

Estimation of Magnetic Reluctivity of Core by Finite Element Method

メタデータ	言語: jpn 出版者: 公開日: 2018-06-21 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: メールアドレス: 所属:
URL	https://doi.org/10.24517/00009633

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 3.0 International License.



有限要素法支援による磁気抵抗率の推定法

金 沢 大 学

°山田外史¹⁾, 沢田篤宏²⁾, 別所一夫³⁾

Estimation of Magnetic Reluctivity of Core by Finite Element Method

Sotoshi YAMADA, Atsuhiko SAWADA and Kazuo BESSHO

Nowadays, the finite element method(FEM) is regarded as the most important technique in the field analysis of the electrical machines. However, the direct application of FEM for the design of machine and the parameter identification, one of the inverse problems, is rare.

The paper deals with the estimation of magnetic reluctivity by FEM. The combination of FEM and the measured field data (flux or flux density) becomes it possible to identify the magnetic reluctivity. The formulation and the error of estimated values are discussed.

1. まえがき

有限要素法は電気機器の電磁界数値解析に多く利用され、今日重要な解析手段となっている。しかし、有限要素法を本来の主目的である機器設計や探査などに応用する場合等の逆問題に関してはいくつかの報告があるがこれから多くの研究が行われるものと思われる。^{[1][2]}

本報告は、磁心の磁気抵抗率 ν を計測する一方法として、磁心外での磁束、磁束密度の測定値と有限要素法を結合して未知の磁気抵抗率を推定する方法の定式化と数値実験の結果を報告する。

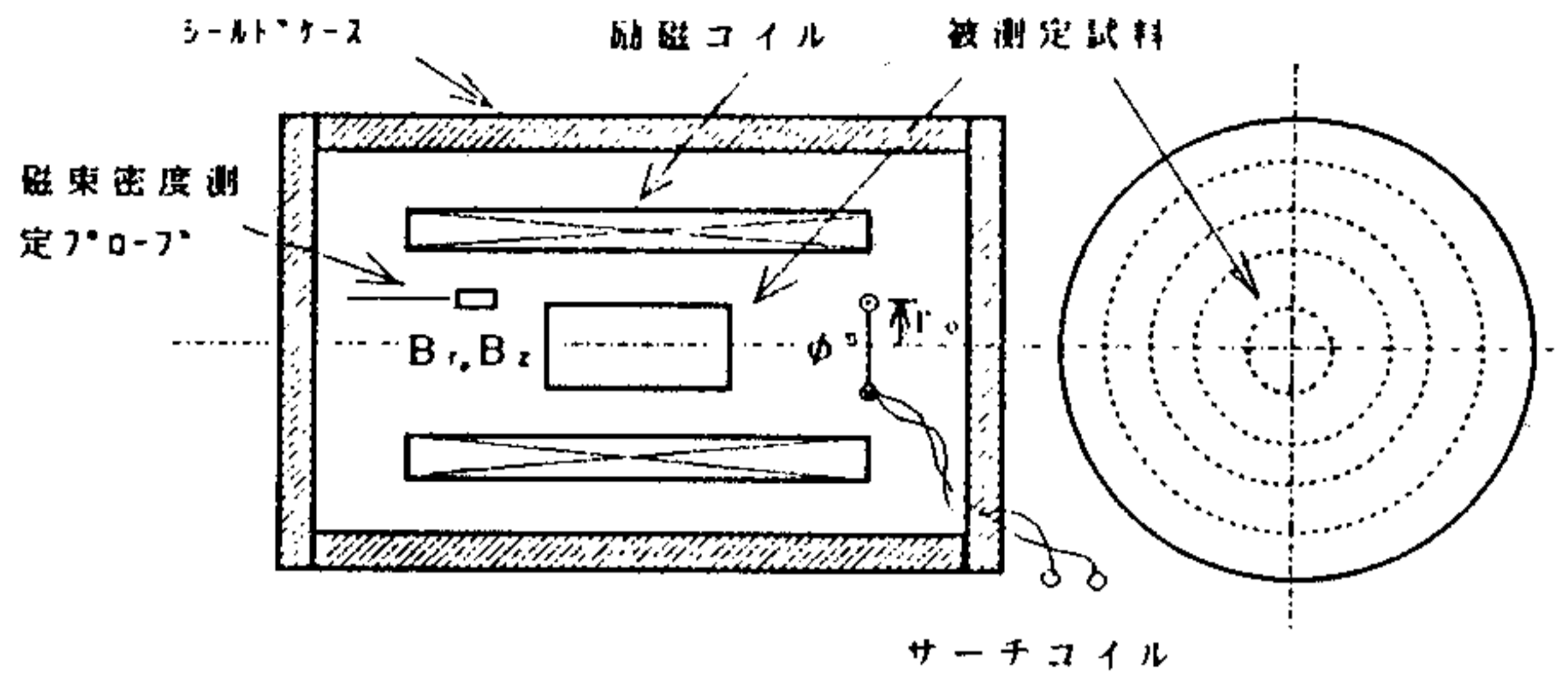
2. 磁気抵抗率の推定のための定式化

2. 1 磁束密度を測定値とするの場合の定式化

計算の簡単化のために、図・1に示すような透磁率の無限大の磁性体で囲まれた円筒空間に未知の等方性の磁気抵抗率を持つ円柱状磁心および励磁コイルのある場合を対象に選ぶ。これより軸対称3次元場でかつ静磁界の場合について、磁気抵抗率の推定のための定式化を行う。Maxwellの方程式からベクトルポテンシャル $A=(0,0,A)$ に対して

$$\frac{\partial}{\partial r} \left\{ \frac{\nu}{r} \frac{\partial (rA)}{\partial r} \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu \frac{\partial A}{\partial z} \right) = -J. \quad \dots(1)$$

