, mostly about the transparent method and about the reflected method treating a beam reflected on a rear face³⁻⁸. There are, however, few investigations on the reflected method treating a beam reflected on a front surface, which is called the surface reflected Caustics⁹⁻¹⁰.

The purpose of this study is to verify the theory of the surface reflected Caustics and then to establish how to determine the stress intensity factor of the opening-mode (K_I). In order to accomplish it, an experiment was made using acrylic resin. The matters examined were an influence of the condition of measurement on an accuracy of the measured value, for example, the position of the optical apparatus, the shape of crack tip, the thickness of a plate and a loading step.

As a result, it was found that there existed an invalid range in the theory. The error included in the measured value corresponded to the value of r_0 which indicated the position on the plate where the beam creating caustic image was reflected.

The exact value of K_I , however, could be determined by adjusting the value of r_0 to be in the adequate range obtained from the experiment.

2. Principle of surface reflected Caustics^{11,12}

Let us consider an optical path of a convergent beam reflected at $P(r, \theta)$ on a surface of the specimen. A vector \vec{r} is defined as a position vector of P and \vec{W} is defined as that of W (see Fig.1). Then we obtain

$$\vec{W} = -\lambda \vec{r} + \vec{w} \quad (1).$$

Here \vec{w} expresses a deviation of the reflected beam and λ is a magnification factor described as;

$$\lambda = (z_0 - z_i) / z_i \quad (2),$$

where z_0 is a distance between the screen surface and the specimen surface, and z_i is a distance between the focal point of the convergent beam and the specimen surface.

We assume that there exists $1/\sqrt{r}$ singularity of a stress distribution near the crack tip, as well as plane stress state. When the specimen is subjected to a deformation of mode I type, the displacement normal to the surface Δt is expressed as;

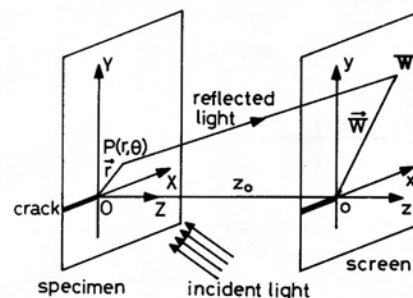


Fig. 1 Optical path of reflected light

* Received 5th October, 1981.

** Professor, Department of Metal Processing and Mechanical Metallurgy, Faculty of Engineering, Tohoku University, Sendai.

*** Assistant, Department of Welding, The Institute of Vocational Training, Sagami-hara.

$$\Delta t = -\frac{1}{2} \frac{\nu}{E} t (\sigma_x + \sigma_y) \quad (3).$$

Here stresses σ_x and σ_y are described as;

$$\sigma_x = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}\right)$$

$$\sigma_y = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}\right),$$

where ν is Poisson's ratio, E is elastic modulus and t is a thickness of the plate. Then w is expressed as;

$$\vec{w} = -2 z_0 \text{grad} \Delta t \quad (4).$$

Consequently we obtain the following equation;

$$\vec{w} = (-\lambda r \cos \theta - C r^{-3/2} \cos \frac{3\theta}{2}) i + (-\lambda r \sin \theta - C r^{-3/2} \sin \frac{3\theta}{2}) j \quad (5)$$

where

$$C = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} z_0 t \frac{\nu}{E} K_I \quad (6).$$

A bright envelope of a caustic image is created by the reflected beam which fulfils the following condition.

$$\text{Jacobian } D = \frac{\partial \vec{w}}{\partial (r, \theta)} = 0 \quad (7)$$

Solving eqn(7) we obtain

$$r = \left(\frac{3}{2} C \frac{1}{\lambda}\right)^{2/5} \equiv r_0 \quad (8).$$

Here r expressed by eqn(8) is defined as r_0 . It is concluded from eqn(8) that the beam which fulfils eqn(7) reflects on a circle of the plate having a radius of r_0 . From eqn(5) and (8) the shape of caustic image is obtained.

$$\begin{aligned} x &= -\lambda r_0 \left(\cos \theta + \frac{2}{3} \cos \frac{3\theta}{2}\right) \\ y &= -\lambda r_0 \left(\sin \theta + \frac{2}{3} \sin \frac{3\theta}{2}\right) \end{aligned} \quad (9)$$

