

単一引張パルス波を受けるき裂部材の 混合モード破壊条件について*

尾田十八^{*1}, 柴原正雄^{*1}, 安田喜美雄^{*2}

On Mixed Mode Fracture Phenomenon of a Cracked Plate
Subjected to a Tensile Pulse Wave
Juhachi ODA, Masao SHIBAHARA and Kimio YASUDA

In this paper, the dynamic fracture phenomenon of a mixed mode is analyzed by using the dynamic photoelastic technique. The specimen is an obliquely cracked plate made of epoxy resin. A tensile pulse wave, whose height and width are controlled, is generated by an impact apparatus and travels through a plate. The dynamic fracture stresses and crack propagating angles for several cases are measured. These results are compared with the values calculated by the static fracture criterion of the mixed mode, that is Erdogan-Sih's criterion, and the adaptability of the criterion to dynamic fracture is discussed.

Key Words : Fracture, Strength, Dynamic Photoelasticity, Mixed Mode Crack Propagation, Fracture Criterion

1. 緒 言

近年、き裂を有する部材の破壊挙動を論ずる上で線形破壊力学の有効性が主として静的負荷応力状態に対して示されてきた。しかし実際問題として構造物などは、動的負荷を受ける場合が多く、したがって動的負荷応力に対する破壊挙動の解明とその破壊条件の確立が重要な問題となっている。このような問題に関連した重要な研究として、任意形状のき裂に、任意の大きさと時間的变化を有する応力波が入射する場合の、そのき裂の伝ば開始条件を明確にすることがある。従来この種の研究は、モードⅠ型の負荷挙動を対象としたものにほぼ限定され、いろいろ試みられてきた。(1)(2) 著者らも、動光弾性実験と有限要素解析を併用して有限帯板中に存在する片側き裂が単一パルス波を受ける場合のモードⅠ型破壊条件を調べ、すでに発表した。(3)

本報では、著者らのこの研究を発展させ、モードⅠおよびモードⅡ型が混在した場合、すなわちき裂の混

合モード破壊挙動を実験的に明らかにする。具体的には片側傾斜縁き裂を有するエポキシ樹脂板に、単一引張パルス波を入射させ、その破壊応力、ならびにき裂伝ば角度を数種類のき裂長さ、き裂傾斜角度、および応力波の持続時間について測定し、それぞれのき裂が進展を開始する条件を実験的に求めた。さらに超高速カメラを用いた動光弾性実験を行い、き裂先端部のより詳細な動的応力拡大係数の変化や、動的破壊じん性値を求め、対応する静的な破壊値と比較し、この種のモデルの動的破壊条件を検討、吟味した。

2. 供試片と実験装置

2.1 供試片とその特性 本研究においては、専用の治具により所定のき裂の作製が容易に行え、また材料が透明であることから、き裂進展の有無の確認が容易であること、さらに光弾性感度が高いため、破壊実験と共に光弾性実験も行えることなどの理由により供試片材料として、前報と同様エポキシ樹脂を用いた表1には、そのエポキシ樹脂の成分を示し、表2には、その材料特性を示す。また供試片形状を図1に示す。ここで a は、き裂長さを表わし、 β は、き裂傾斜

* 昭和62年3月14日 関西支部第62期定時総会講演会において講演、原稿受付 昭和61年7月4日。

^{*1} 正員、金沢大学工学部 (〒920 金沢市小立野2-40-20)。

^{*2} 学生員、金沢大学大学院。

角度を表している。なお β および、き裂の伝ば角度 θ_0 は、反時計回りを正とする。所定のき裂は、供試片加工後、その加工ひずみ除去の焼きなまし過程(110°Cの炉中)で、供試片が軟化した状態で専用のカッタを用いて作られている。

2.2 破壊実験の原理と装置 一般に引張パルス波を直接供試片に発生させるには、供試片のチャッキングの問題、衝撃子の片当りの問題などが存在して実験的にはなかなか難しい。そこで本報では、図2に示すような原理を用いて実験を行った。つまり初めに供試片上端を衝撃させることにより圧縮のパルス波を入射させる。この圧縮波は、下端の自由端で引張パルス波として反射し上端へ伝ばする。この引張波がき裂と干渉する。ここで圧縮のパルス波がき裂と干渉しないことは図3に示したひずみゲージにて測定された圧縮波のき裂入射前後の応力波形に変化がないこと、ならびに、2.3にて示す動光弾性実験で、圧縮波が入射する時点でのき裂先端部に、ほとんど応力縮が発生していないことなどにより確認されている。

