

A Data-driven Pole Placement Method Simultaneously Identifying a State-space Model

メタデータ	言語: jpn 出版者: 公開日: 2017-10-03 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: メールアドレス: 所属:
URL	https://doi.org/10.24517/00009546

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 3.0 International License.



状態空間モデルを同定するデータ駆動型極配置法*

山本 茂[†]・岡野 祐貴[‡]・金子 修[†]

A Data-driven Pole Placement Method Simultaneously Identifying a State-space Model*

Shigeru YAMAMOTO[†], Yuki OKANO[‡] and Osamu KANEKO[†]

This paper studies a data driven pole placement method deriving a state feedback gain directly from a pair of state and input measurements of a given controllable discrete-time system. In a conventional approach, a state space model should be identified in advance to apply a standard pole placement algorithm. In the proposed method, a state feedback gain and a state space model can be simultaneously obtained under an assumption.

1. はじめに

閉ループ極を指定された場所に配置する状態フィードバックゲインを求めるアルゴリズムはよく知られているが、当然のことながら対象の状態方程式を必要とする。したがって、状態方程式が与えられていないときは、状態測定値から状態方程式の係数行列を求め、極配置アルゴリズムを適用して極配置ゲインを得る。本論文では、この通常の手順と異なり、対象の測定値から直接極配置ゲインを得る手法を提案する。提案手法は、測定値と制御結果とに矛盾しない制御則を得ようとする非反証制御 [1] の考えに基づいており、仮想参照信号を用いた繰り返しチューニング法 FRIT [2] に由来するものである。対象の状態測定値に雑音がなく入力雑音もないという強い仮定のもとでは、状態の次数+入力のサイズ+1 ステップ分の測定値を用いて極配置ゲインを陽に表現できるという特長をもつ。これは、FRIT 法に従う従来のアプローチ (たとえば [3–5] など) にはなく、同定法と極

配置アルゴリズム (たとえば [6,7] など) とを組み合わせた従来の手順より簡略な表現を与える。加えて、極配置ゲインと対象の状態方程式の係数行列を同時に得ることができるという特長も備えており、状態フィードバックゲインを求める著者らの先行研究 [4,5] にはない大きな特長である。提案法の有用性はコンピュータシステムのモデル [8] を用いて数値例で示し、雑音がある場合でも全最小二乗法 [9] によって解が導けることを示す。なお、本論文は [10] の定理を書き換え、数値例の修正追加を行っている。

2. 問題設定

m 入力離散時間線形時不変の制御対象

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) \quad (1)$$

に対し、次を仮定する。

(仮定 1) 次数 n は既知で、状態 $x \in \mathcal{R}^n$ は測定可能。 $n \geq m$ 。 A , B の正確な値は未知だが可制御対 (離散時間系の意味で可到達のことであるが、本論文では可制御と記す) で、 B は列フルランクである。

可制御な A , B が与えられたときの極配置法はよく知られている (たとえば [6,7] など)。ここでは、状態観測値から直接極配置ゲイン F を求める次の問題を考える。

【問題 1】 (1) 式の入出力データ $(x_0(k), u_0(k))$ と n 個の閉ループ指定極 (複素極は共役ペアをもつとする) が与えられたとき、 A , B を経ることなく、 $A + BF$ の固有値を指定極に一致させる状態フィードバックゲイン F を求めよ。

* 原稿受付 2015 年 5 月 29 日
第 59 回システム制御情報学会研究発表講演会にて発表 (2015 年 5 月)

[†] 金沢大学 理工研究域 Institute of Science and Engineering, Kanazawa University; Kakuma-machi, Kanazawa city, Ishikawa 920-1192, JAPAN

[‡] 金沢大学 大学院自然科学研究科 Graduate School of Natural Science and Technology, Kanazawa University; Kakuma-machi, Kanazawa city, Ishikawa 920-1192, JAPAN

Key Words: data-driven control, pole placement, controller tuning, state feedback.