Fig.2 is a theoretical shape of caustic image which is drawn using eqn(9) in the range of $-\pi \leq \theta \leq \pi$. Defining the maximum diameter parallel to x-axis as D_1 and that parallel to y-axis as D_t , we obtain

$$r_0 = \frac{1}{3.17} \frac{D_t}{\lambda} = \frac{1}{3.01} \frac{D_1}{\lambda} \quad (10).$$

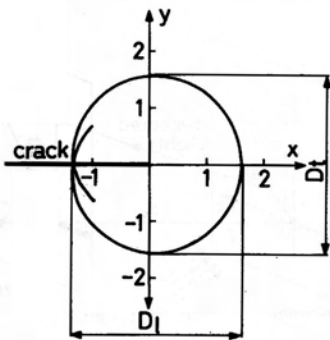


Fig. 2 Theoretical shape of caustic image

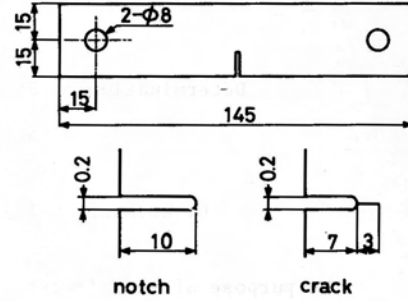


Fig. 3 Geometry of specimen

From eqn(6), (8) and (10) we obtain

$$K_I = A \left(\frac{D_t}{3.17}\right)^{5/2} = A \left(\frac{D_1}{3.01}\right)^{5/2} \quad (11),$$

where

$$A = \frac{2\sqrt{2\pi}}{3} \frac{E}{z_0 t \nu} \left(\frac{1}{\lambda}\right)^{3/2} \quad (12).$$

Thus we can determine K_I value immediately from each diameter of caustic image.

3. Verification of theory

3.1 Specimen

The specimen used were cut out from a plate of acrylic resin. The types of the specimens were a single edge notch (SEN) specimen and a single edge crack (SEC) specimen. The geometry of each specimen is shown in

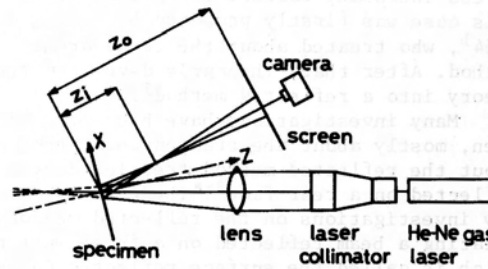


Fig. 4 Schematic view of optical apparatus

Fig.3. The notch was processed by a fine cutting wheel. In case of the SEC specimen, a fatigue crack about 3mm long was made from a tip of the notch after processing the notch about 7mm long. Finally, one side of a surface was vapour-deposited with Ag. The final size of each specimen is given in Table 1.

3.2 Equipment

Fig.4 is a schematic view of the optical apparatus used. The light source was He-Ne gas laser which had a power of 1 mW. A ground glass was used as a screen. The parallel lines separated by 10mm were drawn on the ground surface of the screen to be used as a standard interval for the measurement of the diameters of caustic image.

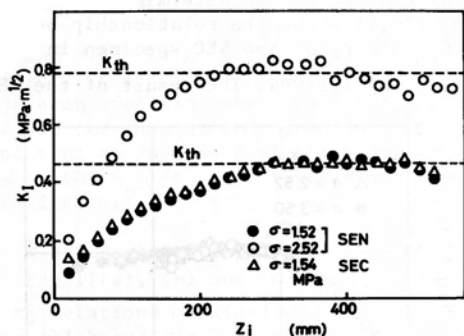
3.3 Method of experiment

Firstly, a position of the lens was moved in a direction of a incident beam and then a photograph of caustic image was taken on 35mm

Table 1 Geometry of specimens and experimental condition (1)

Specimen	SEN	SEC
Thickness	2.00	2.00
Width	31.1	31.2
Notch length	9.96	7.18
Crack length	--	2.64
z_0	681	681
Range of z_1	20 530	20 530