図3は、以上の原理を用いた実験装置の概略図を示す。衝撃子をばねにより初速度を与えて落下させることにより、前述の原理で供試片に引張パルス波が発生する。なお、衝撃子の片当りを防ぐためにその先端を球状化したり、発生するパルス波の立上りを鋭くするために、供試片上端面に鉄片を接着した。なお本研究では応力レベルと持続時間の制御が必要となるが、応

力レベルについては、バネの縮み量を変化させることで制御し、持続時間については、衝撃子の長さを変化させることにより行った。一方、応力の測定は、き裂切り込み口下方5cmに接着したひずみゲージの出力を直流アンプで増幅し、トランジェントコンバータに波形を記録した後、必要に応じてシンクロスコープ、X-Yレコーダに出力し記録した。

図4に、き裂のある供試片で、き裂が進展しない場

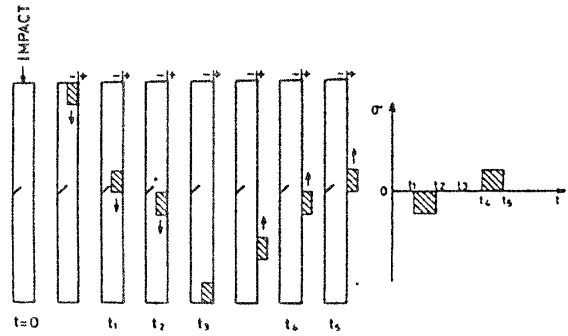


図2 実験装置原理図

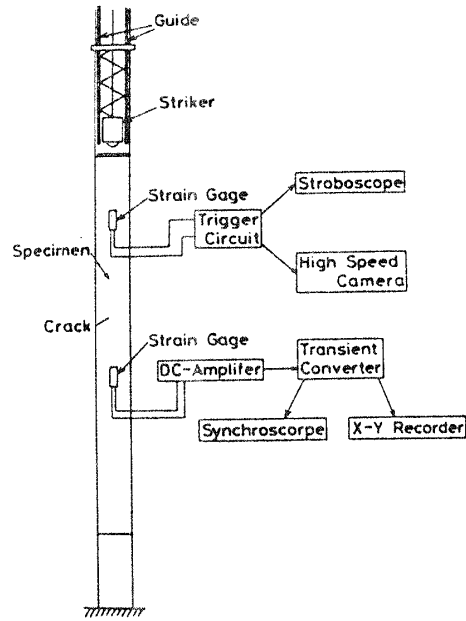


図3 実験装置概略図

表1 供試片材料の成分と重量比

Epoxy Resin (Epikote #829)	Polysulfide (Thiokol LP-3)	Hardener (Diethylenetriamine)
100	15	8

表2 供試片材料特性

Young's Modulus	Poisson's Ratio	Static Fracture Toughness	Stress Sensitivity	Density
E (GPa)	ν	K_{Ic} (MPa \sqrt{m})	α (m/N)	ρ (kg/m ³)
3.337	0.377	0.908	7.30×10^{-5}	1.21×10^3

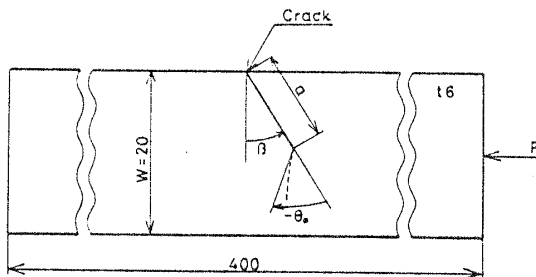


図1 供試片形状

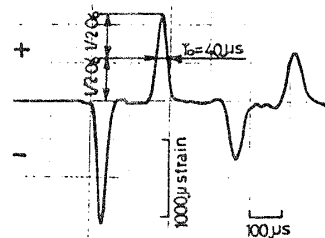


図4 応力波形

合の応力波形の一例を示す。このように供試片には最初圧縮のパルス波が現われ、次に自由端で反射した引張パルス波が現れる。ここで持続時間 T_0 は、図示応力レベルの $1/2$ における時間間隔と定義し、本研究ではそれを $40, 80, 120 \mu\text{sec}$ の 3 種類に変化させた。

2.3 動光弾性実験装置 応力波形測定と共に動光弾性実験も行った。図5には、その実験装置の概略図を示す。衝撃により発生した圧縮の応力波を、供試片上部に貼ったひずみゲージでとらえ、それをトリガ信号としてディレイジェネレータに入力し、適当な遅延時間後フラッシュと超高速カメラを作動させることによって動的弾性縞パターンを撮影している。ここで、こま間隔はすべて $10 \mu\text{sec}$ とし、全こま数は10こまでである。

