

平面宇宙ロボットの滑らかな時不変フィードバック制御

ランジャン・ムカジー*1 掃部雅幸*2 泉田啓*3

Control of Planar Space Robots Using Smooth and Time-Invariant Feedback

Ranjan Mukherjee*1, Masayuki Kamon*2 and Kei Senda*3

In this paper we address the problem of reconfiguration of a freely floating planar space robot. Such a system is nonholonomic in nature due to the conservation of its angular momentum. This paper presents a smooth and time-invariant feedback control strategy that asymptotically converges the system states from practically any configuration to the desired configuration. The controller does not render the desired configuration asymptotically stable in the sense of Lyapunov but suffers from no convergence problem. The control strategy, though time-invariant, uses a nonlinear oscillator and extends the concept of geometric phase to control. In certain situations the controller has a slow rate of convergence but this problem can be easily rectified by simple modifications, as suggested in this paper. A stability analysis of the closed loop system using the original controller is only presented but results of numerical simulation indicate that both the modified controllers as well as the original controller can converge the system states to their desired values satisfactorily.

Key Words: Planar Space Robot, Smooth and Time-invariant Feedback Control, Nonlinear Oscillator

1. 緒 論

軌道上で搭乗員の船外活動を代行する宇宙ロボットを実現するためには、関節運動で多体系の向きと姿勢[†]を変えさせる制御方策が望まれる。この内部運動中には外力と外トルクが作用しないので、系の角運動量が保存され、系の運動に非ホロノミック拘束を課す[1]。非ホロノミック系は一般に可制御ではあるが、滑らかな時不変状態フィードバック系では安定化できない[2]。

非ホロノミック系の安定化制御器の研究を要約するが、網羅的ではないので、文献[3]も参照されたい。経路追従やある多様体への安定化といった制御問題とは異なり、平衡状態へ安定化させるという非常に一般的な制御目的に、標準的な非線形制御法は使えない。これは、Brockettのフィードバック安定化の必要条件[2]からの帰結であり、閉ループ系の平衡状態を漸近安定化する滑らかな時不変状態フィードバックが存在しないことを含意する。この必要条件を回避するために開発されてきた安定化法は、次のように分類できる：(i) 滑らかな時変安定化、

(ii) 滑らかでない時不変安定化、(iii) 複合した安定化。時変安定化には[4]などがあるが、遅い収束に悩まされるという特徴がある[5]。滑らかでない制御器[6][7]または複合制御器[8]を用いると、より早い収束が達成できる。複合制御器は、区分的な時間ごとに様々な低位の連続時間制御器を切り換える。

移動ロボットとリアクションホイールを2個搭載した衛星の研究は多いが、宇宙ロボットのフィードバック安定化を議論している論文はほとんどない。この分野の研究は初期より運動計画に焦点を当ててきた[1][9]~[19]。最近、平面宇宙多体系の安定化法がKolmanovskiy and McClamroch[20]により二つ提案されたが、滑らかでない時不変制御器はチャタリングに陥り、滑らかな時変制御器は非指数的で遅い収束に悩まされた。また、宇宙ロボットのフィードバック制御が山田[21]により提案されたが、近似的方法であり、安定性の議論は不十分である。

本論文では、平面宇宙ロボットに対して、ほとんど任意の初期状態から平衡状態へ漸近安定化できる、滑らかで時不変のフィードバック制御法を示す。この制御器は、平衡状態をリヤプノフの意味で漸近安定化するものではないが、実用上の問題はない。また、軌道の有界性を保証するので、平衡点をリヤプノフの意味で安定化する。非ホロノミック系に対する、既存の滑らかな時変制御法では線形振動子を用いるが[3]、本論文では、その代わりにファン・デル・ポール振動子[22]の一種である非線形振動子を用いる。その結果、滑らかで時不変のフィードバック制御が得られる。この制御器は、幾何学的位相の概念

原稿受付 1997年6月30日

*1 ミシガン州立大学工学部

*2 川崎重工業(株)

*3 大阪府立大学工学部

*1 College of Engineering, Michigan State University

*2 Kawasaki Heavy Industry, Co. Ltd.

*3 College of Engineering, Osaka Prefecture University

†「姿勢」という言葉を「関節位置のみによって決まるマニピュレータの形態」という意味に用い、「物体の向き」という意味には用いない。

を制御に拡張するものであり、非ホロノミック系の制御に本質的に新しい方法をもたらす。

この論文の構成は、以下のとおりである。2章では、系のモデルと数学的準備について述べる。滑らかで時不変の制御方法を3章で示す。閉ループ系の平衡状態への漸近収束は4章で立証する。目標の関節位置がゼロホロノミー曲線に近いときに、収束率が悪いという問題を克服するために、5章では修正制御器を二つ提案する。四つの異なる場合に対するシミュレーションを6章で示すが、そのうちの二つは修正制御器によるものである。結論を7章で示す。

2. 系のモデルと数学的準備

2.1 角運動量保存

台座のリンクと2回転関節を持つ2リンクマニピュレータから構成される平面宇宙ロボット (Fig. 1) を考える。

外力と外トルクが作用しないので、多体系の並進と回転の運動量が保存される。初期時刻において、全系の並進と回転の運動量がともに零と仮定する。この並進運動量の保存は、ロボットの質量中心が慣性的に不動であることを意味する。それゆえ、系の一般化座標を、台座リンクの方向 θ 、マニピュレータの関節角 ϕ_1 と ϕ_2 からなるように選ぶことができる (Fig. 1)。

この3リンク系の角運動量保存則は、次のように表せる。

$$\dot{\theta} = h_1(\phi_1, \phi_2) \dot{\phi}_1 + h_2(\phi_1, \phi_2) \dot{\phi}_2 \quad (1)$$

h_1 と h_2 は関節角の解析関数で、各リンクの幾何学パラメータと慣性パラメータから計算できる。状態変数 $\mathbf{x} \triangleq (\theta \ \phi_1 \ \phi_2)^T$ 、制御入力 $\mathbf{u}_1 \triangleq \dot{\phi}_1$ 、 $\mathbf{u}_2 \triangleq \dot{\phi}_2$ に対し、状態方程式は次式となる。

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{h}_1 \mathbf{u}_1 + \mathbf{h}_2 \mathbf{u}_2 \quad (2)$$

$$\mathbf{h}_1 \triangleq (h_1 \ 1 \ 0)^T, \quad \mathbf{h}_2 \triangleq (h_2 \ 0 \ 1)^T$$

2.2 一次 Lie 括弧積運動とゼロホロノミー曲線

式 (2) 中のベクトル \mathbf{h}_1 と \mathbf{h}_2 の Lie 括弧積は

$$\mathbf{h}_3 \triangleq [\mathbf{h}_1, \mathbf{h}_2] \triangleq \left\{ \frac{\partial \mathbf{h}_2}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{h}_1 - \frac{\partial \mathbf{h}_1}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{h}_2 \right\} \quad (3)$$

