Information Processing Society of Japan

社団法人 情報処理学会 研究報告
IPSJ SIG Technical Report

2007－AL－115 (6)
2007／11／30

リングネットワークにおけるファイル配置問題について

川村 泰之 小林 正雄 松林 昭

金沢大学大学院自然科学研究科電子情報工学専攻
〒920-1192 金沢市角間町

概要 ファイル配置問題とは, 与えられたネットワーク, データ集合, 読み書き要求系列に対し, 要求の実現とデータの再配置に必要な通信コストの総和が最小となるように, データを動的に再配置する問題である. 本稿では, リングネットワークにおけるファイル配置問題を考える. Bartal, Fiat, Rabani はあるネットワークで c-競合オンラインシュタイナー木アルゴリズムが存在するとき, そのネットワークにおいて適応オンラインアドバーサリに対する $(2+\sqrt{3})c$-競合となる確率的アルゴリズムを示した. リングネットワークにおいて 2-競合オンラインシュタイナー木アルゴリズムが存在することから, このアルゴリズムはリングネットワークにおいて $4+2\sqrt{3}(\simeq 7.464)$-競合のファイル配置アルゴリズムである. 本稿では重みなしリングネットワークにおいて適応オンラインアドバーサリに対する 7-競合確率的アルゴリズムを示すとともに, 決定的アルゴリズムの競合比の下界 4.25 を示す.

On File Allocation on Uniform Ring Networks

Yasuyuki Kawamura, Masao Kobayashi, and Akira Matsubayashi

Division of Electrical Engineering and Computer Science, Kanazawa University,
Kanazawa 920-1192, Japan

Abstract Given a network, a set of data objects, and a sequence of requests, the file allocation problem is to compute dynamic allocation of the data objects on the network so that the total communication cost of services for the requests and allocation of data object is minimized. In this paper we consider the file allocation problem on ring networks. Bartal, Fiat, and Rabani showed that if there exists a c-competitive online Steiner tree algorithm on a network, then there exists a $(2+\sqrt{3})c$-competitive randomized file allocation algorithm against adaptive-online adversary on the network. Their result implies a $4+2\sqrt{3}(\simeq 7,464)$-competitive file allocation algorithm against adaptive-online adversary on ring networks since a greedy Steiner tree algorithm is 2-competitive on ring networks. In this paper we show a 7-competitive randomized algorithm against adaptive-online adversary and give a lower bound of 4.25 of deterministic algorithm on uniform ring networks.

1 はじめに

ネットワーク上に構築されるデータ共有システムでは, データはノードに分散して配置され, データへのアクセスを必要とするノードは読み込み要求や書き込み要求を発行する. こうした要求は, 要求元のノードとデータを保持するノードとの通信によって実現されるので, 必要な通信コストを最小化するデータ配置を求めることは重要な問題である. 与えられたネットワーク, データ集合, 読み書き要求系列に対し, 必要な通信コストの総和を最小化するようなデータの配置系列を求める問題はファイル配置問題と呼ばれる.

NII-Electronic Library Service

Information Processing Society of Japan

一般のネットワークにおけるオンラインファイル配置アルゴリズムとして, Bartal, Fiat, Rabani[2] は適応オンラインアドバーサリに対する $O(\log n)$-競合確率的アルゴリズム SB を示した (n はネットワークの点数). この結果は Awerbuch, Bartal, Fiat[1] によって $O(\min\{\log n, \log(Diam)\})$-競合決定的アルゴリズムに改善されている. ただし, $Diam$ はネットワークの直径である. 制限されたネットワークに対するアルゴリズムとしては, 木における適応オンラインアドバーサリに対する 3-競合確率的アルゴリズムが知られている [2]. Lund, Reingold, Westbrook, Yan[4] は木におけるオブリビアスアドバーサリに対する $2+\frac{1}{D}$-競合確率的アルゴリズムと, 3-競合決定的アルゴリズムを示している. さらに, 一様ネットワークにおける 3-競合決定的アルゴリズムが知られている [2]. 競合比の下界については, オブリビアスアドバーサリに対する任意の確率的アルゴリズムの競合比が $\Omega(\log n)$ となるような n 点ネットワークの存在が示されている [2]. またリンクをもつ全てのネットワークにおいて, 決定的アルゴリズムと適応オンラインアドバーサリに対する確率的アルゴリズムの下界が 3 であること [2][3], およびオブリビアスアドバーサリに対する確率的アルゴリズムの下界が $2+\frac{1}{D}$ であることが知られている [4].