通常は入出力データ $x_0(k), u_0(k)$ が

$$x_0(k+1) = Ax_0(k) + Bu_0(k) \quad (2)$$

を満たすことを用いて A と B を求めてから状態フィードバックゲイン F を求めるが⁸、ここでは、 $x_0(k), u_0(k)$ から直接 F を求める極配置法を提案する。

3. 原理

極配置可能であるためには、対象 (1) 式に状態フィードバック (v は閉ループ系への新たな入力である)

$$u = Fx + v \quad (3)$$

を施したときの閉ループ系が指定極を A_d の固有値としてもつ可制御なシステム

$$x_d(k+1) = A_d x_d(k) + B_d v(k) \quad (4)$$

と相似でなければならない。したがって、

$$x_d = Tx \quad (5)$$

を満たす適当な正則行列が存在して、(3) 式を (4) 式に代入した関係式

$$x_d(k+1) = A_d x_d(k) + B_d u(k) - B_d F x(k) \quad (6)$$

すなわち

$$Tx(k+1) = A_d Tx(k) + B_d u(k) - B_d F x(k) \quad (7)$$

が成立する。この式の x と u は (1) 式の状態と入力であるから、(1) 式の入出力データ $x_0(k), u_0(k)$ もこの式を満たす。すなわち、

$$Tx_0(k+1) = A_d Tx_0(k) + B_d u_0(k) - B_d F x_0(k) \quad (8)$$

となる。これより

$$\begin{bmatrix} T - A_d T + B_d F \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0(k+1) \\ x_0(k) \end{bmatrix} = B_d u_0(k) \quad (9)$$

を得る。したがって、適当な時刻 i を定め、

$$X_{0p} = \begin{bmatrix} x_0(i+1) & x_0(i+2) & \cdots & x_0(i+N) \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$X_0 = \begin{bmatrix} x_0(i) & x_0(i+1) & \cdots & x_0(i+N-1) \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$U_0 = \begin{bmatrix} u_0(i) & u_0(i+1) & \cdots & u_0(i+N-1) \end{bmatrix} \quad (12)$$

を使って、線形方程式

$$\begin{bmatrix} I_n & 0_{n \times m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T \\ F \end{bmatrix} X_{0p} + \begin{bmatrix} -A_d & B_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T \\ F \end{bmatrix} X_0 = B_d U_0 \quad (13)$$

を解けば F が求まる。なお、上式は (2) 式の関係から

$$\begin{bmatrix} TA - A_d T + B_d F & TB - B_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_0 \\ U_0 \end{bmatrix} = 0 \quad (14)$$

と書き換えることができる。この関係式より、 $N = n + m$ のとき、与えられた X_0, U_0 を用いて (13) 式を解いたとき、

$$TA = A_d T - B_d F, \quad TB = B_d \quad (15)$$

が満たされるためには

$$\text{rank} \begin{bmatrix} X_0 \\ U_0 \end{bmatrix} = \text{rank} \begin{bmatrix} x_0(i) & \cdots & x_0(i+n+m-1) \\ u_0(i) & \cdots & u_0(i+n+m-1) \end{bmatrix} = n+m \quad (16)$$

が必要である。さらに、この T が正則ならば対象の A, B も次式で求まる。

$$A = T^{-1} A_d T - T^{-1} B_d F, \quad B = T^{-1} B_d \quad (17)$$

(注意 1) v を消去し、 x_0, u_0 を使うアイディアは非反証制御 [1] の考えに基づくもので、文献 [3-5] などの仮想参照信号を用いた繰り返しチューニング法 FRIT でも採用されている。なお、文献 [3,4] では一入力系に限定して状態フィードバックゲインを求めており、文献 [5] では多入力系への拡張が行われている。これらの手法に対し、提案手法は多入力系が容易に扱え、対象の状態空間モデルも直接的に得ることができるという特長を有する。