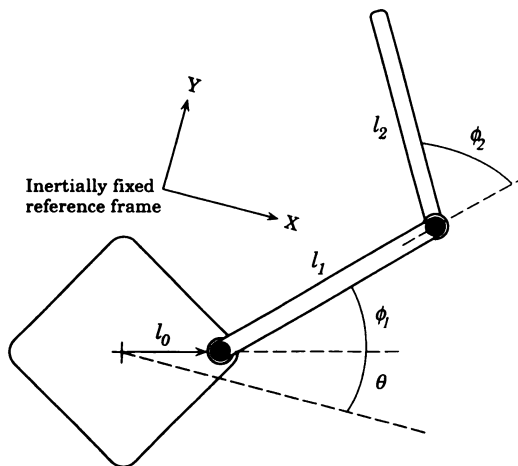


Fig. 1 A planar space robot with three links

ただし、 $\mathbf{h}_3 = (h_3 \ 0 \ 0)^T$ 、 $h_3 \triangleq (\partial h_2 / \partial \phi_1 - \partial h_1 / \partial \phi_2)$ である。マニピュレータの姿勢空間における h_3 の図 (Fig. 2) は、 h_3 が恒等的には零でないことを示している。それゆえ、Frobenius の定理 [22] より、式 (1) の拘束は非ホロノミックであると演繹できる。この非ホロノミックな性質は、式 (1) を時間に関して積分しても理解できる。積分すると

$$\Delta \theta = \int_P (h_1 d\phi_1 + h_2 d\phi_2) \quad (4)$$

となるが、 P はマニピュレータの姿勢空間 [17] として知られる ϕ_1 - ϕ_2 平面における経路である。明らかに、方向変数 θ の変化は、 ϕ_1 と ϕ_2 の両端値のみならず、経路 P に依存している。もし、経路が閉じていると、 θ の変化は

$$\Delta \theta = \oint_C (h_1 d\phi_1 + h_2 d\phi_2) = \pm \iint_S h_3(\phi_1, \phi_2) d\phi_1 d\phi_2 \quad (5)$$

で与えられる。ここで、 C は閉じた経路、 S は C で囲まれた領域、式 (5) 中の符号は閉じた経路 C の方向に依存し、移動方向が時計方向だと正、反時計方向では負となる。 ϕ_1 - ϕ_2 平面上で、 h_3 が恒等的に零ではないので、独立変数 ϕ_1 と ϕ_2 の閉ループ運動によって、従属変数 θ が変化することは明らかである。

一次 Lie 括弧積 \mathbf{h}_3 は、 ϕ_1 - ϕ_2 平面の特定の点では零である。そのような特異点 [11] の軌跡は Fig. 2 に示されている。この曲線をゼロホロノミー (zero-holonomy) 曲線と呼ぶ。平面宇宙ロボットの運動計画問題 [23] や制御問題を考える際、この曲線を考慮することは重要である。説明のために、積分法の第一平均値定理を用い、式 (5) を次のように書き換える。

$$\Delta \theta = \pm \iint_S h_3(\phi_1, \phi_2) d\phi_1 d\phi_2 = \pm h_3(\phi_1^*, \phi_2^*) \iint_S d\phi_1 d\phi_2$$

ここで、 ϕ_1^* 、 ϕ_2^* は、閉曲線 C のなかにある点である。閉曲線 C がゼロホロノミー曲線を横切る場合、 $h_3(\phi_1^*, \phi_2^*)$ は零かもしれない。その場合、 $\Delta \theta$ は零になるので、関節の閉ループ運動によって、この宇宙ロボットの方向を変えることはできない。また、 $h_3(\phi_1^*, \phi_2^*)$ が小さい場合も方向転換は困難である。

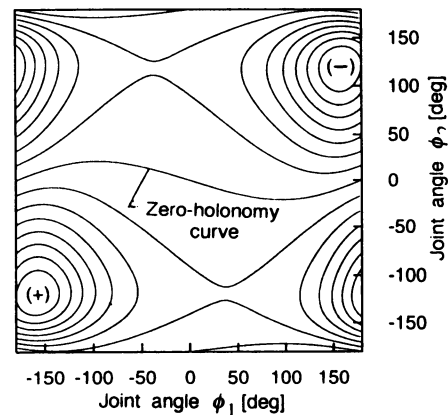


Fig. 2 Contour plot of h_3 in the ϕ_1 - ϕ_2 space and the zero-holonomy curve

3. 滑らかな時不変フィードバック制御法

3.1 問題定義

フィードバック漸近安定化問題は、状態 $\mathbf{x} = (\theta \phi_1 \phi_2)^T$ を目標値 $\mathbf{x}_d = (\theta_d \phi_{1d} \phi_{2d})^T$ へ漸近安定化する制御入力 u_1, u_2 を設計する問題と定義される。状態変数の誤差を

$$\hat{\theta} \triangleq (\theta - \theta_d), \quad \hat{\phi}_1 \triangleq (\phi_1 - \phi_{1d}), \quad \hat{\phi}_2 \triangleq (\phi_2 - \phi_{2d})$$

と定義すると、フィードバック漸近安定化は、 $t \rightarrow \infty$ のとき $(\hat{\theta} \hat{\phi}_1 \hat{\phi}_2) \rightarrow (0 \ 0 \ 0)$ とする制御入力を設計する問題である。

3.2 極座標への変換

関節変数の誤差を直角座標として取り扱い、それらを次のように、 r と ψ の極座標に変換する。

$$\begin{aligned} \hat{\phi}_1 &\triangleq (\phi_1 - \phi_{1d}) = r \cos \psi \\ \hat{\phi}_2 &\triangleq (\phi_2 - \phi_{2d}) = r \sin \psi \end{aligned} \quad r \geq 0 \quad (6)$$

式 (6) で表される逆変換 $(r, \psi) \rightarrow (\hat{\phi}_1, \hat{\phi}_2)$ は至る所で定義される。しかし、順変換は、 $r = 0$ である $(\hat{\phi}_1, \hat{\phi}_2) = (0, 0)$ では定義されない。ほかのすべての点で、順変換を次のように定義する。

$$r = \sqrt{\hat{\phi}_1^2 + \hat{\phi}_2^2}, \quad \psi = \tan^{-1}(\hat{\phi}_2/\hat{\phi}_1), \quad r \neq 0 \quad (7)$$

式 (6) とその微分を式 (1) に代入すると、角運動量保存則の極座標表現を得るので、簡潔に表記すると次のようになる。

$$\dot{\theta} = \eta_1(r, \psi) \dot{r} + \eta_2(r, \psi) \dot{\psi} \quad (8)$$

$$\eta_1(r, \psi) = h_1(r, \psi) \cos \psi + h_2(r, \psi) \sin \psi \quad (9)$$

$$\eta_2(r, \psi) = -h_1(r, \psi) r \sin \psi + h_2(r, \psi) r \cos \psi$$

3.3 動径不変向角：定義と解釈

新しい変数、動径不変向角 β を次のように定義する。

$$\beta = \hat{\theta} - \int_0^r [d\theta]_{\psi:\text{const}} = \hat{\theta} - \int_0^r \eta_1(r', \psi) dr' \quad (10)$$