本稿ではリングネットワークにおけるファイル配置問題について考える. SB は c-競合オンラインシュタイナー木アルゴリズムを確率的に利用するファイル配置アルゴリズムとして設計されており, 適応オンラインアドバーサリに対して $(2+\sqrt{3})c$-競合であることが証明されている. リングネットワークにおいては, 貪欲オンラインシュタイナー木アルゴリズムが競合比 2 を持つことから, SB はリングネットワークにおいて $4+2\sqrt{3}(\simeq 7.464)$-競合である. 本稿では重みなしリングネットワークにおける確率的アルゴリズム RUR を提案し, RUR が適応オンラインアドバーサリに対し 7-競合であることを示す. RUR はデータサイズが 1 のとき 7-競合決定的アルゴリズムである. また, リングネットワークにおける決定的アルゴリズムの競合比の下界 4.25 を与える.

2 準備

2.1 ファイル配置問題

ネットワークは, ノードを点集合 V, 通信線を辺集合 E で表すことにより, 重みつきグラフ $G=(V,E)$ で表現できる. G がひとつの閉路からなるとき, このネットワークをリングと呼ぶ. G 上の 2 点 u,v を結ぶ最短パスの長さを u,v 間の距離といい $dist(u,v)$ で表す. また点集合 $U\subseteq V$ に対し G 上で U の最小シュタイナー木を $T(U)$ で表し, 混乱のおそれのない限り $T(U)$ を, その重みの総和としても用いる.

グラフ G 上の点からは読み込み要求と書き込み要求が発行される. 点 $u\in V$ が発行するデータへのアクセス要求を $R=\langle u,\mathrm{type}\rangle$ で表す. ただし, $\mathrm{type}\in\{\mathrm{read},\mathrm{write}\}$ であり, それぞれ読み込み要求と書き込み要求を表す. データが配置されている点の集合を $S\subseteq V$ とすると, $R=\langle u,\mathrm{read}\rangle$ は S 内の一点から u へのデータ送信要求であり, u と u に最も近い S 内の点 v との通信で実現される. $R=\langle u,\mathrm{write}\rangle$ は u から S 内の全点への更新データの送信要求であり, S 内の全点と u との通信で実現される. また, 要求の実現後, 以後の要求に備えて次の操作によってデータを再配置できる.

- S 内の点 u から S 外の点 v へのコピー: $\mathrm{copy}\langle u,v\rangle$
  - u でデータのコピーを作成する.
  - u と v を結ぶパスを求め, そのパスに沿ってコピーを転送する.

NII-Electronic Library Service

Information Processing Society of Japan

- S 内の点 u からのコピーの削除: delete$\langle u\rangle$
  - u にデータのコピーがあればそのコピーを削除する.
- S 内の点 u から S 外の点 v への移動: move$\langle u,v\rangle$
  - copy$\langle u,v\rangle$ を行なう.
  - delete$\langle u\rangle$ を行なう.

$\langle u,\mathrm{read}\rangle$ の実現には $\min_{v\in S} \mathit{dist}(u,v)$ のコストを要し, $\langle u,\mathrm{write}\rangle$ の実現には $T(\{u\}\cup S)$ のコストを要する. また, データの再配置には, データサイズを D とすると, copy$\langle u,v\rangle$ には $D\times \mathit{dist}(u,v)$ のコストを要し, delete$\langle u\rangle$ はコストを要しないものとする.