4. 解法

行列の積の列展開

$$\text{vec}(LXR) = (R^T \otimes L) \text{vec} X \quad (18)$$

を用いて、(13) 式の転置

$$X_{0p}^T \begin{bmatrix} T^T & F^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_n \\ 0_{n \times m} \end{bmatrix} + X_0^T \begin{bmatrix} T^T & F^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -A_d^T \\ B_d^T \end{bmatrix} = U_0^T B_d^T \quad (19)$$

を列展開すると

$$\left(\begin{bmatrix} I_n & 0_{n \times m} \end{bmatrix} \otimes X_{0p}^T + \begin{bmatrix} -A_d & B_d \end{bmatrix} \otimes X_0^T \right) \times \text{vec} \begin{bmatrix} T^T & F^T \end{bmatrix} = (B_d \otimes U_0^T) \text{vec} I_m \quad (20)$$

となる。このとき、 T の第 i 行を t_i 、 F の第 i 行を f_i として、ベクトル

$$\eta = \text{vec} \begin{bmatrix} T^T & F^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_1 & t_2 & \cdots & t_n & f_1 & \cdots & f_m \end{bmatrix}^T \in \mathfrak{R}^{(n+m)n}$$

と $\mathcal{X} \in \mathfrak{R}^{nN \times (n+m)n}$ と $\mathcal{U} \in \mathfrak{R}^{mN}$ を

$$\mathcal{X} = \begin{bmatrix} I_n & 0_{n \times m} \end{bmatrix} \otimes X_{0p}^T + \begin{bmatrix} -A_d & B_d \end{bmatrix} \otimes X_0^T \quad (21)$$

$$\mathcal{U} = (B_d \otimes U_0^T) (\text{vec} I_m) \quad (22)$$

と定義すると、(20) 式は線形方程式

$$\mathcal{X}\eta = \mathcal{U} \quad (23)$$

となる。\$\mathcal{X}\$ のサイズは \$nN \times (n+m)n\$ であるから、\$N = n+m\$ で \$\mathcal{X}\$ が正則であれば \$\eta\$ は一意に定まり、最小二乗法は不要である。たとえば一入力の場合

$$F = \left(\begin{bmatrix} 0_{n \times n^2} & I_n \end{bmatrix} \mathcal{X}^{-1} \mathcal{U} \right)^T \quad (24)$$

となる。MATLAB のコマンドは以下のとおりである。

```
N = n+m;
X0p= x0(:,i+1:i+N);
X0 = x0(:,i:i+N-1);
U0 = u0(:,i:i+N-1);
X = kron([eye(n) zeros(n,m)],X0p')
      + kron([-Ad Bd],X0');
U = kron(Bd,U0')*reshape(eye(m),m*m,1);
eta = X\U;
F = reshape(eta(n*n+1:end),n,m)';
T = reshape(eta(1:n*n),n,n)';
A = T\ (Ad*T-Bd*F);
B = T\Bd;
```

\$A_d, B_d\$ として可制御正準形

$$A_d = \begin{bmatrix} A_{11} & \cdots & A_{1m} \\ \vdots & & \vdots \\ A_{m1} & \cdots & A_{mm} \end{bmatrix}, B_d = \begin{bmatrix} B_1 \\ \vdots \\ B_m \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$A_{ii} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ * & * & \cdots & * & * \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^{\mu_i \times \mu_i} \quad (26)$$

$$A_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 \\ * & \cdots & * \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^{\mu_i \times \mu_j} \quad (i \neq j) \quad (27)$$

$$B_i = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 1 & * & \cdots & * \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^{\mu_i \times m} \quad (28)$$

を与えると、条件 (16) 式は \$\mathcal{X}\$ が正則となる必要十分条件となる。なお \$\mu_i\$ は可制御性指数で、\$\mu_1 + \cdots + \mu_m = n\$。