ただし、式 (10) の右辺第二項は、関節変数を直線的に目標値に移動させると生じる方向の変化である。関節変数が Fig. 3 の A から B へ至る開いた経路 P に沿って動くときの β の変化は

$$\begin{aligned} \Delta\beta_{A \rightarrow B} &= (\beta_B - \beta_A) \\ &= \hat{\theta}_B - \int_0^{r_2} \eta_1(r', \psi_2) dr' - \hat{\theta}_A + \int_0^{r_1} \eta_1(r', \psi_1) dr' \\ &= \oint_{OABO} (h_1 d\phi_1 + h_2 d\phi_2) = \iint_S h_3 d\phi_1 d\phi_2 \end{aligned}$$

ここで、OABO は経路 P の $\psi = \psi_1$ と $\psi = \psi_2$ の動径線との交わりによってできる閉じた経路、S は閉経路 OABO によって囲まれる領域である。明らかに、関節が通過する経路が開経路であっても、 β の変化は面積分によって評価できる。それゆえ、 β は開経路 AB に関する幾何学的位相を表す。定義より、 β は原点 $(\hat{\phi}_1, \hat{\phi}_2) = (0, 0)$ を通る各動径方向の線に沿って一定である。これが、 β を“動径不変向角”と呼ぶ理由である。

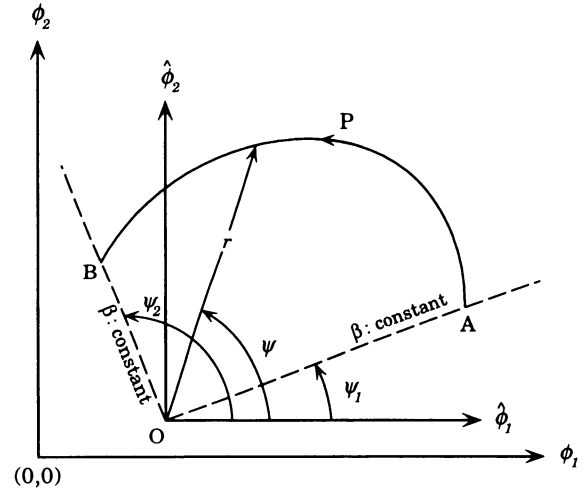


Fig. 3 Interpretation of radially isometric orientation

式 (10) を微分することにより、 $\dot{\beta}$ が次のように得られる。

$$\begin{aligned} \dot{\beta} &= \dot{\theta} - \frac{d}{dt} \int_0^r \eta_1(r', \psi) dr' \\ &= \left(\eta_2 - \int_0^r \frac{\partial \eta_1(r', \psi)}{\partial \psi} dr' \right) \dot{\psi} \end{aligned} \quad (11)$$

η_3 と η_4 を

$$\eta_3(r, \psi) \triangleq \frac{\partial \eta_2}{\partial r} - \frac{\partial \eta_1}{\partial \psi}, \quad \eta_4(r, \psi) \triangleq \int_0^r \eta_3(r', \psi) dr' \quad (12)$$

と定義すると、式 (11) は、次のように書き換えられる。

$$\dot{\beta} = \dot{\psi} \int_0^r \left(\frac{\partial \eta_2(r', \psi)}{\partial r'} - \frac{\partial \eta_1(r', \psi)}{\partial \psi} \right) dr' = \eta_4 \dot{\psi} \quad (13)$$

注1: η_1 が複雑なため、式 (10) の右辺第二項の積分の閉じた解が得られず、 β を計算する際には数値積分している。しかし、 β は θ, ϕ_1, ϕ_2 のみに依存する静的な変数である。

3.4 フィードバック制御法

まず、式 (6) と式 (10) を用いて、等価なシステムを作る。

$$\dot{\mathbf{y}} = \mathbf{g}_1 v_1 + \mathbf{g}_2 v_2 \quad (14)$$

ここで、 $\mathbf{y} \triangleq (\beta \ r \ \psi)^T$, $\mathbf{g}_1 \triangleq (0 \ 1 \ 0)^T$, $\mathbf{g}_2 \triangleq (\eta_4 \ 0 \ 1)^T$ であり、 $v_1 \triangleq \dot{r}$, $v_2 \triangleq \dot{\psi}$ と定義される。フィードバック制御は、式 (14) に対して $t \rightarrow \infty$ のときに $(\beta, r) \rightarrow (0, 0)$ とする制御変数 v_1 と v_2 を設計することである。実際 $(\beta, r) = (0, 0)$ のとき $(\hat{\theta}, \hat{\phi}_1, \hat{\phi}_2) = (0, 0, 0)$ である。滑らかで時不変のフィードバック制御 v_1 と v_2 を次のように提案する。

$$v_1 = \alpha r (\sigma^2 \tanh[n_1 \beta^2] - r^2) \quad (15)$$

$$v_2 = -\gamma \text{sign}[h_3(\phi_{1d}, \phi_{2d})] \tanh[n_2 \beta] \quad (16)$$

ただし、 β は式 (10) より求める。また、次の仮定をおく。

$$r(0) \neq 0, \quad h_3(\phi_{1d}, \phi_{2d}) \neq 0 \quad (17)$$

制御器パラメータ α, γ, n_1, n_2 は正の数, σ は適切に選ばれた正の数である. σ の適切な選び方は, 4章で述べる.

宇宙ロボットに対する実際の制御入力である式 (2) の u_1, u_2 は, 式 (15) と式 (16) の制御変数 v_1, v_2 と式 (6) の時間微分によって関係づけられる. それゆえ, 制御入力は

$$\begin{aligned} u_1 &= \cos \psi v_1 - r \sin \psi v_2 \\ u_2 &= \sin \psi v_1 + r \cos \psi v_2 \end{aligned} \quad (18)$$

で与えられる. 式 (18) の制御は, 初期時に $r = 0$ の点, または, $\phi_1(0) = \phi_{1d}$ かつ $\phi_2(0) = \phi_{2d}$ の点から, 原点へ系の状態を安定化することはできない. それゆえ, 閉ループ系の平衡点の漸近安定性を要請しないことにする. この状況を除いては, 任意の系の状態から平衡状態に漸近的に収束できる. このことは, 次の注と 6章のシミュレーション結果で説明する.

注 2: $r(0)$ と $h_3(\phi_{1d}, \phi_{2d})$ が厳密に零である領域は大きさを持たないので, 式 (17) の二つの仮定は, 実用上の問題にならない. 式 (15) と定義 $v_1 = \dot{r}$ より, $\beta \neq 0$ のときに $r = 0$ は不安定な平衡点である. 第一の仮定は, この不安定な平衡点に系の軌道がとどまらないことを保証する. 第二の仮定は, 目標の関節位置が厳密にゼロホロノミー曲線の上に来ないために必要である. これは, 式 (16) の v_2 が常に零ではないことを保証する.

