

# 地震動スペクトルのパラメータによる 地盤増幅度の表現と地震規模依存性の評価

西川 隼人<sup>1</sup>・宮島 昌克<sup>2</sup>

<sup>1</sup>舞鶴工業高等専門学校 (〒625-8511 京都府舞鶴市宇白屋234)

E-mail: nisikawa@maizuru-ct.ac.jp

<sup>2</sup>金沢大学教授 理工研究域環境デザイン学系 (〒920-1192 石川県金沢市角間町)

E-mail: miyajima@t.kanazawa-u.ac.jp

本論文ではパーセバルの定理と極値理論により導いた地震動スペクトルと地盤増幅度の関係式に基づき、地盤増幅度の地震規模依存性を調べた。最大地動加速度と最大地動速度を対象に得られた関係式と模擬地震波形から求めた地盤増幅度を比較したところ、良い対応が見られた。続いて、震源スペクトルのパラメータであるコーナー振動数 $f_c$ や高域遮断振動数 $f_{max}$ による地盤増幅度の変化を調べるために、地盤増幅度を $f_c$ や $f_{max}$ によって表現した。この過程で $f_c$ の地盤増幅度への影響は最大地動速度が最大地動加速度に比べて大きいこと、 $f_{max}$ による影響は最大地動加速度では明瞭に見られるが、最大地動速度では小さいことが明らかになった。モーメントマグニチュード $M_w$ と地盤増幅度の関係を調べたところ、最大地動速度の地盤増幅度は $M_w$ による影響が顕著であった。

**Key Words :** PGA, PGV, amplification factor, source spectrum,  $f_c$ ,  $f_{max}$ ,  $M_w$

## 1. はじめに

これまでの研究で、最大地動加速度、最大地動速度などの地震動指標の地盤増幅度が地震の規模によって変化することが指摘されている。片岡・山本<sup>1)</sup>は青森県とその周辺の地震観測点の地盤増幅度を評価しており、対象地震においては地震の規模によって増幅度の傾向に違いが見られることを指摘している。また、紺野ら<sup>2)</sup>や翠川ら<sup>3)</sup>は表層の平均S波速度と地盤増幅度の関係が地震の規模によって異なることを示している。これらの研究では、地震の規模による地震動の周期成分の違いが地盤増幅度に影響を及ぼしていることを指摘しているが、いずれも定性的な議論にとどまっている。

地震の規模による地震動の周期特性の違いを $\omega^2$ 則に従う震源スペクトルから考えた場合、周期特性やスペクトル形状の違いは震源スペクトルのコーナー振動数 $f_c$ と高域遮断振動数 $f_{max}$ によって支配される。コーナー振動数 $f_c$ は地震の規模に依存し、断層の長さ $L$ に相当する量(矩形断層の長さや幅、円形断層の幅)に反比例する<sup>4)</sup>。また、地震観測記録から地震モーメント $M_0$ と $f_c$ に相関が見られることが報告されている<sup>例えは5), 6)</sup>。高域遮断振動数 $f_{max}$ には地震規模依存性が見られるという報告<sup>例えは7), 8), 9)</sup>と依存性が見られないとする報告があり<sup>例えは10), 11)</sup>、生成要因について

は議論が分かれている。地震の規模と地盤増幅度の関係を解明する上で、これらの震源スペクトルの形状に関するパラメータの地盤増幅度への影響を調べることは極めて重要であると考えられる。

本研究では、著者らが過去にパーセバルの定理と極値理論により導いた地震動スペクトルと地盤増幅度の関係式<sup>12)</sup>に基づき、 $f_c$ や $f_{max}$ と増幅度の関係を調べ、地震規模と増幅度の関係の定量的評価を試みる。具体的には、地盤増幅度を震源スペクトルやサイト特性のパラメータによって表現し、それらのパラメータが増幅度に及ぼす影響を調べていく。震源スペクトルについては $\omega^2$ 則に従うスペクトルを用い、スペクトルの $f_c$ や $f_{max}$ に着目する。先に述べたように $f_{max}$ の地震規模依存性については議論が分かれているが、 $f_c$ は地震規模に対する依存性が指摘されている。ここでは、 $f_c$ は地震規模に依存するものとし、 $f_{max}$ については地震の規模に依存する場合とそうでない場合の両方を考えることにする。

なお、今回は最大地動加速度、最大地動速度の地盤増幅度を対象に検討を行っていく。また、地震動スペクトルがS波の直達波のみから成り立っている、地盤が線形領域で挙動するという仮定のもとに検討を進めていく。

## 2. 地震動スペクトルによる地盤増幅度の表現

### (1) スペクトルと地盤増幅度の関係式<sup>12)</sup>

地震波の主要動区間で振幅に大きな変動がなく、定常過程と見なせるものとする。この区間で、ある地点の地表面と解放基盤の地震波の自乗平均値はパーセバルの定理により、それぞれ次式で表わされる。

$$\sigma_s^2 = \frac{1}{T_d} \int_{-\infty}^{\infty} G(f)^2 F_b(f)^2 df \quad (1)$$

$$\sigma_b^2 = \frac{1}{T_d} \int_{-\infty}^{\infty} F_b(f)^2 df \quad (2)$$

ここで $\sigma_s^2$ と $\sigma_b^2$ はそれぞれ平均値0の正規分布に従う地表波と基盤波の自乗平均値、 $G(f)$ はその地点のサイト特性、 $F_b(f)$ は基盤スペクトルである。また、 $T_d$ は地震波主要動の継続時間である。式(1)と(2)の比を求め、その両辺の平方根をとると次のようになる。

$$\frac{\sigma_s}{\sigma_b} = \sqrt{\frac{\int_{-\infty}^{\infty} G(f)^2 F_b(f)^2 df}{\int_{-\infty}^{\infty} F_b(f)^2 df}} \quad (3)$$

また、Cartwright and Longuet-Higgins<sup>13)</sup>に従うと、 $\sigma_s$ と $\sigma_b$ とその最大振幅の期待値の関係は次の式で表わされる。

$$E[A_b] = p_b \cdot \sigma_b \quad (4)$$

$$E[A_s] = p_s \cdot \sigma_s \quad (5)$$

式(4)、(5)の左辺はそれぞれ、地表面波の最大振幅 $A_s$ と基盤波の最大振幅 $A_b$ の期待値である。 $p_b$ と $p_s$ はピークファクターであり、確率分布はレイリー分布に従う。ピークファクターは次式によって与えられる。

$$p_i = \sqrt{2 \ln N_i} + \gamma / \sqrt{2 \ln N_i} \quad (6)$$

$$N_b = T_d \sqrt{\frac{\int_{-\infty}^{\infty} f^2 F_b(f)^2 df}{\int_{-\infty}^{\infty} F_b(f)^2 df}} \quad (7)$$

$$N_s = T_d \sqrt{\frac{\int_{-\infty}^{\infty} f^2 G(f)^2 F_b(f)^2 df}{\int_{-\infty}^{\infty} G(f)^2 F_b(f)^2 df}} \quad (8)$$

式(6)の添え字 $i$ は $s$ と $b$ に対応する。 $\gamma$ はオイラー一定数(=0.5772)である。式(3)、(4)、(5)から以下の関係が得られる。

$$\frac{E[A_s]}{E[A_b]} = \frac{p_s}{p_b} \sqrt{\frac{\int_{-\infty}^{\infty} G(f)^2 F_b(f)^2 df}{\int_{-\infty}^{\infty} F_b(f)^2 df}} \quad (9)$$