【定理 1】 \$A_d, B_d\$ が可制御正準形で与えられると、\$N = n+m\$ のとき \$\mathcal{X} \in \mathfrak{R}^{(n+m)n \times n(n+m)}\$ が正則となる必要十分条件は

$$\text{rank} \begin{bmatrix} X_0 \\ U_0 \end{bmatrix} = n+m \quad (29)$$

(証明) \$\mathcal{X} \in \mathfrak{R}^{(n+m)n \times n(n+m)}\$ のブロック構造に注目して基本列変換を施すと、次の行列 \$\bar{\mathcal{X}}\$ を得る。

$$\bar{\mathcal{X}} = \begin{bmatrix} \bar{\mathcal{X}}_{11} & 0 & \bar{\mathcal{X}}_{1,m+1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \bar{\mathcal{X}}_{mm} & \bar{\mathcal{X}}_{m,m+1} \\ X_{0p}^T & -X_0^T & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & X_{0p}^T & -X_0^T \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & X_{0p}^T \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^{\mu_i n \times \mu_i (n+m)} \quad (30)$$

$$\bar{\mathcal{X}}_{i,m+1} = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & X_0^T & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^{\mu_i n \times m(n+m)}$$

\$i\$

\$\bar{\mathcal{X}} \in \mathfrak{R}^{(n+m)n \times n(n+m)}\$ が正則となるためには \$\bar{\mathcal{X}}\$ のブロック構造から、

$$\text{rank } X_0^T = \text{rank } X_0 = n \quad (31)$$

が必要で、(30) 式中の \$n+m\$ 行 \$2n\$ 列の行列が行フルランク、すなわち、

$$\text{rank} \begin{bmatrix} X_{0p}^T & X_0^T \\ X_{0p} & X_0 \end{bmatrix} = \text{rank} \begin{bmatrix} X_{0p} \\ X_0 \end{bmatrix} = n+m \quad (32)$$

も必要である。また逆にこれらは \$\bar{\mathcal{X}}\$ が正則となる十分条件でもある。したがって、

$$\det \mathcal{X} \neq 0 \Leftrightarrow \det \bar{\mathcal{X}} \neq 0 \Leftrightarrow (31) \text{ 式 and } (32) \text{ 式}$$

さらに、\$2n \times (n+m)\$ の行列が \$2n \times (n+m)\$ の行列と \$(n+m) \times (n+m)\$ の行列との積

$$\begin{bmatrix} X_{0p} \\ X_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ I_n & 0_{n \times m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_0 \\ U_0 \end{bmatrix} \quad (33)$$

で表現できることと、仮定より \$\text{rank } B = m\$ であるため、

$$\text{rank} \begin{bmatrix} A & B \\ I_n & 0_{n \times m} \end{bmatrix} = n+m \quad (34)$$

が成立することから、行列の階数の性質 (シルベスタの不等式) により、(32) 式と (29) 式とが等価である。よって、

$$\det \mathcal{X} \neq 0 \Leftrightarrow (31) \text{ 式 and } (29) \text{ 式}$$

さらに、(29) 式中の行列は \$n+m\$ 次正方行列であるので、(29) 式ならば (31) 式でもあるため、

$$\det \mathcal{X} \neq 0 \Leftrightarrow (29) \text{ 式}$$

□

5. 数値例

5.1 1入力系：2段直列型待ち行列 M/M/1/K

2段直列型待ち行列システム M/M/1/K は、計算機システム内のサービスを表す最も簡単なモデルである (Fig. 1). 第1段のバッファサイズ K が操作入力で、バッファがフルの場合はサービスの要求が拒否される. 第1段のサービスを終えた要求は第2段に移行する. 第2段のバッファサイズは十分に長いとする. サンプル時刻 k でのそれぞれの系内滞在時間 $R_i(k)$ が測定可能とし、動作点 \bar{R}_i からの変動を状態変数 $x_i = R_i - \bar{R}_i$ とする. 文献 [8] では、要求の到着率が1秒あたり3.8件, 第1段と第2段のサービス率がそれぞれ1秒あたり4件, 3.74件とし、動作点 $\bar{R}_1 = 2.5$, $\bar{R}_2 = 6.5$, $\bar{K} = 25$ とし、サンプル周期60秒のときの状態方程式の値を

$$A = \begin{bmatrix} 0.13 & 0 \\ 0.46 & 0.63 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0.069 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (35)$$

としている. なお, $u = K - \bar{K}$ である.