3. 実験と結果

3.1 破壊実験と結果 前章で示した実験装置を用いて、次に示す破壊実験を行った。衝撃子の初速度を徐々に大きくしてゆき、き裂が進展した時の引張応力のピーク値をき裂進展開始応力 σ_c として求めた。実験条件としては、持続時間 T_0 を $40 \mu\text{sec}$ と一定にして、き裂傾斜角度 β を $0^\circ, 15^\circ, 30^\circ$ および 45° の 4 種類とし、き裂長さ a/W は、 $0.2, 0.4, 0.6$ および 0.8 付近と変えた場合および $\beta = 30^\circ$ の下で T_0 と a/W を種々変化させた場合である。

図6には、横軸を a/W ではなく、き裂長さを $\beta = 0^\circ$ 方向に投影して無次元化した a'/W ($a' = a \times \cos \beta$) を用い、 β と a'/W を種々変化させた場合のき裂進展開始応力 σ_c の値を示す。ここで一点鎖線は、この材料の静的破壊じん性値 K_{Ic} ($=0.908 \text{ [MPa}\sqrt{\text{m}}]$) と、 $\beta = 0^\circ$ のき裂に対する応力拡大係数の式⁽⁴⁾を用いて予想した、静的破壊応力値を示したものである。一方、図7には、 β を 30° と一定にし、 T_0 と

a/W を種々変化させた場合の σ_c 値を示した。図中の実線、破線、一点鎖線は T_0 がそれぞれ $40, 80$ および $120 \mu\text{sec}$ の σ_c の値を内挿した線である。これらの図より a'/W が大きくなるにつれて、また持続時間が長くなるにつれて、き裂進展開始応力が小さくなるのがわかる。

図8は、き裂長さ a/W とき裂の伝ば角度 θ_0 の関係 β を種々変化させた場合について示したものである。また図中の実線、破線、一点鎖線はそれぞれ供試片モデルを有限要素解析し、得られた応力拡大係数を

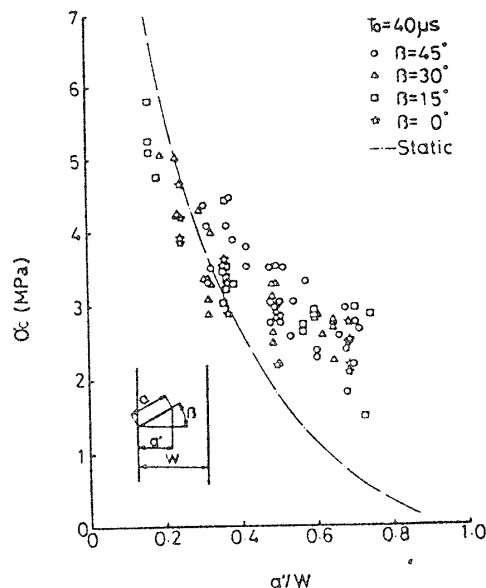


図6 補正後のき裂長さ a'/W と σ_c ($T_0 = 40 \mu\text{sec}$)

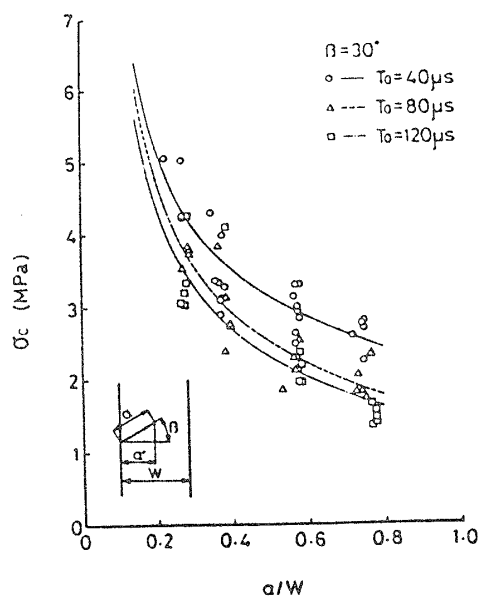


図7 a/W と σ_c ($\beta = 30^\circ$)