(1) 電気・情報工学科 助教授 (2) 大学院修士課程 (3) 電気エネルギー変換実験施設 教授
〒920 金沢市小立野2丁目40番20号 電 (0762) 61-2101



図・1 磁気抵抗率推定のためのモデル装置

として表わされる。ここで J_z 、 ν ($=\nu_0 \mu_0$ 、 ν_0 : 真空の磁気抵抗率、 μ_0 : 比磁気抵抗率) は z 方向の電流密度ならびに磁気抵抗率であり、等方性とする。

(1)式に一次三角要素を適用すると、要素係数マトリクスにより各要素(e)に対する方程式は

$$\left\{ \frac{\partial \chi^e}{\partial A^e} \right\} = 2 \pi \nu_{6m} \begin{bmatrix} S_{11}^{11} & S_{12}^{12} & S_{13}^{13} \\ S_{21}^{21} & S_{22}^{22} & S_{23}^{23} \\ S_{31}^{31} & S_{32}^{32} & S_{33}^{33} \end{bmatrix} \{A^e\} - \{K^e\} \quad \dots\dots(2)$$

ただし

$$S_{ij} = \nu_0 \{ r_c (b_i b_j - c_i c_j) / 4\Delta + (b_i + b_j) / 6 + \Delta / (9 r_c) \},$$

$$K_i^e = \Delta J_z / 4 (r_c + r_i / 3), \quad r_c = (r_1 + r_2 + r_3) / 3,$$

$$\{A^e\} = \{A_1 \ A_2 \ A_3\}^T, \quad b_i = z_j - z_k, \quad c_i = r_k - r_j,$$

Δ : 要素の面積、 (r_i, z_i) : 節点 i の座標、

ν_{6m} : 要素に置ける比磁気抵抗率

となる。

(2)式から全体節点第2方程式が導かれる。すなわち

$$\{f\} = [H(\nu_{6m})] \{A\} - \{G\} = 0 \quad \dots\dots(3)$$

ここで、 $[H(\nu_{6m})]$ は節点の未知のポテンシャルの数 n_1 で決まる $(n_1 \times n_1)$ の対称マトリクスであり、要素の値には未知の比磁気抵抗率 ν_{6m} が n_2 個含まれる。

(3)式においては H_{ij} に未知の比磁気抵抗率が含まれるので非線形連立方程式となり、ニュートン・ラフソ法を用いて線形化する。すなわち、ベクトルポテンシャルならびに比磁気抵抗率の真値を

$$A_i = A_i^{k-1} + \delta A_i^k$$

$$\nu_{6m} = \nu_{6m}^{k-1} + \delta \nu_{6m}^k \quad \dots\dots(4)$$

ここで A_i^{k-1} : 節点 i でのベクトルポテンシャルの $(k-1)$ 回目の繰り返しでの近似値

ν_{6m}^{k-1} : m 番目の未知の比磁気抵抗率の //

とすると以下の式に展開できる。

$$\{f\} = [H(\nu_{6m}^{k-1})] \{A^{k-1}\} - \{G\} + [H(\nu_{6m}^{k-1})] \{\delta A^k\} +$$

$$\left[\frac{\partial \{ \Sigma H(\nu_{6m}) A^{k-1} \}}{\partial \nu_{6m}} \right] \left\{ \delta \nu_{6m}^k \right\} = 0 \quad \dots\dots(5)$$

上式を整理すると(6)式となる。

$$\begin{aligned} n_1 \left[\begin{array}{c} \left[H(\nu_{6m}^{k-1}) \right] \\ \left[\frac{\partial \{ \Sigma H(\nu_{6m}) A^{k-1} \}}{\partial \nu_{6m}} \right] \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \{ \delta A^k \} \\ \{ \delta \nu_{6m}^k \} \end{array} \right\} \\ n_1 \qquad \qquad \qquad n_2 \\ = \left\{ G \right\} - \left[H(\nu_{6m}^{k-1}) \right] \left\{ A^{k-1} \right\} \end{aligned} \quad \dots\dots(6)$$

上記の連立方程式の数は n_1 であり、変数の数は $n = n_1 + n_2$ である。

(6)式を解くために n_2 個の式を与える。たとえば、任意の要素 e での磁束密度の測定値 (B_r^e 、 B_z^e) が与えられるとすると、すなわち

$$B_r^e = -\sum c_i / 2\Delta \cdot A_i^e = \{M_i\}^T \{A\} = B_i \quad \dots\dots(7)$$

$$B_z^e = \sum b_i / 2\Delta \cdot A_i^e + A_c^e / r_c = \{M_i\}^T \{A\} = B_i \quad \dots\dots(8)$$