文献 [8] では、指定極を $z^2 - 0.6z + 0.2$ の根 $0.3 \pm \sqrt{0.11}j$ として、特性多項式の係数を比較する極配置法でゲインを $F = [-2.3188 \ -6.8966]$ と求めている (文献 [8] には数値に誤植がある).

まず, (35) 式の値をもつ (1) 式に初期ゲイン $F = [0.5 \ 1]$ を用いた状態フィードバック (3) 式を施して, v に区間 $[-5, 5]$ で一様に分布する乱数を与えて $x(k)$ と $u(k)$ を計算し, これを観測データ x_0, u_0 とみなした.

つぎに, A_d, B_d を可制御正準形とし, $N = n + m = 3$ として (23) 式を解き, $F = [-2.3188 \ -6.8967]$ を得た. この F は A と B を用いる従来の極配置法で計算したものとほぼ同じ値で, $A + BF$ の固有値は誤差 7.9×10^{-17} で指定極と一致した. また, 同定誤差は次であった.

$$\|A - \tilde{A}\| = 4.7 \times 10^{-16}, \|B - \tilde{B}\| = 1.5 \times 10^{-17}$$

なお, 以下では (17) 式で求まる A, B を \tilde{A}, \tilde{B} と記す.

指定極を原点にした場合, $N = n + m = 3$ として (23) 式を解くと, $F = [-11.0145 \ -12.5047]$ を得て, $A + BF$ の固有値は誤差 0.1×10^{-7} で指定極である原点と一致した. また, 同定誤差は次であった.

$$\|A - \tilde{A}\| = 1.2 \times 10^{-15}, \|B - \tilde{B}\| = 1.4 \times 10^{-17}$$

5.2 2入力系：Apache HTTP サーバ

操作量は二つのパラメータ KeepAlive (KA) と Max-Client (MC) で, CPU とメモリの使用率 (CPU と MEM) が調整できる. 文献 [8] では, 定常値 $\bar{KA} = 11$, $\bar{MC} = 600$ からの偏差を操作入力

$$u = \begin{bmatrix} KA - \bar{KA} \\ MC - \bar{MC} \end{bmatrix} \quad (36)$$

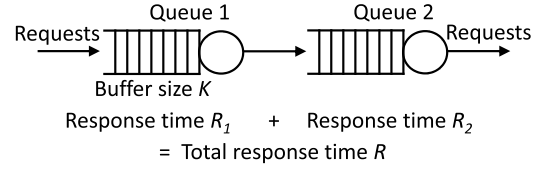


Fig. 1 A tandem queue

とし, 定常値 $\overline{CPU} = 0.52$, $\overline{MEM} = 0.53$ からの偏差の目標値 r との差を積分するサーボ系を構成している.

$$e = r - \begin{bmatrix} CPU - \overline{CPU} \\ MEM - \overline{MEM} \end{bmatrix} \quad (37)$$

$$x_I(k+1) = x_I(k) + e(k) \quad (38)$$

状態を $x^T = [e(k)^T \ x_I(k)^T]$ とする拡大系は

$$A = \begin{bmatrix} A_s & 0 \\ I_2 & I_2 \end{bmatrix}, A_s = \begin{bmatrix} 0.54 & -0.11 \\ -0.026 & 0.63 \end{bmatrix} \quad (39)$$

$$B = \begin{bmatrix} -B_s \\ 0 \end{bmatrix}, B_s = \begin{bmatrix} -85 & 4.4 \\ -2.5 & 2.8 \end{bmatrix} \times 10^{-4} \quad (40)$$

で与えられる (ここでは簡単のため $r_i = 0$ とした).