地表面波の最大振幅 $A_s$ が $E[A_s]$ 、基盤波の最大振幅 $A_b$ が $E[A_b]$ と等しく、 $p_s/p_b=1$ とした場合、式(9)は以下のように近似できる。

$$\frac{A_s}{A_b} \doteq \sqrt{\frac{\int_{-\infty}^{\infty} G(f)^2 F_b(f)^2 df}{\int_{-\infty}^{\infty} F_b(f)^2 df}} \quad (10)$$

左辺はいわゆる最大振幅の地盤増幅度であり、今後はこの式を元に最大地動加速度と最大地動速度の地盤増幅度(それぞれ $F_A$ 、 $F_V$ )に関する検討を行う。

### (2) 模擬地震波と提案式による地盤増幅度の比較

前節で導いた式(10)が成り立つかどうかを、模擬地震波を用いた解析によって確認する。模擬地震波として式(10)の分子のスペクトルを有する地表波と分母で表わされるスペクトルを持つ基盤波を作成する。 $F_b(f)$ はBooreの研究<sup>14)</sup>に従い、次式で表わされるものとする。

$$F_b(f) = CM_0 \frac{1}{R} \exp\left(-\frac{\pi f R}{Q_s V_s}\right) S(f) \quad (11)$$

$F_b(f)$ はS波のみから成り立つものとし、式(11)の $C$ はラディエーションパターンなどをパラメータとする係数、 $1/R$ は幾何減衰に対応する。 $R$ は震源距離である。 $M_0$ は地震モーメント(dyne・cm)、指数項は内部減衰に対応し、 $Q_s$ はS波の減衰の程度を表すパラメータ、 $V_s$ は地震発生層のS波伝播速度である。 $S(f)$ は震源スペクトルである。 $S(f)$ は次の $\omega^2$ 則に従う式で表されるものとする。

$$S_A(f) = \frac{(2\pi)^2 f_c^2 f^2}{f_c^2 + f^2} \frac{f_{max}}{\sqrt{f_{max}^2 + f^2}} \quad (12)$$

$$S_V(f) = \frac{2\pi f_c f}{f_c^2 + f^2} \frac{f_{max}}{\sqrt{f_{max}^2 + f^2}} \quad (13)$$

$S_A(f)$ は加速度、 $S_V(f)$ は速度の震源フーリエスペクトルである。図-1に震源スペクトルの一例を示す。サイト特性 $G(f)$ は次のKanai<sup>15)</sup>の提案したスペクトルを用いる。

$$G(f) = \sqrt{\frac{f_g^4 + 4h_g^2 f_g^2 f^2}{(f_g^2 - f^2)^2 + 4h_g^2 f_g^2 f^2}} \quad (14)$$

ここで $f_g$ は $G(f)$ のピーク振動数(Hz)、 $h_g$ はピーク振動数の振幅を規定する係数である。図-2に $f_g=2$ 、 $h_g$ が1、0.1、0.01の場合の $G(f)$ を示す。同図から分かるようにサイト特性は単一のピークから成っており、今回の検討ではサイト特性が基本モードのみによるものと仮定する。同一地点における地表波と基盤波の元となるスペクトルの $C$ 、 $R$ は同じ値であり、両方の波の最大振幅をとることにより、キャンセルされるので、模擬波計算の際に考慮に入れない。なお、地表波と基盤波の位相特性は同じとする。式(11)の指数項の $Q_s$ は一般に $Q_0^a$ ( $Q_0$ は定数)と表わされ、地殻内地震では $a$ は大体0.8~1<sup>16)</sup>の範囲にある。ここで $a=1$ と仮定することにより、この指数項を定数と考え、模擬波の計算の際に無視する。

模擬波は式(11)、(14)によるスペクトルをターゲットに作成する。位相は乱数で与え、初期位相を変化させて30波作成した。模擬波には図-3に示すJenningsの包絡曲線<sup>17)</sup>を掛けて非定常性を考慮した。包絡曲線は式(15)で与えられる。

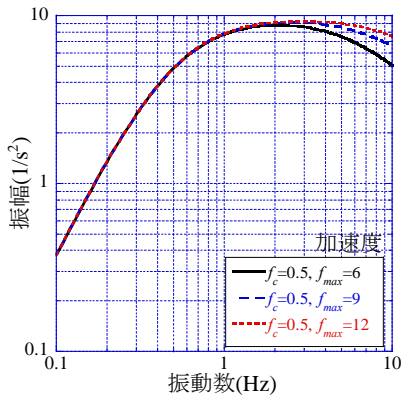


図-1 震源スペクトル

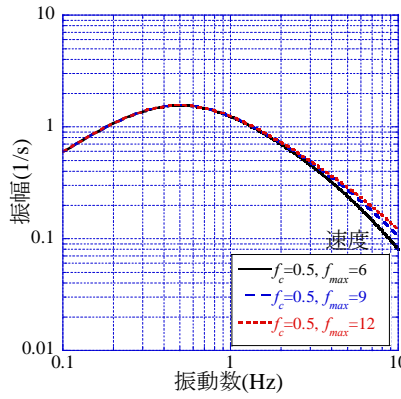


図-2 サイト特性

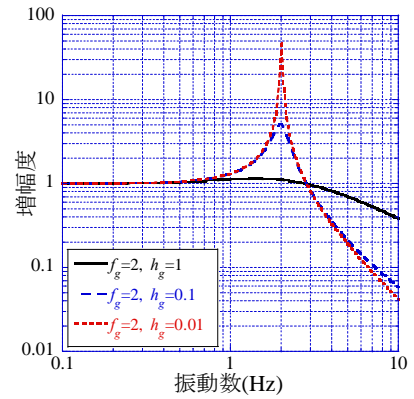


図-3 地震波の包絡曲線<sup>17)</sup>

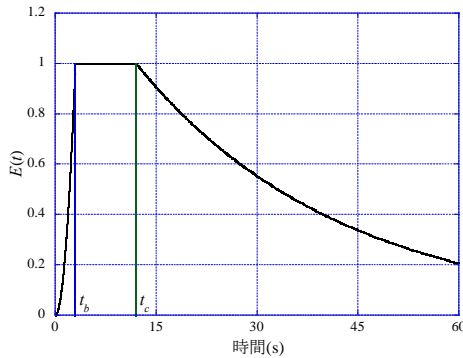


図-4  $P_s/P_b$

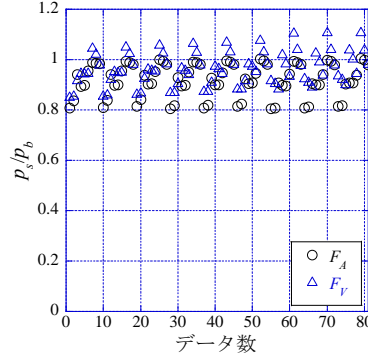


図-5 模擬波と式(10)から計算した増幅度

表-1 スペクトルのパラメータと模擬波の計算条件

$f_c$ (Hz)	0.1, 0.5, 1	$h_g$	0.01, 0.1, 1
$f_{max}$ (Hz)	6, 9, 12	$f_g$ (Hz)	0.5, 2, 10
時間間隔 (秒)	0.02	データ数	16384

$$E(t) = \begin{cases} 0 & (0 \leq t \leq t_b) \\ ((t-t_b)/(t_c-t_b))^2 & (t_b \leq t \leq t_c) \\ 1 & (t_c \leq t \leq t_d) \\ \exp(-B(t-t_c)) & (t_d \leq t \leq t_e) \end{cases} \quad (15)$$