$\{M_i\}$: 測定ベクトル、 B_i : 測定値

となる。(7),(8)式にニュートン・ラフソン法を適用すると

$$\{M_i\}^T \{ \delta A^k \} = B_i - \{M_i\}^T \{ A^{k-1} \} \quad \dots\dots(9)$$

となる。(9)式が n_2 個与えられると(6)と(9)式をまとめると以下の式となる。

$$\begin{aligned} n_1 \left[\begin{array}{c} \left[H(\nu_{6m}^{k-1}) \right] \\ \left[\frac{\partial \{ \Sigma H(\nu_{6m}) A^{k-1} \}}{\partial \nu_{6m}} \right] \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \{ \delta A^k \} \\ \{ \delta \nu_{6m}^k \} \end{array} \right\} \\ n_2 \left[\begin{array}{c} \left[M_i \right]^T \\ \left[0 \right] \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \{ \delta A^k \} \\ \{ \delta \nu_{6m}^k \} \end{array} \right\} \\ = \left\{ \begin{array}{c} \left\{ G \right\} - \left[H(\nu_{6m}^{k-1}) \right] \left\{ A^{k-1} \right\} \\ \left\{ B \right\} - \left\{ M \right\}^T \left\{ A^{k-1} \right\} \end{array} \right\} \end{aligned} \quad \dots\dots(10)$$

(10)式はいわゆる縁付きバンドマトリクスとなる。解は、設定した収束条件を満足するまで繰り返し計算を行う。

2. 2 磁束量が測定値とする場合の定式化

サーチコイル等により測定した磁束量を測定値として与えた場合について考える。軸対称3次元座標であるので、図・1に示す半径 r_0 の円を横切る磁束が ϕ^e として測定されたとすると、すなわち