要求 R_i の実現後のデータの配置を S_i とすると, ファイル配置問題は次のように定式化される.

入力 辺重みつきグラフ G, 整数 $D>0$, データの初期配置 $S_0\subseteq V$, アクセス要求系列 $\sigma=(R_1,R_2,\ldots,R_k)$.

出力 点集合集合系列 $S=(S_1,S_2,\ldots S_k)$.

最適化目標 $\Sigma_{i=1}^{k}$(サービスコスト$_i$ + 再配置コスト$_i$) の最小化. ただし サービスコスト$_i$ は R_i の実現に必要なコストであり, 再配置コスト$_i$ とは S_{i-1} から S_i に再配置するために必要なコストである.

2.2 オンラインアルゴリズム

要求系列 σ を全て知った上でデータ配置を出力するアルゴリズムをオフラインアルゴリズムと呼ぶのに対し, R_i が判明した段階で, R_{i+1} を知る前にデータ配置 S_i を出力するアルゴリズムをオンラインアルゴリズムと呼ぶ.

任意のグラフ G と S_0 が与えられたとき, あるファイル配置アルゴリズム FA が σ の実現に要するコストを $\mathrm{FA}(\sigma)$ で表す. 最適なオフラインアルゴリズム OPT に対して, 決定的オンラインアルゴリズム ALG のコストが $\mathrm{ALG}(\sigma)+\alpha\le c\cdot\mathrm{OPT}(\sigma)$ を満たすとき ALG は (G 上で)c-競合であるという. ALG が確率的アルゴリズムである場合, 任意の適応オンラインアドバーサリ ADON に対して, ALG のコストが $\mathbf{E}[\mathrm{ALG}(\sigma)]+\alpha\le\mathbf{E}[c\cdot\mathrm{ADON}(\sigma)]$ を満たすとき, ALG は ADON に対して c-競合であるという. ここで, α は要求数とは独立な数である. また, 上式が成り立つような最小の c を ALG の競合比という.

3 重みなしリングにおけるファイル配置アルゴリズム

本節では重みなし (全辺の重みが 1)n 点リングにおける確率的オンラインファイル配置アルゴリズム RUR を提案し, RUR が ADON に対して 7-競合であることを示す.

3.1 アルゴリズム

RUR は始めに, 初期配置 S_0 に対し, $T(S_0)$ 上の点でデータが配置されていない点全てにデータをコピーする. RUR の配置を B, 要求を発行した点に最も近い B 内の点を b とすると各アクセス要求の実現後, RUR は次のようにデータの再配置を行う.

NII-Electronic Library Service

Information Processing Society of Japan

読み込み要求 $\langle u, read\rangle$ が発行されたとき, $u \in T(B)$ なら RUR は再配置を行わない. $u \notin T(B)$ のとき, b は $T(B)$ の端点である. $|B| \geq 2$ のとき, $T(B)$ において b の反対側の端点を $\bar{b}$ とする. $|B| = 1$ のとき $\bar{b} = b$ とする. また u-b 間の最短パスを P, b から u へ向かう方向と反対向きに $\bar{b}$ から距離 $dist(b,u)$ の点までを結ぶパスを $\overline{P}$ とする. RUR は読み込み要求の実現後 $\frac{1}{D}$ の確率で, b から P 上の全点にデータをコピーし, $\bar{b}$ から $\overline{P}$ 上の全点にも同様にデータをコピーする. ただし, $dist(b,u) = dist(\bar{b},u)$ のとき, $\overline{P}$ 上の点へのコピーは u 以外の全点に対して行われるものとする.

書き込み要求 $\langle u, write\rangle$ が発行されたとき, RUR は要求の実現後 $\frac{1}{D}$ の確率で b 以外の点のデータを全て削除し, u にデータを移動する.

3.2 競合比

定理 1 *RUR* は *ADON* に対し, 7-競合である.