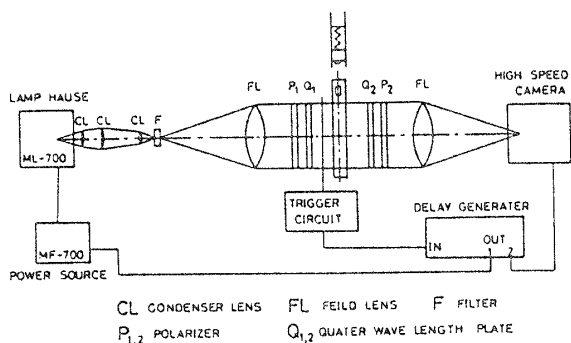
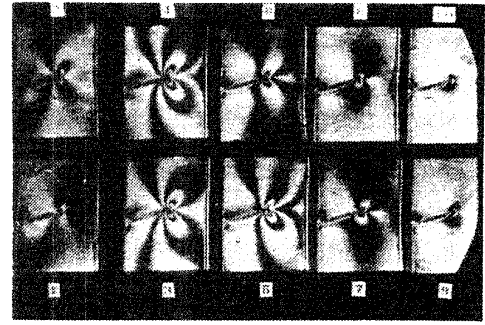


図5 動光弾性実験装置概略図

用いて Erdogan-Sih の条件⁽⁵⁾(付録参照)により推定した静的き裂伝ば角度を示したものである。また図9は、 β を 30° と一定にした場合の T_0 と a/W を種々変化した場合の θ_0 を示したものである。

3.2 動光弾性実験と結果 衝撃破壊実験と平行して、実際のき裂先端での力学的挙動を時間的に正確に把握する目的から、動光弾性実験を行った。図10には、き裂が進展しない場合の光弾性写真の一例を示し図11には、これより求めたモードI, IIの動的応力拡大係数 $K_{I,d}$, $K_{II,d}$ の時間的変化を示す。また図12, 13は、き裂が進展した場合の光弾性写真の一例と、その $K_{I,d}$, $K_{II,d}$ の時間的変化を示す。ここで、図11, 13の



$\beta = 15^\circ$, $T_0 = 40 \mu s$, $a/W = 0.6$
図10 動光弾性しま写真(非破壊)

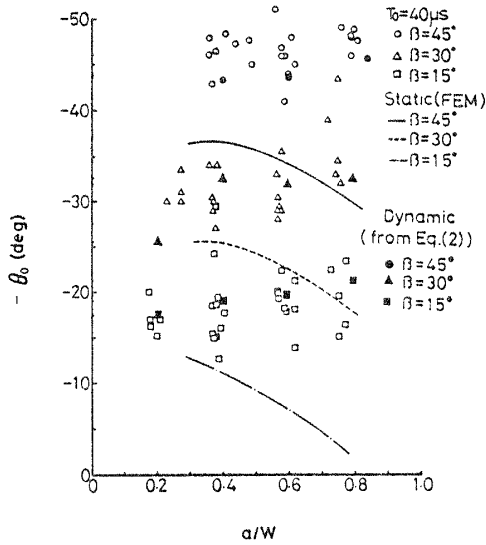


図8 a/W と θ_0 ($T_0 = 40 \mu s$)

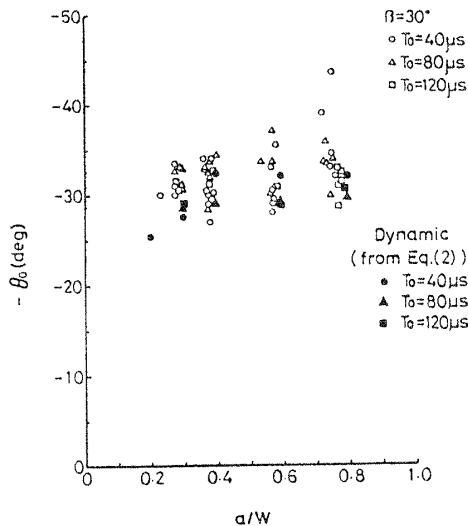


図9 a/W と θ_0 ($\beta = 30^\circ$)

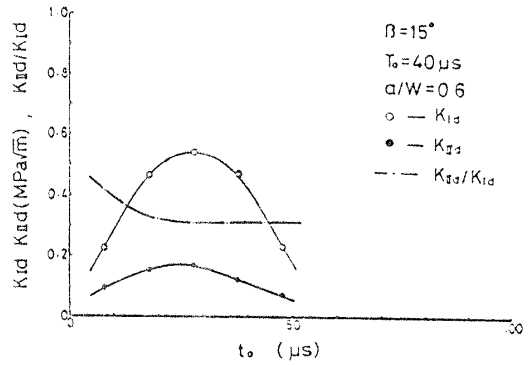
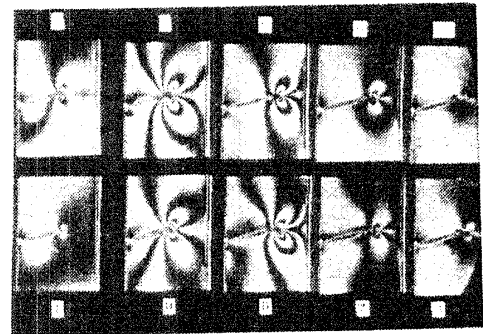