注 3: 式 (18) の制御器は滑らかで至るところで定義される. $r = 0$ では変数 ψ は定義できなくなるが, $\cos \psi$ と $\sin \psi$ の項は有界なままである. さらに, 式 (15) から分かるように, $r \rightarrow 0$ のときに制御変数は $v_1 \rightarrow 0$ となる. それゆえ, u_1 と u_2 は至るところで定義され, $r \rightarrow 0$ の極限で消失する.

4. 安定性解析

この章では, 式 (18) の制御 u_1, u_2 が, 式 (2) の系の状態 (θ, ϕ_1, ϕ_2) を目標値に漸近的に収束させることを証明する.

補題 1: r の軌道は, 大域のかつ一様に終局的有界である.

証明: 次のスカラー関数を考慮する.

$$V(r) = \frac{1}{2} r^2 \quad (19)$$

関数 V は以下の条件を満たす: (a) $V \geq 0$, (b) $r \rightarrow \infty$ のときに $V \rightarrow \infty$, (c) V は r に関して一回連続偏微分可能. 系の軌道に沿った V の微分は, 式 (15) を用いると

$$\dot{V} = r \dot{r} = -\alpha r^2 (r^2 - \sigma^2 \tanh[n_1 \beta^2]) \quad (20)$$

となる. 閉じた有界集合 $M = \{r \in R : r \leq \sigma \sqrt{\tanh[n_1 \beta^2]}\}$ を定義し, $M_\epsilon \supset M$ を M からの距離が正の微小量 ϵ より小さいすべての点の集合とし, M_ϵ^C を M_ϵ の補集合とする. すると, V とその微分が次の条件を満たすことは容易に分かる: (i) すべての $r_1 \in M$ と $r_2 \in M_\epsilon^C$ に対して $V(r_1) < V(r_2)$, かつ (ii) すべての $r \in M_\epsilon^C$ に対して $\dot{V} \leq -\alpha \epsilon (\epsilon + 2\sigma \tanh[n_1 \beta^2]) (\epsilon + \sigma \tanh[n_1 \beta^2])^2 < 0$. ゆえに, r の軌道が大域のかつ一様に終局的有界であることは文献 [24] より結論づけられる. \square

注 4: r の一様な終局的有界性は, r の軌道が有限時間には M_ϵ のなかにとどまることを保証する. 閉じた有界集合

$N = \{r \in R : r \leq \sigma\}$ を考え, M に対する M_ϵ と同様に N_ϵ を定義すると, $N_\epsilon \supset M_\epsilon$ なので, r の一様な終局的有界性は, r の軌道が有限時間は N_ϵ のなかにとどまることも意味する.

補題 2: 式 (16) の制御入力 v_2 を用いると, 動径不変向角 $\beta(t)$ は, 任意の有限時間において有界である. すなわち, $\beta(t)$ は有限発散時刻を持たない.

証明: 式 (3) の h_3 は, 有界かつ ϕ_1 と ϕ_2 において周期的である. これは, Fig. 2 の h_3 の図から明らかである. 補題 1 から, r は大域のかつ一様に終局的有界であることが分かっている. 式 (12) の η_3 と式 (3) の h_3 の関係を計算すると

$$\eta_3 = r h_3 \quad (21)$$

となるので, η_3 は一様有界である. ゆえに, 式 (12) より, η_4 も一様有界である. 式 (13) と制御変数 $v_2 = \dot{\psi}$ の定義より,

$$\dot{\beta} = \eta_4 \dot{\psi} = -\gamma \eta_4 \text{sign}[h_3(\phi_{1d}, \phi_{2d})] \tanh[n_2 \beta] \quad (22)$$

を得る. 上式の右辺が有界なので, 動径不変向角 $\beta(t)$ は, 任意の有限時間において有界である. \square

補題 3: 式 (15) の動的システムの平衡点 $r = 0$ は, $\beta \neq 0$ では不安定である.

証明: 式 (19) の局所的な正定関数 V を用いると, 文献 [22] の不安定性定理より, 明らかである. \square

定義 1 (登用領域): ゼロホロノミー曲線は, $h_3(\phi_1, \phi_2)$ の符号の違いにより, ϕ_1 - ϕ_2 平面を二つの領域に分ける. 登用領域は, (ϕ_{1d}, ϕ_{2d}) を含み, あらゆる点で $h_3(\phi_1, \phi_2)$ が $h_3(\phi_{1d}, \phi_{2d})$ と同じ符号を持つ単連結領域である.

補題 4: 登用領域で, 変数 η_4 は $h_3(\phi_{1d}, \phi_{2d})$ と同符号を持つ.

証明: 定義より $r \geq 0$ でなので, 式 (22) より, 登用領域で η_3 は $h_3(\phi_{1d}, \phi_{2d})$ と同じ符号を持つ. 式 (12) の η_4 の定義より, 命題は明らかである. \square

定理 1: (β と r の零への漸近収束)

- (A) 動径不変向角 β は零へ漸近収束し, かつ
(B) 式 (17) の仮定の下に制御入力を式 (15)(16) とすると, 極座標 r は零へ漸近収束する.

証明:

(A) 変数 δ を点 (ϕ_{1d}, ϕ_{2d}) とゼロホロノミー曲線との最小距離とする. 式 (17) の第二の仮定より, $\delta > 0$ である. 微小な正の数 ϵ と制御器パラメータ σ を $\sigma + \epsilon = \delta$ となるように選ぶ. 注 4 より, r の軌道は有限時間内に $N_\epsilon = \{r \in R : r \leq \delta\}$ に入り, N_ϵ のなかに関じこめられる. 補題 2 より, この有限時間において, 動径不変向角 β は有界である. r が N_ϵ に入った後に, β が漸的に零に収束することは, 次式のリアプノフ関数 V_1 を用いて得られる.

$$V_1 = \frac{1}{2} \beta^2 \quad (23)$$

式 (13) と式 (16) を用いると, V_1 の微分は

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \beta \dot{\beta} = \beta \eta_4 \dot{\psi} \\ &= -\gamma \eta_4 \text{sign}[h_3(\phi_{1d}, \phi_{2d})] \beta \tanh[n_2 \beta] \end{aligned} \quad (24)$$