$t_b$ は主要動部までの時刻、 $t_c-t_b$ は主要動継続時間、 $t_d$ は地震波の継続時間、 $B$ は $-\ln(0.1)/(t_d-t_c)$ である。模擬地震波は表-1に示す条件に基づき計算した。模擬地震波のターゲットとするスペクトルのパラメータ( $f_c$ ,  $f_{max}$ ,  $f_g$ ,  $h_g$ )は3通り変化させた。また、主要動の継続時間( $t_c-t_b$ )は3, 5秒、 $t_b$ は( $t_c-t_b$ )/4として計算した。基盤波のスペクトルは $f_c$ と $f_{max}$ をパラメータとするので9通り、地表波のスペクトルは4つのパラメータによるので81通り考え、それぞれのスペクトルを有する模擬地震波を作成した。各スペクトルの模擬波の最大振幅は初期位相の異なる30波の最大振幅の絶対値の算術平均である。

表-1の条件を用い模擬波から求めた増幅度と式(10)右辺のスペクトルより計算した増幅度の対応を調べる。式(10)は式(9)で $P_s/P_b=1$ と仮定した場合のものであるので、まず、この仮定が成り立つか調べる。図-4に模擬地震波のターゲットとする81個の

ペクトルを対象に式(6), (7), (8)により求めた $P_s/P_b$ を示す。同図から明らかなように $P_s/P_b$ は1前後の値であることから、 $P_s/P_b=1$ と仮定した式(10)を用いても問題はないと考えられる。なお、式(7), (8), (10)に無限積分が含まれているが、積分値は0~25Hzを対象に求めた。

図-5に模擬波と式(10)の右辺のスペクトルから求めた増幅度の対応を示す。模擬波の地盤増幅度はある $f_c$ と $f_{max}$ によって求まる $S(f)$ を有する波の最大振幅と同じ $S(f)$ に $G(f)$ を乗じたスペクトルを有する波の最大振幅の比である。図-5を見ると中には両者の対応が少し悪いものもあるが、全体的に見ると対応していることが分かる。また、模擬波と式(10)から計算した増幅度に対して、原点を通る回帰直線を求めたところ、いずれのケースでも相関係数が0.9を超えており、回帰直線の勾配は1.2前後であった。以上の計算結果から、式(10)によって任意のスペクトルを持つ模擬波の地盤増幅度をある程度評価できることが分かった。

### 3. コーナー振動数、 $f_{max}$ による地盤増幅度の表現と地震規模依存性の評価

#### (1) 地震動スペクトルのパラメータによる地盤増幅度の表現

2章の検討から地盤増幅度が地震動スペクトルによって、概ね表現できることが明らかになった。ここでは震源スペクトルのパラメータである $f_c$ ,  $f_{max}$ の増幅度への直接的な影響を調べるために式(10)に基

づき,  $f_c$ ,  $f_{max}$ やサイト特性のパラメータ $f_g$ ,  $h_g$ による増幅度の定式化を試みる.

まず, 基盤波のパワースペクトルの無限積分を留数定理によって加速度, 速度について求める. 増幅度を求める際に, 地表波と基盤波のパワースペクトルの比の平方根を求めることから, 前節と同様に振動数 $f$ に依存しない項は無視する. また,  $Q_s$ が振動数 $f$ に比例すると定義することにより, 式(11)の指数項を無視することができる. その場合, 基盤波の加速度パワースペクトルの無限積分は次のようになる.

$$\begin{aligned} \frac{1}{T_d} \int_{-\infty}^{\infty} F_b(f)^2 df &= \frac{1}{T_d} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(2\pi f_c)^4 f^4}{(f_c^2 + f^2)^2} \frac{f_{max}^2}{f_{max}^2 + f^2} df \\ &= \frac{(2\pi)^5 f_c^4 f_{max}^2 (f_c + 2f_{max})}{4(f_c + f_{max})^2 T_d} \end{aligned} \quad (16)$$

また, 速度の場合は以下のようになる.

$$\begin{aligned} \frac{1}{T_d} \int_{-\infty}^{\infty} F_b(f)^2 df &= \frac{1}{T_d} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(2\pi f_c)^2 f^2}{(f_c^2 + f^2)^2} \frac{f_{max}^2}{f_{max}^2 + f^2} df \\ &= \frac{(2\pi)^3 f_c^3 f_{max}^2}{4(f_c + f_{max})^2 T_d} \end{aligned} \quad (17)$$

続いて, 式(18)で表される地表波のパワースペクトルの無限積分を留数定理により求める.

$$\begin{aligned} \frac{1}{T_d} \int_{-\infty}^{\infty} G(f)^2 F_b(f)^2 df &= \\ \frac{1}{T_d} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(2\pi f)^n f_c^4 f_{max}^2 (f_g^4 + 4h_g^2 f_g^2 f^2)}{(f_c^2 + f^2)^2 (f_{max}^2 + f^2) \{(f_g^2 - f^2)^2 + 4h_g^2 f_g^2 f^2\}} df \end{aligned} \quad (18)$$

式(18)の $n$ は加速度の場合は4, 速度では2である. 式(18)の無限積分の計算が煩雑になるので, 留数定理による無限積分の公式<sup>18)</sup>を用いて値を求めた.

$$\frac{1}{T_d} \int_{-\infty}^{\infty} G(f)^2 F_b(f)^2 df = \frac{(2\pi)^{n+1} f_c^4 f_g^2 f_{max}^2 M}{2\Delta T_d} \quad (19)$$

ここで

$$\begin{aligned} \Delta &= \sum_{i=1}^7 f_i \quad a_1 = 2f_c + 2h_g f_g + f_{max} \\ a_2 &= 2h_g f_g f_c^2 + 2f_c f_g^2 + f_{max} f_c^2 + 4h_g f_g f_c f_{max} + f_{max} f_g^2 \\ a_3 &= f_c^2 + 4h_g f_g f_c + f_g^2 + 2f_c f_{max} + 2h_g f_g f_{max} \\ a_4 &= -(f_c^2 f_g^2 + 2h_g f_{max} f_g f_c^2 + 2f_{max} f_c f_g^2) \\ f_1 &= -f_{max}^2 f_c^4 f_g^4 \quad f_2 = -2a_1 a_4 f_{max} f_c^2 f_g^2 \\ f_3 &= a_2 a_3 f_{max} f_c^2 f_g^2 \quad f_4 = a_2^2 a_4 \quad f_5 = -a_1^2 a_4^2 \\ f_6 &= -a_1 a_3^2 f_{max} f_c^2 f_g^2 \quad f_7 = -a_1 a_2 a_3 a_4 \end{aligned}$$

$M$ は加速度では式(20), 速度では式(21)のようになる.

$$M = -4h_g^2 (f_{max} f_c^2 f_g^2 a_3 + a_2 a_4) - f_g^2 (f_{max} f_c^2 f_g^2 + a_1 a_4) \quad (20)$$

$$M = -4h_g^2 (f_{max} f_c^2 f_g^2 + a_1 a_4) - f_g^2 (a_2 - a_1 a_3) \quad (21)$$

式(16), (17), (19)を式(10)の右辺に代入して, 最大地動加速度, 最大地動速度の地盤増幅度を計算し,  $f_g$ と最大地動加速度, 最大地動速度の増幅度の対応が $h_g$ や $f_c$ ,  $f_{max}$ によって, どのように変化するか見る.