文献 [8] では, 指定極を $0.67 \pm 0.25j$, $0.53 \pm 0.3j$ とし, 極配置法でフィードバックゲインを求めているが, この例にも誤植がある. そこで, 文献に記載のゲインを初期フィードバックゲインとして (3) 式を施して, v_1 に区間 $[-0.05, 0.05]$, v_2 に区間 $[-100, 100]$ で一様に分布する乱数を与えて $x(k)$ と $u(k)$ を計算し, これを観測データ x_0, u_0 とみなした.

指定極を固有値をもつように, A_d, B_d を

$$A_d = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -0.5114 & 1.34 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -0.3709 & 1.06 \end{bmatrix}, B_d = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

として与え, $N = 6$ として (23) 式を解き,

$$F = \begin{bmatrix} -29.709 & 69.780 & -21.142 & 33.223 \\ -150.22 & 2146.5 & -34.240 & 1164.2 \end{bmatrix} \quad (41)$$

を得た. $A + BF$ の固有値は誤差 1.3×10^{-14} 以内で指定極と一致した. 同定誤差は次のとおりであった.

$$\|A - \tilde{A}\| = 3.0 \times 10^{-14}, \|B - \tilde{B}\| = 4.1 \times 10^{-17}$$

つぎに指定極を原点にした場合, A_d, B_d を

$$A_d = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, B_d = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

とし, $N = 6$ として (23) 式を解き, 極配置ゲイン

$$F = \begin{bmatrix} -194.996 & 329.515 & -123.348 & -193.833 \\ -266.960 & 6115.639 & -110.132 & 3744.493 \end{bmatrix} \quad (42)$$

を得た. $A+BF$ の固有値は誤差 0.4×10^{-7} 以内で指定極である原点と一致した. また, 同定誤差は次であった.

$$\|A - \tilde{A}\| = 2.1 \times 10^{-14}, \quad \|B - \tilde{B}\| = 4.4 \times 10^{-17}$$

6. 雑音の影響

状態観測値と操作入力に雑音 ε と w が含まれる場合

$$x_0(k) = x(k) + \varepsilon(k), \quad u(k) = u_0(k) + w(k) \quad (43)$$

であるから, (9) 式は

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} T - A_d T + B_d F \\ B_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0(k+1) - \varepsilon(k+1) \\ x_0(k) - \varepsilon(k) \end{bmatrix} \\ = B_d (u_0(k) + w(k)) \end{aligned} \quad (44)$$

となる. このことから, η が満たすべき線形方程式は

$$(\mathcal{X} + \Delta\mathcal{X})\eta = \mathcal{U} + \Delta\mathcal{U} \quad (45)$$

となる. この式の \mathcal{X}, \mathcal{U} は測定値で $\Delta\mathcal{X}, \Delta\mathcal{U}$ は雑音による影響を表す.

全最小二乗法 (Total Least Squares Method: TLS) を用いると, (45) 式を満たす解 $\eta \in \mathbb{R}^{(n+1)n}$ を $\Delta\mathcal{X}, \Delta\mathcal{U}$ のフロベニウスノルム $\left\| \begin{bmatrix} \Delta\mathcal{X} & \Delta\mathcal{U} \end{bmatrix} \right\|_F$ を最小とするように求めることができる [9].

5.1 の数値例を用いて, (45) 式の全最小二乗解を求めた. 状態観測値に加える雑音 ε は, 平均 0, 分散 0.02^2 の正規分布に従う乱数とした. 制御入力の雑音 w は操作量を整数値とする丸め誤差とした. 状態観測値 x_0 の第 1 成分に重畳している雑音 ε_1 と観測値 $x_1 + \varepsilon_1$, 制御入力 u_0 と丸め誤差 w の一例を Fig. 2 に示す.