(unit : mm)

Fig. 5 Relationship between z_1 and measured value

films at each position. Secondly, the diameters D_0 and D_1 were measured from the negative film using a profile projector and then the K_I value of each diameter was calculated by eqn(11). The average of the two values was defined as the measured value, which was symbolized as K_{exp} . The theoretical value of K_I symbolized as K_{th} was calculated using the analytical result of the reference(13), which was described as;

$$K_{th} = \sigma \sqrt{\pi a} g\left(\frac{a}{W}\right) \quad (13).$$

Here σ is an applied stress, a is a crack length, W is a width of the specimen and g is a correction factor for finite plate;

$$g(\xi) = 1.12 - 0.231\xi - 21.72\xi^2 + 30.39\xi^3$$

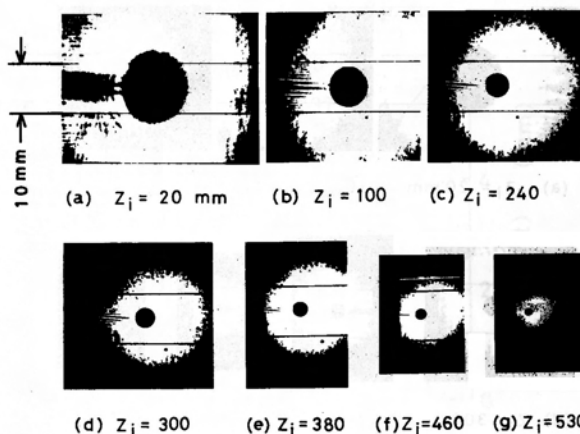
(where $\xi = a/W$).

The sum of the positions of the lens adopted in the experiment was 27 points, of which 26 points ranged from $z_1 = 20\text{mm}$ to 520mm had the same interval of 20mm . For the SEN specimen, the measurement was performed about seven loading steps up to 3.5MPa in the constant interval of about 0.5MPa . For the SEC specimen, seven loading steps were also adopted up to 1.75MPa in the constant interval of about 0.25MPa . The position of the screen was 681mm . The temperature was 23°C during the experiment. The value of E and ν used in the calculation of eqn(11) were 2890MPa and 0.37 .¹⁴

3.4 Results of experiment

3.4.1 Influence of z_1

The closed circles in Fig.5 express the relationship between the measured value of the SEN specimen and the value of z_1 in case of $\sigma = 1.5\text{MPa}$. The dotted lines in the figure are the theoretical relation. It is

Fig. 6 Caustic images of SEN specimen ($\sigma = 1.52\text{MPa}$, $z_0 = 681\text{mm}$)

found that the measured values agree with the theoretical one in a range of $z_1 \geq 300\text{mm}$. Thus an invalid range was recognized in the theory mentioned in the chapter 2.

Fig.6 shows some caustic images obtained from the SEN specimen when the applied stress was about 1.5MPa . Caustic image becomes larger as the value of z_1 decreases. The measured values of Fig.6(a), (b) and (c) did not agree with the theoretical one.

3.4.2 Influence of loading step

The open circles in Fig.5 indicate the relationship between the measured values of the SEN specimen and the value of z_1 when the applied stress was about 2.5MPa . The measured values agree with the theoretical one in a range of $z_1 \geq 200\text{mm}$. The range is wider than that in the case of $\sigma = 1.5\text{MPa}$.

Fig.7 shows the relationship between the measured values and the applied stress in case of $z_1 = 20, 220$ and 420mm . A straight line in the figure represents the theoretical relation. In case of $z_1 = 420\text{mm}$, the measured values agree well with the theoretical ones. However the agreement between them can be seen only in a range of $\sigma \geq 2.5\text{MPa}$ in case of $z_1 = 220\text{mm}$ and the measured values are smaller than the theoretical ones in a range of $\sigma < 2.5\text{MPa}$. In case of $z_1 = 20\text{mm}$, the measured values are smaller than the theoretical ones all over the range examined. Thus, it is pointed out that the difference between the measured