図-6, 7に $f_c$ ,  $f_{max}$ を変化させた場合の $f_g$ と増幅度の対応を示す. まず,  $h_g$ による増幅度の違いを見ると,  $F_A$ ,  $F_V$ ともに $h_g$ が小さいほど全体的に増幅度が大きくなる傾向にある. 続いて,  $f_c$ による増幅度の変化を見る.  $F_A$ の場合, 同一の $h_g$ で $f_c$ による増幅度の変化を見ると,  $f_c$ によって増幅度が最大となる $f_g$ はほとんど変化しないが,  $f_c$ が小さいほど,  $f_g$ が低振動数の場合の増幅度が相対的に大きくなっている.  $F_V$ の場合は $f_c$ が小さくなるほど,  $f_g$ が高振動数の場合の増幅度は相対的に小さく, 低振動数の場合は大きくなっており,  $h_g$ が0.1, 0.01の場合は $F_V$ が最大となる $f_g$ が $f_c$ の値とともに小さくなっていることが確認できる.

次に $f_{max}$ による増幅度の変化を見ると,  $F_A$ では $f_{max}$ が小さい方が $F_A$ が最大となる $f_g$ が低振動数にシフトしているが,  $F_V$ ではこのような特徴は見られない. また,  $h_g$ が0.1, 0.01,  $f_{max}$ が6, 12Hzの場合の $f_g=1$ の増幅度を比較すると $F_A$ では $f_{max}$ が6Hzの増幅度は12Hzの場合に比べて1.4倍ほど大きい,  $F_V$ では増幅度の比が1倍程度であり,  $F_V$ への $f_{max}$ の寄与が小さいことがうかがえる. ここで $F_V$ への $f_{max}$ の影響を地表スペクトルの速度に関する式(21)から調べる. 式(21)において $h_g$ が大きく $f_g$ が低振動数の場合は第1項が支配的となるが, 他の項に比べて $f_{max}$ を含む項が少ないので,  $f_{max}$ による $F_V$ への影響は小さい.  $h_g$ の値が小さい場合は式(21)の第1項は無視することでき, 第2項によって式(21)の値が左右される. 式(21)の第2項を展開し, 影響の小さい項を無視してまとめると, 次のようになる.

$$2f_g^2 (f_c^3 + 4h_g f_g f_c^2 + 4h_g^2 f_g^2 f_c + h_g f_g^3) + 2f_g^2 f_{max}^2 (f_c + h_g f_g) \quad (22)$$

式(22)において,  $f_g$ が高振動数の場合は第1項の値の影響があるが,  $f_g$ が低振動数になるほど $f_{max}$ を含む第2項の影響が大きくなる. しかし, 式(22)は $F_A$ の計算に用いる式(20)に比べて $f_{max}$ を含む項がかなり少ないので, 式(20)と比較して $f_{max}$ の影響が小さいものと考えられる.

上記では式(21)から $F_V$ への $f_{max}$ の影響を考察したが, ここでは $F_V$ において高域遮断フィルターを考慮しない場合の増幅度を求め,  $f_{max}$ の増幅度への影響を見ることにする. 式(17)と(18)において高域遮断フィルターを考慮しない場合の $F_V$ の二乗は次式で表わされる.

$$F_V^2 = \frac{4h_g^3 \gamma_c^2 + (4h_g^2 + 1)\gamma_c + h_g}{h_g \{\gamma_c^4 + 4h_g \gamma_c^3 + 2(2h_g^2 + 1)\gamma_c^2 + 4h_g \gamma_c + 1\}} \quad (23)$$