証明 ポテンシャル関数を $\Phi = D \cdot \{5(T(A \cup B) - T(B)) + T(B)\}$ と定義する. 明らかに $\Phi \geq 0$ である. 各アクセス要求に対する ADON, RUR の動作を 3 つのイベントに分け, 各イベントにおいて ADON が要したコスト, RUR が要したコスト, Φ の変化分をそれぞれ $\Delta\mathrm{A{\scriptstyle DON}}$, $\Delta\mathrm{R{\scriptstyle UR}}$, $\Delta\Phi$ で表す. $\Delta\mathrm{A{\scriptstyle DON}}$, $\Delta\mathrm{R{\scriptstyle UR}}$, $\Delta\Phi$ に関する次の補題を示すことにより定理 1 を証明する. ADON の配置を A, 要求発行点に最も近い A 内の点を a とする.

補題 1 *ADON* の再配置に対し, $\Delta\Phi \leq 5\Delta\mathrm{A{\scriptstyle DON}}$ が成り立つ.

証明 $T(B)$ は ADON の配置に影響を受けないので $T(A \cup B)$ について考える. ADON が delete$\langle u\rangle$ を行うとき, $T(A \cup B)$ は増加しないので $\Delta\Phi \leq 0 = \Delta\mathrm{A{\scriptstyle DON}}$ である. ADON が copy$\langle u, v\rangle$ を行うとき, $\Delta\mathrm{A{\scriptstyle DON}} = D \cdot dist(u,v)$ である. 再配置後の配置を A' とすると, $\Delta\Phi = D \cdot \{5(T(A' \cup B) - T(A \cup B))\} \leq 5D \cdot dist(u,v) = 5\Delta\mathrm{A{\scriptstyle DON}}$ となるので補題 1 が成り立つ. □

ここで補題 3 の証明に用いる次の補題を示す.

補題 2 $dist(b,u) > dist(a,u)$ のとき, P と $\overline{P}$ のうち少なくとも *1* つは次のどちらかの条件を満たす. 条件 *1:* パス全体が $T(A \cup B)$ に含まれる. 条件 *2:* パス上に a が存在する.

証明 a が P にも $\overline{P}$ にも含まれないとすると, a は P と $\overline{P}$ を結ぶ 2 つのパス上どちらかに含まれる. このパスの片方は $T(B)$ であり, $a \in B$ の場合 $dist(b,u) \leq dist(a,u)$ となるので, この補題の仮定に反する. したがって a は P, $\overline{P}$, $T(B)$ のいずれにも含まれない. このことは a が $T(A \cup B)$ の端点であることを意味するので, P, $\overline{P}$ のどちらかが条件 1 を満たす. □

補題 3 読み込み要求において, *ADON* の要求実現と, *RUR* の要求実現と再配置について, $\mathbf{E}[\Delta\Phi] \leq 5\Delta\mathrm{A{\scriptstyle DON}} - \mathbf{E}[\Delta\mathrm{R{\scriptstyle UR}}\ ]$ が成り立つ.

証明 ADON が要求実現に要するコストは $\Delta\mathrm{A{\scriptstyle DON}} = dist(a,u)$ である. RUR は要求実現と要求実現後 $\frac{1}{D}$ の確率で行われる $T(B)$ の両端からのコピーにコストを要するので, $\mathbf{E}[\Delta\mathrm{R{\scriptstyle UR}}\ ] = dist(b,u) + (1 - \frac{1}{D}) \cdot 0 + \frac{1}{D} \cdot D \cdot (2dist(b,u) - x) = 3dist(b,u) - x$ である. ただし $dist(b,u) = dist(\bar{b},u)$ のとき $x = 1$, $dist(b,u) \neq dist(\bar{b},u)$ のとき $x = 0$ とする.