$$\phi^e = 2\pi r_0 A_0 = \{M_i\}^T \{A\} \quad \dots\dots(11)$$

となる。(11)式にニュートン・ラフソン法を適用しまとめると同様に(10)式が得られる。

測定値が磁束密度ならびに磁束が複合される場合においても同様である。

3. 数値実験による推定結果

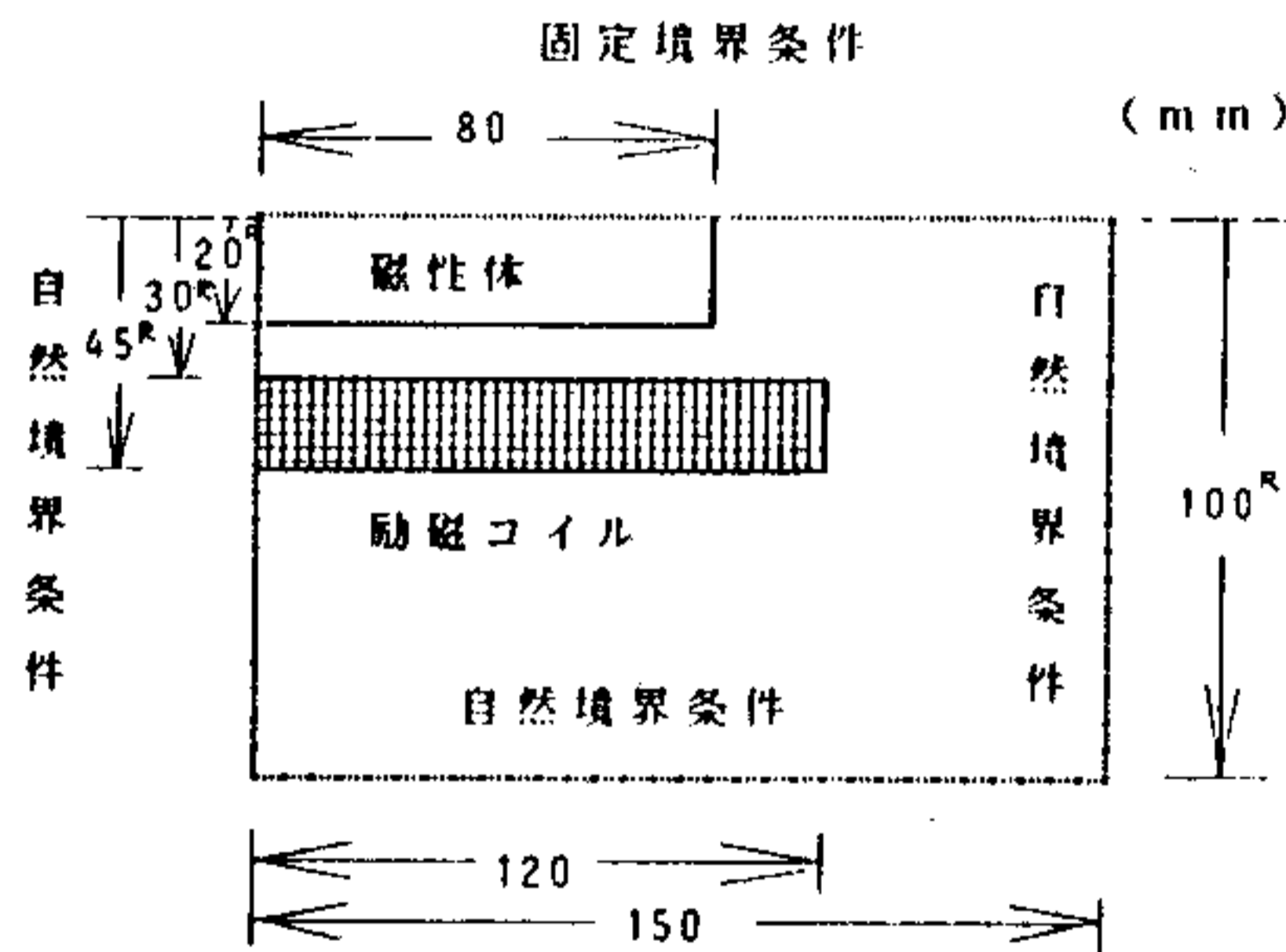
3. 1 モデル装置

図・1のモデル装置に基づきその1/4の領域すなわち図・2に示す解析領域について計算を行った。3次元軸対称な領域は理想的な磁気シールドがなされていると仮定して軸上を除いて境界上においては自然境界条件を適用する。磁気抵抗率を未知とする磁性体以外の領域では透磁率は真空の値 μ_0 とする。計算領域は、図・3に示すように節点数918、要素数1716から成っている。

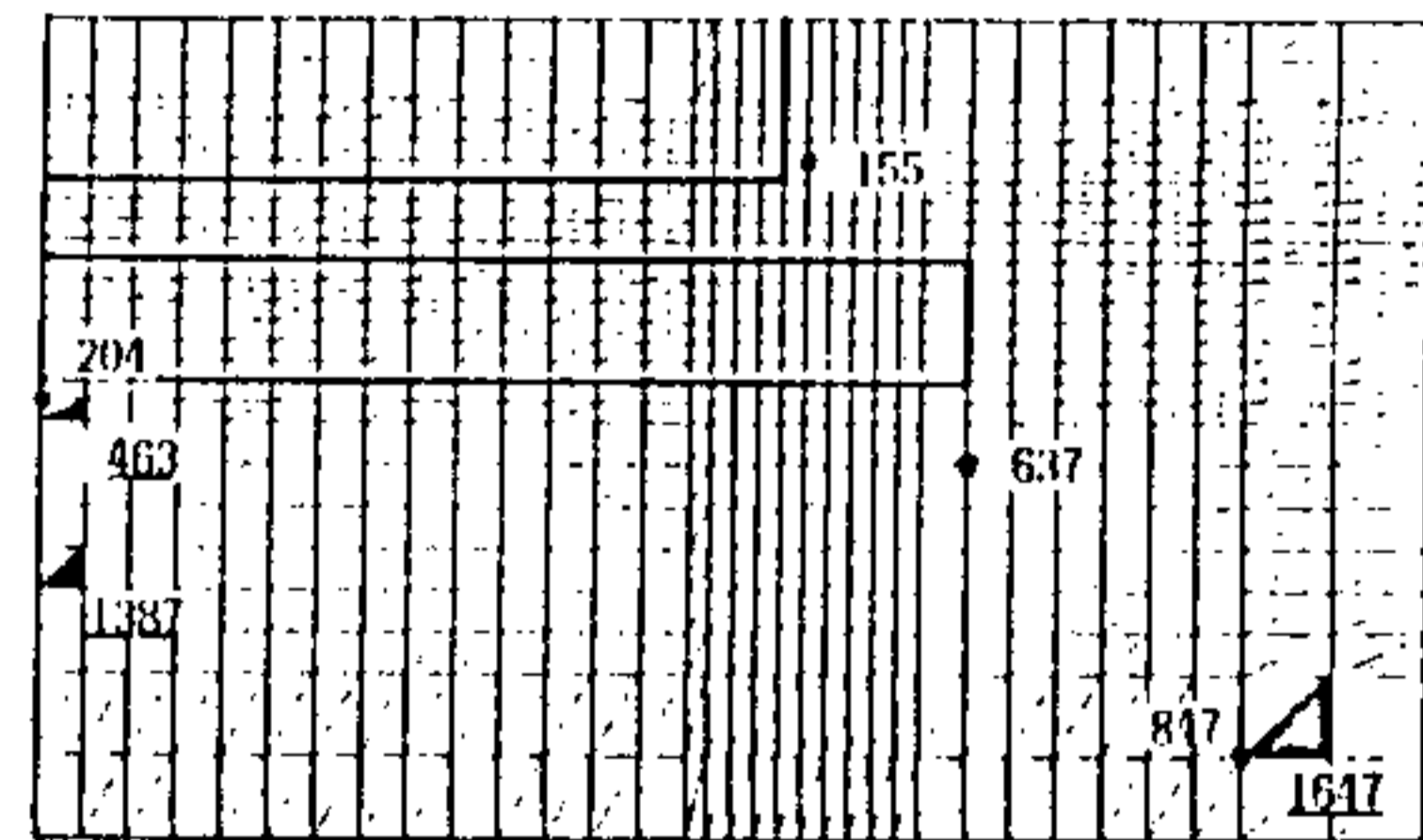
図・4は、磁心の比透磁率 $\mu_r=50$ 一定として計算した磁束分布を示したものである。