50 組の u_0 と x_0 を用意し, それらを用いて共に $N = 100$ として極配置ゲイン F を求めた. すべての $A+BF$ の固有値のプロットを Fig. 3(a) に示す. 図中丸印は指定極を示している. $A+BF$ の固有値の指定極との誤差の最大値は 0.105 であった. また, 同定誤差の最大値は

$$\|A - \tilde{A}\| = 0.1028, \quad \|B - \tilde{B}\| = 0.0024$$

であった.

SNR を悪くし, 分散 0.04^2 とした場合が Fig. 3(b) である. さらに SNR を悪くすると $A+BF$ の固有値の分布は広がり, 不安定な結果を示すものも現れる. そのような悪条件も含め, システム同定法により (A, B) を求めたから F を計算する場合との比較は今後の課題である.

7. おわりに

状態観測値を用いて極配置問題を直接解く方法を示した. 対象への操作入力値, 状態の観測値, 指定極を A 行列の固有値としてもつ可制御システムを用いて, 状

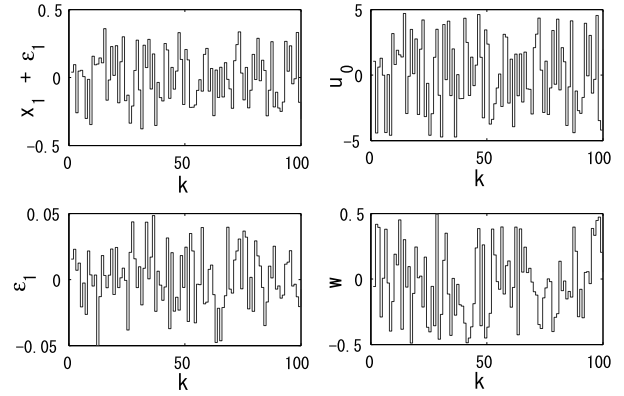


Fig. 2 A sample of measurement data used in pole placement (left top: the first element of x_0 , left bottom: noise in the first element of x_0 , right top: u_0 , right bottom: rounding error)

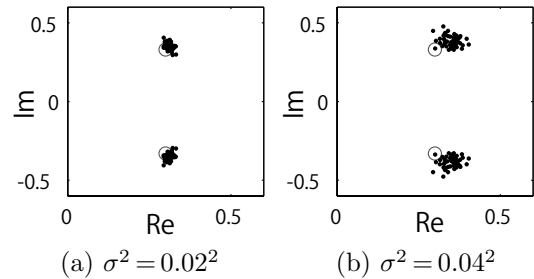


Fig. 3 Plot of the desired poles ('o') and eigenvalues of $A+BF$ by the proposed method

態フィードバックゲインを算出する際に, 相似変換行列も得られるため, 対象の係数行列も同時に得ることができる. 観測値の独立性が十分にあれば, サンプル数は $n+m+1$ でよく, 状態フィードバックゲインのオンラインチューニングも容易である. 数値例に示した計算機システムなど, パラメータ同定が容易でない対象やパラメータが変化しやすい対象でシステムの応答性能を容易に保証したい場合など本手法は有用であると考えられる.

関連研究として, 測定値から状態フィードバックゲインや制御器を直接算出する方法が提案されている [11–15]. いずれも最適制御問題を扱っており, 本論文で対象とする極配置ゲインを求めるものではなく, 対象の状態方程式も同時に得ることを想定していない. 最適制御は実用上重要であるため, 本論文で採用したアプローチで最適レギュレータゲインと対象の状態方程式を同時に得ることも今後の課題である.

本研究の一部は JSPS 科研費 23360183 の助成を受けている. また, 第一著者による本研究の着想は金沢大学大学院自然科学研究科の講義「情報強化された環境調和型メカトロニクス」での第二著者を含めた受講生諸氏との討論に拠るところが大きい. また, 大阪工業大学の奥宏史氏に多くの助言を頂いた. ここに感謝の意を表す.