図11 $K_{I,d}$, $K_{II,d}$ 値変化図 (非破壊)



$\beta = 15^\circ$, $T_0 = 40 \mu s$, $a/W = 0.6$
図12 動光弾性しま写真(破壊)

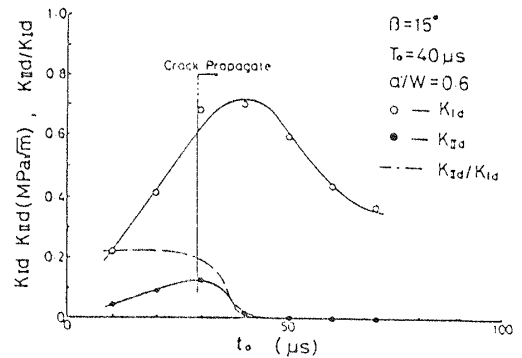


図13 $K_{I,d}$, $K_{II,d}$ 値変化図 (破壊)

一点鎖線は、 K_{Ia} と K_{IIa} の比 $\gamma (=K_{IIa}/K_{Ia})$ を示したものである。一方これらのき裂進展開始時の K_{Ia} 、 K_{IIa} 値と、き裂伝ば角度 θ_0 から、Maximum Stress Intensity Criterionに基づいて動的破壊じん性値 K_{dc} を次式より求めた。(付録参照)

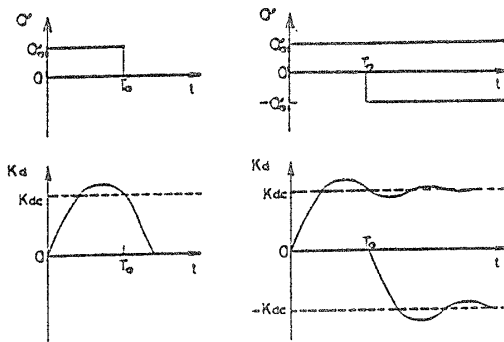
$$K_{dc} = \cos \frac{\theta_0}{2} \left(K_{Ia} \cos^2 \frac{\theta_0}{2} - \frac{3}{2} K_{IIa} \sin \theta_0 \right) \quad (1)$$

この結果を表3に示す。表より K_{dc} 値はき裂長さ、き裂傾斜角度、応力波の持続時間によらずほぼ一定(平均値 0.694 [MPa \sqrt{m}])であり、材料固有の値を持つものと思われる。そしてこの値は、先の表1の K_{dc} の値より低く(約76%)、この傾向はすでに発表されている研究報告のそれらとも類似している。⁽⁸⁾

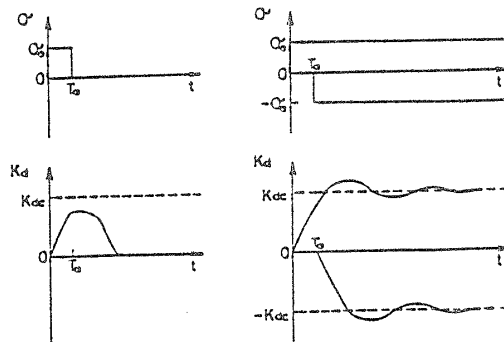
表3 動的破壊じん性値 K_{dc}

β	15		30		45
$a/W \backslash T_0$	40	40	80	120	40
0.2	0.639	0.684	—	—	—
0.3	—	0.673	0.704	0.710	—
0.4	0.687	0.677	0.658	0.749	0.695
0.6	0.723	0.660	0.721	0.703	0.685
0.8	0.730	0.681	0.697	0.703	0.701

(Unit: MPa \sqrt{m})



(1) 持続時間の長い場合



(2) 持続時間の短い場合

図14 パルス状の応力波に対する K_d 値の変化図

4. 考 察

4-1 破壊応力 σ_c について 図6より動的荷重を受ける場合のき裂進展開始応力 σ_c は、き裂の長さが長くなるにつれて単調に減少する。そして a'/W が小さい場合、静的に予想される破壊応力とほぼ同様な値を示し、 a'/W が大きくなると、動的な破壊応力値は、静的なそれらより大きくなっていく。また図7で示されるように σ_c は、持続時間 T_0 が長くなるにつれて小さくなる。これらの傾向は、中央や片側にき裂を有する帯板について、これまで発表されているモードI型のみの破壊開始応力挙動とほぼ同様なものである