3. 2 比磁気抵抗率の推定

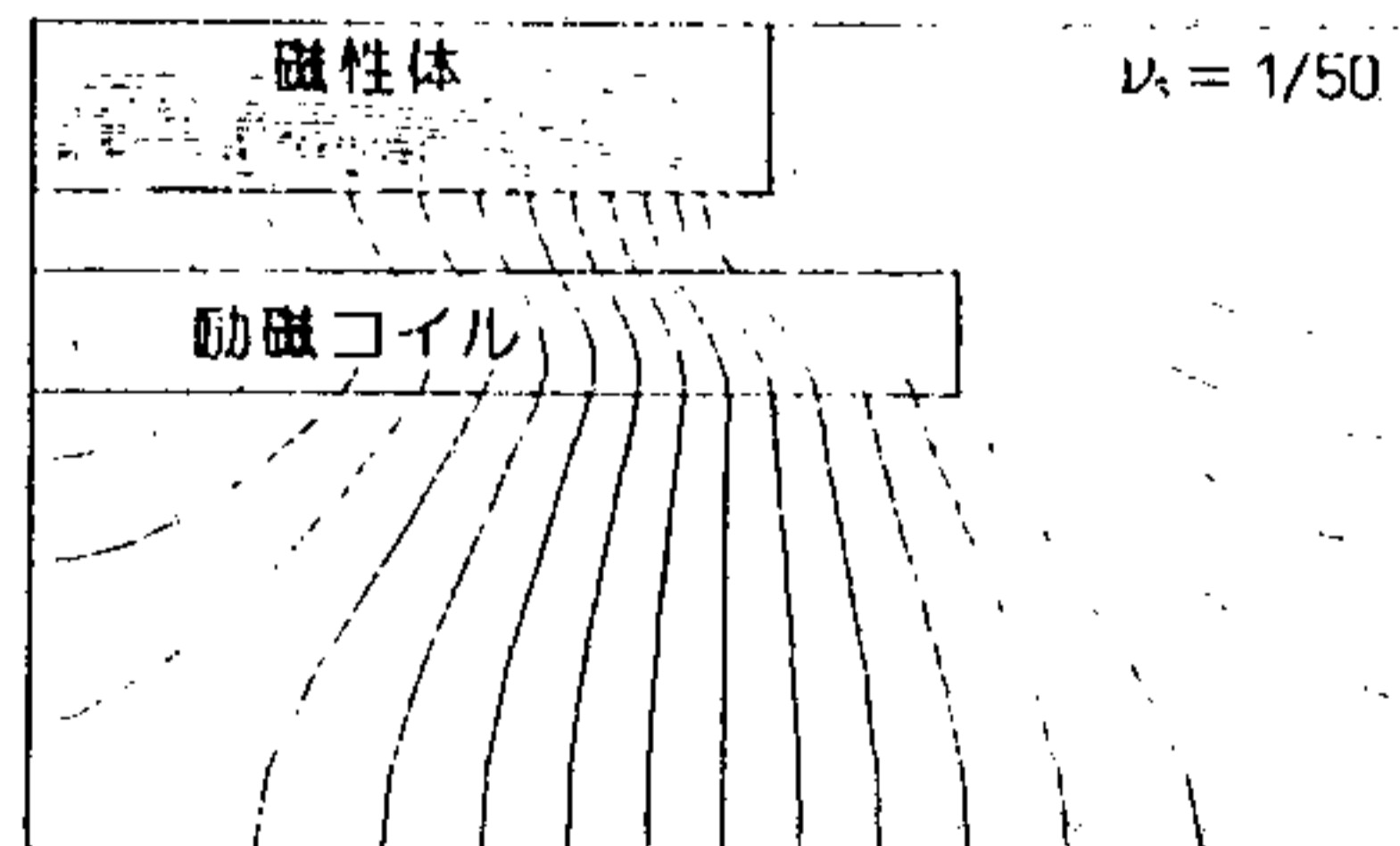
図・2のモデルにおいて(6)式を適用して均一な円柱磁性体の比磁気抵抗率を推定した。この計算では、図・3に示す計算による磁束(ベクトルポテンシャル)および磁束密度の計算値を測定値として仮定して比磁気抵抗率の推定を行った結果を表・1に示す。測定値が磁束値の場合は、各節点を半径とする円を通る磁束を与え計算を行った。表・1には図・3で図示する節点番号にて示した。測定値が磁束密度の場合は、各要素での B_r, B_z を与えて計算を実行した。繰り返し回数は、場所ならびに測定値の与え方に依存することが極めて少ないことが明らかになった。ただし、この計算においてはすべて倍精度とし収束の判定は $(\delta A/A)$ および $(\delta \mu_r/\mu_r)$ の絶対値が0.001以下としている。