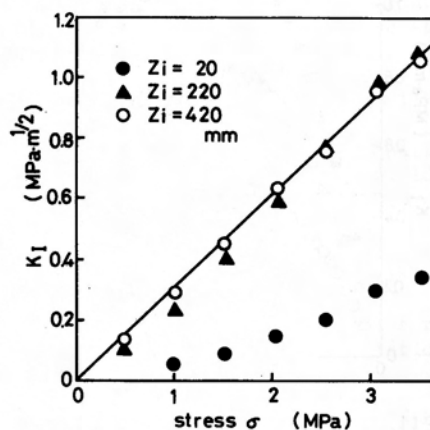


Fig. 7 Relationship between applied stress and measured value

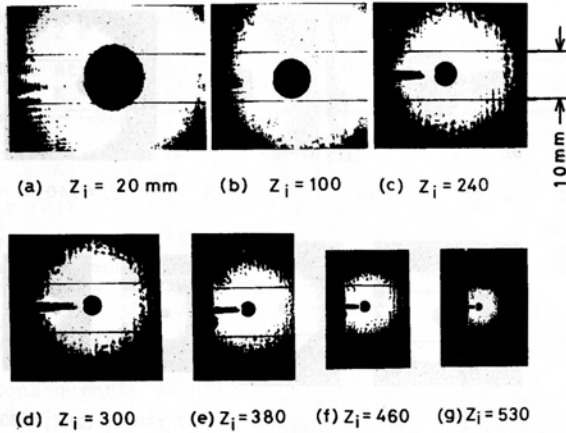


Fig. 8 Caustic images of SEC specimen ($\sigma=1.54\text{MPa}$, $z_0=681\text{mm}$)

and the theoretical value becomes larger when the value of z_i or the applied stress decreases, and also that the influence of z_i is different with the loading step.

3.4.3 Influence of shape of crack tip

The open triangles in Fig.5 indicate the result obtained from the SEC specimen in case of $\sigma=1.5\text{MPa}$. The result shows a similar tendency to that of the SEN specimen in case of $\sigma=1.5\text{MPa}$. Thus, the difference of the shape of crack tip did not affect the results. This fact coincides with the prediction by Theocaris¹⁵

Fig.8 shows some examples of caustic image obtained from the SEC specimen. Almost the same caustic images were observed as in the case of the SEN specimen.

3.5 Discussion

The relationship between the measured value and the value of r_0 is discussed in this chapter because it can be predicted from the theory that the data obtained from the caustic image are seriously affected by r_0 . Fig.9 shows the result of the SEN specimen in case of $\sigma=1.5, 2.5$ and 3.5MPa . It is found that the measured values agree with the theoretical ones in a range of $r_0 \geq 1.1\text{mm}$ and that

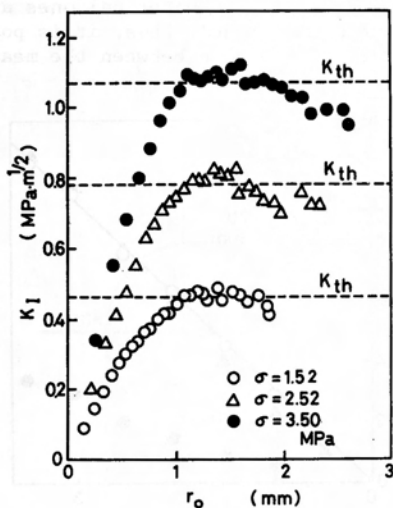


Fig. 9 Relationship between r_0 and measured value (SEN specimen)

this range is identical in each stress level. Thus, the theory of Caustics is valid only in the range of $r_0 \geq 1.1\text{mm}$ and the error included in the measured value becomes more remarkable as the value of r_0 decreases.