参考文献

- [1] M. G. Safonov and T.-C. Tsao: The unfalsified control concept and learning; *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 42, No. 6, pp. 843–847 (1997)
- [2] 金子: データを直接用いた制御器パラメータチューニング; 計測と制御, Vol. 47, No. 11, pp. 903–908 (2008)
- [3] 松井, 赤松, 木村, 中野, 桜間: FRIT法の状態フィードバックゲイン調整への応用; 電気学会論文誌C, Vol. 132, No. 6, pp. 851–859 (2012)
- [4] 金子, 澤川, 山本: 状態フィードバックゲインのデータ駆動型更新; 計測自動制御学会論文集, Vol. 49, No. 6, pp. 632–638 (2013)
- [5] O. Kaneko: The canonical controller approach to data-driven update of state feedback gain; *Proc. of the 10th Asian Control Conference*, 1570075547 (2015)
- [6] 疋田, 小山, 三浦: 極配置問題におけるフィードバックゲインの自由度と低ゲインの導出; 計測自動制御学会論文集, Vol. 11, No. 5, pp. 556–560 (1975)
- [7] J. E. Ackermann: On the synthesis of linear control systems with specified characteristics; *Automatica*, Vol. 13, No. 1, pp. 89–94 (1977)
- [8] J. L. Hellerstein, Y. Diao, S. Parekh and D. M. Tilbury: *Feedback Control of Computing Systems*; John Wiley & Sons (2004)
- [9] I. Markovsky and S. Van Huffel: Overview of total least-squares methods; *Signal Processing*, Vol. 87, pp. 2283–2302 (2007)
- [10] 山本, 岡野, 金子: 状態観測値を用いた極配置法; 第59回システム制御情報学会研究発表講演会, 221–4, (2015)
- [11] 河村: 入出力データから最適レギュレータを構成する基礎的アルゴリズム; 計測自動制御学会論文集, Vol. 24, No. 11, pp. 1216–1218 (1988)
- [12] 河村: 離散時間最適制御と最適推定について直交条件に関する双対性; 計測自動制御学会論文集, Vol. 24, No. 12, pp. 1260–1267 (1988)
- [13] K. Furuta and M. Wongsaisuwan: Discrete-time LQG dynamic controller design using plant Markov parameters; *Automatica*, Vol. 31, No. 9, pp. 1317–1324 (1995)
- [14] J.-T. Chan: An LQ controller with a prescribed pole region? A data-based design approach; *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 119, No. 2, pp. 271–277 (1997)
- [15] Y. Kawamura, M. Nakano and H. Yamamoto: Model-free recursive LQ controller design (learning LQ control); *Int. J. Adapt. Control Signal Process.*, Vol. 18, pp. 551–570 (2004)

著者略歴

やまもと
山本しげる
茂 (正会員)

1989年3月大阪大学大学院工学研究科博士前期課程修了。同年4月大阪大学工学部助手, 同大学大学院基礎工学研究科助教を経て, 2007年4月金沢大学大学院自然科学研究科教授, 2008年4月同大学理工研究域電子情報学系教授となり現在に至る。制御理論とその応用に関する研究に従事。博士(工学)(大阪大学)。計測自動制御学会, IEEEなどの会員。

おかの
岡野ゆうき
祐貴

2014年3月金沢大学理工学域電子情報学類卒業, 同年4月金沢大学大学院自然科学研究科電子情報科学専攻博士前期課程に入学し現在に至る。システム制御の理論と応用の研究に従事。

かね
金子おきむ
修 (正会員)

1969年9月30日生。1994年長岡技術科学大学大学院工学研究科修士課程修了, 1999年大阪大学基礎工学研究科博士課程単位認定退学。同年大阪大学大学院基礎工学研究科助手, 2009年金沢大学理工研究域電子情報学系准教授, 現在に至る。制御理論とその応用の研究に従事。博士(工学)。2008年本会論文賞・砂原賞, 2012年計測自動制御学会論文賞, 2015年同学会制御部門パイオニア技術賞を受賞。