そしてこれらの挙動が生ずる理由も前報で述べたものとほぼ同様であるが、 T_0 の効果について述べれば次のようになる。まず図14に T_0 の異なるパルス状の応力波に対する K_d 値(式(1)の右辺から計算される値)の変化の様式図を示す。これよりある応力レベルで、持続時間の長いパルス波(場合(1))に対しては K_d 値は容易に K_{dc} に到達できるが、一方、これと同じ応力レベルであっても、持続時間の短いパルス波(場合(2))に対しては、その K_d 値は K_{dc} に到達しないことがある。したがって β や a/W の等しい供試片であっても、パルス波の持続時間の短い場合には、より大きい応力をかけないと破壊には至らない、すなわち T_0 が長くなるにつれて静的状態に近づくことになる。

また図6より、傾斜き裂を水平方向に投影した場合各 a'/W で σ_c が β に関係せず定量的にほぼ等しくなっている。つまり静的荷重において従来より近似的に成立するとしている等価き裂の考え方が、動的破壊についてもほぼ成立するようになると思われる。しかし動的荷重を受けるき裂の K_{Ia} 、 K_{IIa} の時間的変化は、初期では、 \sqrt{t} に比例して増加するが、散乱レーレ波の反射の影響を受けた後、比例関係が成立しなくなることがわかっており、この結果は明らかにき裂長さに関係するので、前述のような σ_c が定量的にほぼ等しくなるといふ理論的な説明は難しい。

表4 動的応力拡大係数の比 γ

β	15		30		45
$a/W \backslash T_0$	40	40	80	120	40
0.2	0.162	0.254	—	—	—
0.3	—	0.281	0.295	0.298	—
0.4	0.179	0.353	0.301	0.299	0.586
0.6	0.186	0.345	0.305	0.296	0.598
0.8	0.203	0.355	0.311	0.329	0.667

$$\gamma (=K_{IIa}/K_{Ia})$$

4.2 き裂伝ば角度について Erdogan-Sihは混合モード条件下の静的破壊におけるき裂伝ば角度として次式(2) (付録参照)を提案している。

$$\theta_0 = 2 \tan^{-1} \left(\frac{1 \pm \sqrt{1 + 8\gamma^2}}{4\gamma} \right) \quad (2)$$

そこで、ここではこの式が動的な場合にも有効性をもつかどうか考察する。表4は、動光弾性実験より得られたき裂進展開始時の K_{Ia} と K_{IIa} よりその比 γ を求めたものである。これよりき裂長さが長くなるにつれて γ の値が大きくなっているのがわかる。これらの値を式(2)に代入すれば、図8、9に示したように、実験値とほぼ一致する。すなわち、動的負荷を受ける場合でも、Erdogan-Sihの条件の適用がほぼ妥当であることがわかる。そこで、この条件を用いてき裂伝ば角度についてさらに詳細に考察してみよう。

図8、9より、全ての条件において本研究の測定値($-\theta_0$)は、静的に予想される応力拡大係数 K_{IS} 、 K_{IIS} より求めた理論値より大きい。またき裂長さ a/W が大きくなると、静的理論値は減少しているが、本研究

においては若干ではあるが、 $-\theta_0$ は増加するという傾向を示している。これらの挙動はき裂進展角度 θ_0 の値を決定するとされる γ 、並びに K_{Ia} 、 K_{IIa} の時間的な変化に着目すると説明できる。このため K_{Ia} 、 K_{IIa} 、 γ の時間的な変化を図15に模式的に示した。なお、この図は非破壊時の挙動を示している。今、図(a)に示すように応力レベル σ_0 、持続時間 T_0 のパルス波がき裂に入射したとする。図(b)は、図(a)の状態でのき裂先端に生ずるモードI、モードIIの応力拡大係数 K_{Ia} 、 K_{IIa} の時間的な変化を、き裂長さが長い場合と短い場合について示したものである。図中 T_F 、 T_L は、散乱レーレ波の境界での反射の影響を受ける時刻を a/W が小さい場合と大きい場合に対して示したものである。