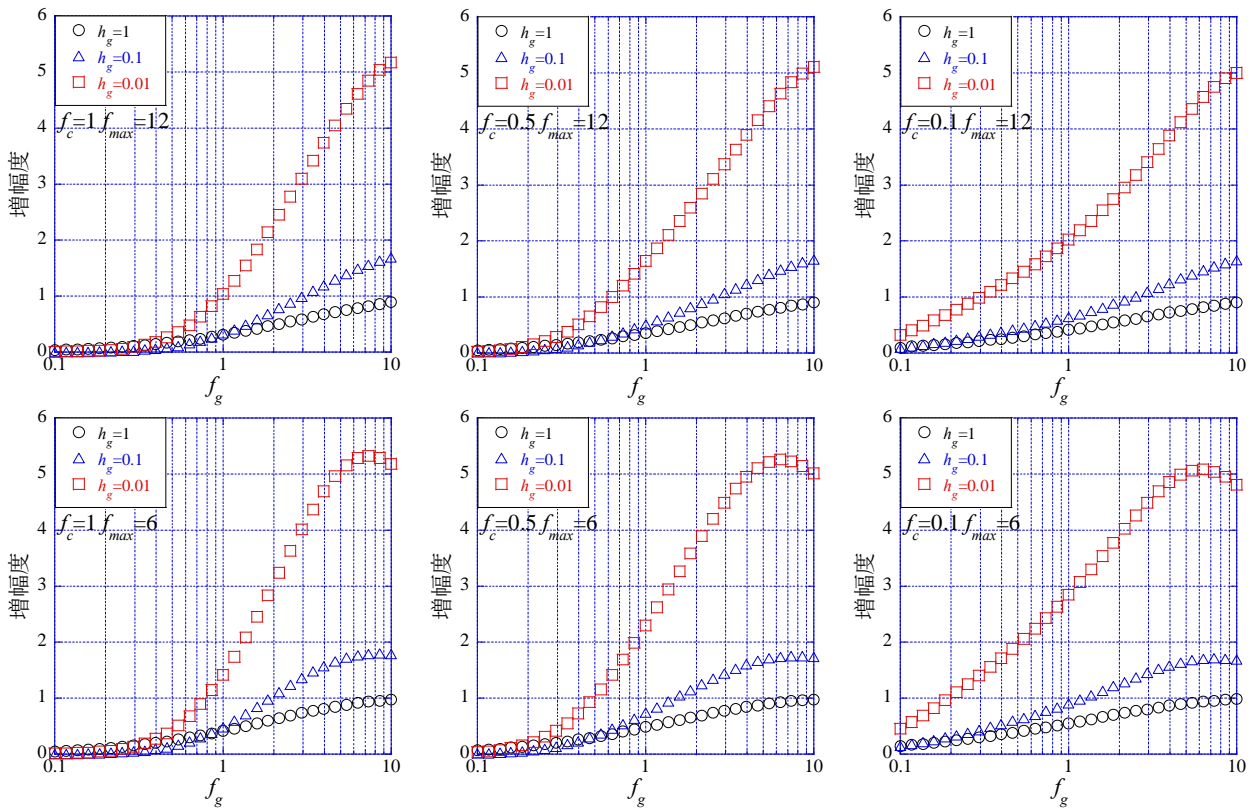


図-6  $f_g$  と  $F_A$  の対応

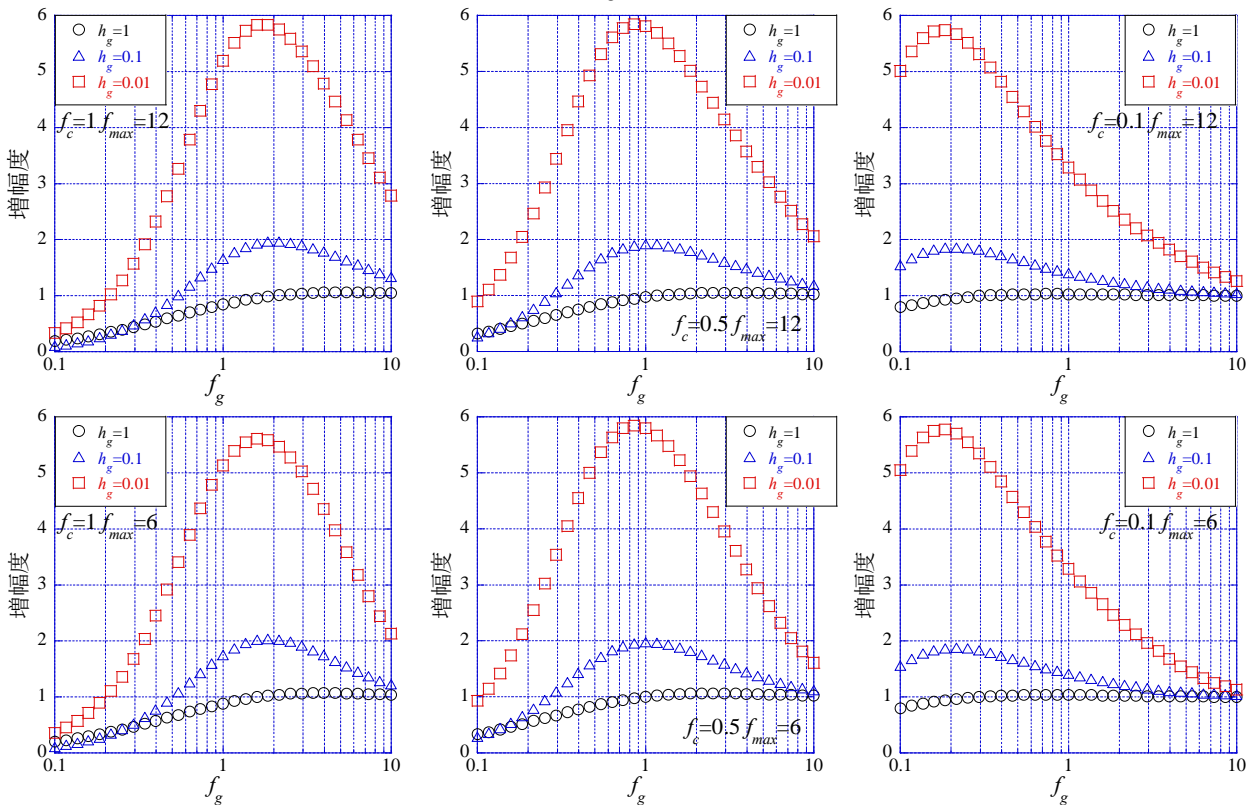


図-7  $f_g$  と  $F_V$  の対応

ここで  $\gamma_c = f_c / f_g$ . この式から明らかなように  $\gamma_c$  が小さくなるほど、 $F_V$  は 1 に近づいていく。すなわち  $f_g$  が大きい、あるいは  $f_c$  が小さくなるほど、 $F_V$  が小さくなる事が分かる。図-8に式(23)と  $f_{max}$  を考慮した場合の  $F_V$  式(10), (17), (19), (21)による精算値を

示す。  $f_c$ ,  $h_g$  が大きい場合は式(23)と精算値による  $F_V$  の違いが少し見られるが、全体的には両者は対応しており、特に  $f_c = 0.1$  では  $f_{max}$  の考慮の有無による増幅度の違いは小さい。また、  $f_c$  によって  $f_{max}$  の増幅度への影響は異なるが、  $f_c$  のみ考慮した式(23)による  $F_V$  と

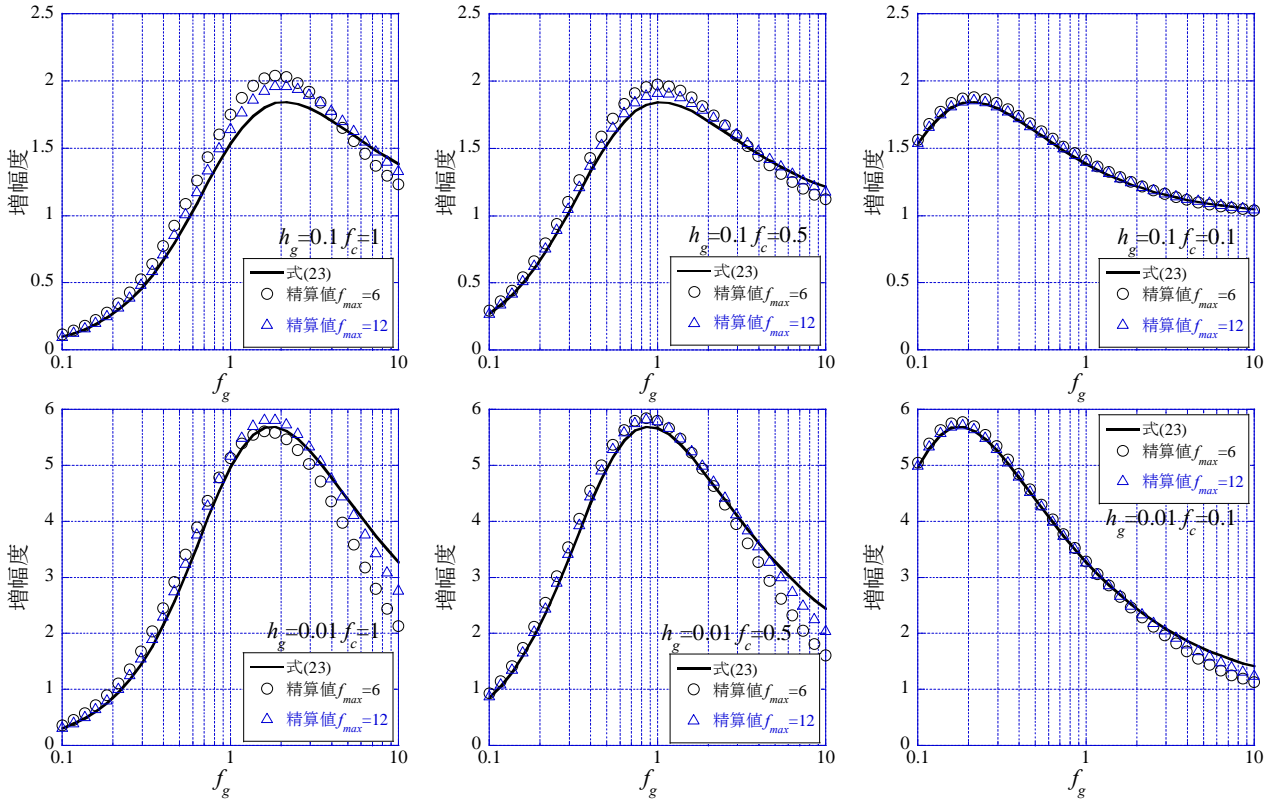


図-8  $F_V$ の精算値(式(10), (17), (19), (21)による計算値)と式(23)による近似値

$f_c$ と $f_{max}$ を考慮した精算値では増幅度が最大となる $f_g$ に大きな差はなく、 $F_V$ への $f_{max}$ の寄与が大きくないことが分かる。

一方、先述のように対象振動数では $F_A$ は $F_V$ に比べて $f_{max}$ の影響が大きく、増幅度が最大となる $f_g$ は $f_{max}$ の値によって明らかに異なる。ここでは増幅度が最大となる $f_g$ に着目して、 $f_{max}$ の $F_A$ への影響を調べることにする。 $F_A$ は式(10), (16), (19), (20)から計算するが、 $F_A$ の式が非常に複雑なので、 $f_c$ が小さい場合についてのみ検討を行う。 $f_c=0.01$ とした場合、 $S_A(f)$ の $\omega^2$ 則に従うスペクトルの部分が0.1Hzよりも高振動数で概ねフラットになるので、式(12)は次式のように近似できる。

$$S_A(f) = \frac{Const f_{max}}{\sqrt{f_{max}^2 + f^2}} \quad (24)$$

$Const$ は定数である。加速度震源フーリエスペクトルとして式(24)を用いた場合の $F_A$ の二乗は次のようになる。

$$F_A^2 = \frac{4h_g^2 + 1}{2h_g f_{max}} \frac{\gamma_m + 2h_g}{\gamma_m^2 + 2h_g \gamma_m + 1} \quad (25)$$