Fig.10 shows the relationship between the ratio of the measured value and the theoretical one (K_{exp}/K_{th}) and r_0 in case of $\sigma=1.5, 2.5$ and 3.5MPa , which were obtained from the SEN specimen. It is found that the results are almost the same to each other and do not depend on the loading step. By using this result, a presumption of the theoretical value will be possible from the measured one because the value of r_0 can be determined from caustic image. Fig.11 shows the relationship between K_{exp}/K_{th} and r_0 of the SEC specimen in case of $\sigma=1.0$ and 1.5MPa . The result of the SEN

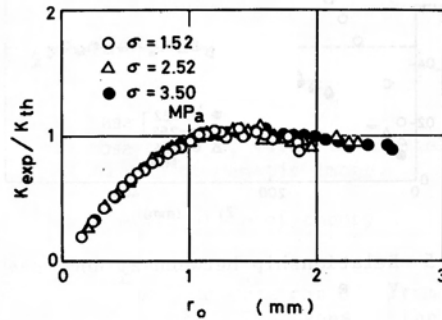


Fig. 10 Relationship between K_{exp}/K_{th} and r_0 (SEN specimen)

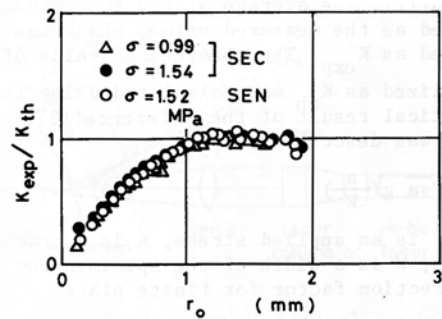


Fig.11 Relationship between K_{exp}/K_{th} and r_0 (SEC specimen)

specimen in case of $\sigma=1.5\text{MPa}$ is also shown in the same figure. The results of the two specimens are similar to each other. Thus, the K_{exp}/K_{th} vs. r_0 relation does not depend on the shape of crack tip nor on the loading step. It is possible to adjust the value of r_0 in a adequate range by controlling the position of the lens or the screen because the value of z_i or z_0 varies through such operation and then the value of r_0 changes according to eqn(8).

4. Influence of plate thickness

4.1 Specimen and experiment

Six SEN specimens, whose geometry was the same as that shown in Fig.3, were made of acrylic resin. The thickness of each specimen was about 1.5, 3, 4, 5, 6 and 10mm respectively. The loading steps examined were about

Table 2 Geometry of specimens and experimental condition (2)

Thickness	Width	Notch length	z_0	Range of z_1
1.57	30.1	10.01	650	32 532
2.04	30.1	10.01	649	33 533
2.95	30.1	10.01	647	33 533
3.97	30.1	10.01	647	33 533
5.02	30.1	10.01	647	35 535
6.18	30.1	10.01	644	36 536
9.80	30.3	10.06	640	39 539

(unit : mm)

0.62 and 0.93 MPa m^{1/2} in K_{Ic} value. The experimental conditions are summarized in Table 2 for each specimen. The experimental procedure was the same as that used in the chapter 3 and then an influence of the plate thickness on the K_{exp}/K_{th} vs. r_0 relation was investigated.

4.2 Results of experiment

Fig.12(a), (b) and (c) show the K_{exp}/K_{th} vs. r_0 relations obtained from the specimens whose thickness was 3, 6 and 10mm. It is found that the results were different to each other due to the thickness. Namely, the measured values agree with the theoretical one when $r_0 \geq 1.8$ mm in case of the specimen of $t=3$ mm and when $r_0 \geq 4$ mm in case of $t=6$ mm. All the measured values, however, were smaller than the theoretical one in case of $t=10$ mm.

Fig.13 shows the relationship between r_{0min} and the thickness. The value of r_{0min} is defined as the minimum value of r_0 which