K_{Ia} 、 K_{IIa} 値は本来ならば散乱レーレ波の境界反射の影響を受けるまでは \sqrt{t} に比例して増加し、反射の影響を受けた後増加割合は小さくなって、それらの静的予想値 K_{IS} 、 K_{IIS} に達する。しかしながら、応力の持続時間が T_0 のため K_{Ia} 、 K_{IIa} は T_0 より減少し始める。また図(c)は、図(b)の K_{Ia} 、 K_{IIa} の変化に対応した γ の値をき裂長さが長い場合と短い場合について示す。ここで、散乱レーレ波の境界反射の影響を受ける前の γ_F は、 K_{Ia} 、 K_{IIa} 値が静的値に達した時の γ_s より大きくなっているが、このことは次のように説明できる。一般に動的負荷を受けるき裂先端に生ずるモードI、IIの応力拡大係数は時間的に変化するが、やがてある静的値に収束する。そして、Sih-Embley(?)によるとこの時の収束時間は、 K_{IIa} が K_{Ia} より若干早いことがわかっている。一方、本研究の持続時間の範囲で、破壊は K_{Ia} のピーク値前で起こるわけだから K_{Ia} と K_{IIa} が平衡になる時の γ_s より γ_F が大きくなると考えられる。

次にき裂進展時における γ の挙動について考察する。破壊条件として、“Maximum Stress Intensity Criterion”を適用すれば、動的破壊じん性値 K_{Ic} を越えてき裂が進展を開始するのは T_0 であると考えられる。したがって、同一持続時間では、き裂が長いと γ は大きくなる。また同一き裂長さに対して、持続時間が長くなると、 γ は小さくなるのがわかる。図8、9の結果は、ほぼ以上のことを裏付けていると解釈できる。

5. 結 言

単一引張パルス波を受ける斜めき裂部材の動的破壊挙動を実験的に把握し、以下の結論を得た。

- (1) 片側傾斜き裂部材の動的破壊応力は、モードIのみの場合と同様、見かけ上静的な場合よりも大きくなり、一見強くなる挙動を見せる。

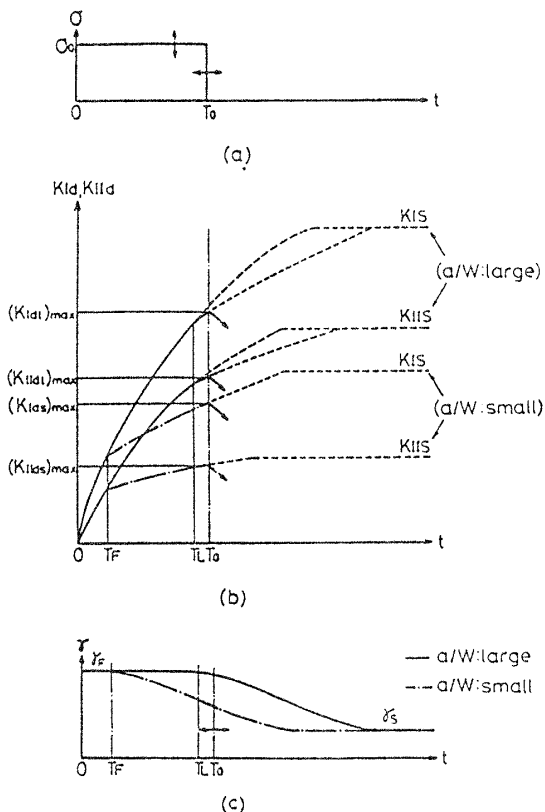


図15 K_{Ia} 、 K_{IIa} の変化と応力拡大係数の比 γ

(2) 動光弾性実験を併用した破壊実験の結果より動的破壊じん性値は、き裂長さ、持続時間、き裂傾斜角度によらず一定で、静的破壊じん性値の約76%であった。

(3) 動的破壊時の応力拡大係数の比 K_{IIa}/K_{Ia} は静的破壊の場合に比べて大きい。また、持続時間が長くなるにつれて、その値が小さくなる。これらは Maximum Stress Intensity Criterion や、Sih-Embley の考えを用いれば、定性的に説明することができる。

(4) 本研究の範囲では、Erdogan-Sih の破壊条件は、動的負荷を受ける場合にも適用できることがわかった。

なお、本研究の実験の実施にあたっては、田康秀、平井正之両君の協力を受けたのでここに記し、謝意を表したい。

付 録

混合モード下のき裂の伝ば開始条件についての Erdogan-Sih の条件を図16に示すき裂座標系とその応力場 (σ_θ , σ_r , $\tau_{r\theta}$) を用いて説明したい。まず応力場は次式で与えられる。

$$\begin{pmatrix} \sigma_\theta \\ \sigma_r \\ \tau_{r\theta} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \begin{pmatrix} K_I (1 + \sin^2 \frac{\theta}{2}) + K_{II} (\frac{3}{2} \sin \theta - 2 \tan \frac{\theta}{2}) \\ K_I \cos^2 \frac{\theta}{2} - \frac{3}{2} K_{II} \sin \theta \\ K_I \sin \theta + K_{II} (3 \cos \theta - 1) \end{pmatrix} \quad (3)$$