ここで $\gamma_m = f_{max}/f_g$ 。式(25)を微分して $F_A^2$ が最大となる $\gamma_m$ を求める。式(25)を微分すると以下のようになる。

$$\frac{\partial F_A^2}{\partial \gamma_m} = -\frac{4h_g^2 + 1}{2h_g f_{max}} \frac{\gamma_m^2 + 4h_g \gamma_m + (4h_g^2 - 1)}{(\gamma_m^2 + 2h_g \gamma_m + 1)^2} \quad (26)$$

式(26)の分子が0となる $\gamma_m$ を二次方程式の解の公式により求めると次式が得られる。

$$\gamma_m = -2h_g + 1 \quad (27)$$

ただし、式(27)は $h_g < 0.5$ の場合にのみ成り立つ。これより、 $F_A$ が最大となる $f_g$ は $f_{max}$ に比例する次式で表すことができる。

$$f_g = \frac{f_{max}}{1 - 2h_g} \quad (28)$$

図-9に $f_c$ がパラメータに含まれない式(25)と式(10), (16), (19), (20)による $F_A$ の精算値を示す。図-9を見ると、 $f_c$ が小さくなるほど、近似値と精算値の対応が良くなっていることが分かる。 $f_c$ が0.5以下では増幅度が最大となる $f_g$ は精算値によるものとほとんど一致している。 $f_c=0.05\sim 0.1$ は後述する経験式<sup>5), 6)</sup>によると $M_w$ 7前後の地震に対応することから、強震動予測の対象となるような規模の大きな地震では簡単な近似式でも $f_g$ と $F_A$ の関係を概ね表現できる。

## (2) 地震規模による地盤増幅度の変化

ここでは本研究の目的である地震規模の地震増幅度への影響を調べるために、前節で導いた地震動スペクトルのパラメータと地盤増幅度の関係式を用いて検討を行う。震源スペクトルのコーナー振動数 $f_c$

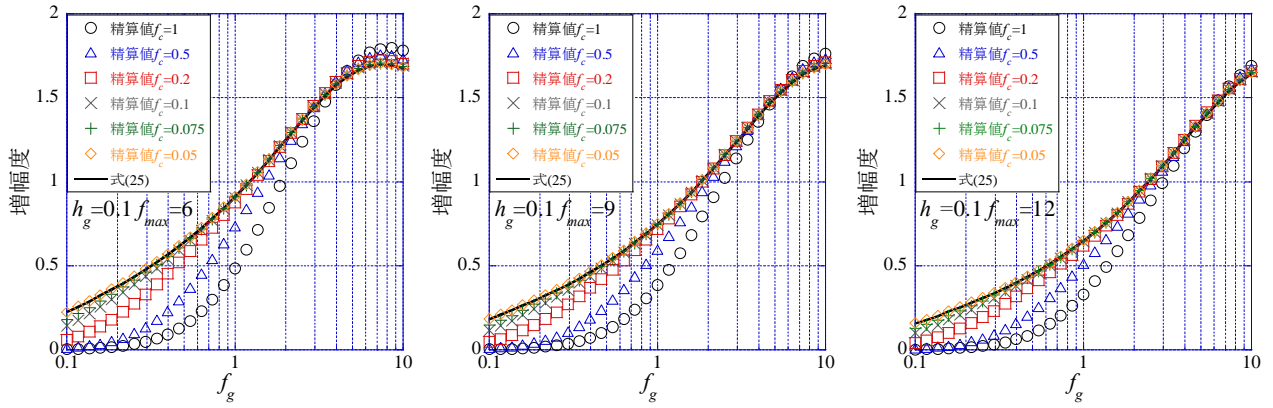


図-9  $F_A$ の精算値(式(10), (16), (19), (20)による計算値)と式(25)による近似値

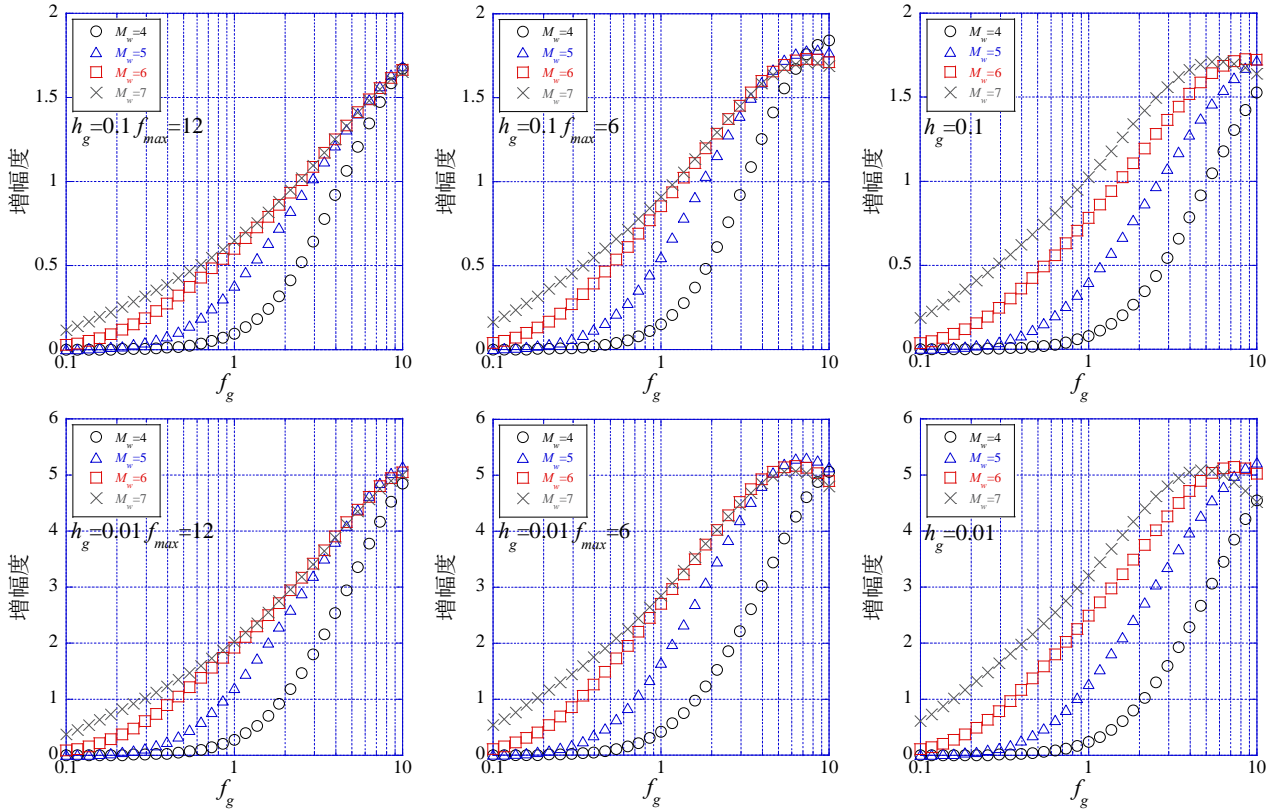


図-10  $M_w$ による  $F_A$ の変化( $f_c$ のみ  $M_w$ に依存)

図-11  $M_w$ による  $F_A$ の変化( $f_c$ と  $f_{max}$ が  $M_w$ に依存)