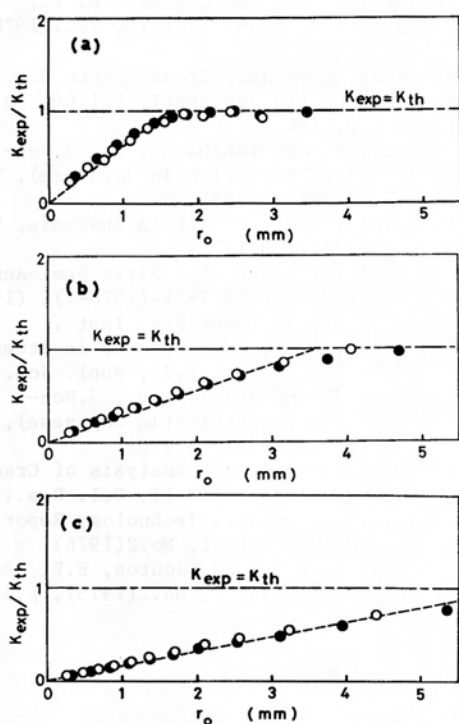


Fig. 12 Dependence of K_{exp}/K_{th} vs. r_0 relationship on plate thickness (\circ : $K_{th}=0.62$, \circ : $K_{th}=0.93$ MPa m^{1/2})
(a) $t=2.95$ mm, (b) $t=6.18$ mm, (c) $t=9.80$ mm

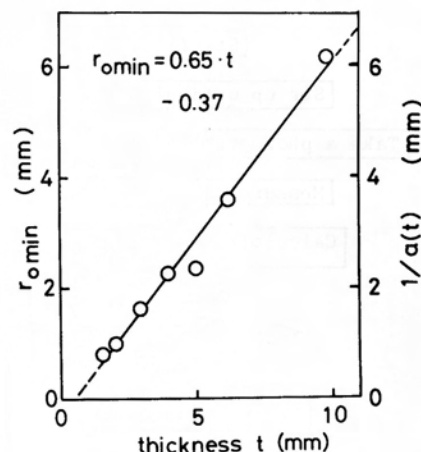


Fig. 13 r_{0min} and $1/a(t)$ vs. thickness

fulfills the condition that the measured value agrees with the theoretical one. As shown in the figure, r_{0min} indicates a straight relation vs. the thickness described as;

$$r_{0min} = 0.65 t - 0.37 \quad (14).$$

Thus, we can obtain the theoretical value from eqn(11) by determining the value of r_{0min} from eqn(14) and then controlling r_0 larger than r_{0min} . However eqn(14) is valid only for the specimen being thinner than 10mm.

5. Improvement of procedure

The K_{exp}/K_{th} vs. r_0 relation is summarized as;

$$\frac{K_{exp}}{K_{th}} = F(r_0, t) = \begin{cases} f(r_0, t) & r_0 < r_{0min} \\ 1 & r_0 \geq r_{0min} \end{cases} \quad (15).$$

Thus in the range of $r_0 < r_{0min}$ we obtain

$$K_{th} = K_{exp} / f(r_0, t) \quad (16).$$

Thus we can presume the value of K_{th} from K_{exp} which is in the range of $r_0 < r_{0min}$ if the function f is given in advance.

By combining this procedure with the previous one, we can determine K_{th} without adjusting the condition of measurement. Fig.14 represents an abstract of the procedure. As the simplest example, the following straight equation is assumed.

$$K_{exp}/K_{th} = f(r_0, t) = a(t) r_0 \quad (17)$$

where $a(t)$ is a gradient of the equation which depends on the thickness. In the following, an example of its application is discussed.

From eqn(17) we obtain

$$K_{th} = \frac{1}{a(t)} \frac{1}{r_0} K_{exp} \quad (18).$$

As shown in Fig.13, the $1/a(t)$ vs. t relation is the same as the r_{0min} vs. t relation and is expressed as;

$$1/a(t) = 0.65 t - 0.37 \quad (19).$$

Fig.15 shows the values corrected by this

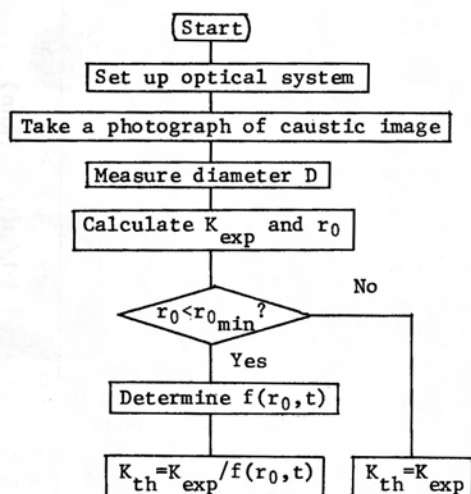


Fig. 14 Procedure for determination of K_{th}

procedure about a specimen of $t=10\text{mm}$. It is found that the values corrected approach the theoretical level. Thus the present procedure is proved to be effective for practical use. However, it is necessary to express the function f by a higher order one if a higher accuracy of the corrected value is needed.