図・2 解析モデル



図・3 要素分割と節点、要素番号



図・4 磁束分布図

表・1 磁気抵抗率の推定値

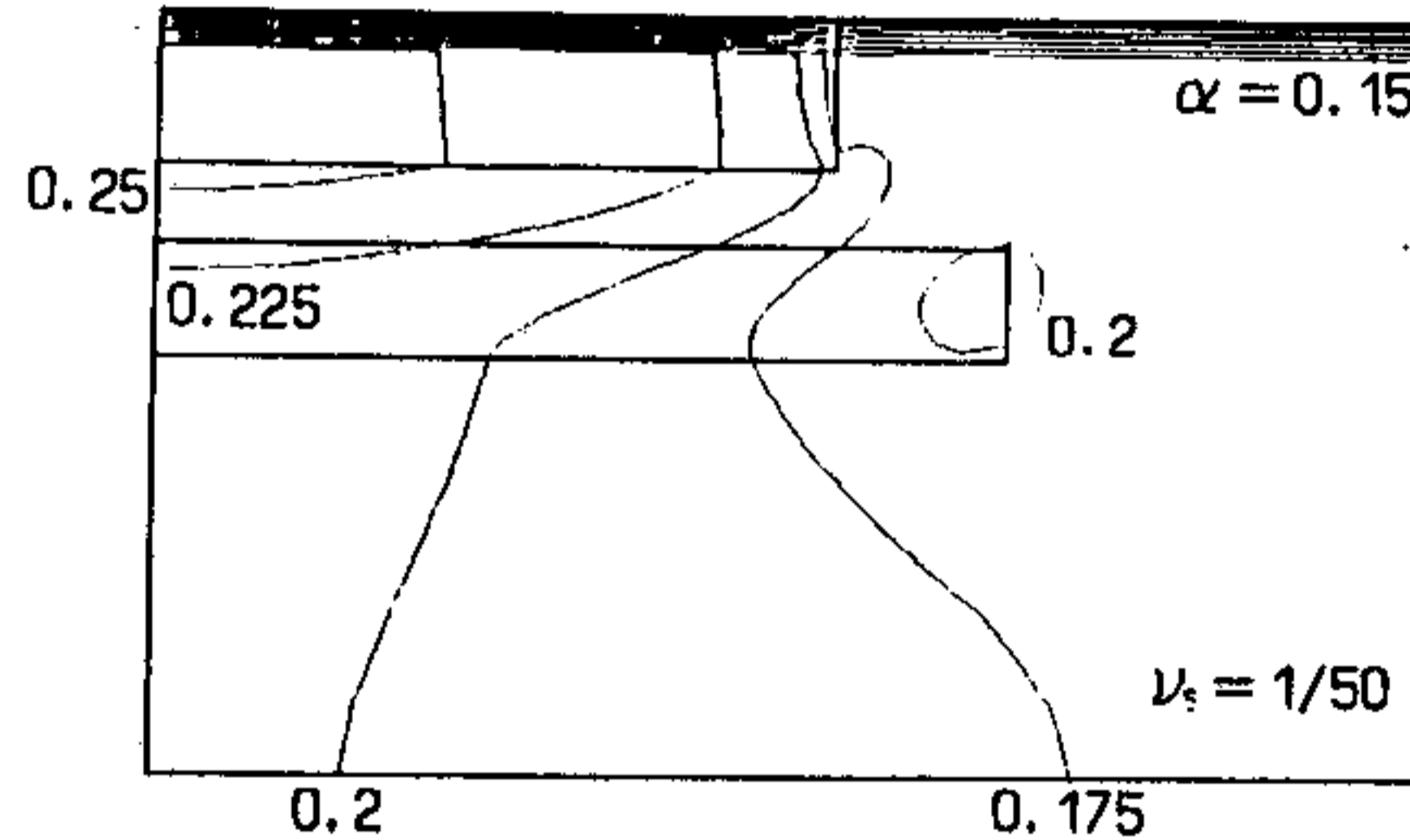
	節点、要素 の番号	測定値 (磁束、磁束密度)	繰返回数	推定値 (1/μ ₀)
1	204	磁束	4	50.000000001665
2	637	磁束	4	50.000000002405
3	847	磁束	5	50.000000002051
5	463	磁束密度(B _r)	4	50.000000000241
6	463	磁束密度(B _z)	4	49.999999998819
7	1647	磁束密度(B _r)	4	50.000000001220
8	1647	磁束密度(B _z)	4	50.000000001115