となる。\$\dot{V}_1\$ は負定であり、\$t \to \infty\$ のときに \$\beta \to 0\$ となること
 が、以下の4項から結論できる：(i) \$\beta \tanh[n_2 \beta]\$ は正定、
 (ii) \$\eta_4\$ は \$h_3(\phi_{1d}, \phi_{2d})\$ と同符号、(iii) \$h_3(\phi_{1d}, \phi_{2d}) \neq 0\$、(iv)
 \$\beta \neq 0\$ なら \$\eta_4 \neq 0\$。(i) は明らかであり、(iii) は式 (17) の仮
 定に基づく。(ii) は補題 4 および \$N_c\$ が登用領域のなかにある
 という事実に従う。補題 3 より \$\beta \neq 0\$ ならば \$r = 0\$ は不安定
 な平衡点であり、式 (17) の仮定より \$r(0) \neq 0\$ である。また、
 登用領域内では \$h_3 \neq 0\$ である。それゆえ、登用領域内では
 \$\beta \neq 0\$ なら \$\eta_3 = r h_3 \neq 0\$ が存在する。さらに、登用領域内の
 至るところ、\$\eta_3\$ は同じ符号である。いまや (iv) は、式 (12)
 の \$\eta_4\$ の定義より明らかである。

(B) 時刻 \$t = 0\$ から開始した \$r\$ の軌道が、\$t = T\$ に注 4
 で定義した \$N_c\$ に入るとする。\$T = t_0 < t_1 < t_2 < \dots\$
 の時刻列 \$t_0, t_1, t_2, \dots\$ を考える。これらの時刻の \$\beta(t)\$ の
 値をおのおの \$P_0, P_1, P_2, \dots\$ と表す。言い換えると、\$P_i = \beta(t_i)\$、
 \$i = 0, 1, 2, \dots\$ である。(A) より、\$\forall t \geq T = t_0\$
 で \$\beta(t)\$ は単調減少する。それゆえ \$\forall t \in [t_i, \infty)\$ において
 \$\beta(t) \leq P_i\$ であり、\$P_i \geq P_{i+1}\$、\$i = 0, 1, 2, \dots\$ である。閉
 集合 \$S_i = \{r \in R : r \leq \sigma \sqrt{\tanh[n_1 P_i^2]}\}\$ を定義する。
 \$S_i \subset U_i = \{r \in R : r \leq \epsilon + \sigma \sqrt{\tanh[n_1 P_i^2]}\}\$、\$i = 0, 1, 2, \dots\$
 とすると、\$U_{i+1} \subset U_i\$、\$i = 0, 1, 2, \dots\$ となる。再帰的に時刻
 \$t_0 = T\$ から始まる時刻列をつくる。時刻 \$t_i\$ に対して、\$\forall t \geq t_i\$
 のとき \$\beta(t) \leq P_i\$ なので、補題 1 の大域的かつ一様な終局的有
 界性により、\$t = t_i\$ から始まる有限期間の後に \$r\$ の軌道は \$U_i\$
 に閉じこめられることになる。この期間を \$t'_i\$ と表し

$$t''_i = \min\{t : \beta(t) \leq P_i/2\} - t_i, \quad t_{i+1} = t_i + \max\{t'_i, t''_i\}$$

を定義する。この時刻列において、\$P_{i+1} \leq P_i/2 \leq P_0/2^{i+1}\$
 である。いまや \$r\$ の零への収束を証明できる。与えられた任
 意の \$\kappa > 0\$ に対して、\$\epsilon + \sigma \sqrt{\tanh[n_1 P_i^2]} < \kappa\$ となるよう、
 \$\epsilon = \kappa/2\$ と \$i = I\$ を選ぶことができる。すると、\$r\$ の軌道は
 \$\forall t > t_I\$ で \$U_I\$ に閉じこめられ、\$r(t) \in U_I\$ となる。それゆえ、
 \$\forall t > t_I\$ において、\$r(t) < \kappa\$ であり、このことは \$t \to \infty\$ のと
 きに \$r \to 0\$ となることを意味する。 □

注 5： 定理 1 の (A) の証明に基づく、式 (15) 中の制御
 器パラメータ \$\sigma\$ は、\$\sigma = \delta - \epsilon\$ と書かれる。\$\delta\$ は関節空間の目
 標点 \$(\phi_1, \phi_2) = (\phi_{1d}, \phi_{2d})\$ とゼロホロノミー曲線の最短距離で
 あり、\$\epsilon\$ は \$\delta\$ より小さい微小数である。例えば、\$\epsilon = 0.1\delta\$ とす
 ると、\$\sigma\$ を \$\sigma = 0.9\delta\$ のように選ぶ。

注 6： \$\delta\$ が微小ではないとき、\$0 < \sigma < \delta\$ が必要なだけなの
 で、\$\sigma\$ には選択の自由度がある。この状況では、マニピュレー
 タの関節動作範囲の制限を付加的に考慮することができる。

5. 二つの修正制御器

5.1 提案された制御器の限界

3.4 節の注 2 における制御器の限界に関する注釈を解明する。
 目標の関節位置がゼロホロノミー曲線に近いことは、\$\delta\$ が微小
 であることを意味し、相対的に選ばれる \$\sigma\$ はさらに小さくな
 る。そのためにマニピュレータ関節は微小な運動を生じ、台座
 の遅い方向転換と遅い収束という結果になる。続く二つの節で、
 二つの修正制御器を提案する。これらの制御器は、目標関節位

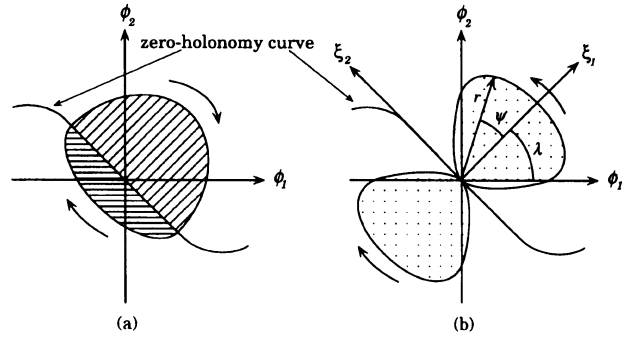


Fig. 4 Two different strategies for avoiding a zero surface integral; (a) first order Lie bracket motion, (b) second order Lie bracket motion

置がゼロホロノミー曲線に近いときだけ使われるべきで、その
 場合に速い収束率が期待できる。第一修正制御器は提案した制
 御器と同様に一次 Lie 括弧積運動を用いるが、第二修正制御器
 は二次 Lie 括弧積運動を用いる。

5.2 第一修正制御器

\$\delta\$ が微小であると、3 章の制御器はパラメータ \$\sigma\$ の制約、す
 なわち \$\sigma < \delta\$ に起因した遅い収束率に悩まされる。この選択
 は、\$\beta\$ が結果的に単調減少するよう、関節経路を有限期間は完
 全に登用領域に閉じこめるために用いられた。この限界を克服
 する一方法は、\$\beta\$ への単調減少の要請を外すことである。そう
 すると \$\sigma\$ への制約がなくなり、関節がゼロホロノミー曲線の両
 側に動けるように、制御器を修正できる。しかし、\$\beta\$ の大きさが
 大局的に減少することを保証するために、登用領域の関節経路
 の面積分がゼロホロノミー曲線の反対側の面積分より大きくな
 ければならない (Fig. 4 (a))。この目的で、3.4 節の式 (15)
 の制御器を次のように修正する。

$$v_1 = \alpha r (\sigma^2 \omega \tanh[n_1 \beta^2] - r^2) \tag{25}$$

$$\omega \triangleq 1 + \tanh(n_3 \text{sign}[h_3(\phi_{1d}, \phi_{2d})] h_3(\phi_1, \phi_2))$$