一方、この条件では以下の仮説を用いている。

- (I) き裂は、先端から半径方向に進展する。
- (II) き裂は、最大引張応力方向に垂直に進展する。
- (III) き裂先端での応力拡大係数 K が、破壊じん性値 K_{Ic} に達すると、き裂が進展する。

仮説(I),(II)よりき裂は σ_θ が最大となり、 $\tau_{r\theta} = 0$ となる方向に進展すると考えられるので式(2)より次式が得られる。

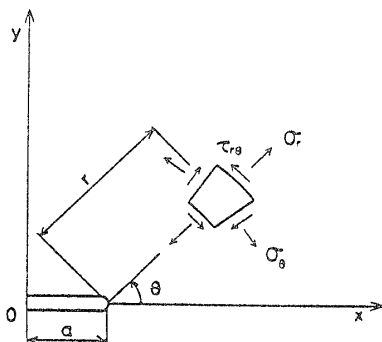


図16 き裂座標系

$$K_I \sin \theta_0 + K_{II} (3 \cos \theta_0 - 1) = 0 \quad (4)$$

ここで θ_0 は伝ば角度であり、反時計回りを正とする。これを解くと

$$\tan \frac{\theta_0}{2} = \left(\frac{1 \pm \sqrt{1 - 8\gamma^2}}{4\gamma} \right), \quad \gamma = \frac{K_{II}}{K_I} \quad (5)$$

ただし、2根のうち θ_0 の大きい方の角度が真の伝ば角度となる。また仮説(III)を式で表わすと次のようになる。

$$\sqrt{2\pi r} \sigma_\theta = \cos \frac{\theta_0}{2} \left(K_I \cos^2 \frac{\theta_0}{2} - \frac{3}{2} K_{II} \sin \theta_0 \right) = K_{Sc} \quad (6)$$

K_{Ic} は、モードI型の静的破壊じん性値である。以上は静的破壊条件であるが、本報では、式(6)を動的破壊条件にも適用し、測定された K_{Ia} , K_{IIa} , θ_0 より動的破壊じん性値 K_{Ic} を求めている。(本文式(1))

文 献

- (1) Sih, G.C. Int. J. Fracture Mech. 4-1(1968), 51.
- (2) Shockey, D.A., ほか2名, Int. J. Fracture Mech., 22-3(1983), 217.
- (3) 尾田・ほか2名, 機論, 51-462, A(昭60-2), 455.
- (4) たとえば, 岡村, 線形破壊力学入門, (昭51), 217., 培風館
- (5) Erdogan, F., Sih, G.C., J. Basic Engineering, 85-4(1963), 519.
- (6) 本間・ほか2名, 機講論, No. 800-9, (昭55-7), 237.
- (7) Sih, G.C., Embley, G.T., Int. J. Solids Struct., 8-7(1972), 977.

討 論

〔質問〕 本間 寛 臣〔豊橋技術科学大学〕

き裂進展角 ($-\theta_0$) が静的理論予想値より大きい理由をモード I, II の応力拡大係数の比が静的なものより動的なものが大きく、本実験範囲では十分に静的な値に収束していないためと説明されているが、図 11 に示されているように、 $a/W=0.6$ の結果でも $t=20 \mu\text{s}$ で γ は一定となっており、ここで行われた全実験範囲で γ は十分静的な γ_0 に収束しているように思えるが、いかがか。

〔回答〕 図 11 の実験結果では γ が $20 \mu\text{s}$ あたりでほぼ一定となっているようであるが、この一定値は静的な値 ($\gamma=0.070$) よりもかなり大きい。つまり本実験での範囲では散乱レーレ波の境界反射の影響が生ずる時刻は $a/W=0.2\sim 0.8$ に対して $8\sim 32 \mu\text{s}$ と予測され、したがって応力波の持続時間 $40\sim 120 \mu\text{s}$ の条件下では、き裂が伝ばする時刻において γ は静的値に到達していない場合がほとんどである。よって図 8 に関する説明として図 15 の考え方は妥当であると思う。