3.3 推定値の誤差

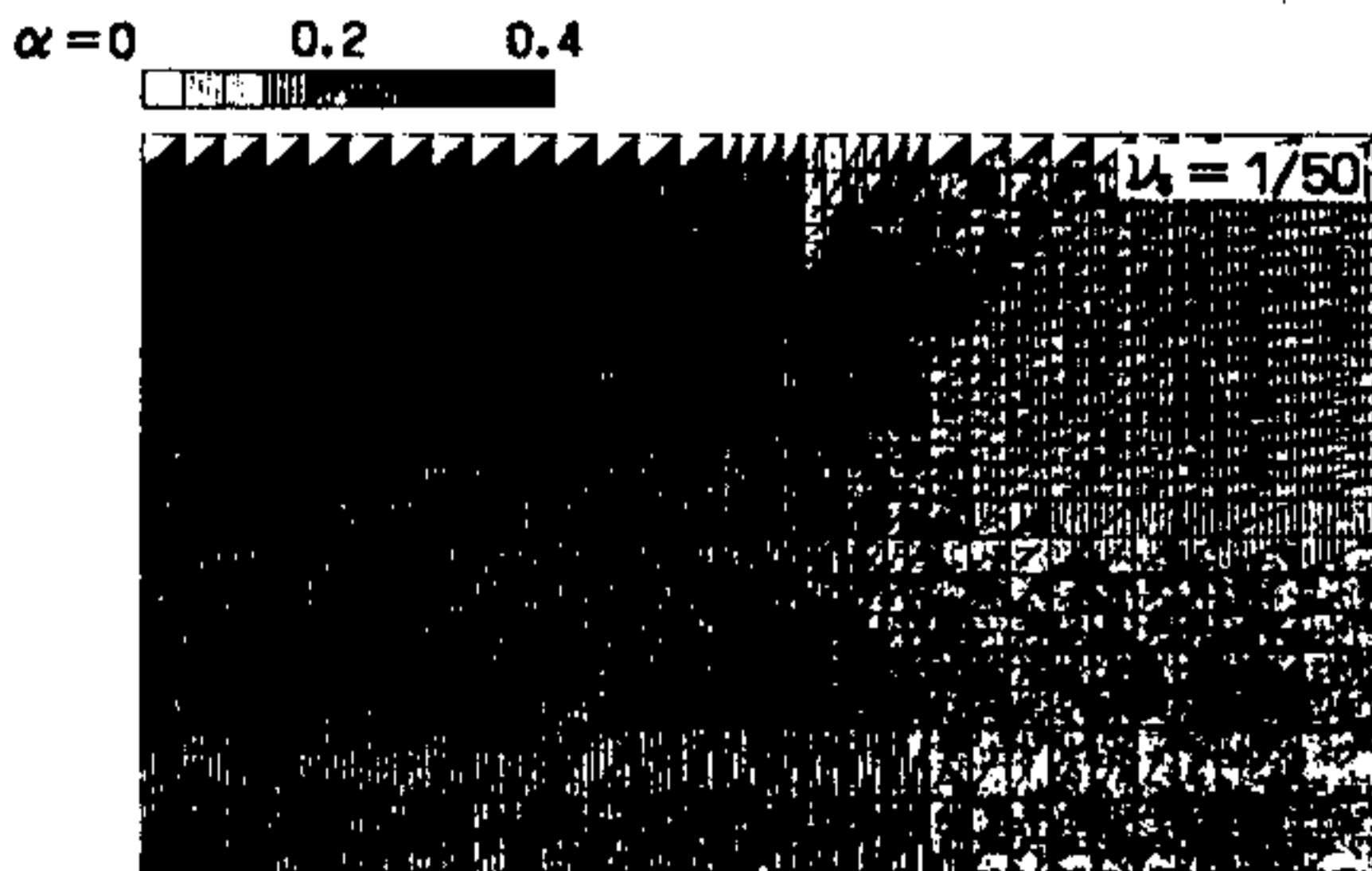
3.2節の計算では与える測定値が計算による値、すなわち倍精度の計算による極めて精度の高い値を用いているので当然と考えられる。実際には測定値には測定場所の曖昧さ、測定機器の精度等により測定値には誤差が含まれる。この誤差による推定値の影響を検討するために、比磁気抵抗率の値の変化による磁束(ベクトルポテンシャル)ならびに磁束密度に与える感度を調べた。この感度を表すために次式、すなわち

$$\alpha = \left(\frac{\Delta A}{A} \right) / \left(\frac{\Delta \mu_0}{\mu_0} \right), \quad \alpha = \left(\frac{\Delta B_{r,(z)}}{B_{r,(z)}} \right) / \left(\frac{\Delta \mu_0}{\mu_0} \right) \quad \dots\dots(12)$$