ただし、制御器パラメータ \$n_3\$ は正である。式 (16) の制御器、
 式 (17) の仮定、式 (18) の実際の入力 \$u_1, u_2\$ と制御変数 \$v_1, v_2\$ との
 関係は前のままである。式 (25) の \$\omega \in (0, 2)\$ は常に正
 で、\$\text{sign}[h_3(\phi_{1d}, \phi_{2d})] h_3(\phi_1, \phi_2)\$ が正のときには大きな値、同
 項が負のときには小さな値となる。これにより、マニピュレー
 タは登用領域で大きな面積をゼロホロノミー曲線の反対側で小
 さな面積を周回しようとする。

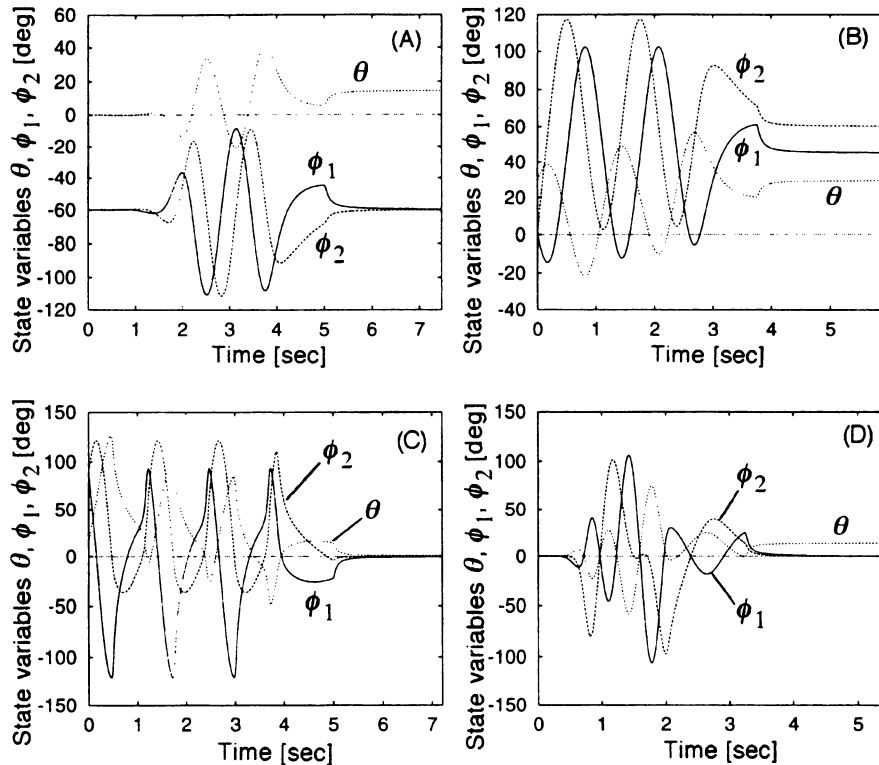
もはや関節経路が登用領域にとどまる必要はないので、\$\sigma < \delta\$
 という制限は取り除かれた。それゆえ、目標姿勢がゼロホロノ
 ミー曲線に近い場合には、上記の制御器は 3.4 節の制御器に比
 べて速い収束率が期待できる。また、制約が取り除かれたので、
 マニピュレータの関節制限を回避するように \$\sigma\$ を自由に選べ
 る。その代わりに、4 章の議論は、もはや閉ループ系の状態の収
 束を保証できない。修正制御器の閉ループ系の安定性解析は、
 今後研究する余地があるが、この論文では行わない。

5.3 第二修正制御器

第二修正制御器の発想は、二次 Lie 括弧積運動に基づくもの
 であり、面積分の値を大きくするために、ゼロホロノミー曲線

Table 1 Initial and final configurations of the space robot

Case	Controller	$(\theta \ \phi_1 \ \phi_2)$	$(\theta_d \ \phi_{1d} \ \phi_{2d})$
(A) Reorientation maneuver	Section 3.4	$(0^\circ \ -60^\circ \ -60^\circ)$	$(15^\circ \ -60^\circ \ -60^\circ)$
(B) Reshape maneuver	Section 3.4	$(30^\circ \ 0^\circ \ 0^\circ)$	$(30^\circ \ 45^\circ \ 60^\circ)$
(C) General maneuver	Section 5.2	$(15^\circ \ 90^\circ \ 90^\circ)$	$(0^\circ \ 0^\circ \ 0^\circ)$
(D) Reorientation maneuver	Section 5.3	$(0^\circ \ 0^\circ \ 0^\circ)$	$(15^\circ \ 0^\circ \ 0^\circ)$

**Fig. 5** Time histories of the state variables

を横切る際に Fig. 4 (b) のように回転方向を変える。その目的で、誤差変数 $\hat{\phi}_1$, $\hat{\phi}_2$ を次の座標 ξ_1 , ξ_2 に回転一次変換することにより、3.4 節の制御器を修正する。

$$\begin{pmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \lambda & \sin \lambda \\ -\sin \lambda & \cos \lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{\phi}_1 \\ \hat{\phi}_2 \end{pmatrix} \quad (26)$$

Fig. 4 (b) に示すように、二次 Lie 括弧積運動を射影した経路が、目標姿勢に最も近い点でゼロホロノミー曲線に直交するように λ を選ぶ。次段階として、次の関係を用いて ξ_1 と ξ_2 を r , ψ (極座標ではない) に変換する。

$$\begin{aligned} \xi_1 &= r \cos \psi \\ \xi_2 &= r \sin 2\psi \end{aligned} \quad (27)$$

式 (15) と式 (16) の制御器と式 (17) の仮定はそのままである。しかし、実入力 u_1 , u_2 と制御変数 v_1 , v_2 の関係式 (18) は、式 (26) と式 (27) に基づいて以下のように変更する必要がある。

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \lambda & -\sin \lambda \\ \sin \lambda & \cos \lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \psi & -r \sin \psi \\ \sin 2\psi & 2r \cos 2\psi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} \quad (28)$$

これにより、Fig. 4 (b) のように、ゼロホロノミー曲線を横切る都度、回転方向を変える経路が得られる。また、第一修正制御器と同様に、パラメータ σ の制約 $\sigma < \delta$ は取り除かれ、 σ を関節制限を回避するように選ぶことができる。