NII-Electronic Library Service

Information Processing Society of Japan

再配置後の RUR の配置を B' とすると, $T(B') = T(B) + 2dist(b,u) - x$ であるので, $\mathbf{E}[\Delta\Phi] = (1-\frac{1}{D})\cdot 0 + \frac{1}{D}\cdot D\cdot\{5(T(A\cup B') - T(B')) + T(B') - 5(T(A\cup B) - T(B)) - T(B)\} = 5(T(A\cup B') - T(A\cup B) - 2dist(b,u) + x) + 2dist(b,u) - x$.

1. $dist(b,u) \le dist(a,u)$ のとき
   RUR のコピーによって, $T(A\cup B)$ は最大で b, $\bar{b}$ から $dist(b,u)$ ずつ増加するので, $T(A\cup B') - T(A\cup B) = dist(b,u) + dist(b,u) - x = 2dist(b,u) - x$ である. よって $\mathbf{E}[\Delta\Phi] \le 5(2dist(b,u) - x - 2dist(b,u) + x) + 2dist(b,u) - x \le 5(dist(a,u) - dist(b,u)) + 2dist(b,u) - x = 5dist(a,u) - 3dist(b,u) \le 5\Delta\mathrm{A{\scriptsize DON}} - \mathbf{E}[\Delta\mathrm{R{\scriptsize UR}}]$.

2. $dist(b,u) > dist(a,u)$ のとき
   補題 2 の条件 1 を満たすパス上でのコピーでは $T(A\cup B)$ は増加しない. 条件 2 を満たすパス上でのコピーによって $T(A\cup B)$ は最大でも $dist(a,u)$ しか増加しない. よって補題 2 より, $T(A\cup B)$ は, 条件を満たすパス上のコピーによって最大でも $dist(a,u)$, もう一方のパス上のコピーによって最大でも $dist(b,u)$ しか増加しないので, $T(A\cup B') - T(A\cup B) \le dist(a,u) + dist(b,u)$ である. よって $\mathbf{E}[\Delta\Phi] \le 5dist(a,u) - 3dist(b,u) = 5\Delta\mathrm{A{\scriptsize DON}} - \mathbf{E}[\Delta\mathrm{R{\scriptsize UR}}]$.

□

補題 4 書き込み要求において, *ADON* の要求実現と, *RUR* の要求実現と再配置について, $\mathbf{E}[\Delta]\Phi \le 7\Delta\mathrm{A{\scriptsize DON}} - \mathbf{E}[\Delta\mathrm{R{\scriptsize UR}}]$ が成り立つ.

証明 ADON の要求実現に要するコストは $\Delta\mathrm{A{\scriptsize DON}} = T(A\cup\{u\}) \ge dist(a,u)$ である. RUR は要求実現と要求実現後 $\frac{1}{D}$ の確率で行われる再配置にコストを要し, $\mathbf{E}[\Delta\mathrm{R{\scriptsize UR}}] = T(B\cup\{u\}) + \frac{1}{D}\cdot D\cdot dist(b,u) \le T(B) + 2dist(b,u)$ である. 再配置後 $B = \{u\}$, $T(B) = 0$ となるので $\mathbf{E}[\Delta\Phi] = (1-\frac{1}{D})\cdot 0 + \frac{1}{D}\cdot D\cdot\{5(T(A\cup\{u\}) - 0) + 0 - 5(T(A\cup B) - T(B)) - T(B)\} = 5\Delta\mathrm{A{\scriptsize DON}} - 5(T(A\cup B) - T(B)) - T(B) = 5\Delta\mathrm{A{\scriptsize DON}} + 2dist(a,u) - 2dist(a,u) - 5(T(A\cup B) - T(B)) - T(B) \le 7\Delta\mathrm{A{\scriptsize DON}} - 2dist(a,u) - 5(T(A\cup B) - T(B)) - T(B)$ である. ここで $y = -2dist(a,u) - 5(T(A\cup B) - T(B))$ とおくと, $dist(b,u) \le dist(a,u) + \min_{v\in B} dist(a,v) \le dist(a,u) + T(A\cup B) - T(B) \le -\frac{y}{2}$. よって $y \le -2dist(b,u)$ なので, $\mathbf{E}[\Delta\Phi] = 7\Delta\mathrm{A{\scriptsize DON}} + y - T(B) \le 7\Delta\mathrm{A{\scriptsize DON}} - 2dist(b,u) - T(B) \le 7\Delta\mathrm{A{\scriptsize DON}} - \mathbf{E}[\Delta\mathrm{R{\scriptsize UR}}]$. □