は地震の規模に依存しており、地観測記録に基づく研究で  $f_c$  と  $M_0$  に相関関係があることが報告されている(例えば<sup>5), 6)</sup>。本研究では次の  $f_c$  と  $M_0$  の関係式<sup>5)</sup>を用いて検討を進める。

$$f_c = 10^{(23.38 - \log M_0)/3} \quad (29)$$

$M_0$  は地震モーメント (dyne · cm) である。ただし、地震規模を表す際にはマグニチュードを用いることが多いので、モーメントマグニチュード  $M_w$  と  $M_0$  の関係式<sup>19)</sup>を介して、次に示す  $f_c$  と  $M_w$  の関係式を用いた。

$$f_c = 10^{(7.28 - 1.5M_w)/3} \quad (30)$$

$f_{max}$  は地震規模に依存するかどうか意見が分かっているため、依存する場合としない場合の両方のケースを考えて検討を行う。 $f_{max}$  が地震規模に依存するとした場合、次に示す地震モーメントとの関係式を用いて検討を行う<sup>7)</sup>。

$$f_{max} = 7.31 \times 10^3 \times M_0^{-0.12} \quad (31)$$

また、 $M_w$  と  $M_0$  の関係式<sup>19)</sup>により、 $f_{max}$  と  $M_w$  は次式のように表すことができる。

$$f_{max} = 85.49 \times 10^{-0.18M_w} \quad (32)$$

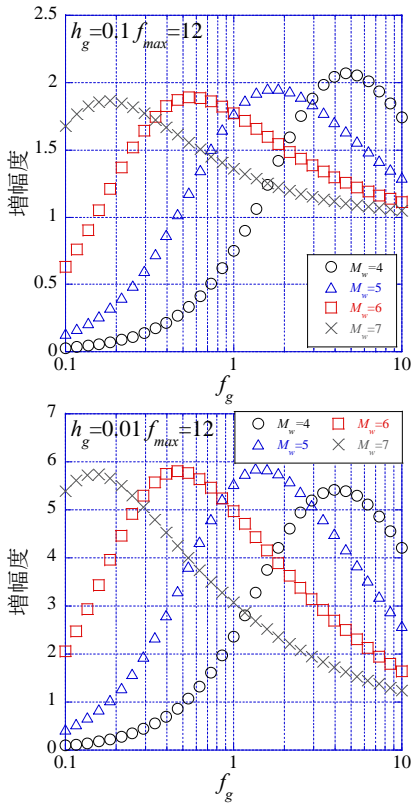


図-12  $M_w$ による $F_V$ の変化( $f_c$ のみ $M_w$ に依存)

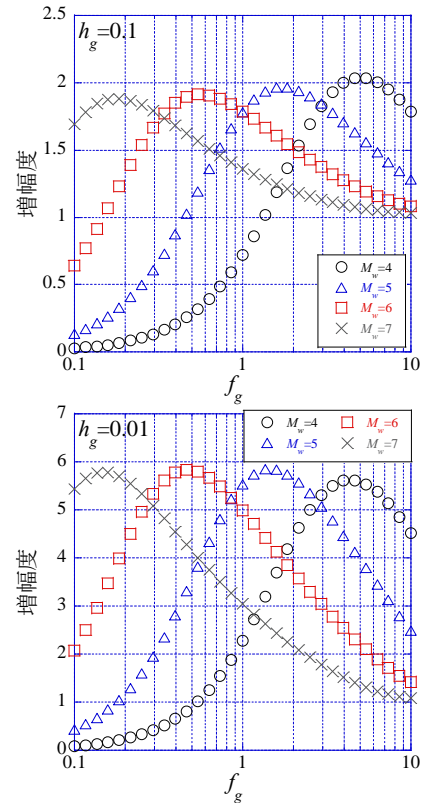
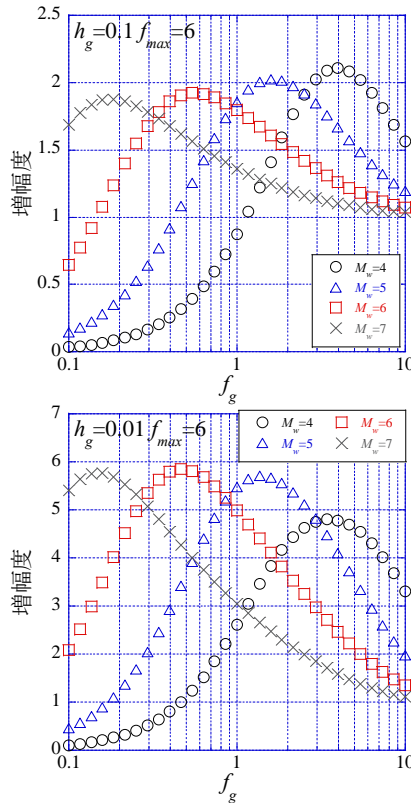


図-13  $M_w$ による $F_V$ の変化( $f_c$ と $f_{max}$ が $M_w$ に依存)

図-10, 11, 12, 13に $f_c$ のみが $M_w$ に依存する場合、 $f_c$ と $f_{max}$ が $M_w$ に依存する場合の $f_g$ と増幅度の対応を示す。

まず、 $F_A$ について $M_w$ による変化を見ると、 $f_{max}$ が $M_w$ に依存しない場合は増幅度の最大値や最大となる振動数に大きな違いがない。しかし、 $f_{max}$ が $M_w$ に依存する場合は増幅度が最大となる振動数が低振動数側にシフトしていることが分かる。これは式(28)により説明できる。 $M_w$ が大きくなるほど $f_g$ が低振動数の場合の増幅度が大きくなるという傾向は $f_{max}$ の $M_w$ 依存性の有無にかかわらず、同じであった。 $F_V$ については $h_g$ が0.01、 $f_{max}$ が6Hzの場合を除いては $f_{max}$ の $M_w$ 依存性の有無による増幅度の違いは小さく、いずれのケースでも $M_w$ が大きくなるほど、増幅度が最大となる $f_g$ が低振動数側に移動している。

以上の $M_w$ による $f_g$ と増幅度の関係への影響をまとめると、 $M_w$ が大きくなるほど $f_g$ が低振動数の場合の $F_A$ が相対的に大きくなり、 $F_V$ は増幅度が最大となる $f_g$ が低振動数側にシフトすることが明らかになった。 $F_A$ と $F_V$ を比べると $F_V$ の方が $M_w$ による変化が顕著である。 $f_{max}$ の影響が明瞭な $F_A$ では、 $f_{max}$ が $M_w$ に依存するとした場合、 $M_w$ が大きくなるほど $f_{max}$ が低振動数にシフトし、低振動数の $f_g$ における増幅度への寄与が大きくなる傾向が見られた。

本研究の検討は単純にモデル化したスペクトルによるものであり、実際の地震記録に検討結果がその

まま当てはまるとは限らないが、地盤増幅度の地震規模依存性を調べる上での基礎的な知見を得ることができたと考えている。今後は実観測記録を用いて地震規模と地盤増幅度の関係を調べるとともに、サイト特性に今回用いたスペクトル以外のものを用いるなどして、新たな検討を行う予定である。

#### 4. まとめ

本研究では地震動スペクトルと地盤増幅度の関係式に基づき、地震規模による震源スペクトルの変化が地盤増幅度に及ぼす影響を調べた。まず、パーセバルの定理と極値理論に基づいて地震動スペクトルと地盤増幅度の関係式を導いた。続いて、関係式の適用性を確認するために $\omega^2$ 則に従う震源スペクトルと高域遮断フィルター、サイト特性の積で表される地震動スペクトルを用い、このスペクトルを有する模擬地震波と関係式による地盤増幅度を比較したところ、両者が概ね対応していた。