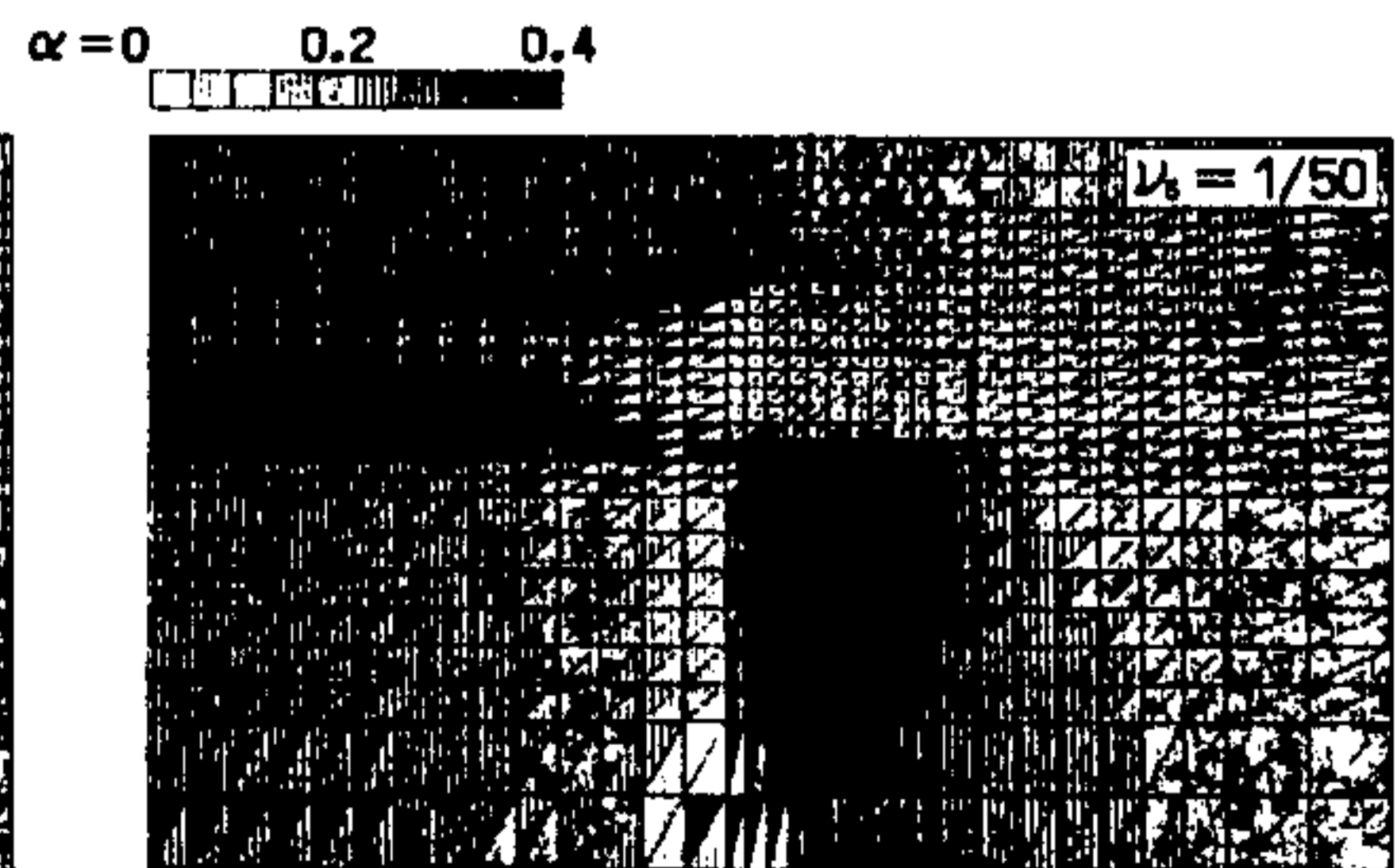
を定義する。この値が大きいくほど測定値の精度が推定値に与える影響が少ないと考えられる。図・5(a)、(b)ならびに(c)には、比磁気抵抗率 μ₀ = 1/50 の磁心を基に(Δμ₀



(a) 磁束(ベクトルポテンシャル)に対する感度



(b) 磁束密度 (B_r) に対する感度



(c) 磁束密度 (B_z) に対する感度

図・5 磁心の比磁気抵抗率変化に対する測定値の感度

表・2 推定値の誤差感度

	節点、要素 の番号	測定値 (磁束、磁束密度)	推定値の誤差感度 (β)	$1/\alpha$
1	204	磁束	3.9598	3.952
2	155	磁束	5.6921	5.672
3	847	磁束	5.8762	5.854
4	463	磁束密度(B_r)	2.8669	2.862
5	463	磁束密度(B_z)	-0.7689	-0.7698
6	1387	磁束密度(B_r)	3.7512	3.743
7	1557	磁束密度(B_r)	4.7963	4.782

$\Delta V_6 = 0.001$ として計算したベクトルポテンシャル A ならびに磁束密度 B_r, B_z に対する感度 α を図示した。

表・2は、逆に比磁気抵抗率の推定において測定値に誤差を与え推定値の変化を求めたもので、推定値の誤差感度として

$$\beta = \left(\frac{\Delta V_6}{V_6} \right) / \left(\frac{\Delta A}{A} \right), \quad \beta = \left(\frac{\Delta V_6}{V_6} \right) \left(\frac{\Delta B_{r,(z)}}{B_{r,(z)}} \right) \quad \dots\dots(13)$$

を定義して表した。この計算において測定値に誤差 $\varepsilon = 0.001$ を与えて求めた。

この結果、感度の値 α, β は互いに逆数の関係があることが明らかであり、これより推定する磁心の予想値を用い図・5を計算することにより推定値の誤差の評価、また精度の高い推定を行うための測定場所、要求される測定精度が検討できる。

4. まとめ

有限要素法を利用して、逆問題の手法により磁心の磁気抵抗率の推定が、磁束、磁束密度の測定値を与えることにより可能であることを示した。この磁気抵抗率の測定では磁心を必要な形状に加工せずに（ただし、ここでは円柱の形状のみ）磁気抵抗率の測定が可能となる。

この手法について今後次に点、すなわち

- (1) 3次元静磁場問題による任意形状の磁心の磁気抵抗率の推定
 - (2) 最小二乗法等による推定値の誤差の減少
 - (3) 複数の磁気抵抗率を未知とすることによる非破壊検査への利用
- 等について検討を行う予定である。

=====
参考文献
=====

[1] S.J.Salon, B.Isften: "Inverse Non-linear Finite Element Problems", IEEE Trans. on Magnetics, Vol.MAG-22, No.5, Sept, 1986.

[2] 石山・神田・高森・小貫: 「数値計画法を用いた均一磁界発生用マグネットの最適設計」、電気学会論誌、107、Vol.7、p922-929、昭62。

[3] 山田・沢田・別所: 電気関係学会北陸支部連大、A-6、昭62。