The present procedure is more effective than the previous one mentioned in the chapter 2 because we can use any conditions of

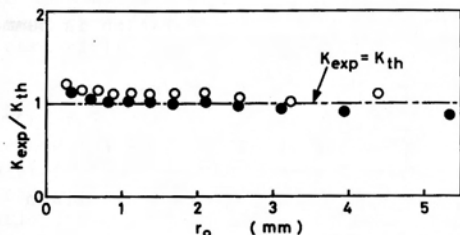


Fig. 15 Example of correction ($t=9.80\text{mm}$,
 $\circ: K_{th}=0.62$, $\circ: K_{th}=0.93\text{MPa m}^{1/2}$)

measurement and also because it is possible to determine K_{th} of the specimen whose thickness is larger than 10mm .

6. Conclusions

As a result of verifying the validity of the theory of the surface reflected Caustics for the determination of the stress intensity factor, the following conclusions were obtained.

- (1) There exists a tendency that the measured value is smaller than the theoretical one. This tendency is affected by the position of the optical system, the loading step and the thickness of the specimen.
- (2) The previous theory is valid only in the range where the value of r_0 is larger than that of $r_{0\min}$ expressed as;

$$r_{0\min} = 0.65 t - 0.37 \quad (t \leq 10 \text{ mm}).$$

(3) there exists a great possibility that the measured value is smaller than the theoretical one when the specimen is thicker than 10mm .

(4) It is possible to presume the theoretical value from the measured one which is included in the invalid range of the theory, by using the feature that the $K_{\text{exp}}/K_{\text{th}}$ vs. r_0 relation depends on the thickness of the specimen and depends neither the loading step nor the shape of crack tip.

(5) It is needless to adjust the condition of measurement for determining K_{th} by using a method which combines the previous procedure and the present one mentioned in (4).

Acknowledgement

The authors would like to acknowledge the assistant of K. Shimizu, the assistant professor of the Kanto Gakuin University, in advising, and of H. Hakamada, the student of the Tohoku University, in performing the experiment.

References

- (1) Manogg, P., Physics of Noncrystalline Solids, (1965), p.481, North-Holland Puble..
- (2) Theocaris, P.S., Trans. ASME, Ser.E, Vol. 37, No.2(1970), p.409.
- (3) Kalthoff, J.F., et al., ASTM STP 627, (1977), p.161.
- (4) Shimizu, K. and Shimada, H., J.Non-Destructive Inspection(in Japanese), Vol. 27, No.7, (1978), p.399.
- (5) Takahashi, K., J.Non-Destructive Inspection(in Japanese), Vol.27, No.10, (1978), p.672.
- (6) Theocaris, P.S. and Katsamanis, F., Engng. Fract. Mech., Vol.10, No.2(1978), p.197.
- (7) Shimizu, K. et al., Trans. Japan Soc. Mech. Engrs.(in Japanese), Vol.46, No.411 (1980), p.1196.
- (8) Shimizu, K. and Takahashi, S., J.Non-Destructive Inspection(in Japanese), Vol. 31, No.4(1982), p.253.
- (9) Theocaris, P.S., J. Strain Analysis, Vol. 9, No.3(1974), p.197.
- (10) Kalthoff, J.F. et al., First Semi-Annual Progress Report(1977-8)-(1978-1), (1978) p.57, Electric Power Res. Inst..
- (11) Holister, G.S., Developments in Stress Analysis 1, (1979), p.27, Appl. Sci. Pub..
- (12) Sasaki, T. and Shimada, H., J.Non-Destructive Inspection(in Japanese), Vol.32, No.5(1983), p.390.
- (13) Tada, H., The Stress Analysis of Cracks Handbook, (1973), p.2-11, Del. Res..
- (14) Shimada, H. et al., Technology Reports, Tohoku Univ., Vol.41, No.2(1976), p.351.
- (15) Theocaris, P.S. and Gdoutos, E.E., Engng. Fract. Mech., Vol.7, No.2(1975), p.331.