6. 数値シミュレーション

Table 1 の宇宙ロボットの初期と最終の姿勢に対する、四つの異なったシミュレーションを示す。ケース (A) と (D) は、両端での関節位置を変えずに台座の向きを変更する。ケース (B) は、両端での台座方向を変えずに、関節位置を変更する姿勢変更であり、ケース (C) は、関節位置と台座方向のすべてが両端で異なる、一般的な姿勢変更である。目標関節位置がゼロホロノミー曲線から離れているので、ケース (A) と (B) では、3.4 節の制御器を用いる。目標関節位置がゼロホロノミー曲線に近いので、ケース (C) と (D) では、それぞれ 5.2 節と 5.3 節の制御器を用いる。全ケースで、**Fig. 5** に状態変数の時刻歴、**Fig. 6** に関節変数の経路を示す。

ケース (A)： この場合、 $(\hat{\phi}_1(0), \hat{\phi}_2(0)) = (0, 0)$ または $r(0) = 0$ であり、式 (17) の最初の仮定に反する。初期関節位置を $(\phi_1, \phi_2) = (-60.01, -60.00)$ すなわち $(\hat{\phi}_1(0), \hat{\phi}_2(0)) =$

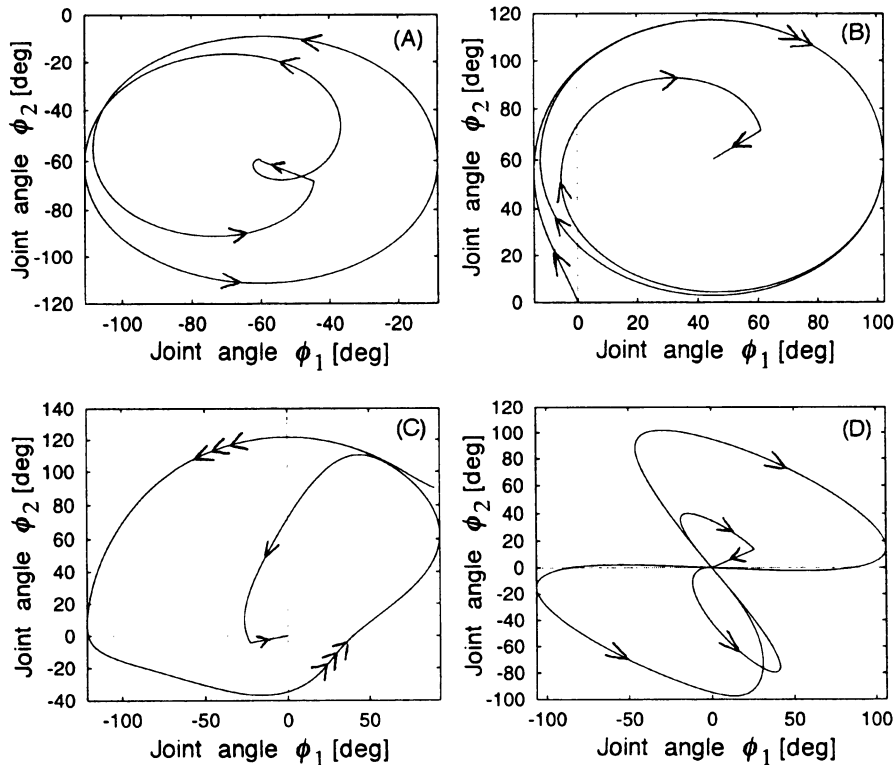


Fig. 6 Trajectories in the shape space of the manipulator

(0.01, 0.00) に単に置き換えて、この問題を解決する。このシミュレーションには、 $\sigma = 51.5^\circ$ (0.9 ラジアン) という値と 3.4 節の制御器を用いる。初期時刻において β が零値でないために、点 $r = 0$ が不安定であることは、Fig. 6 (A) から分かる。

ケース (B)： このケースでは、 $\sigma = 57.3^\circ$ (1.0 ラジアン) という値と 3.4 節の制御器を用いる。Fig. 6 (A) と Fig. 6 (B) を比較すると、ケース (A) では進行方向が反時計回り、ケース (B) では時計回りである。これは、両ケースの目標関節位置がゼロホロノミー曲線の反対側にあるからである。これらの図から、関節経路が目標姿勢に螺旋形を描いて収束していないことにも注意されたい。これは、 β の収束判定基準を約 0.5° とし、一度 β がこの値を下回ると、制御器パラメータ n_1 と n_2 を零にして r を零に収束させるためである。目標位置に向かって関節が動径方向に動くとき β は変化しないので、終端において両変数 r と β とも、要求基準の収束を達成できる。これは、本質的に制御器が滑らかでないこと意味するが、速い収束のためにはこのような方法が必要である。

ケース (C)： これは、目標関節位置がゼロホロノミー曲線上にある場合で、式 (17) の第二の仮定に反する。 $\text{sign}[h_3(\phi_{1d}, \phi_{2d})] = -1$ となるように、目標関節位置を $(\phi_{1d}, \phi_{2d}) = (0.01, 0.00)$ とすることにより、この問題を解決できる。目標関節位置がゼロホロノミー曲線に非常に近いので、 $\sigma = 86^\circ$ (1.5 ラジアン) という値と 5.2 節の第一修正制御器を用いる。Fig. 6 (C) から、 r が零に収束する前に振動していることが分かる。これは、制御器が登用領域で大きな面積を被い、ゼロホロノミー曲線の反対側では小さな面積を被うため

である。図を示していないが、このケースでは関節経路が登用領域の外に出るため、 β は単調減少しない。

ケース (D)： このケースの目標関節位置もゼロホロノミー曲線上にある。前のケースと同様に、 $(\phi_{1d}, \phi_{2d}) = (0.01, 0.00)$ と仮定することにより、式 (17) の第二の仮定を満足し、 $\text{sign}[h_3(\phi_{1d}, \phi_{2d})] = -1$ となる。ケース (A) と同様に、このケースの初期関節位置は、式 (17) の第二の仮定に反する。 $(\hat{\phi}_1(0), \hat{\phi}_2(0)) = (0.00, 0.01)$ または $r(0) \neq 0$ となるように、初期関節位置を $(\phi_1, \phi_2) = (0.01, 0.01)$ とすることにより、この問題を解決できる。シミュレーションでは、 $\sigma = 86^\circ$ (1.5 ラジアン) という値を用いる。Fig. 6 (D) より、ゼロホロノミー曲線と交わる都度、関節経路が方向を変えていることが分かる。ゼロホロノミー曲線の傾きを考慮して、 λ を 60° に選んだ。

7. 結 論

本論文では、浮遊する宇宙平面ロボットの姿勢変更のために、既存の制御器とは異なる、滑らかで時不変のフィードバック制御法を初めて提案した。平衡姿勢を漸近安定化するものではないが、実質的に任意の姿勢から平衡状態へ系の状態を漸近的に収束させることができる方法を提案した。この結果は、まず数学的に示され、後に数値シミュレーションで確かめられた。目標関節位置がゼロホロノミー曲線に極めて近い場合、制御器は遅い収束率に悩まされ、実用的ではない。この問題は、制御器の変更によって容易に修正できた。二つの修正法を示したが、修正制御器を用いた閉ループシステムの安定性は評価しておらず、今後の課題である。