RUR が初期配置に対して行う再配置は一度しか行われないため, この再配置に要するコストは要求数に無関係である. したがって, 補題 1, 補題 3, 補題 4 および競合比の定義から定理 1 が示された. □

定理 1 および RUR の定義から次の系を得る.

系 1 $D = 1$ のとき, *RUR* は 7-競合決定的アルゴリズムである.

4 重みなしリングの競合比の下界

本節では, 重みなしリングにおけるファイル配置問題の下界について, 次の定理を示す.

定理 2 重みなしリングにおいて任意の決定的アルゴリズムの競合比は 4.25 以上である.

NII-Electronic Library Service

Information Processing Society of Japan

証明　任意の決定的オンラインアルゴリズム ALG に対する次のようなアドバーサリ (ADV) を考える. $D=1$, 点数 n を偶数, データの初期配置 S_0 を任意の 1 点 s とする. $\overline{s}$ を s から距離 $\frac{n}{2}$ の点とし, 長さ $\frac{n}{2}$ の s-$\overline{s}$ パスの一つを P_1, もう一方を P_2 とする. また, r^+ を ALG が要求発行点にデータを置くまで, その要求発行点 1 点からの読み込み要求が続く要求系列, w^+ を ALG の配置が要求発行点 1 点になるまで, その要求発行点 1 点からの書き込み要求が続く要求系列とする. ADV は次のように要求を出す.

Step 1: ALG の配置が s, $\overline{s}$ 両方にデータが置かれた状態になるまで s, $\overline{s}$ から r^+ を出す. Step 1 終了直後の ALG の配置において, α_1, α_2 をそれぞれ P_1, P_2 の部分パスで, かつ全ての内点が ALG の配置に含まれない最大のパスとし, 混乱のない限り, それらの長さとしても α_1, α_2 を用いる $(1 \leq \alpha_1, \alpha_2 \leq \frac{n}{2})$. 一般性を失うことなく $\alpha_1 \leq \alpha_2$ と仮定する.

Step 2: $\alpha_2 \leq \frac{n}{4}$ のとき, α_2 の中点 (α_2 の端点から距離 $\lfloor\frac{\alpha_2}{2}\rfloor$ の点) から w^+ を出す. w^+ を出した点を s とし Step 1 へ.

Step 3: $\alpha_2 > \frac{n}{4}$ のとき, α_2 の中点から r^+ を出し, P_2 上の全点に ALG がデータを配置するまで P_2 上の点から r^+ を出す.

Step 4: P_2 上の任意の点から w^+ を出す. w^+ を出した点を s とし Step 1 へ.

ADV は Step 1 で要求を出す前に P_2 上の全点にデータを配置し, Step 2 または Step 4 の書き込み要求の前に要求発行点以外のデータを削除する.