次に地震動スペクトルと地盤増幅度の関係式に基づき、最大地動加速度と最大地動速度の地盤増幅度を地震動スペクトルのパラメータによって表現した。震源スペクトルのパラメータであるコーナー振動数 $f_c$ と高域遮断振動数 $f_{max}$ に着目し、増幅度への影響を調べたところ、最大地動速度の地盤増幅度 $F_V$ には $f_{max}$ の影響が小さいことが明らかになった。また、地震の規模が大きい場合、最大地動加速度の地盤増



幅度 $F_A$ が最大となる振動数は $f_{max}$ に比例することが分かった。

最後に地盤増幅度の地震規模依存性を調べるために、モーメントマグニチュード $M_w$ と $f_c$ 、 $f_{max}$ の関係式をもとに、 $M_w$ による地盤増幅度の変化を見た。この際に、 $f_{max}$ が $M_w$ に依存する場合、依存しない場合の両方のケースを考えた。検討の結果、 $F_A$ 、 $F_V$ いずれも、 $M_w$ が大きくなるほど $f_g$ が低振動数の場合の増幅度が相対的に大きくなることが明らかになった。 $F_A$ は $f_{max}$ が $M_w$ に依存する場合、 $M_w$ が大きくなるほど $f_{max}$ が低振動数にシフトし、サイト特性のピーク振動数 $f_g$ が低い場合の増幅度への寄与が大きくなる傾向が見られた。

これまでの研究では地震規模による地盤増幅度の変化について定性的な議論しかなされていなかったが、本研究では震源スペクトルのパラメータ $f_c$ と $f_{max}$ に着目し、これらのパラメータが地盤増幅度に及ぼす影響を定量的に評価した。なお、本研究で用いたサイト特性は実際のサイト特性と違い、基本モードのみから成っていること、ピーク振動数 $f_g$ より高振動数の増幅度の低下が著しく大きいことなどの問題点がある。今後はこれらの問題点を考慮に入れた関数をサイト特性に用いて検討を行う必要がある。また、今回は地震の規模によるサイト特性のピーク振動数 $f_g$ と地盤増幅度の変化を調べたが、今後は地震動予測の分野でよく使われている表層の平均S波速度と地盤増幅度の関係について、地震規模の影響を調べていく予定である。

**謝辞**：査読者の方々からのご意見は本稿を改善する上で非常に有益なものでした。ここに記して感謝の意を表します。

## 参考文献

- 1) 片岡俊一，山本博昭：地震動記録に基づく青森県内の強震観測点のサイト増幅度，日本地震工学会論文集，Vol. 7, No. 2 (特集号)，pp.110-129, 2007.
- 2) 紺野克昭，鈴木貴博，鎌田泰広，長尾 毅：横浜市高密度強震ネットワーク観測点における微動を用いた地盤の平均S波速度の推定，土木学会論文集A, Vol. 63, No. 4, pp.639-654, 2007.
- 3) 翠川三郎，駒澤真人，三浦弘之：横浜市高密度強震計ネットワークの記録に基づく地盤増幅度と地盤の平均S波速度との関係，日本地震工学会論文集，Vol. 8, No. 3, pp.19-30, 2007.
- 4) 日本建築学会：地盤震動-現象と理論-，丸善，pp.133-134, 2005.
- 5) Takemura, M., T. Ikeura, and T. Uetake: Characteristics of source spectra of moderate earthquakes in a subduction zone along the pacific coast of the southern Tohoku district, Japan,

*J. Phys. Earth*, Vol.41, pp.1-19, 1993.

- 6) 加藤研一：K-NET強震記録に基づく1997年鹿児島県北西部地震群の震源・伝播経路・地盤増幅特性評価，日本建築学会構造系論文集，Vol.543, pp.61-68, 2001.
- 7) Faccioli, E. : A study of strong motions from Italy and Yugoslavia in terms of gross source properties, *Geophysical Monograph*, 37, Maurice Ewing, AGU, Vol.6, pp.297-309, 1986.
- 8) 小林喜久二，植竹富一，真下貢，小林啓美：堆積地盤の速度構造を事前情報としたスペクトルインバージョンによる震源・伝播経路・地盤減衰特性評価法，第11回日本地震工学シンポジウム論文集，pp.289-294, 2002.
- 9) 鶴来雅人，香川敬生，入倉孝次郎：強震動予測のための高域遮断フィルターに関する研究(その2)－2005年福岡県西方沖地震の観測記録に基づく検討－，日本地震工学会論文集，Vol. 9, No. 1, pp.1-18, 2009.
- 10) 佐藤智美：Kik-net強震記録に基づく鳥取県西部地震とその余震のラディエーションパターン及びfmaxの評価，日本建築学会構造系論文集，Vol. 556, pp.25-34, 2002.
- 11) 川瀬 博，松尾秀典：K-NET, KiK-net, JMA 震度計観測網による強震動波形を用いた震源・パス・サイト各特性の分離解析，日本地震工学会論文集，Vol. 4, No. 1, pp.33-52, 2004.
- 12) 西川隼人，池本敏和，宮島昌克：関西地方の地震観測記録による自治体観測点を想定したサイト特性推定手法の検討，土木学会地震工学論文集，Vol. 30, pp.118-127, 2009.
- 13) Cartwright, D. E. and Longuet-Higgins, M. S. : The statistical distribution of the maxima of a random function, *Proc. Roy. Soc. London*, Vol.237, pp.212-232, 1956.
- 14) Boore, D. M. : Stochastic simulation of high-frequency ground motions based on seismological models of the radiated spectra, *Bull. Seism. Soc. Am.* 73, pp.1865-1894, 1983.
- 15) Kanai, K. : Semi-empirical formula for the seismic characteristics of the ground, *Bull. Earthquake Res. Int., University of Tokyo*, Vol.35, pp.309-325, 1957.
- 16) 天池文男，植竹富一，八代和彦：内陸地殻内地震に対する伝播経路 $Q_s$ 値特性，第12回日本地震工学シンポジウム論文集，pp.210-213, 2006.
- 17) Jennings, P. C. and Housner, G. W. and Tsai, N. C. : Simulated earthquake motions, Technical Report, *E. E. R. L.*, Pasadena, 1968.
- 18) Hubert, M. J., Nathaniel, B. N. and Ralph, S. P. : Theory of servomechanisms, Dover Publications Inc.; New edition, pp.369-370, 1947.
- 19) Hanks, T., and Kanamori, H. : A moment magnitude scale, *J. Geophys. Res.*, Vol.84, No. B5, pp.2348-2350, 1979.

(原稿受理2010年7月23日)

## REPRESENTATION OF AMPLIFICATION FACTOR USING SPECTRUM OF EARTHQUAKE GROUND MOTION AND ESTIMATION OF ITS DEPENDENCY ON EARTHQUAKE MAGNITUDE

## Hayato NISHIKAWA and Masakatsu MIYAJIMA

This study examines dependency of amplification factor on earthquake magnitude based on a relation between spectrum of earthquake motion and site amplification factor derived by Parseval's theorem and extreme value theory. Amplification factor evaluated from a formula proposed here, and one estimated from artificial wave have a good agreement in their comparison. We represented amplification factor by using corner frequency  $f_c$  and cut off frequency  $f_{max}$  to examine influence of  $f_c$  and  $f_{max}$  to amplification factor. It is clarified that influence of  $f_c$  for  $PGV$  is larger than that for  $PGA$  and influence of  $f_{max}$  clearly affects for  $PGA$  but less for  $PGV$ . Relationship between moment magnitude  $M_w$  and amplification factor is also estimated.  $M_w$  is seemed to affect an amplification factor for  $PGV$  rather than that for  $PGA$ .