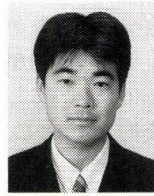
参 考 文 献

- [1] Y. Nakamura and R. Mukherjee: "Nonholonomic Path Planning of Space Robots via a Bidirectional Approach," IEEE Trans. on Robotics and Automation, vol. RA-7, no. 4, pp. 500-514, 1991.
- [2] R.W. Brockett: "Asymptotic Stability and Feedback Stabilization," Differential Geometric Control Theory, Brockett, R.W. et al. (eds.) vol. 27 of Progress in Mathematics, pp. 181-283, Birkhauser, 1983.
- [3] I. Kolmanovsky and N.H. McClamroch: "Developments in Nonholonomic Control Problems," IEEE Control Systems, vol. 15, no. 6, pp. 20-36, 1995.
- [4] J.-B. Pomet: "Explicit Design of Time-varying Stabilizing Control Laws for a Class of Controllable Systems without Drift," Systems and Control Letters, vol. 18, pp. 147-158, 1992.
- [5] L. Gurvits, and Z.X. Li: "Smooth Time-periodic Feedback Solutions for Nonholonomic Motion Planning," in Progress in Nonholonomic Motion Planning, Z.X. Li and J. Canny (eds.), pp. 53-108, Kluwer Academic Press, 1992.
- [6] A.M. Bloch, N.H. McClamroch and M. Reyhanoglu: "Controllability and Stabilizability Properties of a Nonholonomic Control System," Proc. 29th IEEE Conf. on Decision and Control, pp. 1312-1314, 1990.
- [7] R.M. Murray and S.S. Sastry: "Nonholonomic Motion Planning: Steering Using Sinusoids," IEEE Trans. on Automatic Control, vol. 38, no. 5, pp. 700-713, 1991.
- [8] A.M. Bloch, M. Reyhanoglu and N.H. McClamroch: "Control and Stabilization of Nonholonomic Dynamical Systems," IEEE Trans. on Automatic Control, vol. 37, no. 11, pp. 1746-1757, 1992.
- [9] R.W. Longman, R.E. Lindberg and M.F. Zedd: "Satellite-Mounted Robot Manipulators—New Kinematics and Reaction Moment Compensation," The International Journal of Robotics Research, vol. 6, no. 3, 1987, pp. 87-103.
- [10] Z. Vafa and S. Dubowsky: "On the Dynamics of Space Manipulators Using the Virtual Manipulator, with Applications to Path Planning," The Journal of the Astronautical Sciences, vol. 38, no. 4, pp. 441-472, 1990.
- [11] E.G. Papadopoulos: "Path Planning for Space Manipulators Exhibiting Nonholonomic Behavior," Proc. IEEE/RSJ Conf. on Intelligent Robots and Systems, pp. 669-675, 1992.
- [12] 山田: "宇宙ロボットのアーム運動による本体の姿勢制御", 計測自動制御学会論文集, vol. 29, no. 4, pp. 447-454, 1993.
- [13] 秋山, 坂和: "宇宙ロボットの非線形計画による軌道計画", 計測自動制御学会論文集, vol. 31, no. 2, pp. 193-197, 1995.
- [14] 船木, 羅: "宇宙ロボットシステムの可制御性に関する一考察", 日本ロボット学会誌, vol. 14, no. 7, pp. 1077-1084, 1996.
- [15] C. Fernandes, L. Gurvits and Z.X. Li: "Attitude Control of Space Platform/Manipulator System Using Internal Motion," Proc. IEEE Conf. on Robotics and Automation, pp. 893-898, 1992.
- [16] M. Reyhanoglu and N.H. McClamroch: "Reorientation Maneuvers of Planar Multibody Systems in Space Using Internal Controls," AIAA Journal of Guidance, Control and Dynamics, vol. 15, no. 6, pp. 1475-1480, 1992.
- [17] N. Sreenath: "Nonlinear Control of Planar Multibody Systems in Shape Space," Math. Control Systems, vol. 5, pp. 343-363, 1992.
- [18] R. Mukherjee and M. Zurewsky: "Reorientation of a Structure in Space Using a Three Link Rigid Manipulator," AIAA Journal of Guidance, Control, and Dynamics, vol. 17, no. 4, pp. 840-847, 1994.
- [19] G.C. Walsh and S.S. Sastry: "On Reorienting Linked Rigid Bodies Using Internal Motion," IEEE Trans. on Robotics and Automation, vol. 11, no. 1, pp. 139-145, 1995.
- [20] I. Kolmanovsky and N.H. McClamroch: "Feedback Reorientation of Planar Multibody Systems in Space Using Joint Actuation," Proc. American Control Conference, pp. 2810-2814, 1995.
- [21] 山田: "宇宙ロボットのアーム運動による本体姿勢のフィードバック制御", システム制御情報学会論文誌, vol. 9, no. 6, pp. 296-304, 1996.
- [22] M. Vidyasagar: "Nonlinear Systems Analysis," Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1993.
- [23] R. Mukherjee: "Pseudo-holonomic Behavior of Planar Space Robots," AIAA Journal of Guidance, Control, and Dynamics, vol. 19, no. 1, pp. 251-253, 1996.
- [24] J. La Salle and S. Lefschetz: Stability by Liapunov's Direct Method, Academic Press, 1961.



ランジャン・ムカジー (Ranjan Mukherjee)

1965年8月19日生。1991年カリフォルニア大学サンタバーバラ校博士課程修了。同年9月海軍大学院大学助教授, 1996年ミシガン州立大学準教授。1993年最優秀発表論文賞(AIAA GNC)など受賞。非ホロノミック制御, 医療ロボットなどの研究に従事。Ph.D. ASME, IEEE, ASEEの会員。(日本ロボット学会正会員)



掃部雅幸 (Masayuki Kamon)

1971年1月2日生。1996年慶應大学大学院修士課程(機械工学専攻)修了, 1996-1997年ミシガン州立大学客員研究員。その間, 宇宙ロボットの非ホロノミック制御の研究に従事。1997年4月より川崎重工株式会社勤務。(日本ロボット学会正会員)



泉田 啓 (Kei Senda)

1963年8月17日生。1988年大阪府立大学大学院修士課程(航空工学専攻)修了。同年4月大阪府立大学工学部助手, 1994年同助教授, 1996-1997年ミシガン州立大学客員研究員。1992年最優秀発表論文賞(AIAA GNC), 1994年システム制御情報学会賞など受賞。宇宙ロボット, 柔軟マニピュレータなどの研究に従事。博士(工学)。AIAAなどの会員。(日本ロボット学会正会員)