4.1　競合比

ADV が上の戦略を一巡する間にかけるコストを $\Delta\textsc{Adv}$, ALG が Step i でかけるコストを $\Delta\textsc{Alg}_i$ で表す. ADV は Step 1 前のコピーにのみコストを要するので, $\Delta\textsc{Adv} \leq \frac{n}{2}$ である. ALG は Step 1 で少なくとも $\overline{s}$ からの読み込み要求の実現と, $\overline{s}$ と P_2 上の点へのデータのコピーにコストを要し, $\Delta\textsc{Alg}_1 \geq 2 \cdot \frac{n}{2} + \frac{n}{2} - \alpha_2 = 3 \cdot \frac{n}{2} - \alpha_2$ である. Step 2 で ALG は, 書き込み要求実現とデータ移動にコストを要するので, $\Delta\textsc{Alg}_2 \geq n - \alpha_2 + \lfloor\frac{\alpha_2}{2}\rfloor = n - \lceil\frac{\alpha_2}{2}\rceil$ である. Step 3 および Step 4 で ALG は少なくとも α_2 の中点からの読み込み要求, P_2 全点へのコピー, 書き込み要求実現にコストを要するので, $\Delta\textsc{Alg}_3 + \Delta\textsc{Alg}_4 \geq \lfloor\frac{\alpha_2}{2}\rfloor + \alpha_2 - 1 + n - \alpha_1$ である.

よって一巡したときの ALG と ADV のコスト比は Step 2 経由の場合, $\alpha_2 \leq \frac{n}{4}$ より

$$
\begin{aligned}
\frac{\Delta\textsc{Alg}_1 + \Delta\textsc{Alg}_2}{\Delta\textsc{Adv}} &\geq \frac{3 \cdot \frac{n}{2} - \alpha_2 + n - \lceil\frac{\alpha_2}{2}\rceil}{\frac{n}{2}} \\
&\geq \frac{5 \cdot \frac{n}{2} - \frac{n}{4} - \lceil\frac{n}{8}\rceil}{\frac{n}{2}} \\
&\geq \frac{4 \cdot \frac{n}{2} + \lfloor\frac{n}{8}\rfloor}{\frac{n}{2}}
\end{aligned}
$$

NII-Electronic Library Service

Information Processing Society of Japan

Step 4 経由の場合, $\alpha_1 \le \frac{n}{2}$, $\alpha_2 > \frac{n}{4}$ より,

$$\begin{aligned}\frac{\Delta_1\mathrm{A{\scriptstyle LG}} + \Delta_3\mathrm{A{\scriptstyle LG}} + \Delta_4\mathrm{A{\scriptstyle LG}}}{\Delta\mathrm{A{\scriptstyle DV}}} &\ge \frac{3\cdot\frac{n}{2} - \alpha_2 + \lfloor\frac{\alpha_2}{2}\rfloor + \alpha_2 - 1 + n - \alpha_1}{\frac{n}{2}} \\ &\ge \frac{5\cdot\frac{n}{2} - \alpha_1 + \lfloor\frac{\alpha_2}{2}\rfloor - 1}{\frac{n}{2}} \\ &\ge \frac{4\cdot\frac{n}{2} + \lfloor\frac{n}{8}\rfloor - 1}{\frac{n}{2}}\end{aligned}$$

どちらの Step を経由した場合のコスト比も n が十分に大きいとき 4.25 に収束する. よって競合比の下界 4.25 を得る. □

5 まとめ

本稿では, 重みなしリングネットワークにおけるファイル配置問題に関して, 確率的アルゴリズム RUR を提案し, RUR が ADON に対し 7-競合であることを示した. $D = 1$ のとき RUR は 7-競合決定的アルゴリズムである. また, 決定的アルゴリズムの競合比の下界 4.25 を示した.

参考文献

[1] Baruch Awerbuch, Yair Bartal, and Amos Fiat. Competitive distributed file allocation. *Information and Computation*, pp. 1–40, 2003.

[2] Yair Bartal, Amos Fiat, and Yuval Rabani. Competitive algorithm for distributed data management. *Journal of Computer and System Sciences*, pp. 341–358, 1995.

[3] D. L. Black and D. D. Sleator. Competitive algorithms for replication and migration problems. Technical report CMU-CS-89-201, Department of Computer Science, Carnegie Mellon University, 1989.

[4] Carsten Lund, Nick Reingold, Jeffery Westbrook, and Dicky Yan. Competitive online algorithms for distributed data management. *SIAM Journal on Computing*, pp. 1086–1111, 1999.

NII-Electronic Library Service